

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 45 (1954)  
**Heft:** 10

**Artikel:** Kurze Theorie der Energieübertragung und ihrer Stabilität  
**Autor:** Berger, K.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1058807>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 25.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Kurze Theorie der Energieübertragung und ihrer Stabilität

Vortrag, gehalten an der Diskussionsversammlung des SEV vom 25. März 1954 in Zürich,  
 von K. Berger, Zürich

621.315.051 : 621.3.016.35

Der Aufsatz gibt einen Überblick über die verschiedenen theoretischen Probleme, die sich bei der Übertragung grosser Leistungen stellen. Die allgemein bekannten Lösungen werden kurz dargestellt und diskutiert, ohne dass auf Einzelfragen eingegangen wird.

Aperçu des problèmes théoriques, que pose le transport de grandes puissances électriques. L'auteur indique brièvement les solutions générales et en fait la critique, sans toutefois entrer dans des détails.

Es ist mir die Aufgabe zugewiesen worden, über die Grundlagen der Energieübertragung und ihrer Stabilität zu referieren. Es handelt sich dabei vor allem um die Darlegung der allgemeinen Prinzipien, auf denen die Energieübertragung mit Wechselstrom beruht. Daran anschliessend werden sich auch die speziellen Probleme ergeben, die sich insbesondere bei Höchstspannungen stellen.

gelten, sind stets angegeben. Aus den drei als Beispiel unter das Schema gezeichneten Vektordiagrammen ergeben sich nun die Strom-Spannungsverhältnisse. Mit  $\theta$  ist der Winkel zwischen den beiden konstanten oder doch konstant gedachten Klemmenspannungen  $U_1$  und  $U_2$  bezeichnet. Die in den Punkten 1 und 2 vorhandenen Wirkleistungen sind gegeben durch den Strom  $I_{12}$  und die in seine Richtung fallenden Komponenten der Spannungen  $U_1$  oder  $U_2$ . Unter der praktisch zutreffenden Annahme, dass die Leitungsimpedanz  $Z_{12}$  vor allem aus Reaktanz und nur zum ganz kleinen Teil aus Ohmschem Widerstand besteht, ergibt sich ein Winkel  $\zeta$  von annähernd  $90^\circ$ . Aus der Fig. 1 ist ersichtlich, dass die Komponenten von  $U_1$  und  $U_2$  in der Richtung von  $I_{12}$  gross werden, wenn die Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  ungefähr gleich gross, aber um einen Winkel  $\theta$  gegeneinander verdreht sind. Entsprechend zeigt das dritte Beispiel in Fig. 1, dass bei phasengleichen Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  die Stromkomponente in Spannungsrichtung und damit die übertragene Leistung klein wird. Wesentlich ist somit der Winkel  $\theta$  zwischen beiden festen Spannungen  $U_1$  und  $U_2$ . Dieser Winkel wird im Folgenden Übertragungswinkel genannt.

## 1. Prinzip der Übertragung mit Wechselstrom

Die einfachsten Fälle einer Energieübertragung sind folgende:

- a) Ein Kraftwerk (Generator) arbeitet über eine Leitung mit der Impedanz  $Z_{12}$  auf ein sehr starkes Netz;
- b) Ein Kraftwerk arbeitet über die Leitung mit der Impedanz  $Z_{12}$  auf Synchron-Motoren. Dieser Fall wird in der Literatur als Zwei-Maschinenproblem bezeichnet;
- c) Der dritte denkbare Fall einer Energieübertragung, nämlich derjenige auf lauter passive Belastungen, das heisst Ohmsche Widerstände und allgemeine Impedanzen ohne elektromotorische Kräfte, bildet kein eigentliches Stabilitätsproblem und wird deshalb hier nicht betrachtet.

Es mag nebenbei interessant sein, die Verhältnisse bei der Gleichstromübertragung zu vergleichen. Dort kommt ein Strom  $I_{12}$  nur zustande, wenn die Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  verschieden gross sind. Bei Wechselspannung ist dagegen die Energieübertragung am günstigsten, wenn die Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  ungefähr gleich gross sind und die Leitungsimpedanz  $Z_{12}$  überwiegend induktiv ist. Es lässt sich zeigen, dass bei gegebenem Leitungswiderstand die grösste Leistung über eine kurze Leitung übertragen wird, wenn der Phasenwinkel  $\zeta$  etwa  $60^\circ$  beträgt.

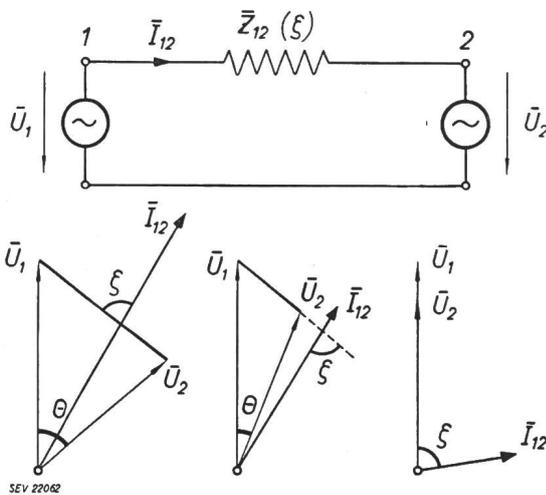


Fig. 1

Prinzip der Energieübertragung mit Wechselstrom zwischen den Punkten 1 und 2

$\theta$  Übertragungswinkel;  $\zeta$  Phasenwinkel;  $I$  Strom;  $U$  Klemmenspannung;  $Z$  Leitungsimpedanz

Das Prinzip der Übertragung ist in Fig. 1 skizziert. Im Schema soll stets der Punkt 1 dem generatorischen Kraftwerk entsprechen, der Punkt 2 entweder dem unendlich starken Verbrauchernetz oder den mit Energie belieferten Synchron-Motoren.  $Z_{12}$  ist hier die vektoriell verstandene Leitungsimpedanz einer kurzen Leitung mit ihrem Phasenwinkel  $\zeta$ . In allen Figuren sind die komplexen Grössen der Spannungen, Ströme und Impedanzen durch einen Querstrich über dem Symbol gekennzeichnet. Die Pfeilrichtungen, in denen die Grössen positiv

## 2. Strom- und Spannungsverhältnisse auf der Leitung

### a) Kurze Leitung

Die Strom- und Spannungsverhältnisse auf der Leitung sind in Fig. 2 für die kurze Leitung dargestellt. Die kurze Leitung soll dabei so definiert sein, dass sich ihr elektrisches Verhalten durch eine Impedanz  $Z_{12}$  darstellen lässt. Der auf der Übertragungsleitung  $Z_{12}$  ( $\zeta$ ) fliessende Strom  $I_{12}$  darf hier in jedem Moment als räumlich konstant angenommen werden. Er berechnet sich in einfachster Weise als Spannungsdifferenz ( $\bar{U}_1 - \bar{U}_2$ ) dividiert durch  $\bar{Z}_{12}$ . Der Spannungsabfall auf der Leitung, der durch die Vektordifferenz ( $\bar{U}_1 - \bar{U}_2$ ) gegeben ist, verteilt sich gleichmässig längs der Leitung. Die Spannung

in jedem Leitungspunkt ( $x$ ) wird deshalb durch den Vektor  $\bar{U}_x$  dargestellt.

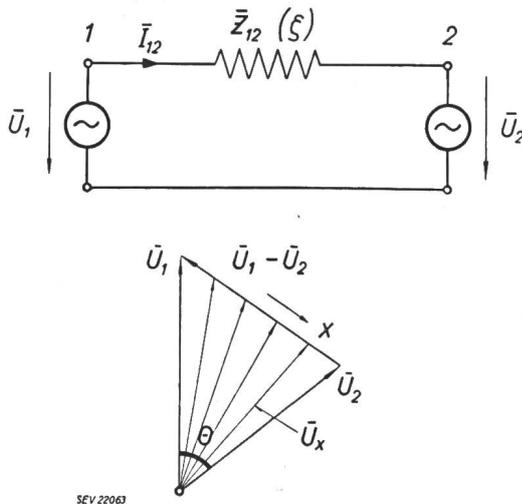
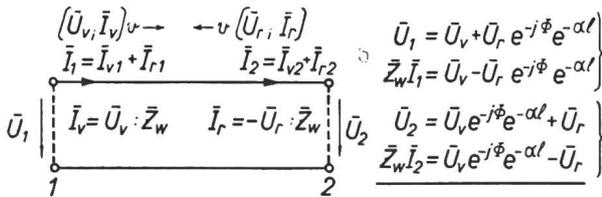


Fig. 2  
Strom und Spannung auf der kurzen Leitung  
 $Z_{12}$ : Leitungsimpedanz;  $U_x$ : Spannung im Leitungspunkt  $x$

b) Lange Leitung

Die lange Leitung ist dadurch definiert, dass bei ihr die Querströme in die Leitungskapazität und in den Ableitungswiderstand nicht mehr vernachlässigt werden dürfen. Dementsprechend ist der Leitungsstrom  $I_x(x)$  längs der Leitung nicht mehr konstant, sondern eine Funktion von  $x$ . Die Pfeile der Spannung  $U_x$  enden nicht mehr auf einer geraden, sondern auf einer gekrümmten Verbindungslinie  $U_x(\theta_x)$ . Die Strom-Spannungsverhältnisse werden in der Regel durch eine Differentialbehandlung an einem Leitungselement und deren Integration für stationäre Wechselströme abgeleitet. Im



$$\phi = (T_{12} \cdot T_{\sim}) 2\pi = 50 \cdot \frac{l_{12}(\text{km})}{300000} \cdot 2\pi = \frac{l_{12}(\text{km})}{6000} \cdot 2\pi$$

