

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 46 (1955)  
**Heft:** 5

**Artikel:** Betrachtungen über mechanische Stösse in der Beanspruchung und in der Prüfung von Instrumenten  
**Autor:** Hinermann, Karl  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1058131>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 25.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Das Instrument ist von *H. R. Meier* und *E. Trümpy* an der ETH mit Hilfe eines besondern Kredites entwickelt und an anderer Stelle beschrieben worden [6].

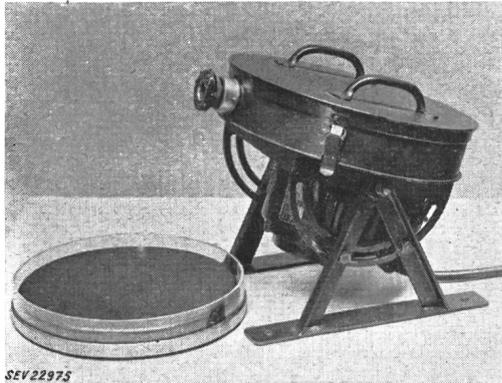


Fig. 15

Boys-Kamera mit grosser Filmgeschwindigkeit (RK)

### 6. Photoraum Paradiso

Um das Vorwachsen der Blitze in den ersten Turm photographisch verfolgen zu können, wurde bereits im Jahre 1947 am Fusse des Monte San Salvatore im Dachstock eines Gebäudes an der Via Bosia 9 ein Photoraum eingerichtet, wo je eine Boys-Kamera mit raschem (49 m/s) und langsamem Filmvorschub (1 m/s) aufgestellt wurden. Der Abstand dieses Photorumes von der Spitze des ersten Turmes beträgt ca. 1400 m in der Horizontalen und 670 m in der Vertikalen.

Die Apparate sind grundsätzlich genau gleich gebaut wie die bereits beschriebenen des Photorumes auf dem Berggipfel. Die Öffnung der Verschlüsse und die Schaltung der Motoren geschah in den ersten Jahren von einer Schaltuhr aus, welche nach Einsetzen der Dunkelheit einschaltete und vor Beginn der Morgendämmerung wieder ausschaltete. Seit 1953 wird auf telephonischen Anruf hin nur noch dann geöffnet, wenn Gewittergefahr besteht. Damit wird die Schleierbildung der Photographien ver-

mindert, die sonst besonders in mond hellen Nächten stark störend ist.

### 7. Photoschrank auf dem zweiten Blitzauffang-Turm

Der Einbau des Blitzstrom-Shuntens auf dem zweiten Turm zwischen dessen Nadel und der gerdeten Turmkonstruktion, ca. 55 m über dem Erdboden, ergab die Möglichkeit, dort auch einen Schrank mit Boys-Kameras für kleine und grosse Vorschubgeschwindigkeit der Photoschicht einzubauen. Diese Apparate registrieren Blitzeinschläge in den alten Turm aus ca. 400 m Horizontalabstand bei ca. 50 m Höhendifferenz zur Turmspitze. Diese Entfernung scheint günstiger als die grössere Distanz des Photorums in Paradiso, um auch das erste Aufleuchten der Blitzbahn photographisch sichtbar zu machen. Leider gelingt dies nur nachts, so dass mehr Oszillogramme als Photos der Einschläge in die Türme aufgenommen werden.

Mit den beschriebenen Einrichtungen können somit Blitzeinschläge photographisch sowie oszillographisch festgehalten werden.

Die wesentlichen Resultate der neunjährigen Beobachtungsperiode 1946...1954 werden in einem spätern Aufsatz gezeigt.

### Literatur

- [1] *Berger, K.*: Die Blitzmessstation auf dem Monte San Salvatore. Bull. SEV Bd. 34(1943), Nr. 26, 29. Dez., S. 803...805.
- [2] *Berger, K.*: Neuere Resultate der Blitzforschung in der Schweiz. Bull. SEV Bd. 38(1947), Nr. 25, 13. Dez., S. 813...823.
- [3] *Surge Phenomena. Seven Years Research for the Central Electricity Board 1933...1940. Part. I: The Study of Lightning.* London: The British Electrical and Allied Industries Research Association 1941.
- [4] *Pockels, F.*: Ein Versuch, die bei Blitzeinschlägen erreichte maximale Stromstärke zu schätzen. Meteorol. Z. Bd. 15 (1898), Februar, S. 41...46.
- Pockels, F.*: Zur Bestimmung der Maximalstromstärke von Blitzen. Meteorol. Z. Bd. 18(1901), Januar, S. 40...41.
- [5] *Ambrosetti, Fl.*: Luftelektrische Messungen in Locarno-Monti. Ann. schweiz. meteorol. Zentr.-Anst. Bd. 81(1944), Anhang Nr. 6, S. 12...18.
- [6] *Trümpy, E.*: Messinstrument zur Zählung der Anzahl Blitzeinschläge in einem beschränkten Umkreis. Bull. SEV Bd. 45(1954), Nr. 7, 3. April, S. 207...213.

