

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 47 (1956)  
**Heft:** 4

**Artikel:** Détermination des modifications de la flèche de lignes aériennes : dues à des variations de température et de charge  
**Autor:** Kohler, K.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1058194>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 25.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS

ORGANE COMMUN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS (ASE) ET  
DE L'UNION DES CENTRALES SUISSES D'ELECTRICITE (UCS)

## Détermination des modifications de la flèche de lignes aériennes, dues à des variations de température et de charge

Par K. Kohler, Karlsruhe

621.315.1.056.4/7

La cause de la dépendance quasi-linéaire entre la flèche des lignes aériennes et la température est déterminée, puis utilisée pour une détermination simple de la relation fonctionnelle correspondante.

Die Ursache der nahezu linearen Abhängigkeit des Durchhanges von der Temperatur wird festgestellt und für eine einfache Ermittlung des entsprechenden funktionellen Zusammenhangs verwendet.

On sait que la flèche d'un conducteur câblé, fixé par ses extrémités, résulte, avec les approximations usuelles, d'une équation du troisième degré, en cas de variation de la température ou du poids considéré comme étant réparti uniformément sur toute la portée. La solution de ces problèmes ne présente en principe, pas de difficulté, d'autant plus que l'on peut avoir recours à des procédés graphiques très rapides.

Si l'on représente la flèche en fonction de la température en coordonnées rectangulaires, on obtient régulièrement une droite, surtout quand il s'agit de moyennes et de grandes portées. Il est donc intéressant de déterminer quelle est la raison de cette régularité manifeste, de représenter la droite par une équation linéaire dans tous les cas possibles et de fixer les limites de cette représentation.

L'équation d'état pour les tensions mécaniques dans une portée ayant une inclinaison quelconque sur l'horizontale est

$$\frac{a^2}{24} \left[ \left( \frac{\gamma_1}{\sigma_{m1}} \right)^2 - \left( \frac{\gamma_0}{\sigma_{m0}} \right)^2 \right] = \alpha (\sigma_{m1} - \sigma_{m0}) + \varepsilon (\delta_1 - \delta_0) \quad (1)$$

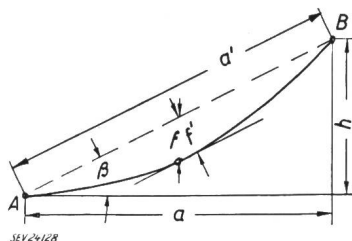


Fig. 1

Légende des cotes d'une portée

$a$  portée horizontale;  $a'$  portée oblique;  $h$  différence de niveau entre les points d'appui;  $\beta$  angle d'inclinaison de la portée;  $f, f'$  flèche;  $A, B$  points d'appui

où  $a$  est la portée horizontale en m,  $\sigma_m$  la tension du conducteur câblé dans la direction de la corde de la portée et considérée comme constante dans toute la portée ou du moins effective au milieu de

celle-ci, en kg/mm<sup>2</sup>,  $\gamma$  le poids spécifique en kg/(m · mm<sup>2</sup>),  $\delta$  la température en °C,  $\alpha$  le coefficient d'élongation élastique et  $\varepsilon$  le coefficient d'élongation thermique. Le vecteur 0 désigne les valeurs de l'état initial, tandis que l'indice 1 indique les grandeurs modifiées par des variations de température ou de charge. La flèche mesurée au milieu de la portée, en direction de la force de gravité, est  $f = a'^2 \gamma / 8 \sigma_m$  avec la portée inclinée  $a'$ . Pour obtenir facilement que l'équation d'état soit valable d'une façon générale pour chaque angle d'inclinaison  $\beta$  de la portée, il est avantageux de remplacer  $f$  par la plus grande déviation existante au milieu de la portée, perpendiculairement à la corde de celle-ci, selon la fig. 1, soit  $f' = f \cos \beta = a' \gamma / 8 \sigma_m$ ; la déviation relative par rapport à  $a'$  en pourcent est alors

$$\begin{aligned} \varphi' &= \frac{f'}{a'} 100 = \frac{f \cos \beta}{a'} 100 = \\ &= \frac{f}{(1 + \operatorname{tg}^2 \beta) a} 100 = \frac{a \gamma}{8 \sigma_m} 100 \quad (2) \end{aligned}$$

En introduisant  $\varphi'$  dans l'équation (1), compte tenu des indices 0 et 1, on obtient, après avoir procédé aux simplifications

$$A_i = \frac{3}{6,4} \left( \frac{a}{100} \right) (\alpha \cdot 10^4) (\gamma_i \cdot 10^3) \quad (3)$$

et

$$\Phi_i = \varphi_i'^2 - \frac{A_i}{\varphi_i'} \quad (4)$$

( $i = 0$  et 1) la relation identique

$$\frac{3}{80} (\varepsilon \cdot 10^5) (\delta_1 - \delta_0) = \Phi_1 - \Phi_0 \quad (1a)$$

( $\alpha$  en mm<sup>2</sup>/kg et  $\varepsilon$  en °C<sup>-1</sup>). Les constantes  $A_0, A_1$  et  $\Phi_0$  peuvent être tirées des abaques des fig. 2 et 3.

