

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 45 (1954)  
**Heft:** 9

**Artikel:** Die Ausbreitung tonfrequenter Steuersignale in Starkstrom-Netzen  
**Autor:** Goldstein, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1058806>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 25.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

kontrolle usw. zeugen für das weitverzweigte Arbeitsprogramm dieser Firma.

**Beleuchtung für Geschäftshäuser, Schaufenster und Verkaufsräume.** Auch für dieses Beleuchtungsgebiet ist eine Reihe modernster Leuchten geschaffen worden, wovon an der Mustermesse ebenfalls einige auserlesene Modelle gezeigt werden.

#### J. Eugster, Zürich

(Halle 19, Stand 4005.) Im Stand der Firma präsentiert sich der neue *Tiefsauger* «Blitz», der sich durch vielseitige Verwendungsmöglichkeit auszeichnet, und nicht nur bei den Hausfrauen, sondern auch in der Industrie immer beliebter wird. Der Apparat besitzt im geschlossenen Gehäuse einen Papierfilter, der das lästige Leeren des Staubsackes überflüssig macht. Der leistungsfähige 1-Phasen-Serien-Motor mit Doppelzentrifugalgebläse erzielt bei 400 W Leistungsaufnahme 9 500...10 500 U./min. Dank seiner Vielseitigkeit wird der Apparat auch mit Vorliebe in Spitälern und Grossbetrieben verwendet.

#### W. & L. Zimmermann, Erlenbach (ZH)

(Halle 2, Galerie, Stand 1959.) Mit dem Stand dieser Bühnenbeleuchtungsfirma wird das interessante Spezialgebiet der Beleuchtungstechnik erstmals seit Bestehen der Muba vertreten. Neben Bühnenbeleuchtungs-Apparaten, wie Scheinwer-

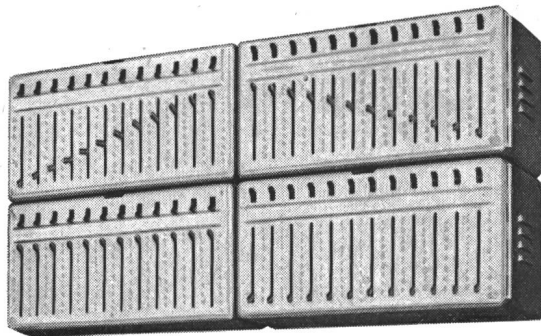


Fig. 1

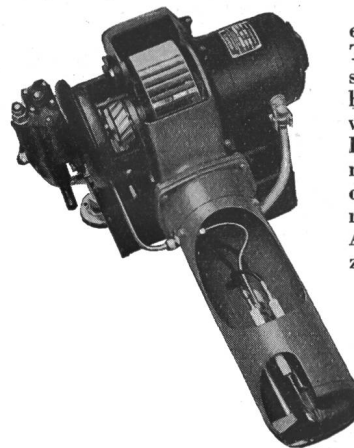
4 Regelbanken für je 12 Stromkreise zum Grand-Master-Bühnenstellwerk

fern, automatischen Farbenwechslern, Oberlichtern, Rampen, Horizontleuchten, Spielflächenleuchten usw. wird ein elektrisches Bühnenstellwerk «Grand-Master» im Betrieb vorgeführt. Dieses arbeitet auf dem Prinzip magnetischer Verstär-

ker, mittels gleichstromgesättigter Drosselspulen. Dieses Bühnenstellwerk, mit dem die Bühnenbeleuchtung von beliebigen Orten aus ferngesteuert werden kann, tritt mit den bisher bekannten mechanisch oder elektronisch gesteuerten Bühnenstellwerken in Konkurrenz.

#### Flexflam A.-G., Zürich

(Halle 8, Stand 2915.) Diese Firma zeigt aus ihrem Fabrikationsprogramm diverse «Gilbarco»-Ölbrenner-Modelle. Auf einem Schaubild wird durch Lichteffekte auf leicht verständliche Weise gezeigt, welche Brennertypen in den verschiedenen Gebäudearten Verwendung finden. An einem Schnittmodell, gemäss Fig. 1, wird die Funktion des Brenners demonstriert. Der Schnitt durch den Brenner ist so angebracht, dass sämtliche Teile des Apparates gut sichtbar sind, so besonders das Merkmal aller «Gilbarco»-Ölbrenner, die «Sparkupplung», welche beim Anspringen und Abstellen derselben einen momentanen Luftüberschuss erzeugt und dadurch die Russbildung weitgehend verhindert.



An einem Heizkessel ist ein Brenner des kleinsten Typs, welcher sich hauptsächlich für Einfamilienhäuser eignet, montiert und wird im Betrieb vorgeführt. Dank des speziellen Brennerkopfes ist es möglich, die Flamme dem Feuerraum für eine maximale Ausnützung der Wärme anzupassen.

Fig. 1

Schnittmodell eines «Gilbarco»-Ölbrenners

Neu an der elektrischen Steuerung ist die Photozelle an Stelle des bis jetzt üblichen Kaminthermostaten. Ebenso werden die Brenner mit grosser Leistung neuerdings auf Wunsch mit automatischen Luftabschlussklappen, welche durch Servomotoren gesteuert werden, ausgerüstet, wodurch der Kaltluftdurchfluss durch den Heizkessel bei abgestelltem Brenner vermieden wird. Besonders bei Grossanlagen macht sich diese Verbesserung durch Vermeiden der hauptsächlichlichen Kaminverluste bezahlt.

## Die Ausbreitung tonfrequenter Steuersignale in Starkstrom-Netzen<sup>1)</sup>

Von A. Goldstein, Baden

621.398.2.029.45 : 621.316.3

*Das Verhalten belasteter Niederspannungskabel, Verteiltransformatoren und Mittelspannungskabel sowie der speisenden Hochspannungstransformatoren und Generatoren gegenüber Tonfrequenzströmen wird untersucht. Die Spannungsabfälle dieser Netzelemente bei Tonfrequenz werden berechnet und gemessen. Hieraus ergeben sich Berechnungsverfahren für die Einspeisung und Ausbreitung tonfrequenter Steuersignale in städtischen Energieverteilnetzen.*

*L'auteur étudie le comportement de câbles à basse tension, de transformateurs de distribution et de câbles à moyenne tension chargés, ainsi que des transformateurs d'alimentation à haute tension et des alternateurs, en présence de courants à fréquence audible. Il calcule et mesure les chutes de tension de ces éléments de réseau à la tension audible, ce qui lui permet d'établir des procédés de calcul pour l'injection et la transmission de signaux de commande à fréquence audible dans des réseaux municipaux de distribution d'énergie électrique.*

### I. Einleitung

Die Technik der Netzkommandoanlagen hat in letzter Zeit beachtliche Fortschritte gemacht und findet bei den Elektrizitätswerken steigendes Interesse.

An einem zentralen Punkt eines mit einer solchen Steuerung ausgerüsteten Netzes werden durch den

Netzkommandosender tonfrequente Spannungen eingespeist, die sich über das ganze Netz verbreiten sollen. Diese Signale werden von frequenzselektiven Empfängern empfangen, die an Ort und Stelle die gesendeten Steuerbefehle (Tarifumschaltungen, Ein- und Ausschaltung von Heisswasserspeichern, von Strassenbeleuchtung usw.) ausführen. Von der eigentlichen Technik solcher Anlagen soll hier nicht die Rede sein.

<sup>1)</sup> Dieser Aufsatz ist ein Auszug aus einer Originalarbeit, welche in der Hauptbibliothek der ETH aufliegt.