Adresse des Autors:

Prof. Dr. K. Berger, Versuchsleiter der FKH, Seefeldstrasse 301, Zürich 8.

## Betrachtungen über mechanische Stösse in der Beanspruchung und in der Prüfung von Instrumenten

Von *Karl Hintermann*, Bern

620.178.787 : 621.317.7

*Als Gedankenmodell dient ein idealisierter Zungenfrequenzmesser als gestossenes Objekt. Es wird über den Einfluss von Stossform, Stossdauer, Beschleunigungsmaximum und Fläche der Kurve der Stossfunktion auf die Schwingungen, speziell auf die Schwingungsenergie der Zungen berichtet. Ferner wird der Zusammenhang zwischen diesen Grössen und der Art des Stosses und des gestossenen Objektes für einige Beispiele behandelt.*

*Les questions envisagées sont discutées en prenant comme exemple le cas schématique d'un fréquencesmètre à lames vibrantes, soumis à des chocs. On examine l'influence sur les vibrations des lames, en particulier sur leur énergie de vibration, de la forme et de la durée du choc, du maximum de l'accélération et de la surface de la courbe représentant la fonction de choc. La relation entre ces grandeurs et le genre de choc et d'objet qui le reçoit est traitée pour quelques exemples.*

### I. Einleitung

Im Expertenkomitee «Vibration und Stoss», das von den Fachkollegien 12 (Radioverbindungen) und 13 (Messinstrumente) des Comité Electrotechnique Suisse (CES) gebildet wurde, hat sich die Frage gestellt, wie sich die verschiedenen Grössen (Beschleunigungsmaximum, Stossdauer, Fläche und

Form der Kurve der Stossfunktion) in der Stossprüfung von Instrumenten auswirken. Diese Grössen seien im folgenden kurz «Stossgrössen» genannt, die letzten beiden kurz «Stossfläche» und «Stossform». In der vorliegenden Arbeit sollen über diese Grössen anhand ihrer Entstehung und ihrer Auswirkungen auf elastische Gebilde Betrachtungen angestellt

werden. A. von Weiss [1]<sup>1)</sup> hat bereits im Bulletin SEV im Zusammenhang mit Instrumentenprüfungen das Amplitudenspektrum eines Stossbeispiels angegeben. Es wird im folgenden versucht, dazu allgemeiner über die Zusammenhänge zwischen Stossgrößen und Stoßspektrum zu berichten.

### II. Frequenzanalyse

Das Fourierintegral der Beschleunigungsfunktion des Stosses (im folgenden kurz «Stossfunktion») ergibt rein mathematisch den Aufbau der Stossfunktion aus der Superposition von unendlich langen, sinusförmigen Wellenzügen. Es ist zu untersuchen, was dies praktisch am gestossenen Objekt bedeutet.

#### 1. Frequenzanalyse am Modell

Man denke sich als Modell eines gestossenen Objektes einen Zungenfrequenzmesser, dessen Zungen die verschiedenen elastischen Teile eines Prüfobjektes repräsentieren. Um die Stosswirkung, speziell die aufgenommene Energie nach Ablauf des Stosses wiedergeben zu können, seien die Zungen als dämpfungsfrei angenommen. Sie sollen aus masselosen

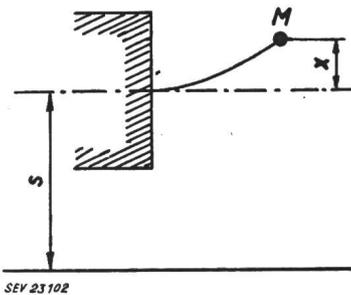


Fig. 1  
Koordinatenbezeichnungen  
M Masse; x Koordinate der Masse im System des gestossenen Objektes; s Koordinate des gestossenen Objektes in einem Inertialsystem

elastischen Stäben verschiedener Elastizität mit den Massen M an deren Ende bestehen. Die Stossfunktion wirkt dann auf den eingespannten Teil des Stabes und es gilt (Fig. 1):

$$M(\ddot{x} + \ddot{s}(t)) + kx = 0 \quad (1)$$

$$k = M\omega^2 \quad (2)$$

worin:

- x Koordinate der Masse im System des gestossenen Objektes;
- s(t) Koordinate des gestossenen Objektes in einem Inertialsystem;
- k Federkonstante des elastischen Stabes;
- $\omega$  Eigenkreisfrequenz der Schwingungen von M im x-Koordinatensystem ( $\omega = 2\pi\nu$ ,  $\nu$  = Eigenfrequenz in Hz).

