

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 47 (1956)  
**Heft:** 13

**Artikel:** Les vibrations radiales autoexcitées du rotor de machines à induction à voies d'enroulement parallèles  
**Autor:** Krondl, M.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1058212>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 25.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS

ORGANE COMMUN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS (ASE) ET  
DE L'UNION DES CENTRALES SUISSES D'ELECTRICITE (UCS)

## Les vibrations radiales autoexcitées du rotor de machines à induction à voies d'enroulement parallèles

Par M. Krondl, Zurich

621.313.333.018.6

Les machines à induction normales parfaitement symétriques, à voies d'enroulement parallèles peuvent être le siège, dans certaines conditions, de violentes oscillations radiales autoexcitées du rotor. L'auteur donne l'explication de ce phénomène intéressant et indique les moyens de l'éviter. Les méthodes développées dans l'article conviennent non seulement à l'analyse du cas particulier des oscillations radiales autoexcitées du rotor, mais permettent aussi le contrôle général des différentes connexions des enroulements à voies parallèles quant à leur qualité.

In vollkommen symmetrischen, normalen Induktionsmaschinen mit parallelen Wicklungszweigen können unter bestimmten Bedingungen heftige selbsterregte Rüttelschwingungen entstehen. Die Erklärung dieser interessanten Erscheinung und die Massnahmen zu ihrer Verhinderung werden gegeben. Die im Aufsatz entwickelten Methoden eignen sich nicht nur zur Analyse des Sonderfalles der selbsterregten Rüttelschwingungen, sondern auch zur allgemeinen Kontrolle der Brauchbarkeit und Wirksamkeit der Schaltungen von parallelen Zweigen.

### 1. Introduction

Des voies d'enroulement parallèles de machines électriques sont généralement prévues pour les motifs suivants :

- permettre de subdiviser convenablement la section des conducteurs et réaliser aussi exactement que possible le nombre de spires désiré, pour un nombre d'encoches donné et un nombre égal de conducteurs dans toutes les encoches, surtout dans le cas de grandes machines à faible tension n'ayant qu'un petit nombre de spires ;
- réduire l'attraction magnétique unilatérale [1]<sup>1)</sup> qui se produit en cas d'excentricité du rotor.

La réduction de l'attraction magnétique unilatérale est surtout désirée dans les machines à faible entrefer, par exemple les machines à induction. Dans des cas extrêmes, cette attraction unilatérale peut conduire à un frottement du rotor dans l'alésage du stator.

Une excentricité statique du rotor provoque une attraction statique, qui ploie l'arbre du côté de l'entrefer le plus petit. Une excentricité dynamique, se déplaçant avec la vitesse de rotation du rotor, provoque une attraction magnétique unilatérale se déplaçant également avec cette vitesse. Elle accroît les oscillations de déséquilibre et réduit la vitesse critique. Lorsque le rotor ne tourne pas rond, cette attraction donne lieu à un « déséquilibre magnétique ».

Pour réduire efficacement l'attraction magnétique unilatérale, les voies parallèles sont réparties et couplées à la périphérie de la machine à induction, selon un principe connu depuis longtemps [1], [2], de manière qu'elles produisent le même flux

dans tous les pôles du champ tournant. Les courants qui circulent dans les voies parallèles compensent les différences de tension magnétique dans les entrefers inégaux. Les fig. 1A et 2A repré-

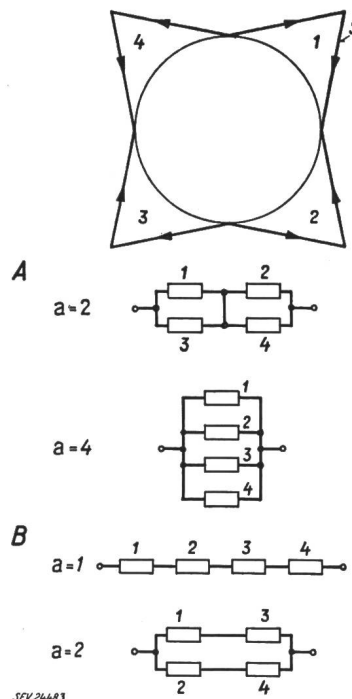


Fig. 1

Représentation simplifiée de l'une des phases d'un enroulement triphasé tétrapolaire à deux étages, avec voies parallèles

