Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 42 (1951)
Heft: 23

Artikel: Du calcul d'un tarif binôme
Autor: Morel, C.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1056902

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 25.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Directives générales:

a) L'alimentation d'installations ferroviaires par un réseau de distribution à basse tension, avec interposition de transformateurs d'isolement, entre principalement en ligne de compte à proximité de sous-stations de traction, où des mesures de contrôle ont montré que d'importants courants de retour aux voies et à la sous-station ferroviaire passeraient par le réseau de l'entreprise électrique, s'il existait une liaison conductrice entre le conducteur neutre du réseau et les voies.

b) Les installations électriques et les tuyauteries de citernes à liquides et gaz facilement inflammables doivent toujours être complètement séparées métalliquement des voies de chemin de fer, pour éviter le risque que les courants vagabonds qui circuleraient au cas contraire dans ces tuyauteries provoquent, aux endroits de liaison ou dans les tuyaux, des échauffements, des étincelles et parfois des corrosions, qui constitueraient de très graves dangers.

L'établissement d'assurance contre les incendies du Canton de Berne, auquel nous avons donné connaissance des résultats de nos recherches et des expériences faites jusqu'ici, a également approuvé les présentes directives pour le raccordement d'installations ferroviaires à des réseaux de distribution d'entreprises électriques.

Du calcul d'un tarif binôme

Par *Ch. Morel*, Feldmeilen

621.317.8

Dans une étude précédente[1]*, nous avons essayé de dégager les grandes lignes des méthodes statistiques modernes, en exposant les principes mathématiques qui régissent les calculs. Nous avons fait ressortir l'idée de la collectivité ou population et montré les relations entre les caractéristiques d'un échantillon et celles de la population dont il est tiré. Nous allons essayer, dans la présente étude, d'appliquer cette idée de la collectivité au calcul d'un tarif binôme. La notation utilisée pour les calculs peut paraître compliquée. Elle est cependant nécessaire pour éviter des confusions et ne sort pas du cadre usuel en statistique mathématique.*

La méthode de calcul exposée ci-après n'est pas nouvelle. Elle a déjà fait ses preuves dans la pratique. La présente étude cherche seulement à la fixer par un exposé mathématique.

In früheren Studien[1] *wurde an Beispielen aus dem Tarifwesen versucht, die Grundzüge der mathematischen Statistik und den Begriff der Kollektivität herauszuschälen. Auch die Beziehungen zwischen einer Grundgesamtheit und den daraus entnommenen Stichproben wurden dabei gestreift. In der vorliegenden Arbeit soll der Begriff der Kollektivität auf die Berechnung eines Zweigliedtarifes angewendet werden. Die für die Berechnungen gebrauchten Bezeichnungen mögen auf den ersten Blick kompliziert erscheinen. Sie sind jedoch notwendig, um Verwechslungen zu vermeiden, und bleiben im Rahmen des in der mathematischen Statistik Üblichen.*

Die Rechnungsmethode ist nicht neu, sie hat sich in der Praxis bereits bewährt. Sie soll jedoch in ein mathematisches Gewand gekleidet und so festgehalten werden.

Exposé du problème

Une entreprise d'électricité désire modifier ses tarifs (pour les ménages par exemple) et passer du système différencié (plusieurs tarifs monômes) au système à compteur unique (tarif binôme). Pour cela, elle a fait une enquête statistique préliminaire et dispose d'indications sur un échantillon de n abonnés, relatives à l'année de référence choisie.

Situation de départ

Pendant l'année de référence, un abonné quelconque (i) a consommé au total v_i kWh. Cette consommation individuelle est la somme des consommations effectuées à chacun des différents tarifs:

$$v_i = v_{i1} + v_{i2} + v_{i3} + \dots$$

La consommation totale est égale à la somme des consommations individuelles:

$$V = \underset{i=1}{\overset{n}{\mathrm{S}}} v_i$$

La consommation moyenne par abonné est:

$$\bar{v} = \frac{\underset{i=1}{\overset{n}{\mathrm{S}}} v_i}{n} = \frac{V}{n}$$

La facture r_i de l'abonné (i) se compose de montants partiels égaux au produit de la consommation (v) par le taux (g) du tarif en question, ainsi que de la location des appareils tarifaires c_i:

$$r_i = c_i + v_{i1}\, g_1 + v_{i2}\, g_2 + v_{i3}\, g_3 + \dots$$

On peut écrire

$$r_i = c_i + v_i\, g_i$$

ou

$$v_i = v_{i1} + v_{i2} + v_{i3} + \dots$$

et

$$g_i = \frac{v_{i1}\, g_{i1} + v_{i2}\, g_{i2} + v_{i3}\, g_{i3} + \dots}{v_{i1} + v_{i2} + v_{i3} + \dots}$$