Die Gleichung (1) kann auch in der Form:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = -\ddot{s}(t) = F(t) \quad (3)$$

geschrieben werden, wobei F(t) die Beschleunigungsfunktion des Stosses, die «Stossfunktion» ist.

Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet [2]:

$$x = \frac{1}{\omega} \int_{-\infty}^t F(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (4)$$

Mit Hilfe der Zerlegung von  $\sin \omega(t - \tau)$  ergibt dies:

<sup>1)</sup> siehe Literatur am Schluss.

$$x = \frac{1}{\omega} \left( \sin \omega t \int_{-\infty}^t F(\tau) \cos \omega \tau d\tau - \cos \omega t \int_{-\infty}^t F(\tau) \sin \omega \tau d\tau \right) \quad (5)$$

Die beiden Integrale stellen also mit  $1/\omega$  multipliziert die jeweiligen Wegamplituden  $A_x$  und  $B_x$  dar. Für die Betrachtung der Stosswirkung interessiert die Schwingung nach Ablauf des Stosses. Da die Zungen ungedämpft sind, bleibt diese Schwingung unverändert erhalten. Ist zur Zeit  $t_0$  der Stoss vorüber, so gilt:

$$F(\tau > t_0) = 0 \quad (6)$$

Es wird daher in den Zeitelementen nach  $t_0$  kein Beitrag mehr an die Integralwerte der Gleichung (5) geleistet und man kann als obere Integrationsgrenze statt t auch  $\infty$  setzen.

#### 2. Vergleich mit Fourieranalyse

Nach Fourier kann die Funktion F(t) folgendermassen zerlegt werden [da F(t) nicht periodisch ist, handelt es sich nicht um eine Reihe, sondern um ein Integral]:

$$F(t) = \int_0^{\infty} a(\omega) \cos \omega t d\omega + \int_0^{\infty} b(\omega) \sin \omega t d\omega \quad (7)$$

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau) \cos \omega \tau d\tau \quad (8)$$

$$b(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau) \sin \omega \tau d\tau$$

Betrachtet man nur die Komponente der Eigenkreisfrequenz  $\omega$ , integriert also nicht über  $\omega$ , so ergibt sich:

$$dF(t) = \frac{1}{\pi} \left( \cos \omega t \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau) \cos \omega \tau d\tau + \sin \omega t \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau) \sin \omega \tau d\tau \right) d\omega \quad (9)$$

Um das Ergebnis mit Gleichung (5) vergleichen zu können, wird diese mit den oberen Grenzen  $\infty$  [Schwingung nach Ablauf des Stosses, Gleichung (6)] nochmals angeschrieben und nach der Zeit differenziert. Man erhält:

$$x_{t>t_0} = \frac{1}{\omega} \left( \sin \omega t \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau) \cos \omega \tau d\tau + \cos \omega t \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau) \sin \omega \tau d\tau \right) \quad (10)$$

$$\dot{x}_{t>t_0} = \left( \cos \omega t \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau) \cos \omega \tau d\tau + \sin \omega t \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau) \sin \omega \tau d\tau \right) \quad (11)$$

Daraus ersieht man das folgende wichtige Resultat für das Stossobjekt:

Die mit  $\pi$  multiplizierten Fourieramplituden (8) der Beschleunigungsfunktion des Stosses, sind die Geschwindigkeitsamplituden der Zungen nach dem Stoss. Dasselbe gilt auch für die Geschwindigkeitsfunktion des Stosses und die Wegamplituden der Zungen.

Der Zusammenhang zwischen den Amplituden des Weges, der Geschwindigkeit und der Beschleunigung ist einfach der folgende:

$$\omega^2 A_x = \omega A_{\dot{x}} = A_{\ddot{x}} \quad (12)$$

wie man leicht durch Differenziation einer Sinus- oder Cosinusbewegung einsieht. Die Indizes  $x$ ,  $\dot{x}$  und  $\ddot{x}$  weisen auf die Dimension der Amplitude hin.

Fourieranalysen für verschiedene Funktionen sind in der Literatur zu finden, z. B. bei K. W. Wagner [3].

### III. Einfluss der Form der Stossfunktion, Beispiele

Vorerst sei noch die mathematische Definition von Stossgrössen angegeben:

die Fläche unter der Kurve der Stossfunktion (Stossfläche):

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) dt \quad (13)$$

ferner das Beschleunigungsmaximum der Stossfunktion:

$$a = F(t)_{max}$$

und die aus diesen beiden Grössen abgeleitete mittlere Stossdauer:

$$b = \frac{J}{a} \quad (14)$$

Die Stossfläche  $J$  bedeutet nichts anderes, als den pro Masseneinheit des gestossenen Objektes umgesetzten Impuls.