Während bei Telephonieverbindungen und Fernsteuerungen über Draht die verwendeten Leitungen dem Zweck der Signalübertragung angepasst werden können, ist dies bei den Netzkommandoanlagen durchaus nicht der Fall. Das Leitungsnetz für die Befehlsübertragung ist zugleich und in erster Linie Energieverteilnetz und dadurch in seinen Eigenschaften festgelegt. Das Steuersystem ist an die vorhandenen Leitungen anzupassen und nicht umgekehrt.

Wie bei jeder Technik wird auch für die Netzkommandoanlagen ein maximaler Wirkungsgrad angestrebt. Das heisst, eine grösstmögliche Sicherheit in der Befehlsübertragung soll mit kleinster Sendeleistung erreicht werden. Dazu ist die Kenntnis der Netzeigenschaften bezüglich der verwendeten Steuerspannungen unerlässliche Voraussetzung. Die nähere Untersuchung dieser Fragen ist das Ziel dieser Arbeit.

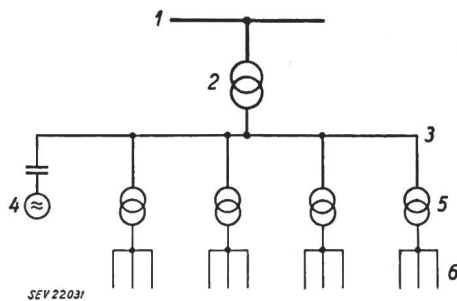


Fig. 1

Ausbau eines Energieverteilnetzes

1 Hochspannungszuführung, 2 Unterstation, 3 Mittelspannungsverteilung, 4 Signalgenerator, 5 Transformatorstation, 6 Niederspannungsverteilung zum Verbraucher

Ein Energieverteilnetz umfasst in der Regel folgende 4 Stufen (Fig. 1):

1. Die Niederspannungsverteilnetze, die unmittelbar die Verbraucher speisen, in der Regel mit Drehstrom 380/220 V.
2. Die Verteiltransformatorstationen, an welche die Niederspannungsquartiernetze angeschlossen sind. Die Leistung pro Station liegt in den Grenzen 50...1000 kVA.
3. Das Mittelspannungsverteilnetz, das seinerseits die Quartiertransformatoren speist. Verkettete Spannungen zwischen 4 und 20 kV herrschen hier vor.
4. Die das Netz speisenden Unterstationen (eine oder mehrere), die an die Hochspannungsfernleitungen zur Energiezuführung unmittelbar angeschlossen sind. Spannungen 30...220 kV.

Für die Einspeisung der Steuersignale bestehen verschiedene Möglichkeiten:

- a) Einspeisung im Niederspannungsverteilnetz.
- b) Einspeisung im Mittelspannungsverteilnetz.

Sie kann in Serie über Speisetransformatoren, die wie Stromwandler im Zuge der Leitungen geschaltet sind, oder aber parallel über an die Leitungen angeschlossene Kondensatoren geschehen. Für die gleichzeitige Erfassung möglichst grosser Netzteile ist die Parallelspeisung im Mittelspannungsnetz am besten geeignet.

Die folgenden Untersuchungen beziehen sich insbesondere auf städtische Netze mit grosser Energiekonzentration. Gerade hierfür ist eine eingehende Untersuchung der Ausbreitungsverhältnisse für die Steuersignale besonders wichtig.

## II. Die Ausbreitung tonfrequenter Steuerspannungen in Niederspannungsverteilnetzen

### 1. Grundgleichungen

Bei Einspeisung der Steuersignale in das Mittelspannungsnetz gelangen diese über den oder die Verteiltransformatoren in das Niederspannungsnetz. Die Niederspannungstransformatoren sind demnach für die Steuersignale als Speisepunkte zu betrachten. Für die Ausbreitung sind nun zwei Faktoren ausschlaggebend:

- a) Die Eingangsimpedanz des Niederspannungsnetzes bei Signalfrequenz, gemessen in der Transformatorstation;
- b) Die Dämpfung oder der Spannungsabfall der Steuerspannungen gemessen vom Speisepunkt bis zum entferntesten Verbraucher.

Die Sendeleistung des Signalgenerators muss so ausgelegt werden, dass bei jedem mit einem Signalempfänger ausgerüsteten Verbraucher mit Sicherheit eine genügend hohe Signalspannung erreicht wird.

In Drehstromverteilnetzen wird eine gleichmässige Verteilung der Signalspannung auf alle 3 Phasen am besten durch Verwendung eines dreiphasigen Signalgenerators sichergestellt.

Es soll nun die Signalspannungsverteilung längs eines Niederspannungskabels unter folgenden vereinfachenden Voraussetzungen untersucht werden<sup>2)</sup>.

- a) Das Kabel sei auf allen 3 Phasen gleichmässig mit rein Ohmschen Verbrauchern belastet.
- b) Der Längswiderstand und die Querkapazität des Kabels seien vernachlässigt.

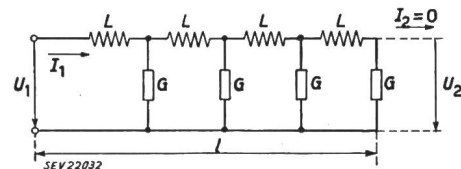


Fig. 2

Ersatzschaltung eines Kabels bei Tonfrequenz

- L Leiterinduktivität in mH/km
- G Ableitungsbelag infolge Belastung in S/km
- l Länge der Leitung in km
- U<sub>1</sub>, I<sub>1</sub> Strom und Spannung am Speisepunkt
- U<sub>2</sub>, I<sub>2</sub> Strom und Spannung am Leitungsende

Dann ergibt sich für das Kabel pro Polleiter die Ersatzschaltung nach Fig. 2. Hieraus folgen unter Verwendung der in der Legende von Fig. 2 erläuterten Symbole die Vierpolgleichungen:

$$\begin{aligned} U_1 &= U_2 \cosh \gamma l + I_2 Z \sinh \gamma l \\ I_1 &= I_2 \cosh \gamma l + \frac{U_2}{Z} \sinh \gamma l \end{aligned} \quad (1)$$

Hierin sind:

$$Z = \sqrt{\frac{j \omega L}{G}} \quad \Omega \quad \text{der Wellenwiderstand}$$

$$\gamma = \sqrt{j \omega L \cdot G} \quad \text{die Fortpflanzungskonstante}$$

Zwischen dem Ableitungsbelag G und der Phasenimpedanz Z<sub>50</sub> des gesamten betrachteten Leitungsstranges bei 50 Hz gilt der Zusammenhang

<sup>2)</sup> Nach einer unveröffentlichten Arbeit von P. Waldvogel.

$$G = \frac{1}{l \cdot Z_{50}} \text{ S/km}$$

Mit der dimensionslosen Grösse

$$p = l \sqrt{\omega L G}$$

und unter Berücksichtigung, dass  $I_2 = 0$  ist, ergibt eine kleine Umformung von Gleichung (1):

$$\frac{U_2}{U_1} = \ddot{u} = \frac{1}{\cosh \sqrt{j p}}$$

$$\frac{Z_1}{Z_{50}} = \bar{k}_Z = \sqrt{j p} \operatorname{ctgh} \sqrt{j p} = k_Z e^{j \varphi_{k_Z}} \quad (2)$$

Darin ist  $Z_1$  die Eingangsimpedanz der Leitung in  $\Omega$ .  $\bar{k}_Z$  ist also ein dimensionsloser Vektor, der das Verhältnis der Leitungsimpedanzen bei Signalfrequenz und 50 Hz zueinander angibt.