Le terme g_i est donc le taux moyen, location des appareils tarifaires non comprise. Par analogie on aura, pour les recettes totales,

$$R = \underset{i=1}{\overset{n}{\mathrm{S}}} r_i$$

et la recette (ou facture) moyenne par abonné

$$\bar{r} = \underset{i=1}{\overset{n}{\mathrm{S}}} \frac{r_i}{n} = \frac{R}{n}$$

Situation recherchée

Le nouveau tarif binôme aura la forme générale

$$h = a\, u + b\, v$$

Le terme $a\, u$ est dit «redevance». Il est égal au

[1]) voir *Morel, Ch.:* Mathematische Statistik und Tarifwesen, Teil I, Bull. ASE t. 38(1947), n° 6, p. 141...149; Teil II, Bull. ASE t. 39(1948), n° 6, p. 161...174.

produit de la valeur paramétrique a par le taux de redevance u.

Le «terme proportionnel» $b\,v$ s'obtient en multipliant la consommation v par le taux de travail b.

Pour un abonné quelconque (i) on aura

$$h_i = a_i\,u + b\,v_i$$

Il est clair que, si le tarif prévoit plusieurs taux de travail (par exemple «nuit» et «jour»), le terme $b\,v_i$ sera le résultat d'une somme:

$$b_i\,v_i = b_1\,v_{i1} + b_2\,v_{i2} + b_3\,v_{i3} + \ldots$$

La recette totale H sera

$$H = \mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n} h_i$$

et la recette moyenne par abonné

$$\bar{h} = \frac{\mathop{\mathrm{S}}\limits_{i=1}^{n} h_i}{n} = \frac{H}{n}$$

De même, on notera, pour la somme des valeurs paramétriques individuelles,

$$A = \mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n} a_i$$

et, pour la moyenne,

$$\bar{a} = \frac{\mathop{\mathrm{S}}\limits_{i=1}^{n} a_i}{n} = \frac{A}{n}$$

Le terme c_i a disparu de la formule, la location des compteurs étant censée comprise dans la redevance.

Effet du changement de tarif sur un abonné quelconque (i)

Le calcul se faisant pour l'année de référence, la consommation reste la même, tandis que la facture est modifiée par le changement.

Facture à l'ancien tarif

$$r_i = c_i + v_i\,g_i$$

Facture au nouveau tarif

$$h_i = a_i\,u + b\,v_i$$

Pour les calculs qui vont suivre, nous admettons que le taux b est fixé par d'autres considérations. Le terme $b\,v_i$ est donc une quantité connue pour chaque abonné. Par contre, ce qui importe, c'est de rechercher quelles répercussions une variation du taux de redevance u aura sur la facture de chaque abonné d'une part et sur l'ensemble des recettes de l'entreprise d'autre part, lorsque l'introduction du nouveau tarif est faite à titre facultatif ou obligatoire. La variable est donc la valeur u, raison pour laquelle elle n'a pas d'index dans la formule.

Théoriquement, la variable peut prendre toutes les valeurs entre 0 et ∞. Pour une valeur bien déterminée u_i, il y aura égalité entre l'ancienne et la nouvelle facture. On aura alors

$$r_i = a_i\,u_i + b\,v_i$$

Pour la différence d_i entre la nouvelle et l'ancienne facture, on peut écrire:

$$d_i = h_i - r_i = a_i\,u + b\,v_i - (a_i\,u_i + b\,v_i)$$
$$= a_i\,u - a_i\,u_i$$

On convient de nommer le terme $a_i\,u_i = e_i$ «redevance équivalente» et la valeur u_i «taux de redevance équivalente». Cette désignation s'impose du fait que e_i est la redevance que devrait payer l'abonné à égalité de facture entre l'ancien et le nouveau tarif.

Suivant la valeur donnée à u dans le nouveau tarif ($u \lesseqgtr u_i$), la nouvelle facture sera inférieure, égale ou supérieure à l'ancienne ($h_i \lesseqgtr r_i$) et l'abonné sera avantagé, pas touché ou désavantagé par le changement de tarif. Cette constatation n'est, bien entendu, valable que pour la consommation relevée pendant l'année de référence et sur laquelle se basent tous les calculs.