#### 1. Erstes Beispiel

Als erstes Beispiel diene der Stoss einer standardisierten Instrumenten-Stossprüfmaschine amerikanischer Herkunft [3]. Die Maschine ist in Europa unter dem Namen «Guillotine» bekannt (nach ihrem Aufbau). Der Stoss erfolgt durch harte Abfederung des das Objekt tragenden Tisches, der in einer Führung aus einer bestimmten Höhe fällt. Die Stossfunktion ist eine halbe Cosinusperiode (Fig. 2a):

$$F(t) = 0 \left|_{-\infty}^{-t_0} + a \cos \frac{\pi t}{2 t_0} \right|_{-t_0}^{+t_0} + 0 \left|_{+t_0}^{\infty} \right. \quad (15)$$

In die Lösung (4) der Differentialgleichung einge-

setzt und ausgerechnet ergibt sich für die Auslenkungen der Zungen des Modelles

$$x = a \frac{\cos \omega t_0}{\pi \omega} \frac{1}{4 t_0} \frac{1}{\pi} \sin \omega t = A_x \sin \omega t \quad (16)$$

Es erweist sich als vorteilhaft, statt der Wegamplitude  $A_x$  die Geschwindigkeitsamplitude  $A_{\dot{x}} = \omega A_x$  zu diskutieren, da sie sich dimensionslos auftragen lässt und da nur sie für  $\omega = 0$  einen endlichen, von Null verschiedenen Wert hat. Ferner kommt der

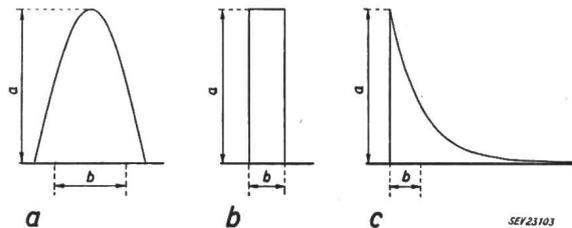


Fig. 2 Beschleunigungsverlauf (Stossfunktionen) der Stösse nach den Beispielen 1..3  
a Beschleunigungsmaximum der Stossfunktion; b mittlere Stossdauer

Geschwindigkeitsamplitude eine praktische Bedeutung zu, da ja ihr halbes Quadrat  $A_{\dot{x}}^2/2$  die pro Masseneinheit aufgenommene Energie (spezifische Energie) des schwingenden Körpers darstellt.

Mit Hilfe der Gleichungen (13), (14) und (16) erhält man für das vorliegende Beispiel:

$$A_{\dot{x}} = J \frac{\cos \frac{\pi}{4} \omega b}{1 - \frac{\omega^2 b^2}{4}} \quad (17)$$

$$J = \frac{4}{\pi} a t_0 \quad b = \frac{4}{\pi} t_0 \quad (18)$$

Man sieht nun den Vorteil der Geschwindigkeitsamplitude als Vergleichswert (Fig. 3, Kurve 1): über  $\omega b$  aufgetragen und auf  $J$  bezogen ergeben sich für die Koordinaten dimensionslose Grössen, die für eine bestimmte Stossform, unabhängig von den Werten der Stossgrössen immer dieselbe Kurve ergeben.

#### 2. Zweites Beispiel

Als zweites Beispiel ist in Fig. 3 das Spektrum (Kurve 2) einer rechteckigen Stossfunktion (Fig. 2b) eingetragen:

$$F(t) = 0 \left|_{-\infty}^{-t_0} + a \right|_{-t_0}^{+t_0} + 0 \left|_{+t_0}^{\infty} \right. \quad (19)$$

$$J = 2 a t_0 \quad b = 2 t_0 \quad (20)$$

$$A_{\dot{x}} = 2 \frac{J}{\omega b} \sin \frac{\omega b}{2} \quad (21)$$

#### 3. Drittes Beispiel

Als drittes Beispiel ist in Fig. 3 das Spektrum eines exponentiellen Stossverlaufes (Fig. 2c) eingetragen. Eine nähere Betrachtung über diesen Stoss folgt weiter unten (Stoss auf zähe Unterlage).