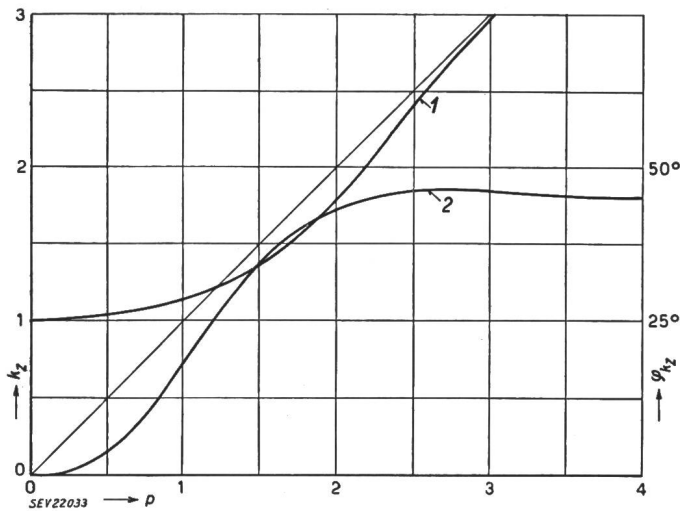


Fig. 3

Eingangsimpedanz  $Z_1$  einer belasteten Niederspannungsleitung bei Tonfrequenz, bezogen auf die Leitungsimpedanz  $Z_{50}$  bei 50 Hz

- 1 Absolutwert  $k_Z = \frac{Z_1}{Z_{50}}$
- 2 Phasenlage  $\varphi_{k_Z}$
- $p = l \sqrt{\omega L G}$  Parameter

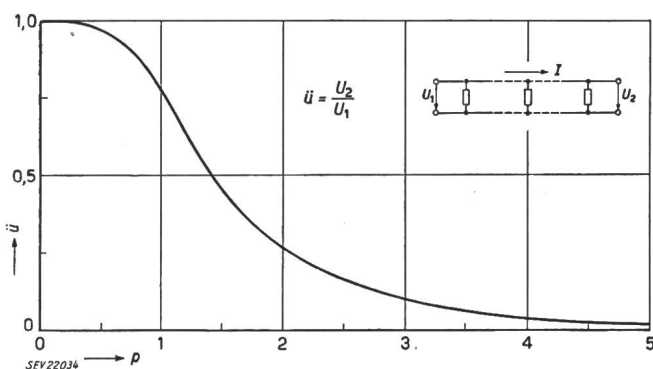


Fig. 4

Spannungsübersetzung  $\ddot{u}$  einer Leitung zwischen Ende und Anfang

$$p = l \sqrt{\omega L G} \text{ Parameter}$$

Die Grössen  $\ddot{u}$  und  $k_Z$  gestatten die Berechnung von Kabelleitungen und sind in Fig. 3 und 4 in Funktion von  $p$  graphisch dargestellt. Durch ihren Parameter  $p$  ist jede Leitung hinsichtlich der Ausbreitung

von Tonfrequenzsignalen eindeutig gekennzeichnet. Wie die Kurven zeigen, sind für Werte  $p \leq 1$  die Leitungsverhältnisse von denen bei 50 Hz nicht wesentlich verschieden. Insbesondere tritt noch kein wesentlicher Spannungsabfall längs der Leitung auf. Die einzige frei wählbare Bestimmungsgrösse von  $p$  ist die Signalfrequenz  $f$  ( $\omega = 2 \pi f$ ). Alle anderen Faktoren sind durch die Starkstrombelastung und die Daten der Leitung selbst festgelegt. Für günstige Ausbreitungsverhältnisse ergibt sich demnach eine obere Frequenzgrenze zu

$$\omega_{max} = \frac{1}{l^2 L G} \quad (3)$$

die somit um so tiefer liegt, je länger die Leitung, je grösser ihre Induktivität und je grösser ihre Belastung ist. Da Freileitungen im Mittel eine dreibis viermal höhere Induktivität als Kabel haben, ist dort bei gleicher Belastung pro km Leitungslänge und gleicher Signalfrequenz der Spannungsabfall entsprechend höher als bei Kabelleitungen.

### 2. Leitungskenngrössen

Die Leitungskenngrössen sollen im folgenden für symmetrische und gleichmässig belastete Drehstromkabel zusammengestellt werden.

#### a) Der Ableitungsbelag $G$ pro Phase

Für die in ein Kabel am Speisepunkt hineingehende Niederfrequenzleistung  $P$  gilt bei Ohmscher Belastung:

$$P = 3 U_{ph}^2 G l \cdot 10^{-3} \text{ kW} \quad (4)$$

$$G = \frac{10^3 P}{l \cdot 3 U_{ph}^2} \text{ S/km}$$

#### b) Die Kapazität $C$ pro Phase

Hiefür folgt unter Verwendung der in Fig. 5 verwendeten Bezeichnungen:

$$C = \frac{\epsilon}{9 \ln \left[ \frac{12 r^2 (R^2 - r^2)^3}{d^2 (R^6 - r^6)} \right]} \mu\text{F/km} \quad (5)$$

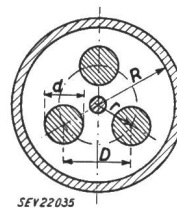


Fig. 5

Symmetrisches Drehstromkabel mit Bleimantel und Nulleiter

#### c) Der Leitungswiderstand $R$ pro Phase

Unter Berücksichtigung des Skinneffektes gilt angenähert:

$$R_{\sim} \approx R_{\sim} \cdot \frac{1}{4} \left( \frac{d}{s} + 1 \right) \Omega$$

$$s = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10^9 \cdot \rho}{f}} \text{ cm} \quad (6)$$

wobei

- $d$  Leiterdurchmesser in cm
- $f$  Frequenz in Hz
- $\rho$  spezifischer Widerstand in  $\Omega\text{cm}$
- $s$  Eindringtiefe des Stromes in cm

Die Eindringtiefe  $s$  liegt im Frequenzbereich 500...5000 Hz zwischen 0,3 und 0,1 cm.

d) Die Leitungsinduktivität  $L$  pro Phase

Die Leitungsinduktivität  $L$  pro Phase beträgt:

$$L = 0,2 \left( \ln \frac{2D}{d} + \frac{1}{4} \right) \text{ mH/km} \quad (7)$$

3. Messungen

An einem Beispiel sollen hier die eingangs gemachten Überlegungen nachgeprüft werden. Ein untersuchtes Kabel hatte folgende Daten:

Querschnitt	$q = 150 \text{ mm}^2$
Länge	$l = 450 \text{ m}$
Belastung	$P = 65 \text{ kW}$ bei 380/220 V
Impedanz pro Phase bei 50 Hz	$Z_{50} = 4 \Omega$
Induktivität	$L = 0,33 \text{ mH/km}$ , $\omega L = 5 \Omega/\text{km}$ bei 2400 Hz
Widerstand	$R_{\sim} = 0,36 \Omega/\text{km}$ bei 2400 Hz
	$R_{\sim} = 0,51 \Omega/\text{km}$ bei 4800 Hz
Kapazität	$C = 0,48 \mu\text{F/km}$ , $\omega C = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ S/km}$ bei 2400 Hz
Ableitungsbelag	$G = 1 \text{ S/km}$

Die Werte von  $L$ ,  $R_{\sim}$ ,  $C$  und  $G$  sind gerechnet. Aus dem Vergleich von  $\omega L$  mit  $R_{\sim}$  bzw.  $\omega C$  mit  $G$  folgt zunächst, dass die Vernachlässigung von  $R_{\sim}$  und  $C$  im betrachteten Frequenzbereich zulässig war.

Aus den obigen Angaben folgen bei 2400 Hz und 4800 Hz die Übertragungsgrößen nach Tabelle I.