Effet du changement de tarif sur l'ensemble des abonnés de l'échantillon

Si l'on calcule, pour chaque abonné, le taux de redevance équivalente u_i, on constate que ces valeurs qui, dans le cas idéal, devraient toutes être semblables, varient plus ou moins fortement autour d'une valeur moyenne $\bar{u}$ donnée par l'expression

$$\bar{u} = \frac{\mathop{\mathrm{S}}\limits_{i=1}^{n} a_i\,u_i}{\mathop{\mathrm{S}}\limits_{i=1}^{n} a_i} = \frac{E}{A}$$

Si l'on donne à u cette valeur $\bar{u}$, on a

$$H_{\bar{u}} = \mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n} h_{i\bar{u}} = \mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n} a_i\,\bar{u} + \mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n} b\,v_i$$

Or, $\bar{u}$ étant constante, on peut poser

$$\mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n} a_i\,\bar{u} = \bar{u}\mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n} a_i = \frac{\mathop{\mathrm{S}}\limits_{i=1}^{n} a_i\,u_i}{\mathop{\mathrm{S}}\limits_{i=1}^{n} a_i}\mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n} a_i = \mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n} a_i\,u_i$$

donc

$$H_{\bar{u}} = \mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n} a_i\,u_i + \mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n} b\,v_i$$

mais

$$a_i\,u_i + b\,v_i = r_i$$

donc

$$H_{\bar{u}} = \mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n} r_i = R$$

On en conclut que si l'on fait $u = \bar{u}$, la somme des factures au nouveau tarif est égale aux recettes à l'ancien tarif. L'entreprise ne subit de ce fait ni gain ni perte, lorsque la consommation ne change pas.

Pour les abonnés considérés individuellement, la situation est toutefois un peu différente. Nous avons vu que les valeurs u_i variaient plus ou moins fortement d'un abonné à l'autre. D'après ce que nous avons dit plus haut, un certain nombre d'entre eux seront désavantagés, ceux pour qui $u_i < \bar{u}$, d'autres seront avantagés, pour lesquels $u_i > \bar{u}$, et quelques-uns ne seront pas touchés ($u_i = \bar{u}$).

Il est dès lors nécessaire de se rendre compte comment les abonnés se répartissent par rapport à leur caractéristique u_i.

Pour étudier cette distribution, mettons tout d'abord de l'ordre dans l'échantillon. Donnons à chaque abonné une baguette de longueur proportionnelle à la valeur u_i et empilons ces baguettes par ordre décroissant de leur longueur. On obtiendra ainsi une pile de la forme donnée par la fig. 1.

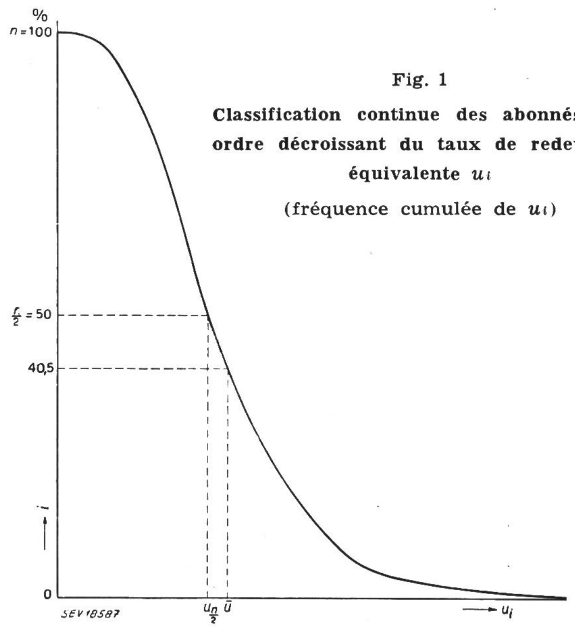

Fig. 1
Classification continue des abonnés par ordre décroissant du taux de redevance équivalente u_i
(fréquence cumulée de u_i)

Si l'on a soin de doubler l'échelle absolue pour la hauteur de la pile d'une échelle relative ($n = 100\%$), on peut immédiatement constater, pour une valeur quelconque de u, par exemple $\bar{u}$, le nombre ou la proportion n_a d'abonnés pour lesquels u_i est supérieur à cette valeur $\bar{u}$ et, par soustraction, le nombre n_d d'abonnés pour lesquels u_i n'atteint pas $\bar{u}$ ($n_d = n - n_a$). D'après ce qu'on a vu plus haut, les n_a abonnés ($u_i > \bar{u}$) sont avantagés et les n_d abonnés ($u_i < \bar{u}$) désavantagés. La relation $n_a + {}_dn = n$ reste valable pour n'importe quelle valeur donnée à u. Au cas limite $u_i = 0$ on aura $n_a = n$ et, pour $u_i = \infty$, $n_a = 0$ ou $n_d = n$. La courbe ainsi dressée permet de déterminer la proportion d'abonnés avantagés en fonction de la valeur donnée à u.

On peut aussi représenter cette relation d'une façon un peu différente.