La forme de la courbe ( $\varphi_1', \delta$ ) est ensuite déterminée par la fonction  $\Phi_1$  selon l'équation (4); sur la

fig. 4, cette expression est représentée pour l'exemple traité plus loin. Pour  $\varphi_1' = \sqrt[3]{A_1}$ , la courbe correspondant à  $\Phi_1$  présente non seulement un point zéro, mais aussi un point d'inversion, d'où l'on

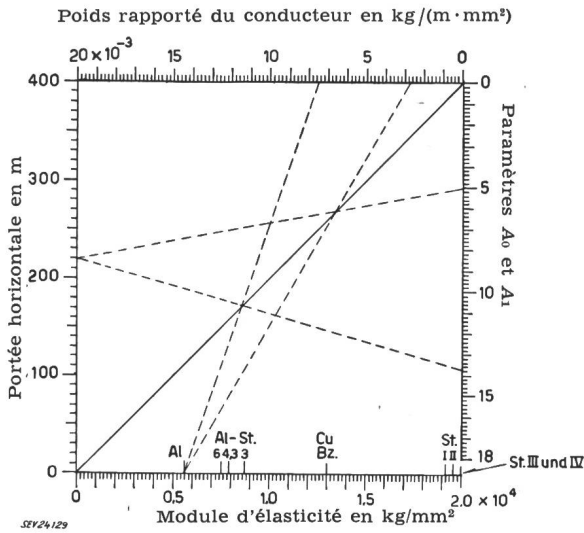


Fig. 2

Abaque double pour la détermination des paramètres  $A_0$  et  $A_1$   
St. acier; Bz. bronze

peut en conclure que la courbe exacte peut être remplacée par la tangente au point d'inversion ou par une droite, d'autant mieux que les valeurs  $\varphi_1'$  entrant en ligne de compte diffèrent moins de  $\sqrt[3]{A_1}$ . A cause de la première dérivée  $\Phi_1' = 3 \sqrt[3]{A_1}$  pour  $\varphi_1' = \sqrt[3]{A_1}$ , l'équation de la tangente au point d'inversion est

$$\Phi_{11} = 3 (\varphi_1' - \sqrt[3]{A_1}) \sqrt[3]{A_1} \quad (5)$$

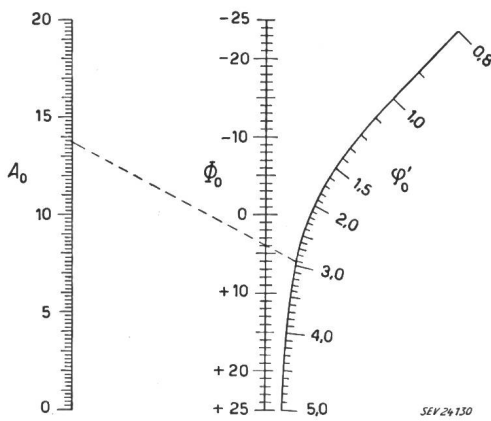


Fig. 3

Abaque pour la détermination du paramètre  $\Phi_0$   
 $\varphi_0'$  flèche rapportée;  $A_0, \Phi_0$  paramètres

Si l'on détermine  $\Phi_1$  d'après cette approximation, l'erreur est

$$\Delta \Phi_1 = \Phi_1 - \Phi_{11} = \varphi_1'^2 - \frac{A_1}{\varphi_1'} - 3 (\varphi_1' - \sqrt[3]{A_1}) \sqrt[3]{A_1} = \frac{(\varphi_1' - \sqrt[3]{A_1})^3}{\varphi_1'} \quad (6)$$

Mais, si l'on détermine  $\varphi_1'$  pour une valeur donnée

de  $\Phi_1$ , d'après la tangente au point d'inversion, l'erreur devient, selon la fig. 4

$$\Delta \varphi_1' = \Delta \Phi_1 / \text{tg} \alpha = (\varphi_1' - \sqrt[3]{A_1})^3 / 3 \sqrt[3]{A_1} \cdot \varphi_1'$$

En rapportant cet écart à la valeur exacte  $\varphi_1'$ , on a

$$\Delta \varphi_1' / \varphi_1' = (\varphi_1' - \sqrt[3]{A_1})^3 / 3 \sqrt[3]{A_1} \varphi_1'^2 = (1 - \sqrt[3]{A_1} / \varphi_1')^3 / 3 (\sqrt[3]{A_1} / \varphi_1')$$