Daten eines Niederspannungskabels Tabelle I

Frequenz $f$	2400 Hz	4800 Hz
Spannungsverhältnis $\ddot{u}$	0,91	0,8
Impedanzfaktor $k_Z$	1,06	1,26
Phasenwinkel $\varphi_{kZ}$	170°	30°
Eingangsimpedanz $Z_1$	4,3 $\Omega$	5 $\Omega$

Gemessen wurden folgende Signal-Spannungen zwischen Phasen- und Nulleiter:

Am Leitungsanfang (in der Transformatorstation):	3,9 V bzw. 2 V.
Am Leitungsende	3,6 V bzw. 1,5 V.

Daraus ergeben sich die Spannungsverhältnisse  $\ddot{u} = 0,92$  bzw. 0,75 bei 2,4 und 4,8 kHz, welche mit der Rechnung gut übereinstimmen.

Die Eingangsimpedanz des Kabels wurde zu 6  $\Omega$  bzw. 8  $\Omega$  gemessen. Andere Untersuchungen ergaben ebenfalls höhere gemessene als gerechnete Impedanzwerte. Dies lässt darauf schliessen, dass der Ableitungsbelag  $G$ , d. h. die Netzbelastung im allgemeinen eine in der Rechnung nicht berücksichtigte Serieinduktivität enthält.

Die resultierende Belastungsimpedanz eines Stationstransformators errechnet sich aus der Parallelschaltung aller von der sekundären Sammelschiene abgehenden Leitungsstränge.

Messungen bei sehr schwacher Netzbelastung haben erwartungsgemäss gezeigt, dass dann die Vernachlässigung der Leitungskapazität nicht zulässig ist. Es treten dann längs der Leitung keine Spannungsabfälle, sondern Spannungserhöhungen auf, entsprechend der Beziehung für leerlaufende Leitungen.

$$\frac{U_2}{U_1} = \ddot{u} = \frac{1}{\cos \omega l \sqrt{LC}}$$

Da für die Netzberechnung jedoch immer der grösste im Betriebe auftretende Spannungsabfall entscheidend ist, sei auf den Leerlauf des Netzes nicht weiter eingegangen.

III. Das Verhalten von Starkstromtransformatoren bei Tonfrequenz

1. Grundgleichungen der Verteiltransformatoren

Gemäss Fig. 1 muss die Signalspannung über die Verteiltransformatoren vom Mittel- in das Niederspannungsnetz übertragen werden. Gleichzeitig stellen aber die das Mittelspannungsnetz speisenden Transformatoren oder Generatoren für die Tonfrequenzsignale zusätzliche Belastungsimpedanzen dar, über welche Signalenergie in unerwünschter Weise abfliesst. Beide Seiten sind gesondert zu betrachten.

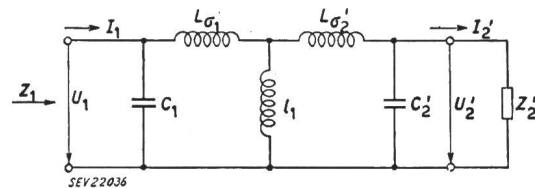


Fig. 6

Einphasiges Ersatzschema eines Transformators bei Tonfrequenz

- $U_1, I_1, U_2', I_2'$  Ströme und Spannungen bezogen auf die primäre Windungszahl  $N_1$
- $L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}'$  Streuinduktivitäten bezogen auf  $N_1$
- $l_1$  primäre Magnetisierungsinduktivität
- $C_1, C_2'$  Spulenkapazitäten, bezogen auf  $N_1$
- $Z_2' = U_2'/I_2'$  Belastungsimpedanz, bezogen auf  $N_1$
- $Z_1 = U_1/I_1$  Eingangsimpedanz, bezogen auf  $N_1$

Im Tonfrequenzbereich ist zu erwarten, dass mit Ohmscher Last arbeitende Transformatoren sich grundsätzlich gleich wie bei 50 Hz verhalten. Der Einfluss des Streuspannungsabfalles wird jedoch viel grösser und der Einfluss des Magnetisierungsstromes kleiner sein als bei 50 Hz. Fig. 6 zeigt das Ersatzschema, wobei die primären und sekundären Spulenkapazitäten als zu den Klemmen parallel geschaltet angenommen wurden. Die Ohmschen Spulenwiderstände sind vernachlässigt. In erster Näherung darf mit den Streuinduktivitäten  $L_{\sigma 1}$  und  $L_{\sigma 2}'$  allein gerechnet werden. Für die Kurzschlussimpedanz pro Phase ist:

$$X_{kf} = 2 \pi f (L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2}') \Omega$$

Andererseits folgt aus der primären verketteten Spannung  $U_{1v}$ , der Nennleistung  $P_n$  und der relativen Kurzschlussspannung  $\epsilon_{k50}$  (%) für die Kurzschlussreaktanz  $X_{k50}$  bei 50 Hz angenähert:

$$X_{k50} = \frac{\epsilon_{k50}}{100} \cdot Z_{250}' \quad \% \quad (8)$$

$$Z_{250}' = \frac{3 U_{1ph}^2}{P_n} = \frac{U_{1v}^2}{P_n} \Omega$$

$Z_{250}'$  ist hierin die auf die primären Klemmen reduzierte Nennbelastungsimpedanz des Transformators bei 50 Hz. Bei Tonfrequenz  $f$  in kHz ergibt sich:

$$X_{kf} = X_{k50} \frac{f \cdot 10^3}{50} \Omega \quad (8a)$$

Fig. 7 zeigt das Vektorbild der Impedanzen eines Transformators, wenn Spulenwiderstand und Magnetisierungsstrom vernachlässigt sind. Bei Berücksichtigung der Gleichungen (8) sowie der folgenden Zusammenhänge gemäss Fig. 3

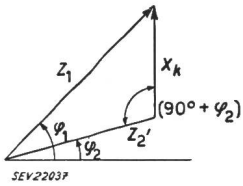


Fig. 7  
Impedanzverhältnisse eines Transformators bei Tonfrequenz (Bezeichnungen siehe im Text)

$$Z_{2f}' = Z_{250}' \cdot kz \text{ und } \varphi_2 = \varphi_{kz}$$

folgt schliesslich mit einer kleinen Umformung aus Fig. 7 ( $f$  in kHz und  $\epsilon_{k50}$  in %):

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{U_1}{U_2'} = \frac{1}{\ddot{u}_T'} = \sqrt{1 + \frac{1}{25} \left( \frac{f \cdot \epsilon_{k50}}{kz} \right)^2 + 0,4 \frac{f \cdot \epsilon_{k50}}{kz} \sin \varphi_{kz}} \quad (9)$$

$\ddot{u}_T'$  ist darin das auf die primären Klemmen bezogene Spannungsverhältnis des Transformators bei Nennbelastung.