Si l'on découpe la fig. 1 en tranches verticales d'égale largeur (par exemple $\bar{u}/5$ ou toute autre valeur appropriée), on constate que dans chacune de ces tranches aboutissent un certain nombre de baguettes. On compte alors ces baguettes et en reporte le nombre n_j en ordonnée au-dessus du milieu de la tranche u_j. Pour bien documenter que ce nombre est valable pour l'ensemble de la tranche, on tire à la hauteur trouvée un trait horizontal au travers de toute la tranche. On obtient ainsi une courbe en escaliers (histogramme) représentant la distribution des abonnés par classes, chaque classe correspondant à une tranche verticale (fig. 2).

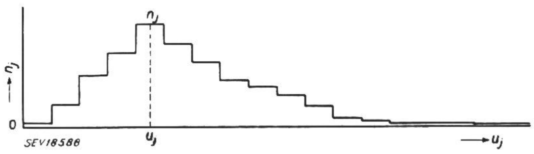

Fig. 2
Distribution des abonnés selon le taux de redevance équivalente u_i
(fréquence simple de u_i)

La courbe de la fig. 2 n'est autre que la courbe des fréquences simples. De son côté, la courbe de la fig. 1 représente la somme progressive des fréquences, effectuée de droite à gauche, et s'appelle la courbe des fréquences cumulées.

En examinant la courbe de distribution des fréquences simples, on constate que, pour une valeur quelconque de u, les abonnés à gauche de cette valeur sont désavantagés et ceux à droite avantagés. La proportion ressort mieux de la courbe des fréquences cumulées, d'un usage plus fréquent pour des études de ce genre.

Situation telle qu'elle se présente pour l'entreprise

Dans ce qui précède, on a vu que, pour chaque valeur qu'on peut donner à u, un certain nombre d'abonnés sont avantagés par le nouveau tarif, tandis que les autres sont désavantagés. Les premiers occasionnent à l'entreprise une chute de recettes et les seconds lui procurent un gain, si l'on admet que le nouveau tarif est introduit à titre obligatoire.

Arrêtons le choix à une valeur arbitraire u_0. Pour celle-ci, on aura n_a abonnés avantagés et n_d abonnés désavantagés, ces deux valeurs étant liées par la relation $n_a + n_d = n$.

On a vu plus haut que la différence de facture par abonné est

$$d_i = h_i - r_i = a_i\,u - a_i\,u_i$$

Pour $u = u_0$, on aura

$$d_{i0} = a_i\,u_0 - a_i\,u_i$$

Si l'on donne, conformément au classement par ordre décroissant de u_i (fig. 1), le numéro 1 à l'abonné pour lequel u_i est le plus élevé et le numéro n à celui qui présente le plus faible u_i, on peut poser les relations suivantes:

Pour les n_a abonnés avantagés, la chute de recettes (ou perte) de l'entreprise est de

$$D_a = \overset{n_a}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} d_i = \overset{n_a}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} a_i u_0 - \overset{n_a}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} a_i u_i$$

ou, u_0 étant une constante,

$$D_a = u_0 \overset{n_a}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} a_i - \overset{n_a}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} a_i u_i = u_0 A_a - E_a$$

Pour les n_d abonnés désavantagés, le gain de l'entreprise est de

$$D_a = u_0 \overset{n}{\underset{i=n_a+1}{\mathrm{S}}} a_i - \overset{n}{\underset{i=n_a+1}{\mathrm{S}}} a_i u_i = u_0 A_d - E_d$$

En cas d'introduction *obligatoire*, le gain sur les abonnés désavantagés compense en partie ou totalement la perte sur les abonnés avantagés.

La variation des recettes D est égale à la somme algébrique de la perte et du gain

$$D = D_a + D_d = u_0 \left(\overset{n_a}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} a_i + \overset{n}{\underset{i=n_a+1}{\mathrm{S}}} a_i \right) - \left(\overset{n_a}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} a_i u_i + \overset{n}{\underset{i=n_a+1}{\mathrm{S}}} a_i u_i \right)$$

c'est-à-dire

$$D = u_0 \overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} a_i - \overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} a_i u_i$$

L'expression ci-dessus est une équation linéaire en u_0 que l'on peut aussi écrire

$$D = u_0 A - E$$

si l'on pose

$$\overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} a_i u_i = \overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} e_i = E$$

Si, dans cette équation, on fait $u_0 = \bar{u}$, on obtient $D = 0$, car

$$\bar{u} = \frac{\overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} a_i u_i}{\overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} a_i}$$

Cela veut dire que, lorsque l'introduction est obligatoire, gain et perte se compensent quand on choisit $u_0 = \bar{u}$.

En cas d'introduction *facultative*, seuls les abonnés avantagés adopteront (théoriquement du moins) le nouveau tarif, et il en résultera une perte

$$D_a = u_0 A_a - E_a$$

quelle que soit la valeur donnée à u_0.

