

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 41 (1950)
Heft: 17

Artikel: Über die Mehrdeutigkeit des Grössenbegriffs
Autor: König, H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1058927>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 25.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS

Über die Mehrdeutigkeit des Grössenbegriffs

Von H. König, Bern

53.081

Durch die Einführung der neuen elektrischen und magnetischen Einheiten und die Propagierung des Giorgi-Systems in rationaler Darstellung sind Fragen über das Rechnen mit Grössen wieder besonders aktuell geworden. Eine axiomatische Behandlung des Grössenbegriffs fehlt noch, was, zum Nachteil für Unterricht und Praxis, zur Folge hat, dass reichlich viele sich bekämpfende Meinungen und Interpretationen einander gegenüber stehen. Man kommt nun einen wesentlichen Schritt vorwärts, wenn man anerkennt, dass zwei widerspruchsfrei nebeneinander bestehende Arten mit dem Grössenbegriff zu operieren, möglich sind. Der Verfasser gibt in dieser Veröffentlichung die Skizze zu einem Gedankenschema, in das viele Auffassungen und Darstellungen sich zwanglos einordnen lassen.

Du fait de l'introduction des nouvelles unités électriques et magnétiques, ainsi que de l'utilisation de plus en plus généralisée du système Giorgi rationalisé, le calcul avec des grandeurs a repris toute son importance. La notion de grandeur n'a toutefois pas encore été l'objet d'une détermination axiomatique, ce qui constitue un grave inconvénient pour l'enseignement et la pratique, car il en résulte de multiples divergences d'interprétation et d'opinion. Un progrès sensible consiste à reconnaître qu'il est possible d'opérer de deux façons en ce qui concerne la notion de grandeur, sans qu'il n'y ait de contradiction entre l'une et l'autre. Dans cette notice, l'auteur propose une marche à suivre pour coordonner librement de nombreuses interprétations et représentations. Il publiera ultérieurement un exposé plus complet sur ce sujet.

Verschiedene neuere Publikationen über Grössen, Dimensionen und Masssysteme, namentlich über Umrechnungen von einem Masssystem in ein qualitativ anders gebautes, veranlassen mich, hier in der Form einer Vorveröffentlichung einige grundsätzliche Gedanken zu äussern, die zu gegebener Zeit in einer besonderen Schrift eingehender erörtert werden sollen.

Es ist unglaublich, wie leicht man auf dem genannten Gebiet aneinander vorbeiredet, wie schwer es ist, zu merken, was der andere meint, wie leicht man Gefahr läuft, Richtiggemeintes als falsch zu taxieren, und wie leicht es ist, richtige Ideen falsch auszudrücken. Viele Anzeichen deuten darauf hin, dass der Formalismus und die Begriffswelt in der Lehre von den Grössen einer Vervollständigung bedürfen.

Ich behaupte, dass der Begriff der Grösse im wesentlichen in zwei ganz verschiedenen Bedeutungen gebraucht wird, und dass viele Unverständlichkeiten als unbewusster Sprung vom einen zum andern Grössenbegriff gedeutet werden können. Dieser Gedanke lässt sich ausdrücken in einem Formalismus, der zunächst den Zweck verfolgt, Standpunkten, Meinungen und Einzelbehauptungen in einem gedanklichen Schema ihren Platz anzuweisen, und man wird sehen, dass Aussagen, die zunächst einfach als widerspruchsvoll und unsinnig erscheinen, in höherem Zusammenhang eingeordnet als sinnvoll anzuerkennen sind.

Alle sind sich einig darüber, dass

$$\begin{aligned} \text{Grösse} &= \text{Masszahl} \times \text{Einheit} \\ G &= \{G\} \cdot [G] \end{aligned}$$

sein soll. Über die Bedeutung der Masszahl besteht keine Meinungsverschiedenheit. Anders ist es mit der Grösse:

Der *Synthetiker* (d. h. der synthetisch Denkende, der Lehrer, Systematiker, Theoretiker) versteht unter «Grösse» bald etwas 3dimensionales (z. B. CGS-Systeme), bald etwas 4dimensionales (z. B. Giorgi-System), und will neben der physikalischen *Erscheinung* auch das, was er darüber *denkt*, also die Art der Abhängigkeit von den Grundgrössen, mit seiner Konzeption und also auch mit dem Symbol G erfassen; er muss daher aus formal-mathematischen Gründen z. B. sagen:

Spannung elektrostatisch definiert ist *nicht* gleich «dieselbe» Spannung elektromagnetisch definiert und entsprechend für die Einheiten z. B.:

$$1 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1} \neq \text{Zahl} \cdot \text{cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-2}.$$

Der *Realist* (wie wir ihn nennen wollen — er sei Messtechniker, Praktiker . . .) hingegen behält sich vor zu sagen: Spannung ist Spannung, und die Masszahlen verhalten sich umgekehrt proportional zu den Einheiten. Z. B. will er sagen dürfen:

$$1 \text{ elektrostatische Spannungseinheit} = 3 \cdot 10^{10} \text{ elektromagnetische Spannungseinheiten.}$$

Wo also der eine die Gleichheit bestreitet und nur von einem «Entsprechen» (Zeichen \triangleq) sprechen möchte, drückt sich der andere in Gleichungen aus, und wir dürfen nicht behaupten, sein Vorgehen sei falsch oder primitiv. Für den Realist ist die Grösse etwas im Rahmen des gedanklich Möglichen *fest* mit der physikalischen Erscheinung Verknüpftes.

Der geschilderte, jedermann bekannte, peinlich empfundene Gegensatz sei nun wie folgt formuliert:

$$\begin{aligned} \text{I}(\mathcal{E}) \quad G'(\mathcal{E}) &\neq G''(\mathcal{E}); \\ \text{I}(\mathcal{R}) \quad G'(\mathcal{R}) &= G''(\mathcal{R}). \end{aligned}$$

In Worten: Die Grösse, so wie sie der Synthetiker versteht, kurz die \mathcal{E} -Grösse, ist für dieselbe Er-

scheinungsform [z. B. für experimentell dieselbe Spannung in zwei Systemen (' und '' kennzeichnen z. B. das klassische elektrostatische und das klassische elektromagnetische Masssystem)] *verschieden*; der Realist hingegen spricht beidemale von *derselben* \mathfrak{R} -Grösse. An Stelle der Unsicherheit, was nun zu tun sei, tritt die positive Frage: Mit welchem der beiden Grössenbegriffe operiert ein Autor, wenn er gewisse Aussagen hinschreibt. Wenn z. B. in der Publikation des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins über das Giorgi-System [1] ¹⁾ in Tabelle III Gleichungen wie $H' = 4\pi H$ anzutreffen sind, so weiss man, dass hier \mathfrak{S} -Grössen gemeint sind (im Beispiel: H magnetische Feldstärke, ohne Akzent: rational, mit Akzent: klassisch elektromagnetisch). Und wenn z. B. in Grimsehl-Tomaschek Bd. II, Teil 1 (1932), S. 876, im Text «entspricht» und in der Tabelle dem Sinne nach das Gleichheitszeichen zu finden ist, so ist der Autor nur freizusprechen, wenn man annimmt, dass er im Text die \mathfrak{S} -Einheit und in der Tabelle die \mathfrak{R} -Einheit gemeint hat.

Zu den allgemeinen Betrachtungen zurückgehend, sind wir berechtigt, zu schreiben:

$$\text{II}(\mathfrak{S}) \quad G(\mathfrak{S}) = \{G\} \cdot [G(\mathfrak{S})]$$

\mathfrak{S} -Grösse = Masszahl \times \mathfrak{S} -Einheit

und

$$\text{II}(\mathfrak{R}) \quad G(\mathfrak{R}) = \{G\} \cdot [G(\mathfrak{R})]$$

\mathfrak{R} -Grösse = Masszahl \times \mathfrak{R} -Einheit,

und zwar ist beidemale *dieselbe* Masszahl gemeint.

Nun beschleicht einen sofort ein unbehagliches Gefühl beim Gedanken, zwei Symbol-Reihen parallel führen zu müssen, ohne den «Unterschied» rechnerisch zu überblicken. Die *multiplikative* Struktur aller physikalischen Gesetze kommt uns hier zu Hilfe. Wir versuchen zu setzen:

$$\text{III} \quad G(\mathfrak{S}) = G(\mathfrak{R}) \cdot \mathfrak{Z}(G)$$

\mathfrak{S} -Grösse = \mathfrak{R} -Grösse \times \mathfrak{Z} -Faktor (von G)