4. Folgerungen

Wie Fig. 3 zeigt, haben die Umhüllenden der absoluten Werte der Kurven ähnlichen Verlauf. Im Spektrum stetiger Stossfunktionen (Beispiel 1) sind die höheren Kreisfrequenzen schwach vertreten, während sich Unstetigkeiten in der Stossfunktion

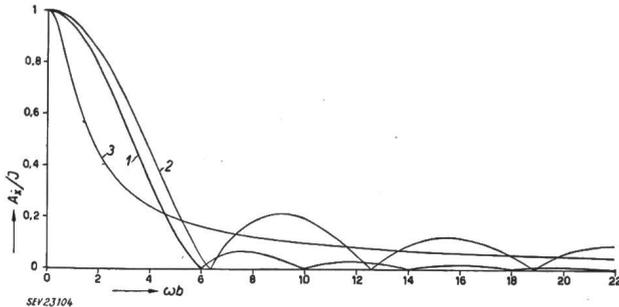


Fig. 3

Dimensionslos aufgetragenes Spektrum der Geschwindigkeitsamplituden der Beispiele 1...3

$A_x$  Geschwindigkeitsamplitude;  $J$  Stossfläche;  $\omega$  Eigenkreisfrequenz der Schwingungen der Masse  $M$ ;  $b$  mittlere Stossdauer

im Sinne grösserer Amplituden bei diesen Kreisfrequenzen auswirken (Kurven 2 und 3). Es zeigt sich, dass die Umhüllenden der dimensionslos aufgetragenen Spektren stetiger Stossfunktionen alle fast denselben Verlauf haben wie in Beispiel 1. Der Abfall auf kleinere Amplituden erfolgt jedoch immer, auch in den un stetigen Fällen in der Gegend  $\omega b \approx 2\pi$ , oder (Frequenzen in Hz)  $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ , d. h.:

Der Hauptanteil der spezifischen Energie wird durch Schwingungsgebilde aufgenommen, deren Eigenfrequenzen kleiner sind als die reziproke mittlere Stossdauer ( $\nu < 1/b$ ).

IV. Grenzfall  $b \rightarrow 0$ , Einfluss der mittleren Stossdauer

Eine Stossfunktion endlicher Fläche mit  $b \rightarrow 0$  ( $a \rightarrow \infty$ ; Diracsche  $\delta$ -Funktion) kann aus Beispiel 1 oder 2 durch Grenzfallbetrachtungen abgeleitet werden: Eliminiert man in den Amplituden (17) oder (21)  $a$  durch Einführen von  $t_0$  und macht den Grenzübergang  $t_0 \rightarrow 0$ , so erhält man eine konstante Geschwindigkeitsamplitude für alle  $\omega$ . Dieses Resultat ist nichts anderes als die etwa in der Hochfrequenztechnik bekannte Tatsache, dass ein unendlich schmaler Impuls seine Energie auf sämtliche Frequenzen gleich verteilt.

Dieses Resultat lässt sich auch aus einer genaueren Betrachtung der Fig. 3 vermuten:

Das Produkt  $\omega b$ , das als Abszisse aufgetragen ähnliche Geschwindigkeits-(Energie-) Spektren gibt, hat zur Folge, dass die Breite des Frequenzspektrums (nicht dimensionslos, sondern über  $\omega$  aufgetragen) umgekehrt proportional der mittleren Stossdauer ist (mathematisch dasselbe wie die Heisenbergsche Ungenauigkeitsrelation der Quantenphysik). Im Grenzfall  $b \rightarrow 0$  wird nun der Wert am Abszissenullpunkt der Fig. 3 für alle Frequenzen gültig, da ja für jede Frequenz  $\omega b$  gegen Null geht (siehe auch Ähnlichkeitssatz der Laplacetransformation).

In Fig. 4 sind die verschiedenen Amplituden und die spezifischen Energien des Beispiels 1 in ihren Dimensionen über Frequenzen und Kreisfrequenzen in  $s^{-1}$  aufgetragen. Dabei ist eine mittlere Stossdauer von  $10^{-3}s$  und ein Beschleunigungsmaximum von  $100 m s^{-2}$  ( $\approx 10 g$ ) den Spektren zu Grunde gelegt.

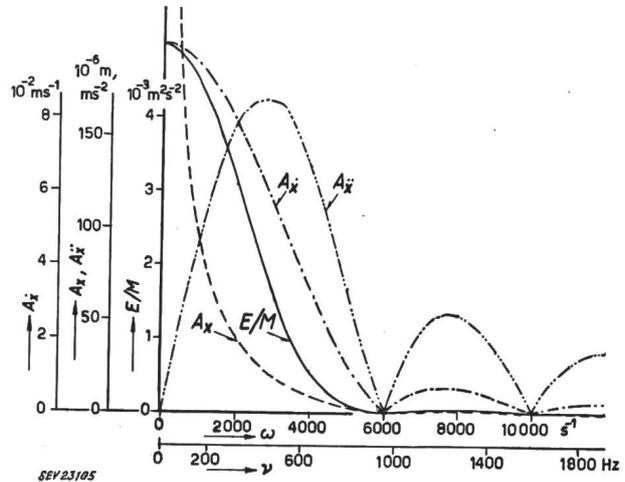


Fig. 4

Weg-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsamplitude, sowie spezifische Schwingungsenergie in Abhängigkeit von Eigenkreisfrequenz  $\omega$  und Eigenfrequenz  $\nu$  nach Beispiel 1