Lors d'un décalage excentrique du rotor, des courants compensateurs prennent naissance dans le cas des couplages A, mais non dans celui des couplages B

a Nombre de voies d'enroulement parallèles. S Groupe de q bobines; 1...4 Numéro du pôle et du groupe de bobines correspondant d'une phase

<sup>1)</sup> Le chiffre entre crochets et ceux qui suivent se rapportent aux références de la bibliographie annexée à cet article.

sentent pour des enroulements à deux étages,™ à titre d'exemples, des voies parallèles couplées selon ce principe pour 4 et 6 pôles. Dans le cas d'enroulements concentriques avec 1 ou 2 groupes d'enroulements par paire de pôles, les couplages doivent être exécutés d'une façon analogue.

Il existe toutefois quelques rares exceptions, peu connues, pour lesquelles ces couplages ne conviennent pas :

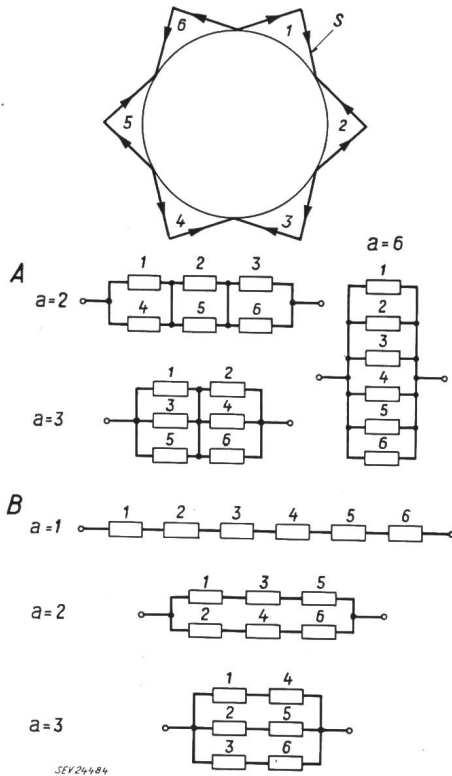


Fig. 2

Même représentation que la fig. 1, mais pour un enroulement hexapolaire à deux étages  
S Groupe de q bobines

a) Dans les *moteurs à rotor bobiné* avec paliers faiblement amortis, notamment avec paliers à roulement, dont l'enroulement statorique est couplé selon les fig. 1A ou 2A et dont la vitesse critique (en tours par seconde) est légèrement supérieure à la fréquence du réseau, de fortes vibrations radiales autoexcitées du rotor peuvent se produire et rendre le service impossible. Ces oscillations ont une fréquence qui n'est que très peu inférieure à celle du réseau (fig. 3). Elles se développent aussi bien en marche qu'à l'arrêt du moteur, après l'enclenchement de la tension. Elles n'ont donc rien à voir avec les forces de déséquilibre.

b) Le même phénomène se présente également quand les voies parallèles sont *dans le rotor* et non dans le stator. Avec des machines à rotor bobiné, l'autoexcitation peut se produire à des vitesses qui diffèrent généralement de la vitesse critique. Un enroulement en court-circuit constitue également un enroulement à voies parallèles, mais l'autoexcitation ne se produit toutefois pratiquement qu'à l'approche de la vitesse synchrone, lorsque celle-ci correspond à peu près à la vitesse critique.

Aux paragraphes suivants, nous donnerons l'explication théorique de ce phénomène intéressant, mais fort désagréable, et nous indiquerons les précautions qui s'imposent pour le réduire.