Für den Phasenwinkel  $\varphi_1$  der Eingangsimpedanz  $Z_1$  eines Transformators folgt aus Fig. 7 ( $f$  in kHz und  $\epsilon_{k50}$  in %):

$$\text{tg } \varphi_1 = \text{tg } \varphi_2 + \frac{X_{kf}}{Z_2' \cos \varphi_2} = \text{tg } \varphi_{kz} + \frac{f \epsilon_{k50}}{5 kz \cos \varphi_{kz}} \quad (10)$$

In den Fig. 8 und 9 sind  $\ddot{u}_T'$  und  $\text{tg } \varphi_1$  als Funktionen des Produktes  $\epsilon_{k50} \cdot f$  mit der Kennzahl  $p$  des

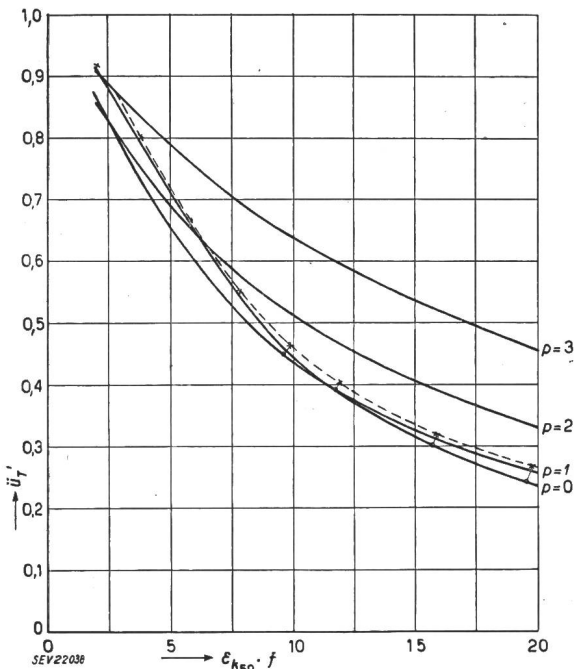


Fig. 8  
Spannungsverhältnis  $\ddot{u}_T' = U_s'/U_1$  eines Transformators in Funktion der Frequenz  $f$  in kHz und der relativen Kurzschluss-Spannung  $\epsilon_{k50}$  bei 50 Hz in %

Parameter:  $p = l \sqrt{\omega LG}$  des Sekundärkreises  
x - - - x an einem Transformator mit Ohmscher Belastung,  $p = 0$ , gemessene Werte

Sekundärkreises gemäss Gleichung (2) als Parameter dargestellt. Für Werte von  $p \leq 1$ , d. h. günstige sekundäre Ausbreitungsverhältnisse sind  $\ddot{u}_T'$  und  $\varphi_1$  praktisch unabhängig von  $p$ . Mit steigendem Wert von  $\epsilon_{k50} \cdot f$  sinkt  $\ddot{u}_T'$ , d. h. der Spannungsabfall des Transformators steigt und die Phasenlage  $\varphi_1$  nähert sich immer mehr dem rein induktiven Betrieb.

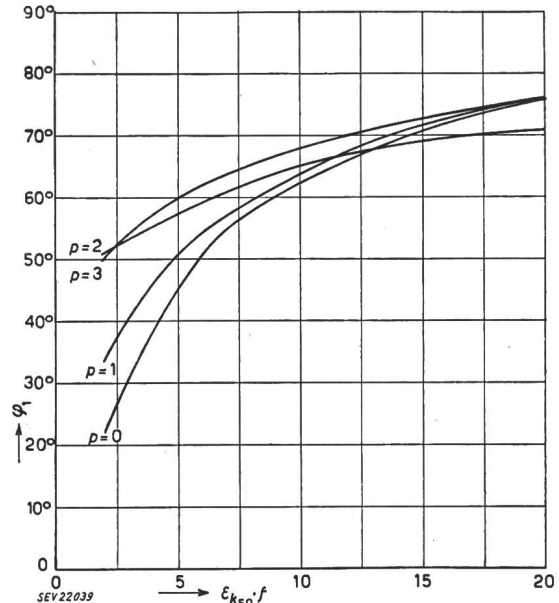


Fig. 9  
Phasenwinkel  $\varphi_1$  der Eingangsimpedanz  $Z_1$  eines Transformators in Funktion der Frequenz  $f$  in kHz und der relativen Kurzschluss-Spannung  $\epsilon_{k50}$  bei 50 Hz in %

Parameter:  $p = l \sqrt{\omega LG}$  des Sekundärkreises

Bei gegenüber dem Nennwert nicht voll belasteten Transformatoren sinken die Spannungsabfälle auch bei Tonfrequenz entsprechend und können durch Einsetzen von mit der Leistung proportional reduzierten Werten von  $\epsilon_{k50} \cdot f$  den Fig. 8 und 9 entnommen werden.

## 2. Das Mittelspannungsnetz speisende Transformatoren und Generatoren

Die Oberspannungswicklung eines solchen Transformators ist meistens an eine längere Hochspannungsleitung angeschlossen. Diese hat für die Tonfrequenzspannungen angenähert den Wellenwiderstand  $600 \Omega$  als an den Transformator клемmen messbare Impedanz. Die Streureaktanz der Transformatoren ist bei Tonfrequenz zum mindesten in der gleichen Grössenordnung. So hat z. B. ein Transformator von 10000 kVA und 10 % Kurzschluss-Spannung für 50 kV bei 1000 Hz eine auf die Oberspannungsseite bezogene Streureaktanz von  $X_{kf} = 500 \Omega$  gemäss Gleichung (8). Bei höheren Oberspannungen wird  $X_{kf}$  noch wesentlich grösser. In erster Näherung können die Speisetransformatoren als für die Tonfrequenzsignale auf der Oberspannungsseite kurzgeschlossen betrachtet werden. Die Reaktanz  $X_{kf}$  nach Gleichung (8) ist dann als Tonfrequenzbelastung durch den Transformator einzusetzen.

Direkt in das Mittelspannungsnetz speisende Generatoren verhalten sich ähnlich und haben einen

durch die prozentuale Streuspannung  $\varepsilon_{\sigma 50}$  bei 50 Hz bestimmten induktiven Innenwiderstand, wobei in Gleichung (8)  $\varepsilon_{\sigma 50}$  statt  $\varepsilon_{k 50}$  einzusetzen ist.

**IV. Die Ausbreitungserscheinungen in Mittelspannungsverteilnetzen**

*1. Grundgleichungen*

In einem Mittelspannungsnetz herrschen prinzipiell andere Verhältnisse als in einem Niederspannungsnetz mit gleichmässig verteilten Verbrauchern. Die Netzbelastung besteht aus an einzelnen Punkten angeschlossenen Transformatoren, deren Eingangsimpedanz eine starke induktive Komponente enthält. Die 50-Hz-Speisepunkte des Netzes bilden für die Tonfrequenz ebenfalls Belastungsimpedanzen, über welche Signalenergie abfließt. Auch diese sind vorwiegend induktiv.

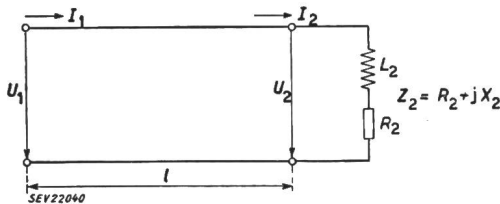


Fig. 10  
Einphasiges Ersatzschema einer mit einem Transformator belasteten Mittelspannungsleitung (Bezeichnungen siehe im Text)

Durchgeführte Berechnungen haben gezeigt, dass sowohl der Längswiderstand  $R$  als auch der Ableitungselag  $G$  der Mittelspannungsleitungen bzw. -Kabel vernachlässigt werden dürfen. Damit gelangt man zum einphasigen Ersatzschema Fig. 10 einer auf einen Transformator belasteten Leitung, für welche allgemein gilt:

$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = Z_2 \frac{1 + \frac{Z}{Z_2} \operatorname{tgh} \gamma l}{1 + \frac{Z_2}{Z} \operatorname{tgh} \gamma l} \quad \Omega$$

$$\ddot{u} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\cosh \gamma l \left( 1 + \frac{Z}{Z_2} \operatorname{tgh} \gamma l \right)}$$

wobei

$Z_1$  Eingangsimpedanz

$Z_2 = R_2 + j X_2$  Abschlussimpedanz

$\ddot{u}$  Spannungsverhältnis  $\frac{U_2}{U_1}$

$Z = \sqrt{\frac{L}{C}}$  Wellenwiderstand

$\gamma = j \cdot 2 \pi f \sqrt{L C}$  Fortpflanzungskonstante

In einem städtischen Netz sind die Verteiltransformatoren meistens nicht mehr als 1...2 km voneinander entfernt. Längere Leitungen mit mehreren längs der Leitung angeschlossenen Transformatoren können vom Leitungsende aus stückweise berechnet werden. Jedes Leitungsstück wird dabei mit der Parallelschaltung der Transformatorenstation und

der Eingangsimpedanz der nachfolgenden Leitung belastet. Die Länge der Teilstücke ist kurz gegenüber der Wellenlänge der Tonfrequenzsignale, welche auf Freileitungen in der Grössenordnung von 60...600 km, auf Kabeln zwischen 40 und 400 km liegen. Somit kann man näherungsweise setzen:

$$\operatorname{tgh} j \omega \sqrt{L C} \cdot l = j \operatorname{tg} \omega \sqrt{L C} \cdot l \approx j \omega \sqrt{L C} \cdot l$$

$$\cosh j \omega \sqrt{L C} \cdot l = \cos \omega \sqrt{L C} \cdot l \approx 1$$

Mit einer kleinen Umformung folgt aus Gleichung (11):

$$Z_1 \approx \frac{R_2 + j (X_2 + \omega L l)}{(1 - \omega^2 L_2 C l) + j R_2 \omega C l} \quad (12)$$

$$\ddot{u} \approx \frac{R_2 + j X_2}{R_2 + j (X_2 + \omega L l)}$$

$C$  und  $L$  sind die Leitungsinduktivität und -kapazität pro km und Phase.

Die Gleichungen (11) und (12) gestatten folgende Schlussfolgerungen:

Bei Freileitungen mit kleiner Kapazität oder bei kurzen Kabelstücken mit relativ hoher Belastung ist der Nenner der Gleichung für  $Z_1 \approx 1$ , und die Leitung verhält sich bezüglich Eingangsimpedanz wie eine dem Transformator vorgeschaltete Drosselspule. Je niedriger die gewählte Frequenz, desto eindeutiger ist dieses Verhalten.

Auf den Spannungsabfall hat bei kurzen Leitungen nur die Induktivität einen Einfluss. Der Abfall ist um so grösser, je grösser die angeschlossene Leistung und je länger die Leitung ist. Bei Freileitungen ist er höher als bei Kabeln.

Ist andererseits  $\omega^2 L_2 C l = 1$ , so besteht eine Parallelresonanz zwischen der Kabelkapazität und der Eingangsinduktivität des Transformators. Sie tritt für umso kleinere Leitungslängen auf, je niedriger die Nennleistung des angeschlossenen Transformators und je höher die Frequenz ist. Praktisch wird man danach trachten, immer eindeutig unterhalb der Resonanz zu bleiben, da sonst unübersichtliche Verhältnisse auftreten.

Bei Resonanz ist

$$Z_1 = \frac{1}{j \omega C l} + \frac{L_2 + l l}{R_2 C l}$$

und verhält sich wie die Serieschaltung der Leitungskapazität mit einem grossen Widerstand.

**2. Berechnungen und Messungen an einem Beispiel**

**a) Berechnungen über belastete Kabel**

Es handelt sich um ein städtisches Drehstromkabelnetz mit 6 kV Mittelspannung und Verteiltransformatoren von  $\varepsilon_{k 50} = 5 \%$  Kurzschlußspannung bei einer installierten Transformatorenleistung von insgesamt 41 MVA. Die Untersuchungen wurden mit einer Signalfrequenz von 2400 Hz durchgeführt.

Für die Kabel wurden nach den Gleichungen (5)...(7) die charakteristischen Daten pro Phase nach Tabelle II errechnet.

Daten von Mittelspannungskabeln 6 kV

Kabelquerschnitt mm <sup>2</sup>	R <sub>~</sub> Ω/km	L mH/km	C μF/km	Z Ω	γ km <sup>-1</sup>	λ km
240	0,24	0,23	0,39	25	0,14	45
100	0,38	0,25	0,31	29	0,13	48
60	0,51	0,27	0,27	32	0,13	49

Die Tabelle zeigt, dass der Leitungswiderstand  $R_{\sim} \approx 0,4 \Omega/\text{km}$  gegenüber der Leitungsreaktanz  $\omega L \approx 4 \Omega/\text{km}$  klein ist. Leitungslängen bis zu 2 km entsprechen einem elektrischen Winkel von maximal  $\gamma l = 15^\circ$ , für welchen die getroffenen Annahmen  $\cos \gamma l = 1$  und  $\text{tg } \gamma l = \gamma l$  zulässig sind, insbesondere wenn man berücksichtigt, dass eine solche Untersuchung angesichts der vielfältigen tatsächlichen Verhältnisse immer nur eine Näherungslösung bringen kann.

Bei 2400 Hz ist das Produkt  $\epsilon_{k50} \cdot f = 12$ . Somit hat die Eingangsimpedanz der Transformatoren bei voller Belastung gemäss Kurvenblatt Fig. 10 einen Phasenwinkel von ca.  $\varphi = 68^\circ$ . Für den Eingangswiderstand des Transformators erhalten wir  $R_2 = X_2 \cdot \text{ctg } \varphi = 0,4 X_2$ . Mit diesem Wert wurden aus den Gleichungen (8), (11) und (12) die Kurven der Fig. 11 berechnet.

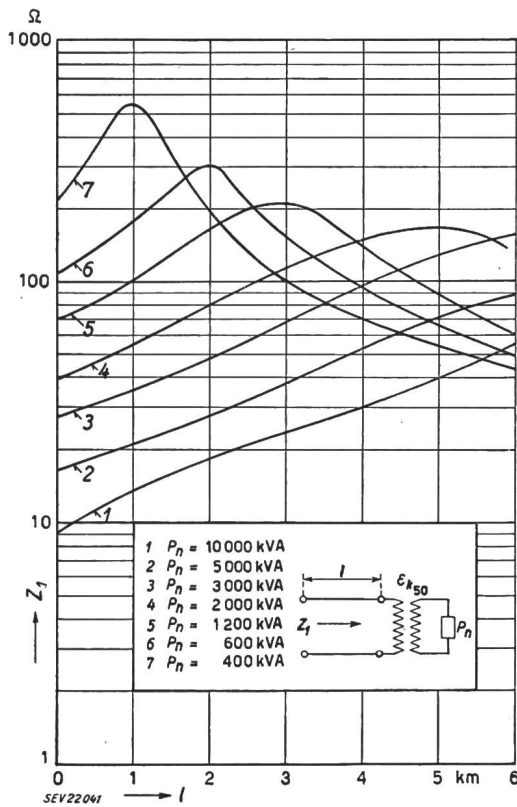


Fig. 11

Tonfrequenzausbreitung auf einem 6-kV-Drehstromkabelnetz  
Eingangsimpedanz pro Phase  $Z_1$  in Funktion der Leitungslänge  $l$  bei Vollast  
Parameter: Transformatorenleistung  $P_n$   
Frequenz  $f = 2400$  Hz

Diese zeigen die Eingangsimpedanz  $Z_1$  einer mit einem voll belasteten Transformator abgeschlossenen Leitung in Funktion der Leitungslänge  $l$  mit der Nennleistung  $P_n$  des Transformators als Parameter. Die Maxima entsprechen der Parallelresonanz zwi-

schen Leitung und Transformator. Links von ihnen ist die Eingangsimpedanz  $Z_1$  der Leitung induktiv, rechts kapazitiv.