$A_x$  Wegamplitude;  $A_x'$  Geschwindigkeitsamplitude;  $A_x''$  Beschleunigungsamplitude;  $E/M$  spezifische Schwingungsenergie

Es ist zu beachten, dass es sich definitionsgemäss um die Amplituden der schwingenden Massen im System des gestossenen Objektes handelt, welches kein Inertialsystem ist. Die definitionsgemässen Beschleunigungsamplituden sind daher ungeeignet für Rückschlüsse auf Kräfte. Für hohe Frequenzen ist dafür vielmehr das Beschleunigungsmaximum der Stossfunktion massgebend. Für kleine Frequenzen kann aus den Wegamplituden auf Kräfte ( $Kraft = A_x M \omega^2$ ) geschlossen werden (z. B. für Stossabfederungen).

V. Einfluss von Beschleunigungsmaximum und Fläche der Stossfunktion

Aus Fig. 3 kann der Einfluss des Beschleunigungsmaximums und der Fläche der Stossfunktion abgelesen werden:

Bei konstanter mittlerer Stossdauer verhalten sich die Geschwindigkeitsamplituden proportional zur Stossfläche  $J$ , die in diesem Fall selbst proportional zum Beschleunigungsmaximum ist. Bei gleicher Stossform (gleichem Verhältnis zwischen mittlerer Stossdauer und Beschleunigungsmaximum) verhalten sich die Amplituden auch proportional zum Beschleunigungsmaximum, treten jedoch bei Eigenfrequenzen auf, die in Funktion der mittleren Stossdauer variieren.

Zwei der drei Stossgrössen — mittlere Stossdauer, Beschleunigungsmaximum und Stossfläche — charakterisieren also den allgemeinen Verlauf eines Amplitudenspektrums der Stossfunktion; die Stossform gibt erst in zweiter Linie über die genauere Form des Spektrums Auskunft.

**VI. Die Stossgrössen einiger Beispiele**

Die Stossgrössen sollen nun bei Aufschlagen von zwei extremen Arten von Stossobjekten (Körperart) auf zwei extreme Arten von Unterlagen (elastische und zähe) diskutiert werden. Für das Aufschlagen wird immer dieselbe Geschwindigkeit angenommen (gleiche Fallhöhe unter Vernachlässigung der Luftwiderstandsunterschiede).

**Körperart 1:** Objekte verschiedener Masse  $M$  (inkl. Fuss) sind mit gleichem Fuss (gleiche Berührungsfläche  $A$  mit der Unterlage) versehen.

**Körperart 2:** Die Körper samt Fuss sind einander ähnlich und haben dasselbe spezifische Gewicht. Die Masse wächst dann mit der 3. Potenz, die Berührungsfläche  $A$  mit der 2. Potenz der linearen Ausdehnung.

**1. Elastischer Stoss**

*a) Körperart 1*

$$s = v \sqrt{\frac{M}{k}} \tag{22}$$

worin

- $s$  maximale Einfederung
- $v$  Aufschlaggeschwindigkeit
- $k$  Federkonstante zwischen Körper und Unterlage

Für die Beschleunigungsfunktion erhält man:

$$F(t) = 0 \left[ + v \sqrt{\frac{k}{M}} \cos t \sqrt{\frac{k}{M}} \right] + 0 \left[ -\infty \quad +\infty \right] \tag{23}$$

$$t_0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{M}{k}}$$

Daraus ergeben sich die Stossgrössen [siehe Gleichung (18)]:

Beschleunigungsmaximum  $a = v \sqrt{\frac{k}{M}}$

Mittlere Stossdauer  $b = 2 \sqrt{\frac{M}{k}}$  (24)

Stossfläche (Geschwindigkeitsänderung)  $J = 2v$

Es ist schon durch Anschauung festzustellen, dass hier eine grössere Masse des gestossenen Objektes eine weichere Abfederung hat. Der Einfluss geht also mit der Quadratwurzel aus der Masse.