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= \frac{1}{2}(\bar{U}_2 + \bar{Z}_w \bar{I}_2) e^{\Gamma} + \frac{1}{2}(\bar{U}_2 - \bar{Z}_w \bar{I}_2) e^{-\Gamma} = \bar{U}_2 \cosh \Gamma + \bar{Z}_w \bar{I}_2 \sinh \Gamma \\ \bar{Z}_w \bar{I}_1 &= \frac{1}{2}(\bar{U}_2 + \bar{Z}_w \bar{I}_2) e^{\Gamma} - \frac{1}{2}(\bar{U}_2 - \bar{Z}_w \bar{I}_2) e^{-\Gamma} = \bar{Z}_w \bar{I}_2 \cosh \Gamma + \bar{U}_2 \sinh \Gamma \\ \bar{U}_2 &= \frac{1}{2}(\bar{U}_1 + \bar{Z}_w \bar{I}_1) e^{-\Gamma} + \frac{1}{2}(\bar{U}_1 - \bar{Z}_w \bar{I}_1) e^{\Gamma} = \bar{U}_1 \cosh \Gamma - \bar{Z}_w \bar{I}_1 \sinh \Gamma \\ \bar{Z}_w \bar{I}_2 &= \frac{1}{2}(\bar{U}_1 + \bar{Z}_w \bar{I}_1) e^{-\Gamma} - \frac{1}{2}(\bar{U}_1 - \bar{Z}_w \bar{I}_1) e^{\Gamma} = \bar{Z}_w \bar{I}_1 \cosh \Gamma - \bar{U}_1 \sinh \Gamma \end{aligned}$$

Fig. 3  
Ableitung der Leitungsgleichungen auf Grund von Vor- und Rückwellen ( $U_v, I_v$ ) und ( $U_r, I_r$ )  
 $\Gamma = \alpha l + j\phi$  Übertragungsmass der Leitung;  $\alpha l$  Gesamtdämpfung der Leitung;  $\phi$  Laufzeitwinkel der Leitung

Interesse der Kürze und der physikalischen Anschauung möchte ich einen andern Weg gehen, der das Wesen der langen Leitung viel besser trifft. Man

kann nämlich von der Erkenntnis ausgehen, dass auf einer homogenen Leitung als Basisvorgang jedes Zustandes nur Wanderwellen möglich sind, die entweder in der Richtung von 1 nach 2 (Vorwärtswellen) oder in der Richtung von 2 nach 1 (Rückwärtswellen) wandern. Aus der Überlagerung solcher Wellen entsteht jeder stationäre oder nichtstationäre elektrische Zustand. Auf diese Weise ergeben sich die Leitungsgleichungen sofort (siehe Fig. 3). Die Vorwärtswelle ist mit ( $U_v, I_v$ ) bezeichnet; die Rückwärtswelle mit ( $U_r, I_r$ ). Im Leitungsanfang (Punkt 1) besteht eine Spannung  $U_1$ , die sich zusammensetzt aus der von dort ausgehenden Vorwärtswelle  $U_r$  und einer Rückwärtswelle, die von Punkt 2 ausgeht und somit im Punkt 1 mit Verspätung und Dämpfung ankommt. Die Verspätung ist gegeben durch Leitungslänge und Wellengeschwindigkeit. Sie kann für eine bestimmte Frequenz einer Wechselspannung durch einen Winkel  $\theta$  angegeben werden, der sich aus der Laufzeit  $T_{12}$  und der Periodendauer der aufgedrückten Wechselspannung  $T_{\sim}$  ergibt zu  $(T_{12}/T_{\sim})2\pi$ . Der Winkel  $\theta$  soll dementsprechend im Folgenden als Laufzeitwinkel der Leitung bezeichnet werden. Da einer Periode der Wechselspannung von 50 Hz ein Laufweg bzw. eine Wellenlänge von 6000 km entspricht, lässt sich dieser Laufzeitwinkel auch angeben als das Verhältnis  $[l_{12}(\text{km})/6000] 2\pi$ . Die kilometrische Dämpfung ist mit  $\alpha$ , die Gesamtdämpfung mit  $(\alpha l)$  bezeichnet. Verspätung und Dämpfung der Welle lassen sich mathematisch sehr einfach durch eine Exponential-Funktion mit komplexem Exponenten  $\Gamma = \alpha l + j\phi$  angeben.

Weiter ergibt sich auch der Leitungsstrom  $I_1$  im Anfangspunkt 1 der Leitung aus der Summe der Ströme der Vorwärts- und der Rückwärtswellen. Durch die Einführung des Wellenwiderstandes  $Z_w$  lassen sich die Ströme durch die Spannungen ausdrücken. Dabei ist zu bedenken, dass in einer Rückwärtswelle mit positiver Spannung der Strom negatives Vorzeichen hat. Dies ist nötig, da wir sämtliche Ströme (auch der Rückwärtswelle) gemäss den eingezeichneten Pfeilen in der gleichen Richtung positiv zählen.

In gleicher Weise ergeben sich Spannung und Strom am Leitungsende (Punkt 2) aus der dortigen Rückwärtswelle ( $U_r, I_r$ ) und der verspätet und gedämpft eintreffenden Vorwärtswelle ( $U_v, I_v$ ). Die Elimination der Wellengrössen liefert nun sofort den Zusammenhang zwischen Spannungen und Strömen am Leitungsanfang und Leitungsende, d. h. die klassischen Leitungsgleichungen. Diese Gleichungen lassen sich bekanntlich in zwei Formen schreiben: Die erste liefert jede Spannung und jeden Strom als Summe zweier Exponential-Funktionen  $e^{\Gamma}$  und  $e^{-\Gamma}$ , die zweite als Summe zweier hyperbolischer Funktionen,  $\cosh \Gamma$  und  $\sinh \Gamma$ .

Fig. 4 zeigt den Verlauf der komplexen positiven und negativen Exponential-Funktion und der hyperbolischen Funktionen für ein bestimmtes Beispiel. Dabei ist eine übermässig starke Dämpfung vorausgesetzt derart, dass eine Welle nach Durchlauf der 1500 km langen Leitung bereits auf die Hälfte abgesenkt ist. In meinem Vortrag betrachte ich

stets nur den gezeichneten ersten Quadranten ( $0 < \phi < \pi/2$ ), da alle heutigen Übertragungsleitungen für 50 Hz kürzer als 1500 km sind. In den Gleichungen lassen sich  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\Gamma$  und  $Z_w$  durch die Lei-

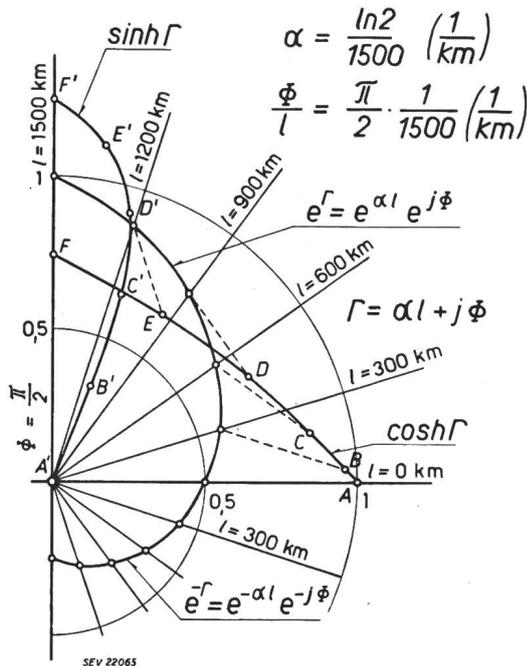


Fig. 4  
Graphische Darstellung der Leitungsgleichungen nach Tabelle I für Leitungslängen von 0...1500 km

tungskonstanten  $R, L, C, G$  ausdrücken, wozu allerdings eine differentielle Betrachtung nötig ist. Diese liefert

$$\bar{\Gamma} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \text{ und}$$

$$\bar{Z}_w = \sqrt{(R + j\omega L)/(G + j\omega C)}$$

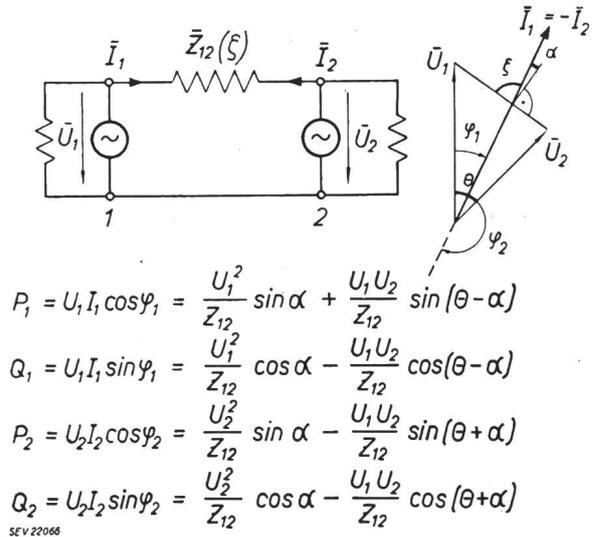
Damit lässt sich das Verhalten jeder Leitung erschöpfend darstellen. Speziell einfach sind die Gleichungen der verlustfreien Leitung, für die  $\alpha = 0$  und  $Z_w = \sqrt{L/C}$  ist. Alle Einzeleffekte, wie Spannungserhöhung an der leerlaufenden Leitung (Ferranti-Effekt), Leerlauf- und Kurzschlußstrom usw. ergeben sich sofort aus den Gleichungen. Die typischen Leitungsvorgänge treten naturgemäss am deutlichsten auf an der verlustfreien Leitung.