Die Fig. 12 zeigt das Verhältnis der Spannungen  $\ddot{u} = U_2/U_1$  am Ende und Anfang der betrachteten Leitung. Charakteristisch ist der Spannungsanstieg an der leerlaufenden bzw. schwach belasteten und

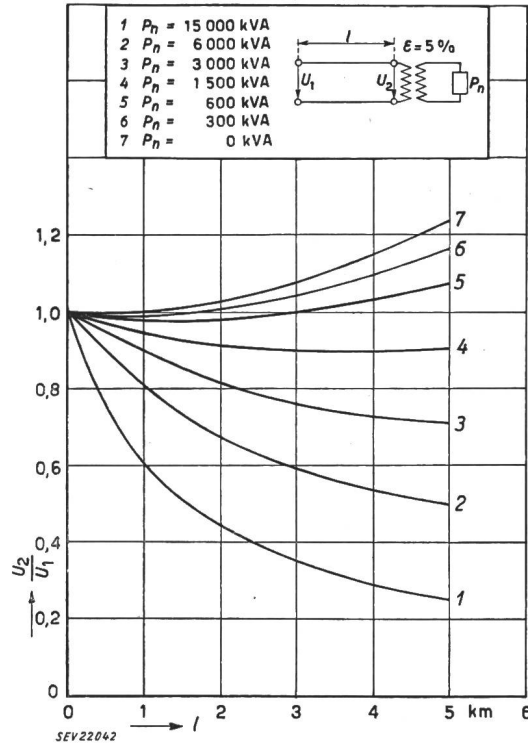


Fig. 12

Tonfrequenzausbreitung auf einem 6-kV-Drehstromkabelnetz  
Spannungsverhältnis  $U_2/U_1$  in Funktion der Kabellänge  $l$  bei Vollast  
Parameter: Nennleistung  $P_n$  des Transformators am Ende der Leitung  
Frequenz  $f = 2400$  Hz

der Spannungsabfall an der stark belasteten Leitung. Bei leerlaufender Leitung darf nicht mit der Näherungsformel (12) für  $\ddot{u}$  gerechnet werden; diese erfasst auftretende Spannungserhöhungen nicht. Hierfür gilt nach Gleichung (11):

$$\ddot{u}_0 = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{1}{\cos \omega \sqrt{LC} l} \quad (13)$$

b) Berechnung eines Netzes

In Fig. 13 ist das untersuchte Netz schematisch dargestellt. Während der Messungen im Netz war dieses mit ca. 50 % der installierten Transformatorenleistung belastet, welcher Fall deshalb der Rechnung zu Grunde gelegt wurde. Gleichmässige Verteilung der Belastung wurde angenommen. An die Unterstation B, C und D sind Verteiltransformatoren von insgesamt je 12, 7,5 und 16 MVA über relativ kurze Kabelstrecken angeschlossen. Für die Rechnung wurde zur Vereinfachung angenommen, dass die Transformatoren in den Unterstationen selbst konzentriert seien. Die Belastung in der Station A besteht nur aus direkt an der Sammelschiene liegenden Elektrokesseln mit insgesamt



6 MW installierter Leistung. In den Punkten *A* und *C* wird das Netz über Transformatoren bzw. Generatoren gespeist. Der Signalgenerator 2400 Hz war in der Unterstation *D* aufgestellt.

Zur Berechnung der Netzimpedanz bei 2400 Hz in *D* wurde von *A* ausgehend die Impedanz schrittweise berechnet.

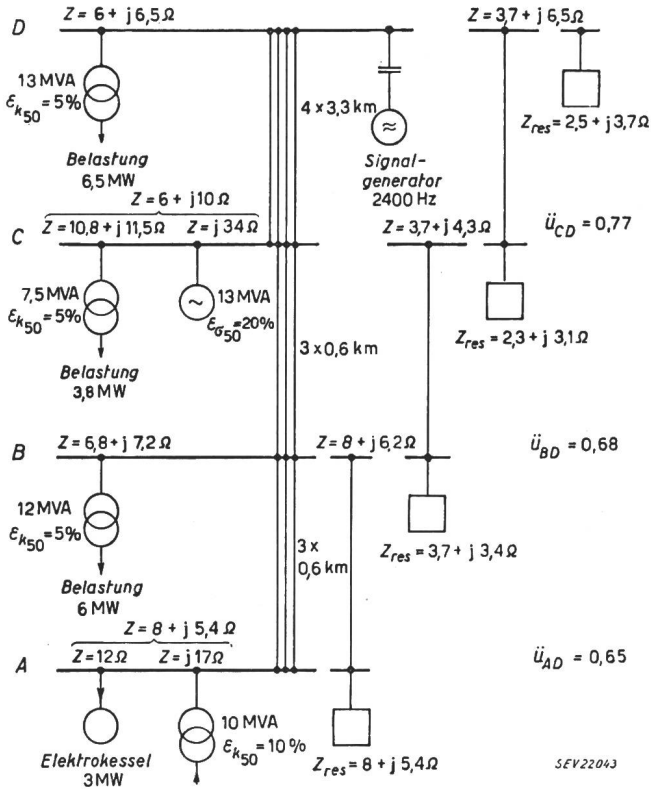


Fig. 13

Ermittlung der Eingangsimpedanz *Z* und des Spannungsverhältnisses  $\ddot{u}$  in einem städtischen 6-kV-Kabelnetz

Aus den Gleichungen (8) und (8a) folgt für die Reaktanz der Transformatoren bei 6 kV Netzspannung und 2,4 kHz Signalfrequenz:

$$X_{kf} = \frac{200 \cdot 36 \cdot 2,4 \cdot \epsilon_{k50}}{P_n} = \frac{17300 \cdot \epsilon_{k50}}{P_n} = X$$

Für die Berechnung der Wirkkomponente *R* der oberspannungsseitigen Eingangsimpedanz der Transformatoren wurde Ohmsche Belastung auf der Sekundärseite, also  $p = 1$ , angenommen. Damit folgt aus Fig. 7 und den Gleichungen (8) und (9):

$$R = \frac{5}{f \epsilon_{k50}} \cdot \frac{1}{b} \cdot X_{kf} = \frac{0,47 X_{kf}}{b}$$

worin *b* den Belastungsgrad, d. h. das Verhältnis von vorhandener Last zu Nennlast, bedeutet.

Für die Belastungsimpedanzen in der Station *A* ergeben sich folgende Werte mit den Daten der Fig. 13:

Belastung: 3 MW reine Wirklast.

$$R = \frac{U_{pk}^2}{P/3} = \frac{U_v^2}{P} = \frac{(6 \cdot 10^3)^2}{3 \cdot 10^6} = 12 \Omega$$

Speisung: 10 MVA,  $\epsilon_{k50} = 10 \%$

$$X = \frac{17300 \cdot 10}{10000} \approx 17 \Omega$$

Die Parallelschaltung beider Impedanzen ergibt:

$$Z = 8 + j 5,4 \Omega$$

Für das Kabel werden die mittleren Daten der Tabelle II angenommen:

$$L = 0,25 \text{ mH/km}; \quad C = 0,31 \mu\text{F/km}$$

Damit ist bei 2400 Hz:

$$\omega L = 3,8 \Omega/\text{km}; \quad \omega C = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ S/km}$$

Die Stationen *A* und *B* sind durch 3 parallele Kabel von 0,6 km Länge miteinander verbunden. Somit ist die Belastung pro Kabel:

$$Z_2 = 24 + j 16,2 \Omega$$

Für die Transponierung von *A* und *B* folgt hiemit aus Gleichung (12):

$$Z_1 \approx 24 + j 18,5 \Omega$$

Insgesamt ist für die Parallelschaltung der 3 Kabel in der Station *B*

$$Z_1 = 8 + j 6,2 \Omega$$

In ähnlicher Weise wird nun die resultierende Impedanz der Station *B* aus der Parallelschaltung der dortigen Belastung von 12 MVA, 6 MW, mit der Eingangsimpedanz des Kabels nach *A* berechnet und diese dann nach der Station *C* transponiert.