*b) Körperart 2*

Die Federkonstante zwischen Körper und Unterlage ist proportional zur Berührungsfläche  $A$  und damit auch zum Quadrat der linearen Ausdehnung:

$$k = p_1 d^2 \quad M = p_2 d^3 \tag{25}$$

worin

- $p_1, p_2, p_3 \dots$  Proportionalitätsfaktoren
- $d$  eine lineare Abmessung des Körpers

Es ergibt sich für die maximale Einfederung:

$$s = v \sqrt{\frac{p_2 d^3}{p_1 d^2}} = v p_3 \sqrt{d} \tag{26}$$

und für die Stossfunktion:

$$F(t) = 0 \left[ + \frac{v}{p_3 \sqrt{d}} \cos \frac{t_0}{p_3 \sqrt{d}} \right] + 0 \left[ -\infty \quad +\infty \right] \tag{27}$$

$$t_0 = p_3 \frac{\pi \sqrt{d}}{2}$$

und für die Stossgrössen:

$$a = \frac{v}{p_3 \sqrt{d}} = \frac{v}{p_4 \sqrt[6]{M}}$$

$$b = 2 p_3 \sqrt{d} = p_5 \sqrt[6]{M} \tag{28}$$

$$J = 2v$$

Hier wirkt sich also die Masse in derselben Richtung aus wie bei Körperart 1, jedoch um eine dritte Potenz schwächer. Dieses Resultat kann auch durch Anschauung aus (24) erhalten werden: über jeder Flächeneinheit der Berührungsfläche lastet eine bestimmte Säule, deren Höhe und damit deren Masse proportional zur linearen Ausdehnung des Körpers ist. Diese Säulen (deren Anzahl proportional zur Berührungsfläche  $A$  ist) können als getrennte Stosskörper nach Körperart 1 (gleicher Fuss mit Flächeneinheit als Berührungsfläche) betrachtet werden.

**2. Stoss auf eine zähe (dickflüssige) Unterlage**

Der Bewegungsablauf spielt sich hier nach der folgenden Gleichung ab:

$$M \ddot{z} + r A \dot{z} = 0 \tag{29}$$

Deren Lösung (Auftreffen zur Zeit  $t = 0$ ) ergibt:

$$z = s \left( e^{-\frac{rA}{M}t} - 1 \right) \tag{30}$$

worin:

- $z$  momentane Einsinktiefte
- $r$  Reibungskoeffizient pro Flächeneinheit (Flüssigkeitsreibung)
- $A$  Berührungsfläche
- $s$  maximale Einsinktiefte

*a) Körperart 1*

Man erhält für die maximale Einsinktiefte (aus dem Energiesatz):

$$s = v \frac{M}{r A} \tag{31}$$

und für die Stossfunktion:

$$F(t) = 0 \left[ + v \frac{r A}{M} e^{-\frac{rA}{M}t} \right] + 0 \left[ -\infty \quad +\infty \right] \tag{32}$$

Daraus errechnen sich die Stossgrössen zu:

$$a = v \frac{r A}{M}$$

$$b = \frac{M}{r A} \tag{33}$$

$$J = v$$

*b) Körperart 2*

Analog den vorhergehenden Beispielen errechnet man hier die entsprechenden Werte. Man erhält:

maximale Einsinktiefe  $s = p_3 v d$  (34)

$$\text{Stossfunktion } F(t) = 0 \left| + v \frac{r}{p_3 d} e^{-\frac{r}{p_3 d} t} \right|_0^{\infty} \quad (35)$$

Stossgrössen:

$$\begin{aligned} a &= \frac{v r}{p_3 d} \\ b &= \frac{p_3 d}{r} \\ J &= v \end{aligned} \quad (36)$$

Die Verhältnisse liegen also bei der zähen Unterlage ähnlich wie beim elastischen Stoss, nur dass hier die Abhängigkeiten von der Masse  $M$  die zweite Potenz von jenen beim elastischen Stoss haben.

## VII. Schlussfolgerungen

1. Die elastischen Teile eines gestossenen Körpers werden so zum Schwingen angeschlagen, dass ihre Geschwindigkeitsamplituden proportional zu den Amplituden der Fourieranalyse des Verlaufes der Beschleunigung des Stosses sind. Dasselbe gilt auch für die Wegamplitude des gestossenen Körpers und den Geschwindigkeitsverlauf des Stosses.

2. Die Frequenzspektren verschiedener Stossformen werden in groben Zügen durch die mittlere Stossdauer und das Beschleunigungsmaximum bestimmt und erst in zweiter Linie durch die übrige Stossform.

3. Der grösste Anteil der spezifischen Energie wird von Schwingungsgebilden aufgenommen, deren Eigenfrequenz in Hz kleiner als die reziproke mittlere Stossdauer ist. Ein Frequenzanalysator für mechanische Impulse lässt also Rückschlüsse auf die mittlere Stossdauer ziehen, besonders wenn er die Geschwindigkeitsamplituden wiedergibt.

4. Die mittlere Stossdauer wirkt sich auf die Breite des Spektrums aus, jedoch nicht auf die Höhe. Diese wird durch das Beschleunigungsmaximum bestimmt.