Les relations décrites ci-dessus sont représentées graphiquement à la fig. 3.

Le graphique de la fig. 3 permet de reconnaître facilement les variations des recettes en fonction du taux de redevance, et ceci pour les deux modes d'introduction possibles, obligatoire et facultatif. Il est clair que l'on peut se fixer le gain à réaliser ou la perte admissible, et en déduire le taux à appliquer.

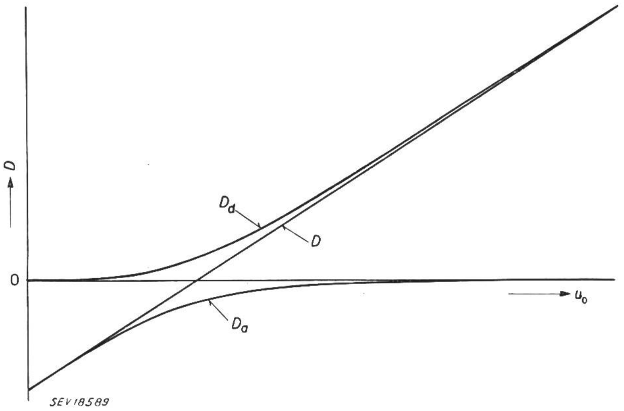

Fig. 3

Variations des recettes en fonction du taux de redevance u_0

D_a Chute de recettes provoquée par les abonnés avantagés = chute totale de recettes lors de l'introduction facultative

D_d Gain provenant des abonnés désavantagés

$D = D_a + D_d$ Variations des recettes lors de l'introduction obligatoire

Etudes complémentaires

Il peut être intéressant d'étudier non seulement les variations de la proportion n_a des abonnés avantagés en fonction du taux de redevance u_0, mais aussi la consommation V_a de ces abonnés, le montant de leurs factures à l'ancien tarif R_a et d'autres grandeurs caractéristiques. Rien n'est plus facile, lorsque les abonnés sont classés par ordre décroissant de u_i, d'établir les courbes cumulées de toutes ces valeurs, c'est-à-dire de calculer les sommes

$$V_a = \overset{n_a}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} v_i; \quad A_a = \overset{n_a}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} a_i; \quad R_a = \overset{n_a}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}} r_i$$

Ces courbes sont toutes semblables et, lorsqu'on choisit pour toutes une échelle relative identique ($V = 100\%$, $A = 100\%$, $R = 100\%$), on peut les comparer entre elles pour établir si les abonnés sont homogènes à tous les point de vue, ou s'il se présente certains biaisements. Ces comparaisons permettent de faire certaines déductions sur la structure du groupe d'abonnés considéré. Nous y reviendrons plus loin et ferons une analyse détaillée pour l'exemple de calcul choisi.

Exemple pratique

Le langage des formules peut paraître compliqué. Les calculs eux-mêmes le semblent également de prime abord. Cependant, avec un peu de méthode on arrive rapidement au but.

On pourrait naturellement faire les sommes par ordre décroissant, abonné par abonné. Cela peut encore se pratiquer pour une centaine d'abonnés. Toutefois, lorsque le nombre d'abonnés dépasse ce chiffre, il est préférable de procéder par classes d'abonnés et de choisir comme intervalle de classe une grandeur pratique utilisable par la suite, par exemple dans notre cas un nombre dont le douzième est un multiple de 5 ou de 10 ct., soit 0,60 ou 1.20 fr. par unité. En outre, une disposition appropriée des chiffres en tables facilite également le calcul.

Pour exposer une méthode simple, qui a fait ses preuves, nous choisirons un exemple pratique.

Les données de départ sont consignées sur des fiches individuelles (A) qui, outre une série d'indications statistiques, contiennent entre autres les rubriques suivantes:

1. nombre d'unités tarifaires (a_i)	UT	5
2. consommation annuelle totale (v_i) . . .	kWh	114
3. ancienne facture (r_i).	Fr.	39.90
4. nouvelle taxe proportionnelle ($b\,v_i$) . . .	Fr.	6.85
5. redevance équivalente (e_i)	Fr.	33.05
6. taux de redevance équivalente (u_i) . . .	Fr./UT	6.60

Ces fiches sont ensuite classées par ordre décroissant de u_i, puis les valeurs caractéristiques reportées sur de nouvelles fiches (B) dont on a préparé une pour chaque classe. La fiche de la classe 4.80...5.99 a, par exemple, la forme suivante (tableau I):