### 3. Die stationär übertragene Leistung

#### a) Kurze Leitung

Bei der kurzen Leitung lässt sich die Leistung sehr einfach darstellen, wie in Fig. 5 gezeigt ist. Ich mache darauf aufmerksam, dass in dem Schema von Fig. 5 die Pfeilrichtung von  $I_2$  umgekehrt ist als in den vorhergehenden Schemata. Dies ist deshalb geschehen, um in der nachstehend berechneten Wirk- und Blindleistung symmetrische Verhältnisse für die Punkte 1 und 2 zu bekommen. Abgegebene Wirkleistungen  $P$  werden daher sowohl im Kraftwerk 1 wie 2 positiv erscheinen, ebenso abgegebene Blindleistungen  $Q$ . Dem Vektordiagramm lassen sich die Wirk- und die Blindkomponenten des Stromes bzw. die vier Leistungsgrössen  $P_1, Q_1, P_2, Q_2$  sehr einfach

entnehmen; das Resultat ist in der Tabelle enthalten. Dabei bedeutet der Winkel  $\alpha(\zeta)$  den Komplementärwinkel zu  $\zeta$  ( $\alpha = \pi/2 - \zeta$ ).  $\alpha(\zeta)$  ist somit ein kleiner Winkel. Die Bezeichnung  $\alpha(\zeta)$  ist gewählt, um



$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = \frac{U_1^2}{Z_{12}} \sin \alpha + \frac{U_1 U_2}{Z_{12}} \sin(\theta - \alpha)$$

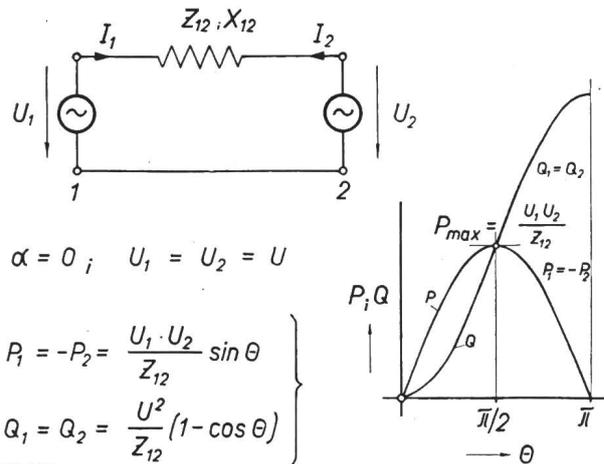
$$Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1 = \frac{U_1^2}{Z_{12}} \cos \alpha - \frac{U_1 U_2}{Z_{12}} \cos(\theta - \alpha)$$

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2 = \frac{U_2^2}{Z_{12}} \sin \alpha - \frac{U_1 U_2}{Z_{12}} \sin(\theta + \alpha)$$

$$Q_2 = U_2 I_2 \sin \varphi_2 = \frac{U_2^2}{Z_{12}} \cos \alpha - \frac{U_1 U_2}{Z_{12}} \cos(\theta + \alpha)$$

Fig. 5  
Übertragene Leistung der kurzen Leitung  $Z_{12}$

einen Unterschied mit dem im 2. Kapitel benützten Dämpfungsfaktor  $\alpha$  zu machen. Um die Verhältnisse zu vereinfachen, wollen wir das Resultat unter der Annahme betrachten, dass  $\alpha(\zeta) = 0$ , d. h. die Leitung verlustfrei sei (Fig. 6). Die Leitungsgleichungen vereinfachen sich dann auf die zwei Gleichungen für  $P_1 = -P_2$  und für  $Q$ . Dabei ist ausserdem angenommen, dass  $U_1 = U_2 = U$  sei. Es ergibt sich im wesentlichen folgendes:



$$\alpha = 0; \quad U_1 = U_2 = U$$

$$P_1 = -P_2 = \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \sin \theta$$

$$Q_1 = Q_2 = \frac{U^2}{Z_{12}} (1 - \cos \theta)$$

Fig. 6  
Darstellung der übertragenen Leistung einer verlustlosen, kurzen Leitung  $Z_{12}$  mit  $U_1 = U_2 = U$

Die Wirkleistung ist proportional  $\sin \theta$ , die Blindleistung proportional  $(1 - \cos \theta)$ . Die übertragene Wirkleistung erreicht ein Maximum, das sich darstellt als  $P_{max} = U_1 U_2 / Z_{12}$ . Diese maximale Leistung wird übertragen bei einer Verschiebung  $\theta = \pi/2$ , gemessen in elektrischen Graden bzw. Bogen. Bei diesem Maximum muss sowohl am Leitungsanfang (Punkt 1) wie auch am Leitungs-

ende (Punkt 2) eine positive Blindleistung in die Leitung gesandt werden, deren Betrag dem Betrag der Wirkleistung gleichkommt. Diese enorme Blindleistung  $Q$  sinkt mit abnehmendem Winkel  $\theta$  glücklicherweise viel rascher als die Wirkleistung  $P$ . Sie bleibt aber stets positiv. Die maximal übertragbare Leistung  $P_{max}$  hat dieselbe Grösse wie die Scheinleistung in einer Impedanz  $Z_{12}$ , die an die Spannung  $U$  angeschlossen wird.

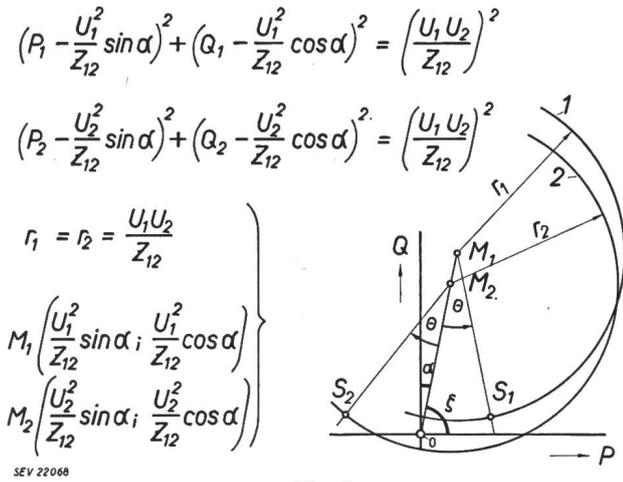


Fig. 7

Kreisdiagramm der übertragenen Leistungen der kurzen Leitung  $Z_{12}$

Statt die Wirkleistung  $P$  und die Blindleistungen  $Q$  getrennt als Funktionen des Winkels  $\theta$  darzustellen, kann auch die *Blindleistung als Funktion der Wirkleistung* oder umgekehrt dargestellt werden, indem der Übertragungswinkel  $\theta$  aus den Leistungsgleichungen eliminiert wird. Auf diese Weise ergeben sich die Zusammenhänge, die in Fig. 7 aufgeführt sind. Die Form der Gleichungen zeigt, dass die graphische Darstellung zu Kreisen führt, deren Mittelpunkt  $M_1$  und  $M_2$  sich aus den beiden Gleichungen ergeben. Der Radius der um die Punkte  $M_1$  und  $M_2$  gezeichneten Kreise ist derselbe, nämlich  $U_1 U_2 / Z_{12}$ . Er entspricht somit der Maximalleistung  $P_{max}$  der verlustfreien Leitung. Dieses Kreisdiagramm ist gemäss der ersten Gleichungen für  $P(\theta)$  und  $Q(\theta)$  wie folgt zu benutzen. Von Punkt  $M_1$  aus wird unter dem Winkel  $+\theta$  gegen den Radiusvektor  $OM_1$  ein Radiusvektor gezeichnet, der den Kreis 1 im Punkt  $S_1$  trifft, der die Koordinaten  $(P_1, Q_1)$  hat. Diese Koordinaten entsprechen der im Anfangspunkt 1 der Leitung gesendeten Wirkleistung  $P_1$  und Blindleistung  $Q_1$ . In analoger Weise wird vom Mittelpunkt  $M_2$  aus unter dem Winkel  $(-\theta)$  gegen die Gerade  $OM_1$  nach links ein Radiusvektor eingezeichnet, der den Kreis 2 im Punkt  $S_2$  trifft. Dessen Koordinaten  $(P_2, Q_2)$  stellen die vom Kraftwerk im Leitungsende 2 gelieferte Wirkleistung und Blindleistung dar. Da  $P_2$  negativ erscheint, handelt es sich in Wirklichkeit um eine empfangene Wirkleistung. Dieses Kreisdiagramm der Energieübertragung liefert für die kurze Leitung alle wünschenswerten Grössen. Bei der *verlustfreien Leitung* wird  $\alpha(\xi) = 0$ ; die Mittelpunkte  $M_1$  und  $M_2$  fallen auf die Ordinatenachse. An Stelle der Leistungsgleichungen kann auch die Ortskurve

des Stromvektors benützt werden. Bei konstanter Spannung ergeben sich Wirk- und Blindleistung als Produkt von Wirk- und Blindstromkomponente mit der Spannung.