## Literatur

- [1] Weiss, A. von: Prüfverfahren und Ausführung stossfester Messwerke. Bull. SEV Bd. 45(1954), Nr. 23, 13. November, S. 972...977.
- [2] Sauter, F.: Differentialgleichungen der Physik. S. 19. Samml. Götschen Bd. 1070. Berlin: De Gruyter 1950.
- [3] Wagner, K. W.: Einführung in die Lehre von den Schwingungen und Wellen. S. 67 ff. Wiesbaden: Dietrich'sche Verlagsbuchhandlung 1947.
- [4] American Standard Specifications for Shock-Testing Mechanism for Electrical Indicating Instruments. New York: American Standards Association 1948.

Adresse des Autors:

K. Hintermann, Dr. phil. nat., Dipl. Ing., Eidg. Amt für Mass und Gewicht, Wildstrasse 3, Bern.

## Contribution à l'étude du bruit de fond

Extrait d'une conférence présentée à la journée du Comité National Suisse de l'Union Radio-Scientifique Internationale du 8 décembre 1954 à Zurich, par Jean-Pierre Borel, Lausanne

621.396.822

L'étude du bruit de fond a été introduite au laboratoire de Physique de l'École Polytechnique de l'Université de Lausanne (EPUL) sous la forme d'un travail d'équipe pour deux raisons principales:

1. Pour la réalisation d'appareils électroniques à hautes performances destinées à des recherches en résonance nucléaire.

2. Pour l'étude physique de certaines propriétés du corps solide et plus particulièrement des lames minces métalliques.

On sait que ces dernières constituent une classe à part de conducteurs [1 et 2]<sup>1)</sup>. En dessous d'une température critique, elles ont une résistivité très élevée à coefficient de température négatif et des caractéristiques tension courant incurvées. On attribue généralement ces «anomalies» à l'existence d'une structure dite «granulaire» ou «discontinue» ce qui est d'ailleurs justifié thermodynamiquement et observé au microscope électronique [2 et 3].

Dans ces conditions, la conduction obéit à des lois assez particulières, ce qui entraîne une émission de bruit de fond appelée «effet de scintillation» [1 et 2]. L'étude des fonctions aléatoires et de l'autocorrélation permet de faire une distinction entre les bruits à temps de corrélations microscopiques et les bruits à temps de corrélations macroscopiques.

Dans la première classe il faut ranger l'effet Johnson et l'effet de grenaille pur par exemple qui ont un spectre uniforme (tout au moins à des fréquences raisonnables).

Dans la seconde classe, on trouve le «Flicker noise» émis par les cathodes à oxydes et l'effet de scintillation des résistances parcourues par un courant continu. Il est difficile, dans ce cas, de prévoir la forme de la fonction d'autocorrélation et la densité spectrale ( $\bar{u}^2$ ) qui en est la transformée de Fourier. Rappelons que la densité spectrale ainsi définie est égale à la valeur quadratique moyenne de la tension, ramenée à un cycle de bande passante.

<sup>1)</sup> voir la bibliographie à la fin de l'article.

Expérimentalement on trouve les résultats suivants:

1. Dans le cas du «Flicker noise» des cathodes on a [4]:

$$\bar{u}^2 \approx \frac{1}{f^{1,1}}$$

entre 10 Hz et 10 kHz ( $f$  étant la fréquence). D'autres auteurs [8] indiquent:

$$\bar{u}^2 \approx \frac{1}{f^{0,9}}$$

2. Dans le cas de dépôts de carbone on a [5]:

$$\bar{u}^2 \approx \frac{1}{f}$$

entre 600 Hz et 8 Hz.

3. Dans le cas d'une résistance en carbone agglomérée du commerce nous avons relevé au Laboratoire de Physique EPUL une loi sensiblement en:

$$\bar{u}^2 \approx \frac{1}{f}$$

entre 1 kHz et 100 kHz. Entre 15 Hz et 1 kHz la décroissance était un peu plus rapide.

4. Dans le cas d'une lame mince d'argent discontinue de  $6 \text{ nm}^2$  d'épaisseur nous avons mesuré une loi en:

$$\bar{u}^2 \approx \frac{1}{f^{0,9}}$$

entre 1 kHz et 100 kHz. Comme précédemment la décroissance était un peu plus rapide à des fréquences plus basses (entre 100 Hz et 1 kHz).

En résumé on a donc dans tous les phénomènes étudiés ici une densité spectrale  $\bar{u}^2 \approx \frac{1}{f^a}$ ,  $a$  étant indépendant de la fréquence et assez voisin de 1 lorsque la fréquence est assez élevée.

<sup>2)</sup>  $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m} = 10^{-6} \text{ mm}$  (1 milliardième de mm).

Fortsetzung des allgemeinen Teils auf Seite 219

Es folgen «Die Seiten des VSE»