wobei der Buchstabe \mathfrak{Z} an «ideal» oder «ideell» erinnern soll, indem ja in erster Linie das Dimensionelle, das die Ableitung der Formeln Widerspiegelnde, also das durch unser Denken Hineingetragene im \mathfrak{Z} -Faktor seinen Niederschlag findet. Man frage zunächst nicht: was ist $\mathfrak{Z}(G)$? $\mathfrak{Z}(G)$ sei für uns (für mich wenigstens) etwas Neues, und zwar sei es nur das, als was es definiert ist:

$$\text{IV} \quad \mathfrak{Z}(G) = \frac{G(\mathfrak{S})}{G(\mathfrak{R})} = \frac{[G(\mathfrak{S})]}{[G(\mathfrak{R})]},$$

also der Quotient der beiden Grössen bzw. der beiden Einheiten.

Dass sich nun sowohl in der \mathfrak{S} - wie in der \mathfrak{R} -Konzeption die physikalischen Grössen zu einem Gleichungen-System widerspruchlos zusammenfassen lassen, und da die zwei so erhaltenen Darstellungen der Elektrodynamik sich an Hand von Tabellen für $\mathfrak{Z}(G)$ ineinander umrechnen lassen, ist aus der unbehaglichen Doppelspurigkeit ein richtiger *Kalkül* geworden, der alle Aussagen umfasst, die sich überhaupt im hier skizzierten Gedankenschema (Spal-

lung des Grössenbegriffs) unterbringen lassen. Im einzelnen soll dies hier nicht ausgeführt werden. Die folgenden Bemerkungen haben nur den Charakter von Beispielen.

Umrechnung von *Masszahlen* zwischen zwei qualitativ verschiedenen Systemen (' und ''). Aus den Gleichungen I...III folgt:

$$\text{V}(\mathfrak{S}) \quad \frac{G'(\mathfrak{S})}{[G'(\mathfrak{S})]} = \{G'\} = \frac{\{G'\}}{\{G''\}} \cdot \frac{G''(\mathfrak{S})}{[G''(\mathfrak{S})]} = \frac{\{G'\}}{\{G''\}} \{G''\}$$

$$\text{V}(\mathfrak{R}) \quad \frac{G'(\mathfrak{R})}{[G'(\mathfrak{R})]} = \{G'\} = \frac{\{G'\}}{\{G''\}} \cdot \frac{G''(\mathfrak{R})}{[G''(\mathfrak{R})]} = \frac{\{G'\}}{\{G''\}} \{G''\}.$$

Es fällt auf, dass für beide Darstellungen die *Form* der Gleichungen *gleich* ausfällt. Hier könnte die Unterscheidung zwischen \mathfrak{S} - und \mathfrak{R} -Grössen weggelassen werden. Man braucht sich also hier nicht festzulegen, *welchen* Grössenbegriff man den Aussagen von der Form V zugrunde legt. Viele Schriften machen mit vollem Recht von diesem Umstand Gebrauch, wonach «Masszahlen-Gleichungen immer richtig seien». Die Gleichungen V sind die *explizite* Erklärung dafür, warum man in diesem Fall den Klippen ausweichen kann.

Umrechnung von *Einheiten*. Aus Gl. I...III folgt:

$$\text{VI}(\mathfrak{S}) \quad [G'(\mathfrak{S})] = \frac{\{G''\}}{\{G'\}} \cdot [G''(\mathfrak{S})] \cdot \frac{G'(\mathfrak{S})}{G''(\mathfrak{S})}$$

$$\text{VI}(\mathfrak{R}) \quad [G'(\mathfrak{R})] = \frac{\{G''\}}{\{G'\}} \cdot [G''(\mathfrak{R})].$$

Man erkennt, dass die Gl. VI (\mathfrak{R}) dem Praktiker erlaubt, zu sagen, die Einheiten verhielten sich umgekehrt proportional den Masszahlen. Die entsprechende \mathfrak{S} -Gleichung hingegen enthält noch einen Faktor $\frac{G'(\mathfrak{S})}{G''(\mathfrak{S})}$, der dafür sorgt, dass die gesamte

Gleichung dimensionell in Ordnung bleibt. Nachstehend ein Beispiel für VI (\mathfrak{S}) (Umrechnung der elektrostatischen in die elektromagnetische CGS- \mathfrak{S} -Einheit der Spannung)

$$[U(\mathfrak{S}, \text{CGSs})] = 3 \cdot 10^{10} [U(\mathfrak{S}, \text{CGSm})] \cdot \frac{1}{c}$$