Fig. 3

Oscillogramme de vibrations radiales autoexcitées du rotor d'un moteur triphasé hexapolaire à rotor bobiné, avec paliers à roulement et enroulement statorique à voies parallèles selon la fig. 2A

Rotor à l'arrêt, tension aux bornes réduite à 75 % de la tension nominale

En haut: La vitesse des vibrations

En bas: La tension aux bornes

La fréquence des vibrations est de 0,5 % inférieure à la fréquence du réseau

## 2. Théorie des vibrations radiales autoexcitées du rotor des moteurs à rotor bobiné avec enroulement statorique à voies parallèles

Nous considérerons un moteur à rotor bobiné de construction usuelle, avec enroulements symétriques à nombre entier d'encoches par pôle et par phase. Nous admettrons que le rotor est parfaitement rond, équilibré et centré, que les voies parallèles de l'enroulement statorique sont disposées selon les fig. 1A ou 2A et présentent toutes la même résistance et la même réactance et que l'enroulement rotorique est couplé en série.

Nous procéderons à l'analyse de l'autoexcitation en appliquant la méthode de la caractéristique de fréquence (diagramme de Nyquist) bien connue en technique du réglage. En admettant que l'arbre est ployé élastiquement et que le centre du rotor exécute une oscillation circulaire donnée autour du centre de l'alésage du stator, on montrera que, par suite de l'irrégularité de l'entrefer, il en résulte deux champs tournants, l'un avec  $p + 1$ , l'autre avec  $p - 1$  paires de pôles. Ces champs tournants induisent d'une part des courants compensateurs dans les voies parallèles et engendrent, d'autre part, par interaction avec le champ fondamental à  $p$  paires de pôles, des forces vibratoires radiales unilatérales. Du fait du déphasage des champs tournants avec  $p \pm 1$  paires de pôles, provoqué par les courants compensateurs, ces forces vibratoires peuvent avoir, relativement à l'oscillation du rotor et dans des conditions déterminées, un sens tel, qu'elles fournissent de la puissance au système oscillant. Lorsque l'excitation des vibrations (amortissement négatif) est supérieure à l'amortissement mécanique positif, le centre du rotor se mettra à osciller, même s'il est initialement au repos, et les oscillations augmenteront exponentiellement avec le temps. Elles croîtraient à l'infini si elles n'étaient pas limitées par le frottement du rotor dans l'alésage du stator ou par des non-linéarités. Les conditions d'autoexcitation peuvent être déterminées graphiquement à l'aide de la caractéristique de fréquence, c'est-à-dire du lieu géométrique du vecteur force en fonction de la fréquence des oscillations.

**21. Les champs tournants excités par les ondes de tension magnétique à vitesse synchrone, lorsque le rotor est excentré**

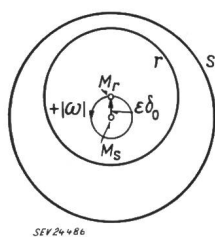
L'onde sinusoïdale de la tension magnétique dans l'entrefer, qui résulte du courant de travail et tourne à la vitesse synchrone, est:

$$V(\xi, t) = \hat{V} \cos(p \xi - \omega_1 t - \varphi) \quad (1)$$

- où  $V$  est la tension magnétique dans l'entrefer,
- $p$  le nombre de paires de pôles du champ fondamental,
- $\xi$  l'angle à la périphérie du stator, mesuré à partir d'un point quelconque sur le stator,
- $t$  le temps,
- $\omega_1$  la pulsation du réseau et
- $\varphi$  l'angle de phase, par exemple relativement à une tension de phase statorique.

Conformément à la supposition que le centre du rotor exécute, par suite d'une flexion élastique de l'arbre, un mouvement circulaire avec la vitesse angulaire donnée  $\omega$  et le rayon donné  $\delta_0 \varepsilon$  autour du centre de l'alésage du stator ( $\delta_0$  étant l'entrefer moyen et  $\varepsilon$  le décalage relatif du centre du rotor, voir fig. 4), l'entrefer varie à la périphérie de l'alésage du stator selon l'équation:

$$\delta(\xi, t) = \delta_0 [1 - \varepsilon \cos(\xi - \omega t)] \quad (2)$$



**Fig. 4**  
Parcours circulaire décrit, selon l'énoncé, par le centre  $M_r$  du rotor à la vitesse angulaire  $\omega$  autour du centre  $M_s$  de l'alésage du stator  
 $\varepsilon$  Excentricité relative du centre  $M_r$  du rotor  
 $\delta_0$  Entrefer moyen  
 $r$  Surface du rotor  
 $s$  Alésage du stator