b) Lange Leitung

Bei der langen Leitung lassen sich die Leistungen aus den in Fig. 3 gegebenen Strom-Spannungsgleichungen in analoger Weise berechnen. In Fig. 8 sind zunächst die Leitungsgleichungen der Fig. 3 in vereinfachter Form angeschrieben, indem die vier aus den Grundgleichungen bekannten Koeffizienten mit  $A, B, C, D$  bezeichnet sind. Jeder dieser

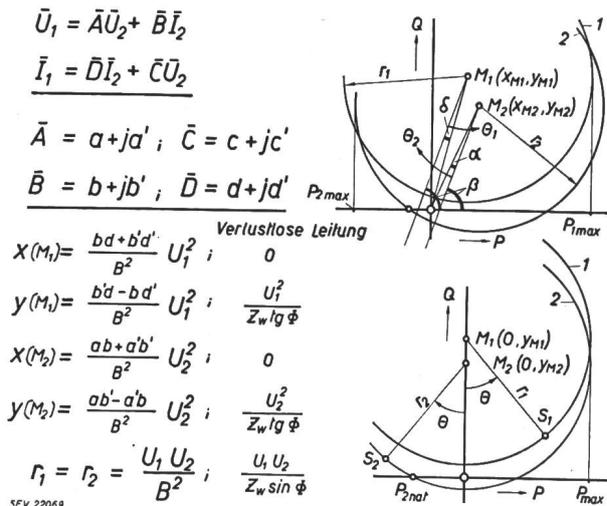


Fig. 8

Kreisdiagramm der übertragenen Leistungen der langen Leitung als Vierpol dargestellt

Koeffizienten bedeutet eine komplexe Grösse, ähnlich wie das bei den Spannungen und Strömen der Fall ist. Man nennt diese Form der Leitungsgleichungen eine *Vierpol-Gleichung*, da sie sich für jede Kombination von Widerständen, Induktivitäten und Kapazitäten ergibt, die zwischen zwei Eingangsklemmen (1) und zwei Ausgangsklemmen (2) in beliebiger Weise angeschlossen sind. In den Gleichungen für die homogene Leitung allein bedeuten die vier Koeffizienten, wie Fig. 3 zeigte,  $\cosh \Gamma$ ,  $\sinh \Gamma$  und  $Z_w$ . Allgemein sind nämlich von den vier Koeffizienten nur 3 unabhängig. Der Vorteil der Vierpol-Gleichung liegt darin, dass sich nicht nur für die Leitung allein, sondern auch für die Leitung mit den angeschlossenen Generator- und Transformatoren-Impedanzen eine Gleichung von genau derselben Form ergibt. Nur die Grösse der Koeffizienten ändert sich dabei. Für die Leitung allein ist der Aufbau der Vierpol-Gleichung symmetrisch, d. h. man kann Eingang und Ausgang tauschen; man spricht dann von einem symmetrischen Vierpol. Im allgemeinen Fall, mit verschiedenen Endimpedanzen, ist diese Symmetrie nicht mehr vorhanden.

Die Ausrechnung der Leistungen zeigt, dass der Zusammenhang zwischen Wirkleistung  $P$  und Blindleistung  $Q$  am Leitungsanfang und Leitungsende wieder durch je einen Kreis dargestellt werden kann. Die Mittelpunktkoordinaten ergeben sich

aus den vier Koeffizienten, ebenso der für beide Kreise gleich grosse Radius.

In Fig. 6 sind die Mittelpunktkoordinaten und Radien für die *verlustlose Leitung* noch speziell angegeben worden, da sich diese in einfachster Weise durch den reellen Wellenwiderstand  $Z_w$  und den Laufzeitwinkel  $\Phi$  der Leitung darstellen lassen. Für jeden Übertragungswinkel  $\theta$  ergeben sich die zugehörigen Schnittpunkte  $S_1$  und  $S_2$ , deren Koordinaten die Wirkleistung und Blindleistung am Leitungsanfang und Leitungsende darstellen. Bei der verlustlosen Leitung wird die grösste übertragbare Leistung wieder durch den Radius der Kreise dargestellt, während bei der mit Verlusten behafteten Leitung die gesendete Leistung  $P_1$  etwas grösser, und die empfangene Leistung ( $-P_2$ ) etwas kleiner wird als dieser Betrag.

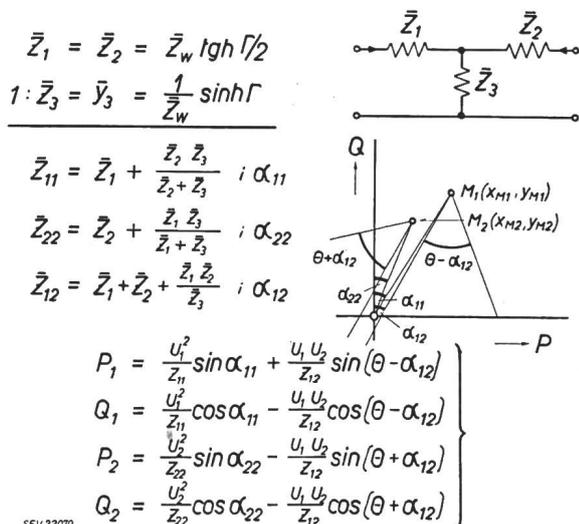


Fig. 9 Darstellung der langen Leitung als T-Glied

Statt des gezeichneten allgemeinen Vierpols haben sich zwei besonders einfache Vierpole für die Darstellung des Verhaltens der Leitung und speziell für den Vergleich der langen mit der kurzen Leitung eingebürgert; es sind dies die Darstellungen der Leitung als T-Glied und als II-Glied.

Fig. 9 zeigt das Schema des T-Gliedes und die sich aus dem Vergleich mit den allgemeinen Leitungsgleichungen ergebenden Ersatzwerte  $\bar{Z}_{11}$ ,  $\bar{Z}_{22}$ ,  $\bar{Z}_{12}$ . Mit den Ersatzimpedanzen  $\bar{Z}_{11}$ ,  $\bar{Z}_{22}$ ,  $\bar{Z}_{12}$  lassen sich die Leistungsgleichungen wieder in derselben Form wie früher bei der kurzen Leitung oder beim allgemeinen Vierpol anschreiben. Durch Elimination des Winkels  $\theta$  entstehen als Ortskurven  $Q(P)$  wieder Kreise um die Mittelpunkte  $M_1$  und  $M_2$ , deren Koordinaten aus den Gleichungen ersichtlich sind. In ähnlicher Weise ergeben sich gemäss Fig. 10 für das II-Glied die Ersatzimpedanzen  $\bar{Z}_{1\pi}$ ,  $\bar{Z}_{2\pi}$ ,  $\bar{Z}_{3\pi}$  wieder durch den Vergleich mit den allgemeinen Leitungsgleichungen. Die Kreisdiagramme der Leistungen des II-Gliedes unterscheiden sich von den vorhergehenden durch ein Zusatzglied. Dieses bewirkt, dass die Kreismittelpunkte um einen bestimmten Betrag verschoben sind, im wesentlichen handelt es sich um eine Reduktion

der Ordinate der beiden Kreismittelpunkte  $M_1$  und  $M_2$ . Die Wirkung der im Gegensatz zur kurzen Leitung vorhandenen kapazitiven Ableitung der Leitung wird dadurch deutlich.

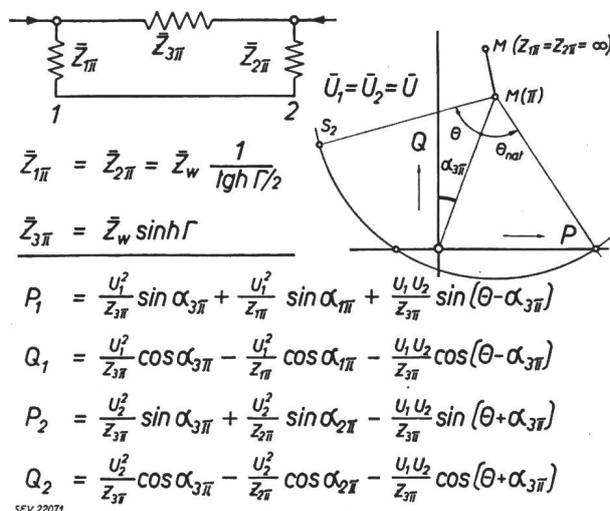


Fig. 10 Darstellung der langen Leitung als II-Glied

c) *Natürliche Leistung der Übertragungsleitung*

In den gezeigten Kreisdiagrammen der langen Leitung sind einige Punkte von besonderem Interesse. Es sind dies die Schnittpunkte der Kreise mit der Abszisse. In diesen werden die Blindleistungen  $Q=0$ . Die Leitung verhält sich dort weder kapazitiv noch induktiv. Diese spezielle Leistung wird bei der verlustfreien Leitung, wo die längs der Leitung fließende Wirkleistung  $P$  konstant ist, als die natürliche Leistung  $P_{nat.}$  der Übertragungsleitung bezeichnet. Erst bei grösserem als dem zugehörigen Übertragungswinkel  $\theta$  verhält sich die Leitung induktiv, entsprechend einer kurzen Leitung. Die Berechnung der natürlichen Leistung  $P_{nat.}$  zeigt, dass für sie die Rückwelle der Fig. 3 verschwindet. Dementsprechend ist die natürliche Leistung zugleich die Leistung der vorlaufenden ersten Wanderwelle ( $U_v I_v$ ) bzw. ( $U_v^2 / Z_{v0}$ ). In jeder Wanderwelle ist