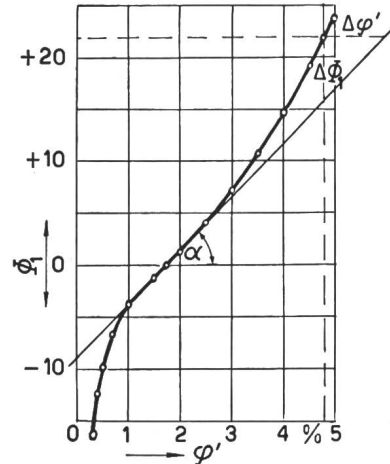


Fig. 4

Fonction  $\Phi_1$  de l'exemple numérique traité  
 $\varphi_1'$  flèche rapportée;  $\Phi_1$  paramètre

d'où il résulte

$$\frac{\Delta \varphi_1' + \varphi_1'}{\varphi_1'} = \frac{\varphi_{11}'}{\varphi_1'} = \frac{3 \sqrt[3]{A_1} + (1 - \sqrt[3]{A_1} / \varphi_1')^3}{3 \sqrt[3]{A_1} / \varphi_1'}$$

ou également

$$\frac{\varphi_{11}'}{\sqrt[3]{A_1}} = \frac{\varphi_1'}{\sqrt[3]{A_1}} + \frac{(1 - \sqrt[3]{A_1} / \varphi_1')^3}{3 \sqrt[3]{A_1} / \varphi_1'} \quad (7)$$

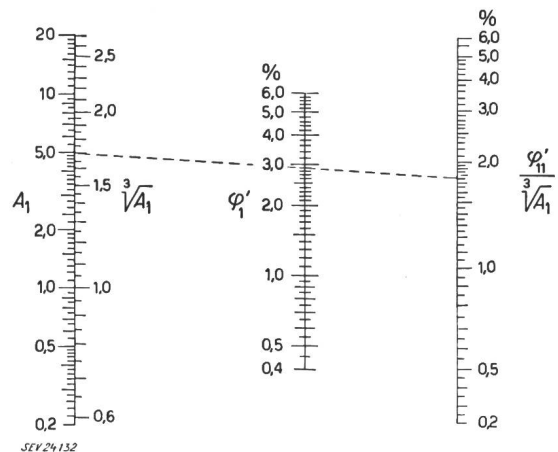


Fig. 5

Abaque pour la correction de la solution approchée  
 $\varphi_1'$  flèche rapportée;  $A_1$  paramètre

Après avoir résolu graphiquement cette équation selon  $\varphi_1' / \sqrt[3]{A_1}$  et établi les logarithmes de part et d'autre, on obtient facilement l'abaque de la fig. 5,

grâce auquel les valeurs approchées  $\varphi_{11}'$ , déterminées à l'aide de la tangente au point d'inversion, peuvent être immédiatement et définitivement améliorées. Dans cet abaque, il y a lieu d'opérer avec le rapport  $\varphi_{11}'/\sqrt[3]{A_1}$ ; la racine cubique de  $A_1$  nécessaire pour déterminer ce rapport peut être tirée de la double échelle de l'abaque lui-même. Pour que la tangente

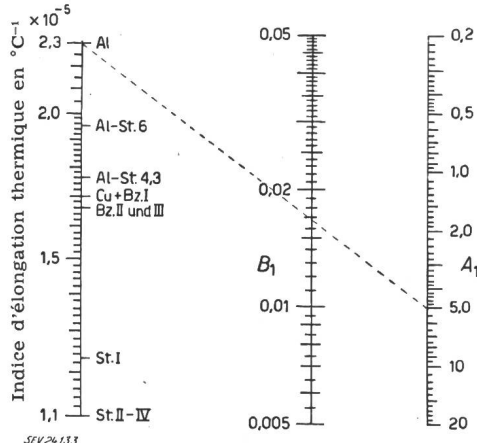


Fig. 6  
Abaque pour la détermination du paramètre  $B_1$   
 $A_1, B_1$  paramètres; St. acier; Bz. bronze

au point d'inversion soit admissible comme solution suffisante, il faudra alors exiger que, dans toute l'étendue de température,  $\varphi_1'$  et  $\varphi_{11}'$  ne diffèrent entre eux que de moins d'une limite d'erreur donnée, d'environ  $\pm 1/100$ , de la quantité absolue. Dans les autres cas, l'obtention d'une solution suffisamment précise à l'aide de l'abaque de la fig. 5 ne présente toutefois pas de difficulté.