Exemple d'une fiche de classe (B) Tableau I

Classe 4.80—5.99				
Taux de redevance équivalente u_i Fr./UT	Nombre d'unités tarifaires a_i UT	Consommation annuelle v_i hWk	Ancienne facture r_i Fr.	Redevance équivalente e_i Fr.
4.85	6,5	108	37.90	31.40
4.90	6	1 826	138.90	29.35
4.95	5	506	55.05	24.65
4.95	7,5	3 950	274.—	37.—
4.95	3	47	17.65	14.85
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
5.85	5	100	35.25	29.25
5.85	4	79	28.25	23.50
5.85	5	93	34.90	29.30
5.95	4	80	28.60	23.80
5.95	3	58	21.30	17.80
Total	294	41 647	4 071.40	1 579.75
Nombre d'abonnés: 56				

Ces fiches (B) remplies et les additions faites, on reporte les sommes classe par classe dans un tableau récapitulatif (C) où des colonnes sont prévues en outre pour les sommes cumulées et pour les valeurs relatives en % de la somme finale. Pour la colonne principale relative au nombre d'abonnés (fréquence), on aura les subdivisions suivantes (tableau II) qui sont les mêmes pour les autres rubriques.

Colonne principale «nombre d'abonnés» du tableau récapitulatif (C)

Tableau II

Limite inférieure de classe	Nombre d'abonnés n_j					
	Par classe		Somme cumulée			
			Avantagés		Désavantagés	
	Absolu	Relatif	Absolu	Relatif	Absolu	Relatif
u_0	n_j	% n	n_a	% n	n_d	% n

Cependant, pour ne pas trop charger le tableau relatif à l'exemple choisi, nous laisserons de côté les valeurs absolues et ne donnerons que les valeurs relatives en %.

Lorsque toutes les valeurs des fiches (B) sont reportées dans le tableau (C) (tableau III, colonnes 1 à 16), on calcule, pour chaque échelon de taux (colonne 1), la redevance totale E_{0a} des abonnés avantagés et celle E_{0d} des abonnés désavantagés. Cette redevance est égale au produit de l'échelon u_0 par le nombre d'unités cumulées A_a (colonne 6) ou A_d (colonne 7). Pour obtenir directement la valeur relative (en % de R) inscrite au tableau, il faut multiplier le produit obtenu par un facteur constant égal à A/R ou, dans notre cas, à 0,05381. A partir de ces chiffres, il n'est plus difficile d'établir la variation des recettes pour les abonnés avantagés, pour les abonnés désavantagés et pour l'ensemble des abonnés en fonction de u_0. On applique ici les trois relations

$$D_a = E_{0a} - E_a; \quad D_d = E_{0d} - E_d; \quad D = D_a + D_d$$

Tableau récapitulatif (C) (seules les valeurs relatives y sont reportées) Tableau III