*Natürliche Leistung von Drehstrom-Freileitungen*

Tabelle I

Schleife $Z_w$ :					
$P_w = U_w i_w = \frac{u_w^2}{Z_w} = i_w^2 Z_w$					
400 $\Omega$ für Einzelleiter					
$Z_w = 120 \ln\left(\frac{a}{r}\right)$ für Leiterschleife (a,r) $\approx$ 250 ... 325 $\Omega$ für Bündelleiter					
$Z_w = 60 \ln\left(\frac{2h}{r}\right)$ für Draht mit Erdrückleitung					
$P_w = \frac{U_w^2}{400} = 2,5 U_w^2 (\text{kW}), U_w \text{ in kV}$					
Drehstrom:					
$P_{\Delta nat.} = 3 \frac{U_v^2}{400} = \frac{U_v^2}{133} = 2,5 U_v^2 (\text{kW}), U_v \text{ in kV}$					
$U_v$ (kV)	50	100	150	225	380
$P_{\Delta nat.}$ (MW)	6,25	25	56,3	121	218 Einzelleiter
					270...350 Bündelleiter

bekanntlich die elektrische Energie pro Längeneinheit gleich der magnetischen Energie pro Längeneinheit. Das ist der Grund, dass bei Übertragung dieser Wellenleistung keine Blindleistung nötig ist. Tabelle I zeigt die Grösse der natürlichen Leistung üblicher Drehstrom-Freileitungen. Für Einseilleitungen ist praktisch mit einem Mittelwert des Wellenwiderstandes von 350...400  $\Omega$  zu rechnen. Für Bündelleiter reduziert sich dieser Wellenwiderstand auf ca. 60...80 % der Werte eines Einzelleiters, bei gleichem Gesamtquerschnitt. Entsprechend werden die natürlichen Leistungen der Bündelleitung ca. 25...60 % höher als jene der Einseilleitung.

#### d) Maximale Übertragungsleistung

Die maximale stationäre Übertragungsleistung  $P_{max}$  hängt, wie bereits gezeigt wurde, bei der kurzen Leitung von der gesamten Impedanz  $Z_{12}$  zwischen den als konstant vorausgesetzten Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  ab.

Zwei Grenzfälle verdienen besonderes Interesse. Mit Hilfe von Schnellreglern kann man annähernd den Fall verwirklichen, dass die *Klemmenspannungen* der Generatoren der Kraftwerke 1 und 2 konstant bleiben. In diesem Fall ist  $Z_{12}$  die Impedanz der Leitung und eventueller Transformatoren. Der zweite Grenzfall ist jener, wo die *Erregung* der Generatoren nicht verändert wird. In diesem Fall ist die Leerlaufspannung im Diagramm der Synchronmaschine als konstant anzusehen, und es kommt auch die synchrone Generatorreaktanz als Bestandteil von  $Z_{12}$  in Betracht. Der Fall wird bei Rotoren mit ausgeprägten Polen dadurch kompliziert, dass dort Längsfeld- und Quersfeldimpedanz verschieden sind. Es ist besonders in der amerikanischen Literatur üblich, die Impedanzen in % der Nennimpedanzen  $Z_n$  ( $U_n / I_n$ ) einer Basisleistung anzugeben. Beträgt  $Z_{12}$  z. B. 50 % der Nennimpedanz der Generatoren des Kraftwerks 1, und ist das Netz  $U_2$  unendlich stark, so ist  $P_{max} = 2P_n$ , d. h. gleich der doppelten Nennleistung der Generatoren.

Bei der langen Leitung ohne Verluste tritt anstelle von  $Z_{12}$  in der Wirkleistungsformel der Ausdruck  $(X_g \cos \Phi + Z_w \sin \Phi)$ , wo  $X_g$  die Reaktanz des Generatorkraftwerkes bis zum Punkt konstanter Spannung  $U_1$  bedeutet, das über die verlustlose Leitung  $Z_w$  ( $\Phi$ ) auf ein starkes Netz arbeitet.

Die Werte der Maximalleistung  $P_{max}$  sind von der natürlichen Leistung  $P_{nat.}$  grundsätzlich unabhängig. Während  $P_{max}$  für kurze und lange Leitungen von grösster Bedeutung ist, kommt dem Begriff der natürlichen Leistung  $P_{nat.}$  nur für lange Leitungen ( $\geq$  ca. 400 km) wesentliche, ja entscheidende Bedeutung zu.

#### 4. Stabilität der Energieübertragung

Unter Stabilität wird allgemein die Fähigkeit eines mechanischen Systems verstanden, bei kleinen Abweichungen aus einer Gleichgewichtslage rückführende Kräfte zu entwickeln, welche die Abweichung verkleinern oder rückgängig machen. Bei der Energieübertragung kann von einer *statischen* und einer *dynamischen* oder *Übergangsstabilität* gesprochen werden.

#### a) Statische Stabilität

Die statische Stabilität kommt in Frage, wenn eine kleine Abweichung vom Gleichgewicht langsam entsteht, und wo demgemäss als rückführende Kräfte die statischen Kräfte angenommen werden dürfen. Anhand von Fig. 11 soll die statische Stabilität eines Generators, der über eine Übertragungsimpedanz  $Z_{12}$  auf ein sehr starkes Netz arbeitet, erläutert werden.

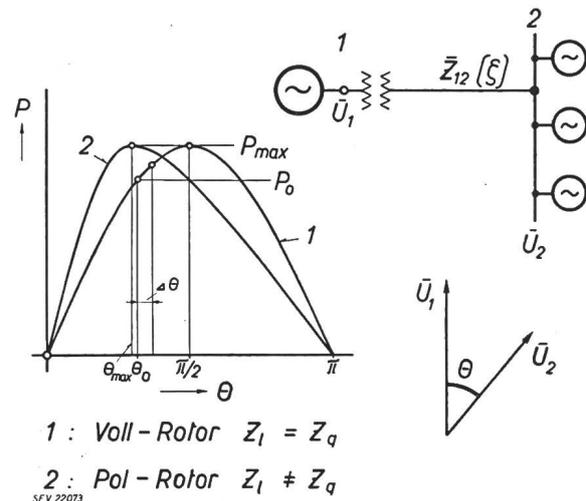


Fig. 11

Statische Stabilität einer einfachen Übertragung

- 1 Leistungskurve eines Vollpol-Generators
- 2 Leistungskurve eines Generators mit ausgeprägten Polen

Um die Eigenschaften des Generators selber möglichst ausgeprägt erscheinen zu lassen, wollen wir das unendlich starke Netz mit der festen Spannung  $U_2$  unmittelbar an seinen Klemmen annehmen, d. h. die Leitungsimpedanz = 0 setzen. Als Sendespannung  $U_1$  hat dann die im Rotor induzierte konstante EMK zu gelten. Der Übertragungswinkel  $\theta$  zwischen beiden konstant gedachten Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  ist somit in diesem Fall der Winkel zwischen der Klemmenspannung und der Generator-EMK. Da die vektorielle Lage der EMK durch die magnetische Achse des Rotors gegeben ist, lässt sich der Übertragungswinkel  $\theta$  messen als Differenzwinkel zwischen dem Rotor des Generators und dem Rotor z. B. einer Tachometer-Dynamo, die so eingestellt ist, dass der Differenzwinkel beim Leerlauf des Generators gleich Null wird.

In der Fig. 11 sind zwei Kurven 1 und 2 gezeichnet, die den Verlauf der Generatorleistung  $P$  in Funktion des Übertragungswinkels  $\theta$  darstellen. Dieser Winkel ergibt sich hier als Verdrehwinkel des Rotors gegenüber seiner Lage im synchronen Leerlauf, wie oben gezeigt wurde. Kurve 1 gilt für einen Volltrommelrotor (Turbo-Rotor), Kurve 2 für einen Rotor mit ausgeprägten Polen (Pol-Rotor). Im ersten Fall wird die Quersfeldimpedanz  $Z_q$  gleich gross angenommen wie die Längsfeldimpedanz  $Z_l$  des Rotors; im zweiten Fall sind die zwei Werte verschieden.