Bekanntlich ist

$$\frac{U(\mathfrak{S}, \text{CGSs})}{U(\mathfrak{S}, \text{CGSm})} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10} \text{ cm s}^{-1}}$$

VI(\mathfrak{R}) lautet:

$$[U(\mathfrak{R}, \text{CGSs})] = 3 \cdot 10^{10} [U(\mathfrak{R}, \text{CGSm})].$$

Anderes Beispiel: 1 Volt, als 4dimensionale Giorgi-Einheit, sei in Funktion der elektromagnetischen CGS-Einheit auszudrücken:

$$\mathfrak{S}: 1 \text{ V}(\mathfrak{S}, \text{Giorgi}) = 10^8 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-2} \frac{U(\mathfrak{S}, \text{Giorgi})}{U(\mathfrak{S}, \text{CGSm})}$$

$$\mathfrak{R}: 1 \text{ V}(\mathfrak{R}) = 10^8 [U(\mathfrak{R}, \text{CGSm})].$$

Quotienten-Zerlegung. Am besten überblickt man die Veränderung aller beteiligten Symbole, wenn

¹⁾ siehe Literaturverzeichnis am Schluss des Artikels.

man in der folgenden, alle wichtigen Beziehungen in sich vereinigenden Zerlegung des Quotienten

$$\text{VIII} \quad \frac{G'(\mathcal{S})}{G''(\mathcal{S})} = \frac{\mathfrak{I}(G')}{\mathfrak{I}(G'')} = \frac{\{G'\}}{\{G''\}} \cdot \frac{[G'(\mathcal{S})]}{[G''(\mathcal{S})]} = \frac{\{G'\}}{\{G''\}} \cdot \frac{[G'(\mathfrak{R})]}{[G''(\mathfrak{R})]} \cdot \frac{\mathfrak{I}(G')}{\mathfrak{I}(G'')}$$

gliedweise darunter alles Richtige, was man von irgendwoher weiss, anschreibt und die Lücken ausfüllt, so dass die Gleichungen erhalten bleiben. Zum Beispiel gilt für die oft zitierte Umrechnung der statischen in die magnetische Spannung:

$$\frac{U(\mathcal{S}, \text{CGSs})}{U(\mathcal{S}, \text{CGSm})} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{3 \cdot 10^{10}}{c} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot \frac{1}{c}$$

Dass $\frac{[U(\mathcal{S}, \text{CGSs})]}{[U(\mathcal{S}, \text{CGSm})]} = \frac{1}{\text{cm s}^{-1}}$

ist, folgt aus

$$[U(\mathcal{S}, \text{CGSs})] = \text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}(\mathcal{S}, \text{CGSs})$$

$$[U(\mathcal{S}, \text{CGSm})] = \text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-2}(\mathcal{S}, \text{CGSm}).$$

Weiteres Beispiel: Die magnetische Feldstärke, klassisch und rational. Deutet man die Rationalisierung als Übergang von der Gleichungsform

$$dH' = \frac{I ds \cos \alpha}{r^2}$$

(das Biot-Savartsche Gesetz, klassisch geschrieben) zu der Form

$$\int H dl = I \text{ (dasselbe rational geschrieben)}$$

oder, was dasselbe bedeutet:

$$dH = \frac{I ds \cos \alpha}{4 \pi r^2}$$

so folgt:

$$H' = 4 \pi H$$

oder genauer:

$$H'(\mathcal{S}) = 4 \pi H(\mathcal{S}).$$

Was die Masszahlen anbelangt, so versteht jedermann darunter Zahlen, die in Oersted (klassisch) ausgedrückt 4π mal grösser ausfallen als die Angaben gemessen in «10 A pro cm» (rational). Also:

$$\{H'\} = 4 \pi \{H\}$$

Aus Division der Grössengleichung durch die Masszahlenbeziehung folgt:

$$[H'(\mathcal{S})] = [H(\mathcal{S})]$$

Die \mathcal{S} -Einheiten fallen also gleich aus. Dem gegenüber erklärt Wallot:

$$H' = H$$

$$\{H'\} = 4 \pi \{H\}$$

also $[H'] = \frac{1}{4 \pi} [H]$

Man erkennt, dass sich die Situation retten lässt durch die Interpretation, wonach bei *dieser* Überlegung mit dem \mathfrak{R} -Begriff operiert wird, so dass zu schreiben wäre:

$$H'(\mathfrak{R}) = H(\mathfrak{R}) \quad [\text{gemäss } I(\mathfrak{R})]$$

$$\{H'\} = 4 \pi \{H\}$$

$$[H'(\mathfrak{R})] = \frac{1}{4 \pi} [H(\mathfrak{R})]$$

In *diesem* Falle also wird die Rationalisierung zu einer Angelegenheit der Einheiten, während sie sich, synthetisch betrachtet, als eine Angelegenheit erwies, die die \mathcal{S} -Grössen betrifft. Damit wäre eine weitere, die Literatur unnötig belastende Streitfrage beseitigt.