Echelon	Abonnés n_j			Paramètre a_i			Consommation v_i			Ancienne facture r_i			Redevance équivalente e_i			Redevance $a_i \cdot u_0$		Différence d_i		$D = D_a + D_d$
u_0	n_j % n	n_a % n	n_d % n	a_j % A	A_a % A	A_d % A	v_j % V	V_a % V	V_d % V	r_j % R	R_a % R	R_d % R	e_j % R	E_a % R	E_d % R	E_{0a} % R	E_{0d} % R	D_a % R	D_d % R	% R
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
25,2	—	0	100	—	0	100	—	0	100	—	0	100	—	0	38,5	0	135,6	0	97,1	97,1
24,0	0,3	0,3	99,7	0,4	0,4	99,6	0,6	0,6	99,4	0,9	0,9	99,1	0,6	0,6	37,9	0,5	128,7	– 0,1	90,8	90,7
22,8	—	0,3	99,7	—	0,4	99,6	—	0,6	99,4	—	0,9	99,1	—	0,6	37,9	0,5	122,2	– 0,1	84,3	84,2
21,6	—	0,3	99,7	—	0,4	99,6	—	0,6	99,4	—	0,9	99,1	—	0,6	37,9	0,5	115,6	– 0,1	77,7	77,6
20,4	0,7	1,0	99,0	0,9	1,3	98,7	2,1	2,7	97,3	2,3	3,2	96,8	1,0	1,6	36,9	1,5	108,3	– 0,1	71,4	71,3
19,2	0,3	1,3	98,7	0,5	1,8	98,2	0,2	2,9	97,1	0,6	3,9	96,1	0,4	2,0	36,5	1,8	101,6	– 0,2	65,1	64,9
18,0	—	1,3	98,7	—	1,8	98,2	—	2,9	97,1	—	3,9	96,1	—	2,0	36,5	1,7	95,1	– 0,3	58,6	58,3
16,8	0,7	2,0	98,0	0,5	2,3	97,7	0,6	3,5	96,5	0,8	4,7	95,3	0,5	2,5	36,0	2,1	88,2	– 0,4	52,2	51,8
15,6	1,3	3,3	96,7	1,3	3,6	96,4	1,4	4,9	95,1	2,0	6,7	93,3	1,1	3,6	34,9	3,0	81,0	– 0,6	46,1	45,5
14,4	0,6	3,9	96,1	0,6	4,2	95,8	0,9	5,8	94,2	1,1	7,8	92,2	0,6	4,2	34,3	3,3	74,2	– 0,9	39,9	39,0
13,2	1,0	4,9	95,1	1,1	5,3	94,7	1,3	7,1	92,9	1,8	9,6	90,4	0,8	5,0	33,5	3,8	67,2	– 1,2	33,7	32,5
12,0	3,2	8,1	91,9	2,8	8,1	91,9	2,3	9,4	90,6	3,1	12,7	87,3	1,9	6,9	31,6	5,3	59,3	– 1,6	27,7	26,1
10,8	6,2	14,3	85,7	5,5	13,6	86,4	7,9	17,3	82,7	8,2	20,9	79,1	3,3	10,2	28,3	7,9	50,2	– 2,3	21,9	19,6
9,6	6,6	20,9	79,1	7,3	20,9	79,1	6,3	23,6	76,4	7,6	28,5	71,5	4,0	14,2	24,3	10,8	40,8	– 3,4	16,5	13,3
8,4	8,1	29,0	71,0	7,5	28,4	71,6	9,1	32,7	67,3	9,3	37,8	62,2	3,6	17,8	20,7	12,8	32,4	– 5,0	11,7	6,7
7,2	11,4	40,4	59,6	11,9	40,3	59,7	13,7	46,4	53,6	13,3	51,1	48,9	4,9	22,7	15,8	15,6	23,2	– 7,1	7,4	0,3
6,0	14,7	55,1	44,9	14,1	54,4	45,6	15,8	62,2	37,8	15,2	66,3	33,7	5,4	28,1	10,4	17,5	14,8	–10,6	4,4	– 6,2
4,8	18,2	73,3	26,7	18,3	72,7	27,3	13,6	75,8	24,2	13,7	80,0	20,0	5,3	33,4	5,1	18,8	7,1	–14,6	2,0	–12,6
3,6	13,1	86,4	13,6	13,7	86,4	13,6	9,9	85,7	14,3	9,1	89,1	10,9	3,2	36,6	1,9	16,7	2,7	–19,9	0,8	–19,1
2,4	11,1	95,5	4,5	9,1	95,5	4,5	9,7	95,4	4,6	7,7	96,8	3,2	1,5	38,1	0,4	12,3	0,6	–25,8	0,2	–25,6
1,2	3,9	99,4	0,6	3,8	99,3	0,7	3,2	98,6	1,4	2,2	99,0	1,0	0,3	38,4	0,1	6,4	0,1	–32,0	0	–32,0
0,0	0,6	100	0	0,7	100	0	1,4	100	0	1,0	100	0	0,1	38,5	0	0	0	–38,5	0	–38,5

On voit clairement que, pour chaque taux de redevance possible u_0, la colonne 3 donne le nombre d'abonnés avantagés, la colonne 6 le nombre d'unités de ces abonnés, la colonne 9 leur consommation, la colonne 12 ce qu'ils payaient à l'ancien tarif, la colonne 19 la variation des recettes de l'entreprise lors d'introduction facultative et la colonne 21 cette variation pour l'introduction obligatoire.

Ce tableau contient donc toutes les données nécessaires pour décider du taux à choisir pour le nouveau tarif.

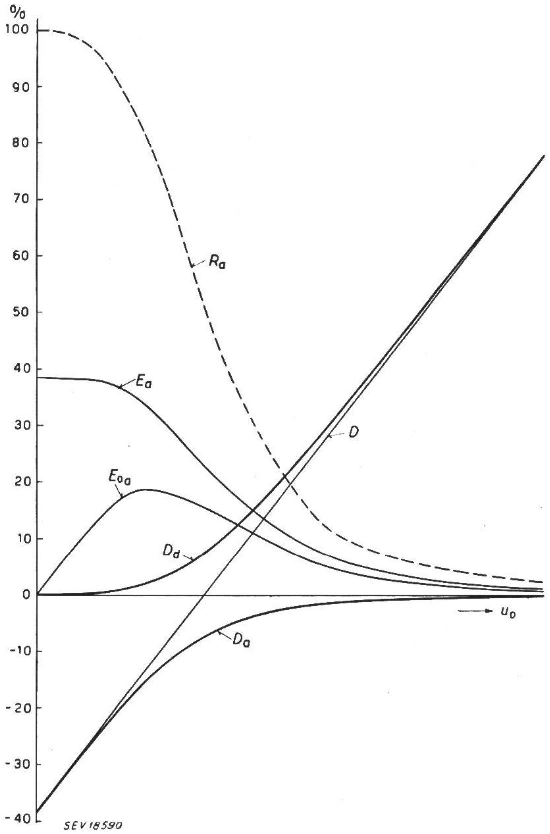

Fig. 4

Représentation graphique de valeurs du tableau récapitulatif C (tableau III)