La perméance  $\lambda$  de l'entrefer par unité de surface de l'alésage du stator, est:

$$\lambda(\xi, t) = \frac{\mu_0}{\delta(\xi, t)} = \frac{\mu_0}{\delta_0 [1 - \varepsilon \cos(\xi - \omega t)]} \quad (3)$$

Afin de linéariser cette expression pour de petits déplacements, nous la transformerons d'après l'équation binôme. En négligeant les puissances supérieures, nous obtenons:

$$\lambda(\xi, t) = \lambda_0 [1 + \varepsilon \cos(\xi - \omega t)] \quad (4)$$

$\lambda_0 = \mu_0/\delta_0$  perméance moyenne de l'entrefer

L'induction magnétique dans l'entrefer, si l'on néglige la saturation du fer, s'obtient en multipliant les équations (1) et (4), puis en transformant le résultat selon la formule  $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$ :

$$B(\xi, t) = V(\xi, t) \cdot \lambda(\xi, t) = \hat{B} \cos(p \xi - \omega_1 t - \varphi) + \hat{B} \frac{\varepsilon}{2} \cos[(p+1)\xi - (\omega_1 + \omega)t - \varphi] + \hat{B} \frac{\varepsilon}{2} \cos[(p-1)\xi - (\omega_1 - \omega)t - \varphi] \quad (5)$$

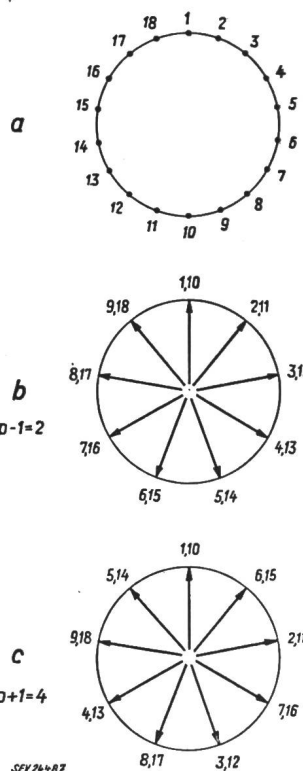
$\hat{B} = \hat{V} \lambda_0$  valeur de crête de l'induction du champ fondamental dans l'entrefer

**22. Courants compensateurs dans les voies parallèles**

Le champ fondamental [premier terme de l'équation (5)] induit la même tension dans toutes les

voies parallèles d'une même phase du stator, de sorte qu'il n'en résulte pas de courant compensateur. Par contre, les champs avec  $p \pm 1$  paires de pôles (second et troisième termes) induisent dans les voies parallèles des courants compensateurs avec des pulsations  $\omega_2 = \omega_1 \pm \omega$  différentes de celle du réseau. Les voies parallèles selon les fig. 1A et 2A représentent, en effet, pour les champs tournants ayant  $p \pm 1$  paires de pôles, des enroulements polyphasés court-circuités avec le nombre de phases  $m_{p \pm 1} = \frac{6p}{p \pm 1}$ .

Dans le cas d'enroulements bipolaires, qui constituent un cas particulier, les courants compensateurs du champ tournant tétrapolaire [ $p + 1 = 2$ , second terme de l'équation (5)] ne prennent naissance que lorsque l'enroulement est à pas raccourci, ce qui est d'ailleurs généralement le cas. Pour un pas diamétral, le facteur de bobinage d'une voie serait nul pour un champ tétrapolaire. Le champ



**Fig 5**  
**Enroulement triphasé hexapolaire à deux étages, avec des voies parallèles d'enroulement, selon fig. 2A**

- a Position géométrique des différentes voies, numérotées de 1 à 18, à la périphérie de l'alésage du stator
- b Etoile des tensions induites dans les voies par le champ tournant dû à l'excentricité et  $p - 1 = 2$  paires de pôles
- c Etoile des tensions pour  $p + 1 = 4$  paires de pôles

unipolaire [ $(p - 1 = 0)$ , troisième terme de l'équation (5)] ne se forme que dans la mesure où le permet la réluctance de l'espace frontal, de l'arbre, des paliers et de la carcasse, par lesquels il doit se fermer. Il oscille avec la pulsation  $\omega_2 = \omega_1 - \omega$  [équation (5)] et induit des courants amortisseurs aussi bien dans les voies parallèles de l'enroulement, que dans les pièces en fer massives et dans les bagues collectrices. De plus, il induit dynamiquement des courants dans les pièces mobiles des paliers à roulement.