Wir kehren zurück zur Behauptung, wonach in der \mathfrak{R} -Darstellung der Ausbau der Elektrodynamik zu einem System von Gleichungen möglich sei genau wie für die \mathcal{S} -Darstellung. In der Tat: z. B. sind in der Publikation über das Giorgi-System [1] in Tabelle IV, Kolonne «rational», die Gleichungen ebensogut mit \mathfrak{R} wie mit \mathcal{S} hinter jeder Grösse anschreibbar. Die zugehörigen, im Beispiel des Giorgi-Systems abgestimmten Einheitengleichungen würden, z. B. in m, kg, s, $[\mu]$ als fundamentalem Einheiten-Quadrupel ausgedrückt, lauten:

$$[U(\mathcal{S}, \text{Giorgi})] = \text{m}^{3/2}(\mathcal{S}) \text{kg}^{1/2}(\mathcal{S}) \text{s}^{-2}(\mathcal{S}) [\mu(\mathcal{S})]^{1/2}$$

bzw.

$$[U(\mathfrak{R}, \text{Giorgi})] = \text{m}^{3/2}(\mathfrak{R}) \text{kg}^{1/2}(\mathfrak{R}) \text{s}^{-2}(\mathfrak{R}) [\mu(\mathfrak{R})]^{1/2}$$

Innerhalb eines Systems, z. B. innerhalb des CGSm-Systems oder des 4dimensionalen Giorgi-Systems, kann mit den \mathfrak{R} -Einheiten genau wie mit den \mathcal{S} -Einheiten gerechnet werden, was zu beweisen war, und was die Selbständigkeit des \mathfrak{R} -Grössenbegriffs unterstreicht.

Aber gerade diese Gleichartigkeit in der Möglichkeit des Rechnens scheint zu einer Schwierigkeit zu werden, indem man sich fragen muss, worin denn überhaupt der Unterschied zwischen \mathfrak{R} - und \mathcal{S} -Grössen bestehe. Solange man sich innerhalb eines Systems bewegt, kann man die Unterscheidung zwischen \mathfrak{R} und \mathcal{S} in der Tat fallen lassen. Bei näherem Zusehen handelt es sich hier um ein ausgezeichnetes erkenntnistheoretisches Beispiel für den Fall, wo ein Begriff seinen vollen Sinn in sichtbarer Weise erst erhält im Augenblick, da man mit ihm im Hinblick auf einen bestimmten Zweck operiert.

Der Synthetiker hat die «Anlage» seines Kalküls so getroffen, dass er mit

$$[H(\mathcal{S})] = \frac{[I(\mathcal{S})]}{[l(\mathcal{S})]} = \frac{A(\mathcal{S})}{m(\mathcal{S})}$$

formal, unbekümmert um den geheimnisvollen und (wie in der ausführlichen Publikation gezeigt werden soll) mehrdeutigen Sinn dieser Division von

Symbolen, rechnen kann, und zwar auch beim Übergang zu einem anderen System. Die Unterschiede zwischen den Systemen (im vorgenannten Beispiel rationales und klassisches Giorgi-System) wirken sich, wie gezeigt wurde, als Unterschiede in den Grössen aus. Der Praktiker, genauer gesagt der Messtechniker, sieht hingegen bei jeder Multiplikation oder Division die Anordnung oder den Typus der Anordnung, die ihm die neue abgeleitete Einheit im Beispiel $[H(\mathfrak{R})]$ aus $[I(\mathfrak{R})]$ und $[l(\mathfrak{R})]$ definiert.