R_a recettes totales à l'ancien tarif, provenant des abonnés avantagés
E_a redevance équivalente des abonnés avantagés ($a_i u_i$)
E_{0a} redevance effective des abonnés avantagés ($a_i u_0$)
D_a, D_d, D voir légende de fig. 3

Une autre raison encore nous a poussés à introduire les valeurs relatives dans le tableau (C): la représentation graphique des résultats. En effet, la similitude des échelles permet de faire des comparaisons très instructives. L'exemple cité mène aux courbes des figures 4 et 5. Nous avons ici séparé les courbes pour ne pas trop charger les graphiques.

Quelle valeur que l'on choisisse pour le taux de redevance u_0, les abonnés les plus fortement avantagés seront toujours ceux pour lesquels le taux de redevance équivalente u_i est le plus élevé, donc ceux qui figurent dans la partie supérieure du tableau. Si l'on compare entre elles les courbes R_a, V_a, A_a, et n_a, on peut en tirer les conclusions suivantes:

La distribution des unités (courbe A_a) est sensiblement identique à celle des abonnés avantagés (courbe n_a). Les abonnés à nombre d'unités élevé,

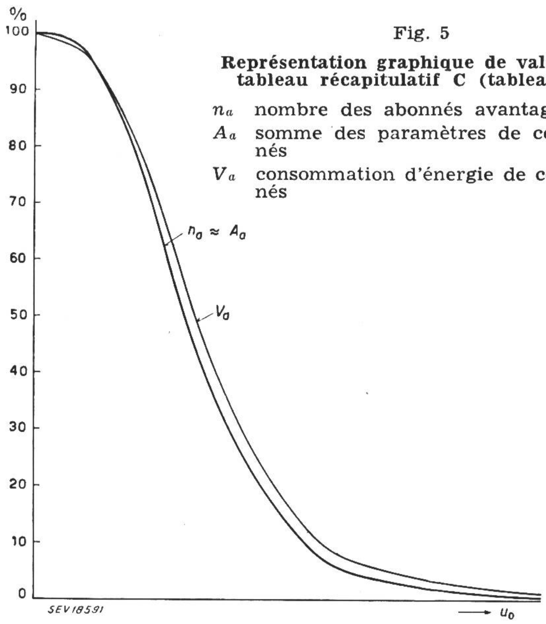

Fig. 5

Représentation graphique de valeurs du tableau récapitulatif C (tableau III)

n_a nombre des abonnés avantagés
A_a somme des paramètres de ces abonnés
V_a consommation d'énergie de ces abonnés

ne semblent donc pas se trouver en plus grand nombre parmi les abonnés avantagés. Le tarif ne favorise donc pas systématiquement les grands appartements. Il est donc correct à ce point de vue.

Les consommations (courbe V_a), par contre, sont plus fortes chez les abonnés avantagés (courbe n_a). Cela répond au but que se propose le nouveau tarif: favoriser la consommation par des avantages matériels accordés aux forts consommateurs.

Il est également logique que les abonnés les plus fortement avantagés par le nouveau tarif aient payé des prix moyens par kWh plus forts à l'ancien tarif. C'est pourquoi la courbe R_a est, sur tout son parcours, supérieure à la courbe de la consommation (V_a).

De la courbe D on déduit que, à égalité de recettes entre l'ancien et le nouveau tarif, le taux de redevance à choisir en cas d'introduction obligatoire est de 7.20 fr./UT. (Le calcul exact donne 7.14 fr./UT.) En choisissant ce même taux, et en introduisant le tarif à titre facultatif (courbe D_a), on provoquerait une chute de recettes de 7,1%, si l'on admet que la consommation reste la même après le changement de tarif.

On pourrait encore pousser l'investigation plus loin et analyser les variances des différentes valeurs caractéristiques. Cependant, ces calculs n'ont à notre avis pas grande valeur pratique, car ils ne fournissent pas de renseignements plus précis. Il est préférable de faire d'autres comparaisons, par exemple au point de vue des répercussions sociales. Toutefois, les considérations de cet ordre sortent du cadre purement mathématique que la présente étude s'est fixé.

Adresse de l'auteur:
Ch. Morel, ingénieur diplômé EPF, Deyenstrasse, Feldmeilen (ZH).