Kurve 1 hat den bisher betrachteten Verlauf, der sich durch eine konstante Übertragungsimpedanz  $Z_{12}$  auszeichnet. Beim Rotor mit ausgeprägten Polen wird die maximale Leistung  $P_{max}$  bei einem

Winkel  $\theta$  erreicht, der etwas kleiner als  $\pi/2$  ist. Betrachten wir den Gleichgewichtszustand des Punktes  $P_0(\theta_0)$ . Dazu nehmen wir an, es sei durch irgendeine Ursache der Winkel  $\theta$  etwas verändert worden, bei konstanter mechanischer Leistung des Antriebmotors des Generators  $P_0$ . Ist z. B. der Winkel  $\theta_0$  etwas gewachsen, so wächst damit auch die generatorische Leistung auf einen Betrag  $> P_0$ . Der Rotor wird somit übermässig gebremst, wodurch sich der Winkel  $\theta$  wieder verkleinern wird. Somit bestehen rückführende Kräfte, die den Rotor wieder gegen den stationären Verdrehungswinkel  $\theta_0$  zurückführen. Die Betrachtung eines Winkels  $\theta < \theta_0$  würde genau dasselbe Resultat liefern. Es ergibt sich somit, dass alle Punkte von  $0 < \theta_0 < \pi/2$  als stabile Punkte zu betrachten sind. Umgekehrt sind Winkel  $\theta > \pi/2$  labil. Beim Rotor mit ausgeprägten Polen ist nur das Winkelgebiet bis  $P_{max}$ , d. h. ein Winkel  $\theta < \theta_m$  stabil.

Bei einer *langen Übertragungsleitung* kommt im Übertragungswinkel  $\theta$  auch der Laufzeitwinkel  $\phi$  zum Ausdruck. Da bei 1500 km Leitungslänge bereits  $\phi = \pi/2$  wird, so stellt diese Leitungslänge eine oberste Grenze der statischen Stabilität, selbst für unendlich starke Generatoren, dar.

*b) Dynamische Stabilität*

Die dynamische Stabilität der Energieübertragung befasst sich mit der Frage, welche *plötzlichen* Belastungsänderungen vorkommen dürfen, ohne dass der Parallelbetrieb gestört wird. Die Lösung dieses Problems liegt in der Ermittlung der Bewegung der Rotoren aller Synchron-Maschinen relativ zu ihrer stationären, synchronen Gleichgewichtslage.

$$M_1 = J_1 \frac{d^2 \alpha_{mech}}{dt^2}$$

$M_1 =$  Antriebsmoment-Bremsmoment  
 $J_1 =$  Trägheitsmoment  
 $\alpha_{mech} =$  Polradwinkel  
 $p =$  Polpaarzahl  
 $\alpha_{el} = p \cdot \alpha_{mech} = \omega_0 t + \theta$   
 $M_1 = \frac{J_1}{p} \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \frac{J_1}{p} \frac{d}{dt} \left( \frac{d\theta}{dt} \right)$   
 $\left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{2p}{J_1} \int M_1 d\theta = \frac{2p^2}{\omega_0 J_1} \int P_1 d\theta$   
 $\frac{d\theta}{dt} = 0$  für  $\int_A^C M_1 d\theta = \int_A^C P_1 d\theta = 0$

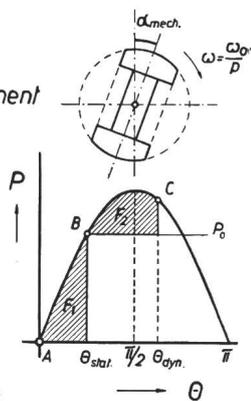


Fig. 12  
 Dynamische Stabilität einer einfachen Übertragung  
 Ableitung des «Flächenkriteriums»

Betrachtet man die Verhältnisse anhand der Fig. 12, so ergibt sich aus der Bewegungsgleichung irgendeines Rotors, z. B. des Ersatzrotors des energieliefernden Kraftwerkes (1), dass der Rotor über die neue Gleichgewichtslage hinausschwingt bis zu einem Grenzwinkel  $\theta_{dyn}$ , der durch das sog. *Flächenkriterium*  $\int_1^2 M d\theta = 0$  gegeben ist. Da der Ausdruck  $M d\theta$  eine Arbeit darstellt, die den Ro-

tor beschleunigt oder verzögert, bedeutet das Kriterium ganz einfach, dass bis zum Umkehrpunkt  $\theta_{dyn}$  der ganze dem Rotor zugeführte Arbeitsbeitrag = 0 sein muss. Wie in Fig. 12 angegeben ist, bedeutet  $M$  die Differenz (Antriebsmoment minus Belastungsmoment) des Generators,  $J$  dessen Trägheitsmoment und  $\alpha$  den Drehwinkel des Rotors gegenüber einer festen Bezugsachse. Das genannte Integral lässt sich als Fläche auswerten, sofern der Verlauf des Momentes  $M$  in Funktion des Winkels  $\theta$  bekannt ist. Statt des Momentes  $M$  kann im Flächenkriterium infolge der praktisch konstanten Drehzahl der Rotoren auch die dem Moment proportionale Leistung  $P$  betrachtet werden.

Was ist nun dieses Moment  $M$  oder die ihm entsprechende Leistung  $P$ ? In erster Näherung kann offenbar angenommen werden,  $M$  sei nur abhängig vom Winkel  $\theta$  allein.  $M$  entspreche z. B. dem stationären oder statischen Moment, das wir bisher ausschliesslich betrachtet haben. Es ist offensichtlich, dass diese Näherung nur für sehr langsame Änderungen des Winkels  $\theta$  richtig sein kann. Als zweite Näherung kann das Moment  $M$  als Funktion von  $\theta$  und  $(d\theta/dt)$  angenommen, d. h. versucht werden, ausser dem statischen Moment ein sog. «asynchrones Moment» zu berücksichtigen, das dem Schlupf  $s$  des Rotors gegenüber der synchronen Drehzahl proportional ist. Damit ist bereits eine wesentlich bessere Näherung gegeben. Vor allem lässt sich damit das gedämpfte Einschwingen in den neuen Gleichgewichtszustand erklären, weil ein vom Schlupf  $s$ , d. h. von der Differenzgeschwindigkeit des Rotors  $(d\theta/dt)$  abhängiges Glied als Dämpfung wirkt. Es wird denn auch dieses Zusatzmoment als Dämpfungsmoment bezeichnet.

Der genaue Wert von  $M$  lässt sich nur durch die Auflösung der Leistungsgleichungen der Synchronmaschine geben. Diese Lösung ist nur für kleine Amplituden möglich<sup>1)</sup>. Es ergibt sich dann, dass das wirksame dynamische Moment  $M_{dyn}$  stets grösser ist als das statische Moment  $M_{st}$ .

Die zweite Frage ist jene nach den Punkten konstanter Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  während rascher Stromkreis- oder Belastungsänderungen. Die physikalische Grundlage zur Beurteilung dieser Frage für Synchronmaschinen beruht darauf, dass eine widerstandsarme Wicklung, wie z. B. die Erregerwicklung, ihre Flussverketzung überhaupt nie rasch ändern kann. So bildet bei einem Kurzschlußstrom im Stator die Erregerwicklung einen Gegenstrom, der die entmagnetisierende Wicklung des Statorstromes im Rotor vollständig aufhebt. In durchaus ähnlicher Weise wirken die Wirbelströme in massiven Rotoren, insbesondere in solchen mit metallischen Nutenkeilen. Aus diesem Prinzip ergibt sich folgendes. Während bei der statischen Stabilität entweder der Erregerstrom als konstant zu gelten hat (natürliche statische Stabilität) oder unter Verwendung idealer Schnellregler und überdimensionierter Erregermaschinen die Klemmenspannung  $U$  im Grenzfall als Konstante zu betrachten ist (künstliche statische Stabilität), muss bei der dy-

<sup>1)</sup> siehe W. Wanger: Beitrag zur Berechnung der dynamischen Stabilität von Synchronmaschinen. Bull. SEV Bd. 28 (1937), S. 41...53.

namischen Stabilität eine «innere Spannung  $E_0$ » konstant bleiben. In erster Näherung unterscheidet sich diese innere Spannung  $E_0$  von der Klemmenspannung durch den Spannungsabfall in der sog. «transienten» Reaktanz  $X'$ , die z. B. aus dem Kurzschlussversuch bestimmt wird. Die genauere Lösung ergibt, dass die im Generator als konstant zu betrachtende innere Spannung  $E$  kleiner ist als der obige Wert  $E_0$ , hingegen grösser als die Klemmenspannung  $U_1$ . Die entsprechende wirksame Generatorreaktanz  $X$  ist kleiner als die synchrone Reaktanz  $X_{sy.}$ , hingegen grösser als die transiente oder Übergangsreaktanz  $X'$ ; sie wird als «Pendelreaktanz» bezeichnet.

Im Beispiel der Fig. 12 ist angenommen, ein Kraftwerk arbeite über eine kurze oder lange Übertragungsleitung auf ein unendlich starkes Netz. Die Gleichungen der Rotorbewegung lassen sich noch angenähert für den Fall berechnen, der dem Parallelbetrieb zweier Kraftwerke über die Leitung entspricht (Zweimaschinenproblem). Für Netzwerke mit einer grösseren Anzahl Kraftwerke im Parallelbetrieb wird die Lösung mathematisch sehr umständlich; sie ist nur angenähert möglich. Dies ergibt sich aus dem Verlauf des synchronisierenden Momentes  $\Delta P = (P - P_0)$  der Fig. 12 sofort, da diese Abweichung selbst unter Annahme der eindeutigen statischen Leistung als Wert von  $P$  nur bei kleinen Werten proportional  $\Delta\theta$  ist, und somit nur in diesem Fall eine harmonische Schwingung entsteht. Selbst die Berücksichtigung eines genaueren, dynamischen Wertes von  $P$  kann noch nicht befriedigen, solange dieser als eindeutige Funktion von  $\theta$  allein angenommen wird, weil dieser keine Erklärung für das Abklingen der synchronisierenden Schwingung liefern kann. Der Wert der Einführung des dynamischen Moments anstelle des statischen besteht darin, dass die Amplitude des Überschwingens des Rotors über seine neue Gleichgewichtslage sich genauer bestimmen lässt. Damit ist praktisch die Hauptfrage, nämlich jene nach der dynamischen Stabilität beantwortet.