Es ist verständlich, dass innerhalb eines Systems formal algebraisch gerechnet werden darf, wie bereits gezeigt wurde, weil mit jeder neuen Gleichung eine neue Einheit experimentell festgelegt werden darf, aber es ist ebenso verständlich, dass der formale Ausdruck

$$[I(\mathfrak{R})]/[l(\mathfrak{R})]$$

oder $\text{cm}^x \text{g}^y \text{s}^z (\mathfrak{R}, \dots)$

primär eine Entität, ein Ganzes ist, ein Name, ein Wiedererkennungsmittel für einen bestimmten experimentellen Zustand. Übergang zu einem anderen System bedeutet Übergang zu ganz anderen, die Einheiten definierenden experimentellen Anordnungen; die Verknüpfung der Symbole zu Potenzprodukten erhält einen ganz anderen Sinn, und es ist gar kein Grund vorhanden, weshalb die neuen Entitäten mit denjenigen des ersten Systems formal gleichartig sein sollten. Eine gliedweise Umrechnung z. B. im Falle der Spannung von $\text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ (\mathfrak{R} , CGSs) auf $\text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-2}$ (\mathfrak{R} , CGSm) gibt es also nicht, so wenig wie man *buchstabenweise* «avoir» in «haben» umdeuten kann. Die engere gedankliche Bindung an das Experiment verbietet also z. B. in der \mathfrak{R} -Einheiten-Umrechnungs-Gleichung

$$a) [U(\mathfrak{R}, \text{CGSs})] = 3 \cdot 10^{10} [U(\mathfrak{R}, \text{CGSm})],$$

also

$$b) \text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1} (\mathfrak{R}, \text{CGSs}) = 3 \cdot 10^{10} \text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-2} (\mathfrak{R}, \text{CGSm})$$

das faktorenweise Vergleichen, und an das Verbot ist durch das \mathfrak{R} in der runden Klammer (die alle zur Kennzeichnung des Systems nötigen Angaben enthält) deutlich erinnert. Wer an der im Sinne der hier durchgeführten Begriffsanalyse richtigen Gleichung b) Anstoss nimmt, weil sie dem Auge des Algebraikers weh tue, bediene sich der Form a), die einfach zwei Namen für zwei experimentell gleichartige, nur quantitativ verschiedene Zustände miteinander vergleicht. Wem a) nicht genügt, weil der dimensionelle Aufbau daraus nicht ersichtlich ist, und b) aus dem erwähnten Grund nicht gefällt, der schreibe z. B.

$$c) \langle \text{cm}^{1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1} (\mathfrak{R}, \text{CGSs}) \rangle = 3 \cdot 10^{10} \langle \text{cm}^{3/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-2} (\mathfrak{R}, \text{CGSm}) \rangle,$$

wobei die Pfeilklammer andeutet, dass das Eingeschlossene als ein unteilbares Ganzes anzusehen sei. Welche Schreibweise auf weite Sicht zweckmässiger sein könnte, soll hier nicht erwogen werden.

Es wurde betont, die \mathfrak{R} -Grösse stehe auf dem Niveau einer Grösse, weil auch für sie stets gilt: Grösse gleich Masszahl mal Einheit. Es ist wichtig, dies zu betonen, damit Messtechniker und Praktiker endlich einmal das explizite Recht zugesprochen erhalten, auf ihre Weise denken und rechnen zu dürfen, ohne vom Systematiker wie bisher schief angesehen zu werden. Eine Sprache braucht ihr volles Eigenrecht nicht zu verlieren, weil daneben andere Sprachen bestehen.

Aber man darf nicht verhehlen, dass die \mathfrak{S} -Grösse ihrer Anlage nach elastischer und ausdrucksfähiger ist, und man könnte aus erkenntniskritischen und didaktischen Erwägungen heraus von \mathfrak{S} -Grösse und \mathfrak{R} -Komponente der \mathfrak{S} -Grösse sprechen. Damit würde die \mathfrak{S} -Grösse zu einer Verschärfung des Allgemeinbegriffs «Grösse» und dürfte überall da, wo Missverständnisse ausgeschlossen sind, mit dieser identifiziert werden. Dies als Konzession an die Systematiker, die wahrscheinlich gerne dazu neigen, ihre \mathfrak{S} -Grösse allein als die «wahre» Grösse anzusehen.