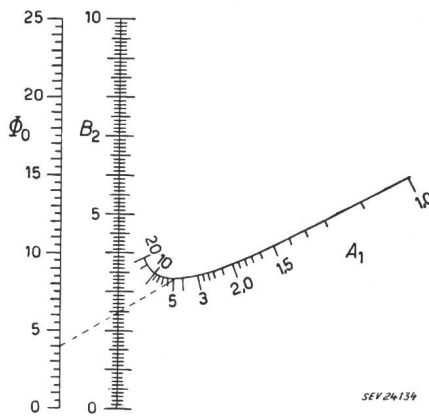


Fig. 7  
Abaque pour la détermination du paramètre  $B_2$   
 $A_1, \Phi_0, B_2$  paramètres

Si l'on introduit ensuite l'équation (5) avec  $\varphi_1' = \varphi_{11}'$  dans l'équation (1a) et résout selon  $\varphi_{11}'$  en procédant aux simplifications

$$B_1 = \frac{\varepsilon \cdot 10^5}{80 \sqrt[3]{A_1}} \quad (8)$$

et 
$$B_2 = \frac{\Phi_0}{3 \sqrt[3]{A_1}} + \sqrt[3]{A_1} \quad (9)$$

l'équation d'état devient finalement

$$\varphi_{11}' = B_1 (\delta_1 - \delta_0) + B_2 \quad (10)$$

les expressions  $B_1$  et  $B_2$  pouvant être tirées des abaques des fig. 6 et 7. On peut, de la sorte, obtenir très simplement la courbe d'état approchée sous la forme d'une droite.

La flèche proprement dite dans la portée inclinée d'un angle  $\beta$  est alors, selon l'équation (2),

$$f = \varphi' (1 + \text{tg}^2\beta) \frac{a}{100} = \varphi' \left[ 1 + \left( \frac{h}{a} \right)^2 \right] \frac{a}{100} \quad (11)$$

( $h$  est la distance verticale des points d'attache). Si l'on désire connaître, d'autre part, la tension à la corde  $\sigma_m$ , on a également selon l'équation (2)

$$\sigma_m = \frac{a \gamma_1}{8 \varphi'} 100 \quad (12)$$

Pour une portée de  $a = 220$  m avec conducteur câblé de 150 mm<sup>2</sup> Al, on a  $\alpha = (1/0,56) \cdot 10^{-4}$  mm<sup>2</sup>/kg,  $\varepsilon = 2,3 \cdot 10^{-5}$  °C<sup>-1</sup> et  $\gamma_1 = 2,7 \cdot 10^{-3}$  kg/(m · mm<sup>2</sup>); en outre, pour le conducteur avec charge supplémentaire à  $\delta_0 = -5$  °C,  $\gamma_0 = 7,47 \cdot 10^{-3}$  kg/(m · mm<sup>2</sup>) et  $\sigma_{m0} = \sigma_{max} = 7$  kg/mm<sup>2</sup>. D'après l'abaque de la fig. 2, on a alors  $A_0 = 13,75$  et  $A_1 = 5,0$ ; en outre, l'abaque de la fig. 3 donne, pour  $\varphi_0' = 2,94$  ‰,  $\Phi_0 = +4,0$ . D'autre part, d'après les abaques des fig. 6 et 7,  $B_1 = 0,0168$  °C<sup>-1</sup> et  $B_2 = 2,49$ . Ainsi

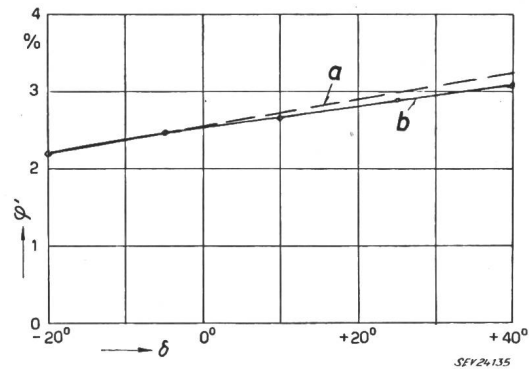


Fig. 8  
Courbe d'état de l'exemple numérique  
 $\delta$  température en °C;  $\varphi'$  flèche rapportée; a valeurs approchées de la tangente au point d'inversion; b valeurs corrigées

donc, on obtient comme équation de la courbe d'état approchée  $\varphi_{11}' = 0,0168 (\delta_1 + 5) + 2,49$ , conformément à la courbe en traits interrompus de la fig. 8. Enfin, la correction, décrite ci-dessus, de quelques valeurs  $\varphi_{11}'$  à l'aide de l'abaque de la fig. 5 conduit à la courbe définitive en traits pleins ( $\varphi_1', \delta_1$ ).

Adresse de l'auteur:  
K. Kohler, privat-docent, Putlitzstrasse 8, Karlsruhe/Baden (Allemagne).