Mit diesen Ausführungen sind wir nun am Ausgangspunkt der modernen Probleme der dynamischen oder Übergangsstabilität angelangt. Die Probleme der dynamischen Stabilität mit *langen Leitungen* sind ausserordentlich reizvoll und interessant. Der begrenzte Raum erlaubt es aber nicht, sie hier zu beschreiben. Als Resultat kann man sagen, dass unter plausiblen Annahmen die grösste Leitungslänge, über die die natürliche Leistung unter Wahrung der dynamischen Stabilität ohne besondere Kniffe übertragen werden kann, nur rund 400 km beträgt. Ich muss mich hier darauf beschränken, die für unser Land viel wichtigere dynamische Stabilität für kurze Leitungen, d. h. solche mit weniger als ca. 400 km Länge, an einigen Beispielen zu erläutern.

c) Stabilitätsgrenzen

In der Fig. 13 ist die Grösse des Leistungssprunges dargestellt, der einen bereits *vorbelasteten Generator* zugemutet werden darf, ohne dass er ausser Tritt fällt. Vom Leerlaufzustand ausgehend, dürfen etwas mehr als 70% der statisch maximal über-

tragbaren Leistung  $P_{max}$  plötzlich zugeschaltet werden. Der stationäre Übertragungswinkel  $\theta_0$  wird dabei ca.  $50^\circ$ . Mit Vorbelastung sinkt die Grösse des zulässigen Leistungssprunges, hingegen wächst der

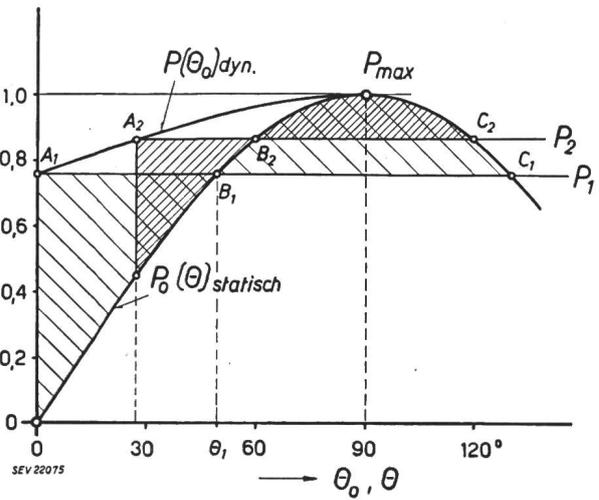


Fig. 13  
Dynamische Stabilität eines vorbelasteten Generators  
 $P_0$  Vorbelastung;  $P$  dynamisch höchstzulässige Gesamtbelastung

Absolutbetrag der Leistung im neuen Zustand. Die  $P$ -Kurve ergibt sich ohne weiteres aus dem beschriebenen Flächenkriterium.

Fig. 14a zeigt den Fall einer *Kurzschlussabschaltung*. Es ist angenommen, ein Kraftwerk übertrage eine gewisse Leistung  $P_0$  über eine Doppelleitung. Auf einem Leitungsstrang passiere ein Kurzschluss, der nach kurzer Zeit zur Ausschaltung dieses Stranges führt, so dass nur noch *eine* gesunde Leitung

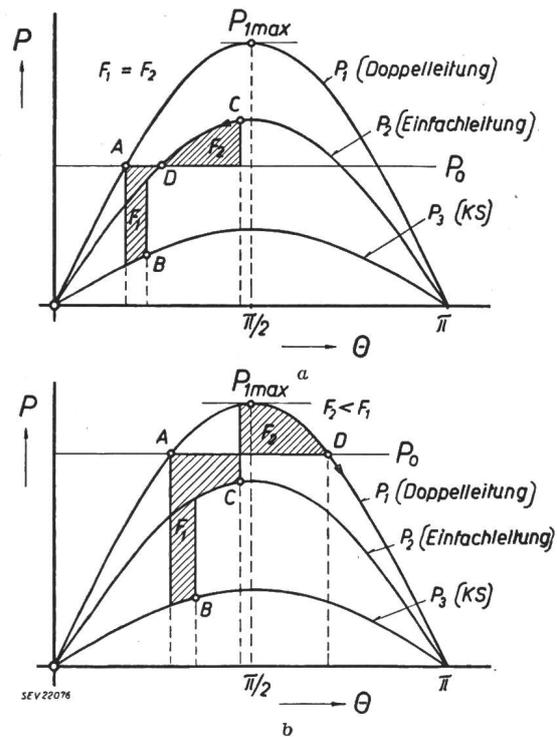


Fig. 14  
Dynamische Stabilität einer einfachen Übertragung beim Kurzschluss eines Stranges einer Doppelleitung  
a ohne Kurzschluss-Fortschaltung; b mit Kurzschluss-Fortschaltung

für die Übertragung zur Verfügung bleibt. In der Fig. 14 sind nun die drei entsprechenden statischen Leistungskurven  $P(\theta)$  aufgezeichnet. Unter der Annahme einer während des ganzen Störungsvorganges konstanten Antriebsleistung  $P_0$  resultieren die Flächen  $F_1$  und  $F_2$ . Der Punkt  $P$  entspricht der Ausschaltung der fehlerhaften Leitung. Aus der Flächengleichheit  $F_1 = F_2$  ergibt sich der grösste dynamisch erreichte Winkel im Punkt  $C$ . In diesem Punkt kehrt die Rotorbewegung relativ zur synchronen Bewegung wieder um und nähert sich dem neuen Gleichgewichtszustand im Punkt  $D$ .

Fig. 14b illustriert den heute sehr wichtigen Fall der *Kurzschlussfortschaltung*. Der fehlerhafte Strang einer Doppelleitung wird hier nach erfolgter Ausschaltung innert weniger Zehntelsekunden wieder eingeschaltet, so dass erneut wieder die Doppelleitung für die Energieübertragung zur Verfügung steht. In Fig. 14b ist eine wesentlich grössere stationäre Übertragungsleistung  $P_0$  angenommen als in Fig. 14a. Die Wiedereinschaltung der Leitung erfolgt im Punkt  $C$ . Von diesem Moment an gilt wieder die Übertragungskurve der Doppelleitung. Im Beispiel ist gezeigt, dass die Flächengleichheit von  $F_1$  und  $F_2$  bis zum Punkt  $D$  nicht mehr erreicht wird. Der Rotor bewegt sich in diesem Punkt weiter im Sinne wachsender Winkel  $\theta$  und fällt ausser Tritt, weil die abgegebene Leistung nun kleiner wird als die Antriebsleistung  $P_0$ , wodurch sich der Rotor weiter beschleunigt. Aus der Figur geht die enorme Bedeutung kurzer Schaltzeiten bei auftretenden Fehlern hervor. Wie bekannt ist, werden Abschaltzeiten von 3...5 Perioden der Frequenz 50 heute oft von Höchstspannungsschaltern verlangt.

Die während des Fehlerzustandes gültige Kurve 2 in Fig. 14 a und b liegt je nach der Art und dem Ort des Kurzschlusses verschieden hoch. Bei dreipoligem Kurzschluss an einer Sammelschiene fällt die Kurve mit der Null-Linie zusammen. Bei Kurzschluss zwischen einer Phase und Erde liegt sie relativ am höchsten. Die Methode der symmetrischen Komponenten erlaubt, diese Kurve bei unsymmetrischen Netzfehlern zu bestimmen.

Betrachtungen wie die oben angeführten zeigen eindrücklich, dass sich die dynamische Stabilitätsgrenze mit kürzeren Störzeiten immer mehr der statischen Stabilitätsgrenze nähert. Dadurch wird eine bessere Ausnützung gegebener Übertragungsleistungen erreicht und der statischen Stabilitätsgrenze eine wachsende Bedeutung zugewiesen. Zugleich wird es immer schwieriger, in der ausserordentlich kurzen Störzeit die Stabilität noch mit Hilfe der Erregung der Synchronmaschinen zu beeinflussen.

### 5. Modelle zur Darstellung und Messung der Stabilität

#### a) Wechselstrom-Netzmodell

Zunächst kann zur Beurteilung der Stabilität einer Übertragung das rein elektrische *Wechselstrommodell eines Netzes* benützt werden. Dieses liefert die statischen Wirk- und Blindleistungen in

jedem Netzpunkt. Zur Beurteilung der dynamischen Stabilität kann das Netzmodell wertvolle Dienste leisten auf Grundlage der ersten Näherung, bei der die dynamische Leistung der Generatoren der statischen gleichgesetzt wird. Die Ermittlung der dynamischen Stabilität beruht auf einer schrittweisen Rechnung der Winkeländerungen  $\Delta\theta$  auf Grund der mit dem Modell bestimmten statischen Leistungen oder Momente. Diese Methode ist für die Beurteilung grosser Netze weit verbreitet und wertvoll, da sie einfacher ist als die ausserordentlich weitläufige Rechnung.