Bis jetzt wurde so viel wie möglich vermieden, von etwas anderem als von einem gedankenordnenden Formalismus zu sprechen. In der Grössen- und Dimensionslehre wird ohnehin genug in die Formeln hineingelegt und nachher mit Hingabe wieder herausgefolgert. Ich möchte mit dieser formalen Einstellung möglichst den Kritikern den Wind aus den Segeln nehmen. Aus der gleichen Überlegung heraus sei zur Frage, was der \mathfrak{S} -Faktor «eigentlich sei» oder «sein könnte», hier nicht eingehend Stellung genommen. Nur kurz folgendes. Wir schreiben den \mathfrak{S} -Faktor für die Spannung im Giorgi-System an:

$$\mathfrak{S}[U(\text{Giorgi})] = \frac{U(\mathfrak{S}, \text{Giorgi})}{U(\mathfrak{R}, \text{Giorgi})}$$

explizit

$$= \frac{\text{m}^{3/2} \text{kg}^{1/2} \text{s}^{-2} [\mu]^{1/2} (\mathfrak{S}, \text{Giorgi})}{\langle \text{m}^{3/2} \text{kg}^{1/2} \text{s}^{-2} [\mu]^{1/2} (\mathfrak{R}, \text{Giorgi}) \rangle}$$

oder

$$= \frac{[l]^{1/2} [m]^{1/2} [t]^{-2} [\mu]^{1/2} (\mathfrak{S}, \text{Giorgi})}{[U(\mathfrak{R}, \text{Giorgi})]}$$

Unter «Dimension» kann man, wie Landolt [2] kürzlich schön gezeigt hat, Verschiedenes verstehen. Immerhin dürfte man sich einig darüber sein, dass — in unserer Sprache — eine \mathfrak{S} -Grösse oder \mathfrak{S} -Einheit (nach Landolt besser die \mathfrak{S} -Einheit), aber ohne das rein Quantitative daran, der «Dimension» nahekommt. Das Quantitative pflegt man willkürlich abzustreifen. Der \mathfrak{S} -Faktor ist nun gerade ein formales Gebilde, das sich *zwanglos* aus einem höheren Gesichtspunkt, nämlich aus der Kritik des Grössenbegriffs ergibt; das Quantitative ist durch Division zweier Symbole weitgehend abgestreift. Der Zähler enthält alles, was das Herz des Dimensionsanalytikers begehrt, und bei Anwendung der zuletzt gewählten Form genießt man den Vorteil, dass man im Nenner ablesen kann, auf welche Grösse sich das furchterregende Potenzprodukt im Zähler bezieht. Der \mathfrak{S} -Faktor ist allerdings ausdrucksreicher als die «Dimension»; es ist z. B.:

$$\frac{\mathfrak{S}[U(\mathfrak{E}, \text{CGSs})]}{\mathfrak{S}[U(\mathfrak{E}, \text{CGSm})]} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10} \text{ cm s}^{-1}}$$

und

$$\frac{\mathfrak{S}[H'(\mathfrak{E})]}{\mathfrak{S}[H(\mathfrak{E})]} = 4 \pi$$

Also nicht nur dimensionell, sondern auch quantitativ sind die Lichtgeschwindigkeit und die Einheitskugel als Ganzheiten (Naturkonstante, Gestaltfaktor) im \mathfrak{S} -Faktor konserviert, aber in einer Form, die nur bei Systemwechsel quantitativen Ausdruck findet.

Diese Bemerkungen haben ihren Zweck erfüllt, wenn sie im einen oder anderen die Überzeugung wecken, dass ein Formalismus, der sich auf eine synthetische und eine praktische Abart des zunächst

nicht scharf umrissenen Grössenbegriffes stützt, in mancherlei Hinsicht klärend und ordnend wirken kann.

Literatur

[1] König, H., M. Kronld und M. Landolt: Zur Einführung des Giorgi-Systems. Bull. SEV Bd. 40 (1949), Nr. 15, S. 462...474.
 [2] Landolt, M.: Zur Theorie der Dimensionen der physikalischen Grössen. Bull. SEV Bd. 41 (1950), Nr. 12, S. 473...479.
 [3] Zum Thema Rationalisierung:
 Stille, U.: Rationale und nichtrationale Behandlung des elektromagnetischen Feldes. Abhandl. der Braunschweigischen Wissenschaftl. Gesellschaft I, 1949, Nr. 1, S. 38...55.
 Stille, U.: Drei-, Vier- und Fünf-Grundgrössen-Gleichungen in der Elektrodynamik. Abhandl. der Braunschweigischen Wissenschaftl. Gesellschaft I, 1949, Nr. 1, S. 56...75.