Für die Berechnung der Belastung der Station *D* durch die Station *C* über 4 parallele Kabelleitungen von 3,3 km Länge wurde wegen der grösseren Distanz die exakte Gleichung (11) an Stelle der Näherung (12) eingesetzt. Somit erhalten wir schliesslich die resultierende Belastungsimpedanz des Signalgenerators in der Station *D* zu

$$Z_{res} = 2,5 + j 3,7 \Omega = 4,5 \Omega \cdot e^{j 56^\circ}$$

Für die Spannungsverhältnisse  $\ddot{u}$  folgt mit Gleichung (12) aus Fig. 13:

$$\ddot{u}_{AB} = \sqrt{\frac{8^2 + 5,4^2}{8^2 + 6,2^2}} = 0,95$$

$$\ddot{u}_{AD} = \ddot{u}_{AB} \cdot \ddot{u}_{BC} \cdot \ddot{u}_{CD} = 0,65$$

Bei kleinen Werten des Parameters *p* der Niederspannungskabel ergibt sich aus Gleichung (9) für das Signalspannungsverhältnis  $\ddot{u}'$  über die Verteiltransformatoren:

$$\ddot{u}' = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{(2,4 \cdot 5 \cdot 0,5)^2}{25}}} = 0,64$$

Für  $p = 1$  ist das Signalspannungsverhältnis  $\ddot{u}_N$  zwischen Ende und Anfang eines Niederspannungskabels nach Fig. 4.

$$\ddot{u}_N = 0,8$$

Vom Signalgenerator bis zum letzten Verbraucher am Ende eines Niederspannungskabels ergäbe sich somit:

$$\underline{\ddot{u}_{res}} = \underline{\ddot{u}_{AD}} \cdot \underline{\ddot{u}_{T'}} \cdot \underline{\ddot{u}_N} = 0,65 \cdot 0,64 \cdot 0,8 = 0,34$$

was bedeutet, dass die Empfangsspannung bis zu 34 % der auf die Niederspannungsseite bezogenen Sendespannung sinkt.

c) Messergebnisse

Das untersuchte Netz wurde in der Station D mit einer Signalspannungsmaschine von 4 kVA Leistung und 2400 Hz über einen Serieresonanzkreis gespeist.

Die Netzimpedanz ergab sich aus Strom- und Spannungsmessungen am Netz, an der Maschine und über den Koppelkreis zu

$$Z_{res} = 4,9 \Omega \cdot e^{j14^\circ}$$

Sie liegt also durchaus in der durch die Rechnung ermittelten Grössenordnung. Der Phasenfehler ist vermutlich auf die Annahme der Konzentration der Verteiltransformatoren in den wichtigsten Unterstationen zurückzuführen.

Die bei maximaler Netzbelastung von 20 MW ( $b = 0,5$ ) an verschiedenen Orten gemessenen Empfangsspannungen pro Phase lagen zwischen 1 % und 2,5 % der verketteten Sendespannung. Die dem Übersetzungsverhältnis der Transformatoren 6000/220 V entsprechende ungedämpfte Empfangsspannung ist 3,6 %. Mithin wurden Spannungsverhältnisse  $\ddot{u}_{res}$  zwischen 0,28 und 0,69 konstatiert. Auch dies liegt in der Grössenordnung nach der Rechnung. Die Maxima der Netzbelastung traten jeweils in den Zeiten von 11.30...12.15, in der Kochspitze, und 21.30...22.30 Uhr während der Überlappung von Licht- und Heisswasserspeicherbelastung auf. Zwischen 14.00 und 15.00 Uhr hingegen sinkt die Netzlast bis auf 10 MW ( $b = 0,25$ ). Entsprechend stiegen die Signalspannungen auf 1,8...6,8 % Sendespannung ( $\ddot{u}_{res} = 0,5...1,9$ ). Es traten also an verschiedenen Orten, insbesondere in grösserer Entfernung vom Sender, Spannungserhöhungen auf. Fig. 14 zeigt einen Registrierstreifen der Signalempfangsspannung, aufgenommen an einem Messpunkt über 4,8 km 6-kV-Kabel und 0,3 km 380/220-kV-Kabel.

V. Schlussfolgerungen

Die einzelnen Teile eines städtischen Energieverteilnetzes, nämlich Niederspannungsnetz, Verteiltransformatoren und Mittelspannungsnetz wurden einzeln betrachtet und für jede das Verhalten bezüglich Impedanz und Spannungsabfall für Tonfrequenzsignale getrennt ermittelt. Jeder Netzteil zeigte gesonderte spezifische Eigenschaften, die die

Anwendung relativ einfacher Näherungslösungen gestatteten. Aus den so gewonnenen Elementen konnte das Netzgebilde bei Tonfrequenz zusammengesetzt und dessen Verhalten als Ganzes untersucht werden. Die Ergebnisse der Rechnung wurden durch

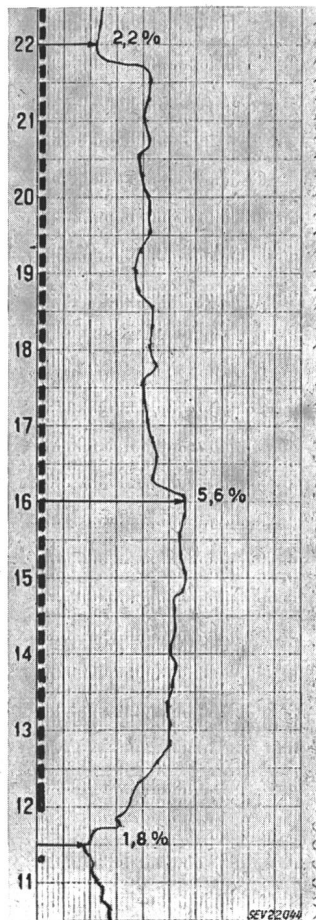


Fig. 14  
 Signalspannungsverlauf im 380/220-V-Netz  
 Entfernung vom Sender: 4,8 km (6-kV-Kabel) + 0,3 km (380/220-V-Kabel)

Messungen überprüft und bestätigt gefunden. Es zeigte sich also, dass das Verhalten von Starkstromnetzen bei Tonfrequenz rechnerisch erfasst werden kann. Im betrachteten Frequenzbereich von 500...5000 Hz ist in erster Linie mit gegenüber 50 Hz entsprechend erhöhten induktiven Spannungsabfällen zu rechnen. Leitungs- und Transformatorkapazitäten haben einen wesentlich kleineren Einfluss.

Adresse des Autors:  
 Dr. Alexander Goldstein, Dipl. El. Ing. ETH, Trottenstrasse 3, Baden (AG).

Technische Mitteilungen — Communications de nature technique

Technische Wörterbücher

413.164

[Nach P. Marelli: Technische Wörterbücher. Frequenz Bd. 8(1954), Nr. 2, S. 57...61]

Für die Anomalie, dass in unserer Welt, die sich immer mehr in Richtung der Technik und Industrie entwickelt, die literarischen Wörterbücher andauernd in der Überzahl hergestellt werden, können folgende Gründe aufgeführt werden:

Es werden zu viele Sprachen mit ganz ungleicher Weltgeltung benützt. Bezeichnet man mit A den Prozentsatz der wissenschaftlichen Veröffentlichungen in einer Sprache und mit B den Prozentsatz der Menschen, welche diese Sprache als Muttersprache reden, so ergeben sich für 7 Sprachen mit 689 Millionen Menschen die Werte in Tabelle I.

Aus dem Produkt  $A \times B$  folgt die zahlenmässige Häufigkeit der notwendigen Übersetzungen und damit auch die