#### b) Mechanisches Modell

Wie für alle elektromagnetischen Vorgänge, lassen sich auch für die elektrische Energieübertragung mechanische Modelle angeben. Im Jahre 1926 ist von *Griscom* ein mechanisches Modell angegeben worden, dessen Verhalten genau den Leistungsgleichungen der kurzen Leitung entspricht. Fig. 15 zeigt dieses Modell. Die sich entsprechenden mechanischen und elektrischen Grössen sind in Tabelle II angegeben:

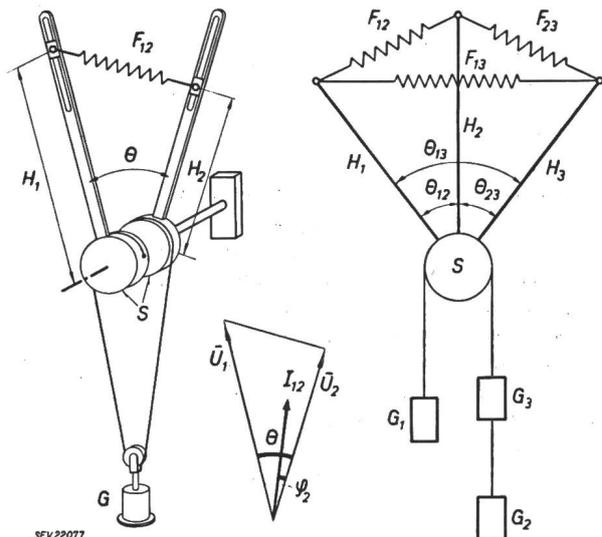


Fig. 15  
Dynamisches Übertragungsmodell nach Griscom 1926

Beziehung des mechanischen Modells zu den elektrischen Grössen des Netzes

Tabelle II

	Mechanisches Modell	Elektrische Grössen
1.	Radien der Federkraft-Ansatzpunkte	Spannungen an den Leitungsenden
2.	Federlänge	Spannungsabfall längs der Leitung
3.	Federzug	Leistungsstrom
4.	Drehmoment an jedem Arm bzw. Skalarprodukt aus Federzugvektor und Radiusvektor irgend eines Federpunktes	Wirkleistung eines Leitungspunktes
5.	Vektorprodukt aus Federkraftvektor eines Armes oder Federpunktes	Blindleistung eines Leitungspunktes
6.	Winkel der Radiusvektoren zu zwei Federpunkten	Phasenwinkel der Spannungen zweier Leitungspunkte

Dieses Modell liefert ebenfalls die statischen Leistungen. Dagegen kann die Trägheit der Rotoren direkt berücksichtigt werden. Der Wert des Modells liegt vor allem in der ausserordentlich guten Anschaulichkeit der physikalischen Vorgänge. In seiner einfachen Form gibt es ein vollständiges Bild der Übertragung über kurze Leitungen. Auch der Einfluss von Spannungsstützpunkten auf der Leitung oder von mehr als zwei Kraftwerken lässt sich im Modell ohne weiteres erfassen. So ist rechts das Modell für drei parallele Werke angegeben<sup>2)</sup>.

c) Das «Micro-Réseau»

Eine dritte Modellmöglichkeit ist von der Abteilung «Etudes et Recherches» der Electricité de France in Form des sog. *Micro-Réseau* verwirklicht worden. Es besteht in einer Abbildung der elektrischen und mechanischen Grössen mit Hilfe spezieller kleiner Synchron-Generatoren und Motoren und eventuell zusätzlicher Schwungräder. Die Kunst, grosse Netze und Maschinen durch kleine Einheiten darzustellen, besteht grundsätzlich darin, die hohen Wirkungsgrade und die kleinen Verluste grosser Einheiten bei kleinen Einheiten zu verwirklichen oder vorzutäuschen. Dieses Modell ist grundsätzlich genau, da auch die vorübergehenden dynamischen Leistungen bei Rotorschwankungen der Synchronmaschine richtig abgebildet werden können.

6. Querkompensation

In diesem und dem nächsten Kapitel soll auf die Bedeutung der *Blindleistungen* für die Energieübertragung etwas näher eingegangen werden. Aus den Kreisdiagrammen ist ersichtlich, dass die kurze Leitung stets positiver Blindleistung bedarf, die lange Leitung dagegen erst oberhalb ihrer natürlichen Leistung. Diese Blindleistung ist grundsätzlich dort zu erzeugen, wo sie gebraucht wird, d. h. an den Leitungsenden oder längs der Leitung. Die Deckung positiver Blindleistungen ist möglich durch den Anschluss von Kondensatoren oder übererregter Synchrongeneratoren. Die Deckung negativer Blindleistung, die nur bei langen Leitungen in Betrieb mit unternatürlichen Leistungen (z. B. Leerlauf) in Frage kommt, geschieht mit Hilfe von Drosselspulen oder untererregten Generatoren. Die Synchronmaschine hat den grossen Vorteil, die Spannung an der Leitung jederzeit mehr oder weniger aufrecht erhalten zu können. Die Leitung lässt sich gewissermassen in kurze Teilleitungen zerlegen, wenn die Maschinen längs der Leitung angeschlossen werden. Diese Zerlegung gilt jedoch nur bei sehr kräftigen Stützpunkten, an denen die Spannung auch dynamisch konstant bleibt. Die entsprechenden Phasenschieber müssen entweder viel stärker dimensioniert werden, als ihrer stationären Leistung entspricht, oder dann muss zu ganz speziell raschen und dabei noch stabilen Stösserregungen gegriffen werden.

Die Kreisdiagramme zeigten, dass der Blindleistungsbedarf der kurzen Leitung enorm wird, wenn die übertragene Leistung sich der maxi-

mal übertragbaren Leistung  $P_{max}$  nähert. Bei der langen Leitung wächst die Blindleistung entsprechend sehr rasch, wenn die natürliche Leistung überschritten wird. Die Schwierigkeiten der Blindleistungsbeschaffung bestehen praktisch viel mehr beim Empfänger als beim Sender. Es drängt sich

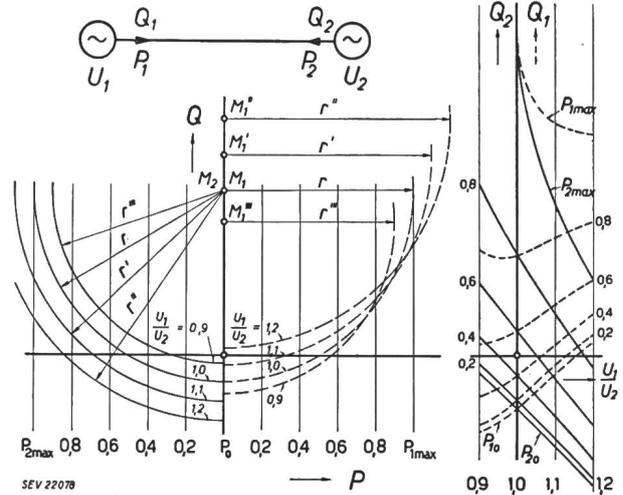


Fig. 16  
Einfluss des Spannungsabfalles auf einer 300 km langen, verlustlosen Übertragung auf den Blindlastbedarf an beiden Leitungsenden

daher die Massnahme auf, durch Erhöhung der Sendespannung  $U_1$  gegenüber der Empfangsspannung  $U_2$  den Empfänger von Blindleistung zu entlasten, um dafür den Sender mehr zu belasten. Fig. 16 zeigt diese Möglichkeit für eine 300 km lange verlustlose Leitung. Im links gezeichneten Kreisdiagramm sind Sendespannungen  $U_1$  von 90, 100, 110 und 120 % der Empfangsspannung  $U_2$  angenommen. Bei beliebigen Wirkleistungen ergeben sich derart die nötigen Blindleistungen beim Sender und Empfänger. Diese sind als Kurven in der Figur rechts dargestellt. Die Möglichkeit der Spannungserhöhung beim Sender bewirkt eine ganz wesentliche Reduktion der Blindleistung, die der Empfänger an die Übertragungsleitung liefern muss. Dieser Punkt ist von grosser praktischer Bedeutung immer dann, wenn die Übertragung nicht gerade mit der natürlichen Leistung der Leitung betrieben werden kann, oder wenn es sich überhaupt nur um kurze Leitungen handelt. Der Verfasser ist nicht der Auffassung, dass bei Höchstspannung mit kleinen Spannungsunterschieden ( $U_1 - U_2$ ) wirtschaftlicher auszukommen ist als bei den heute üblichen Übertragungen, sofern es sich um eine wirkliche Übertragung aus einem Erzeugerzentrum nach einem Verbraucherzentrum handelt, und nicht um eine Verbindungsleitung zwischen Verbraucherzentren. Andernfalls muss eben die für die Übertragung nötige Blindleistung auch beim Verbraucher sichergestellt werden. Dieses Problem verdient heute infolge des raschen Anwachsens der übertragenen Leistungen spezielle Beachtung, besonders in Störungsmomenten.

Bei der *langen Leitung* soll der Wert von Spannungsstützpunkten längs der Leitung anhand der

Es folgen «Die Seiten des VSE».  
Fortsetzung des allgemeinen Teils auf Seite 361.

<sup>2)</sup> siehe W. Frey: Die statische Stabilität eines Netzes mit mehreren Synchronmaschinen, BBC-Mitt. Bd. 31 (1944), S. 166.