Adresse des Autors:
 Prof. Dr. H. König, Vizedirektor des Eidg. Amtes für Mass und Gewicht, Gossetstrasse 22, Wabern (BE).

Probleme und Methoden der nichtlinearen Mechanik

Von Hans Schaffner, Urbana, Ill., USA

534.01 : 538.56

Manche Probleme der Schwingungserzeugung können mit den gewöhnlichen linearen Methoden der Elektrotechnik nicht gelöst werden. Mathematisch führen diese Probleme auf nichtlineare Differentialgleichungen. Die Methoden zu ihrer Bearbeitung sind in der «nichtlinearen Mechanik» zusammengefasst. Im folgenden wird eine dieser Methoden, die sich besonders gut für den Elektroingenieur eignet, an einem einfachen Beispiel erläutert.

Maints problèmes relatifs aux oscillations ne peuvent pas être résolus par les méthodes linéaires utilisées d'ordinaire en électrotechnique, car ils conduisent à des équations différentielles non linéaires. Considérant un cas simple, à titre d'exemple, l'auteur expose l'une des méthodes de mécanique ondulatoire, qui convient particulièrement aux ingénieurs électriciens.

1. Allgemeines

Die nichtlineare Mechanik und insbesondere ihre Anwendung auf die Elektrotechnik ist noch sehr jung. Besonders in den letzten 15 Jahren wurden aber eine grosse Anzahl Arbeiten veröffentlicht, die Probleme der Schwingungserzeugung auf nichtlinearer Grundlage behandeln. Leider ist der Grossteil dieser Arbeiten sehr mathematisch und abstrakt gehalten, oder dann beschränken sich diese auf rein qualitative Beschreibungen. Manche bedeutende Arbeiten sind zudem in russischen Zeitschriften veröffentlicht worden und sind darum nur schwer zugänglich.

Erst vor kurzem ist es gelungen, die nichtlineare Mechanik von einem komplizierten mathematischen Apparat zu befreien und so zu vereinfachen, dass ein durchschnittlicher Ingenieur sie verstehen und anwenden kann. Besonders erwähnenswert sind in dieser Hinsicht die Arbeiten der beiden russischen Physiker Kryloff und Bogoliuboff und ihre Theorie der «gleichwertigen Linearisierung» (equivalent linearisation) [2]¹⁾. Für den Elektroingenieur ist diese Theorie besonders wertvoll, da sie sehr anschaulich ist und die nichtlinearen Probleme auf einfache Weise auf bereits bekannte lineare zurückführt.

Im folgenden sollen zur Einführung drei Probleme der nichtlinearen Mechanik erwähnt werden. Diese können mit den klassischen linearen Methoden nicht quantitativ gelöst werden.

a) Der Dynatron-Oszillator

Fig. 1 zeigt das bekannte Schema eines Dynatron-Oszillators. Infolge der Sekundäremission weist

¹⁾ siehe Literaturverzeichnis am Schluss.

die statische Anodenstrom-Anodenspannungs-Charakteristik des Dynatrons bei konstanter Schirm-

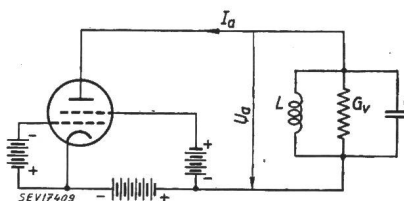


Fig. 1
 Schema des Dynatron-Oszillators

gitterspannung die in Fig. 2 gezeigte Form auf. Wenn die Anode gegenüber dem Schirmgitter negativ ist und jedes auf die Anode auftreffende Elektron mehrere Sekundärelektronen auslöst, kann sich die Richtung des Anodenstroms umkehren. Der fallende Teil der Kennlinie kann nun zur Erzeugung

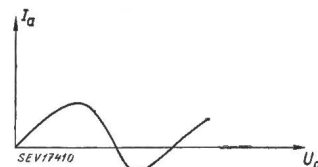


Fig. 2
 Die Anodenstrom-Anodenspannungs-Charakteristik des Dynatrons

von Schwingungen benutzt werden. Es erhebt sich nun die Frage nach den Amplituden der möglichen Schwingungen des Dynatron-Oszillators. Eine Lösung auf linearer Grundlage ist nicht möglich. Die erste analytische Methode zur Lösung wurde 1921 von B. Van der Pol veröffentlicht [4]. Neben den analytischen Methoden existieren aber auch graphische.