Les fig. 5b et 5c représentent l'étoile des tensions induites par les champs tournants avec  $p \pm 1$  paires de pôles dans les différentes voies d'un enroulement hexapolaire, tandis que les fig. 6a et 6b représentent le polygone de Gorges des forces magnétomotrices (en allemand «Durchflutungspolygon nach Gorges»), produites par les courants compensateurs. La dispersion différentielle, c'est-à-dire localisée dans l'entrefer, inscrite dans les fig. 6a et 6b peut être calculée en partant du polygone de Gorges, selon des méthodes connues (par exemple [3] et [4]). De même, la dispersion des têtes de bobines et dans

les encoches peut être calculée au moyen de formules connues.

Dans l'enroulement rotorique, ils n'y a pas de courants compensateurs, car celui-ci étant supposé couplé en série, les courants compensateurs ne peuvent y circuler.

Pour déterminer la valeur des courants compensateurs dans le stator et leur réaction sur les champs tournants à  $p \pm 1$  paires de pôles, de l'équation (5), nous reprenons l'équation du transformateur général:

$$\bar{I}_2 = -\bar{I}_1 \frac{j\omega_2 M}{R_2 + j\omega_2 L_2} \quad (6)$$

où  $L_2$  est l'inductance cyclique propre secondaire du champ tournant,  $M$  l'inductance cyclique mutuelle,  $R_2$  la résistance secondaire et  $\omega_2$  la pulsation dans le circuit secondaire, c'est-à-dire dans les voies parallèles, donc  $\omega_2 = \omega_1 \pm \omega$  [voir équation (5)].

Le courant de magnétisation résultant est:

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \left( 1 - \frac{j\omega_2 M}{R_2 + jL_2} \right) \quad (7a)$$

$$\frac{\bar{I}_0}{\bar{I}_1} = \bar{H} = H e^{j\Delta\varphi} = \frac{R_2 + j\omega_2(L_2 - M)}{R_2 + j\omega_2 L_2} \quad (7b)$$

La fig. 7 représente le diagramme circulaire du rapport des courants  $\bar{H} = \bar{I}_0/\bar{I}_1$ . Du fait de la réaction des courants compensateurs, les champs tournants avec  $p \pm 1$  paires de pôles ont des amplitudes qui varient du fait de la réaction des courants compensateurs avec le facteur  $H$ . Ils subissent en outre un déphasage de  $\Delta\varphi$ .

En tenant compte de ces deux faits dans l'équation (5), nous obtenons:

$$\begin{aligned} \hat{B}(\xi, t) = & \hat{B} \cos(p\xi - \omega t - \varphi) + \\ & + H_{p+1} \hat{B} \frac{\varepsilon}{2} \cos[(p+1)\xi - (\omega_1 + \omega)t - \\ & - \varphi - \Delta\varphi_{p+1}] + H_{p-1} \hat{B} \frac{\varepsilon}{2} \cos[(p-1)\xi - \\ & - (\omega_1 - \omega)t - \varphi - \Delta\varphi_{p-1}] \end{aligned} \quad (8)$$

$H_{p\pm 1}$ ,  $\Delta\varphi_{p\pm 1}$  peuvent être déterminés d'après l'équation (7) et le diagramme circulaire de la fig. 7 pour les constantes  $R_2$ ,  $L_2$  et  $M$  (correspondant aux paires de pôles  $p \pm 1$ ) des voies parallèles, ainsi que pour les pulsations  $\omega_2 = \omega_1 \pm \omega$ .

L'onde fondamentale des forces magnétomo-

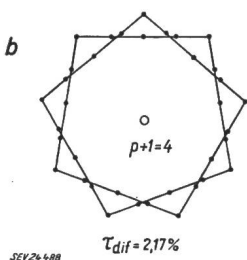
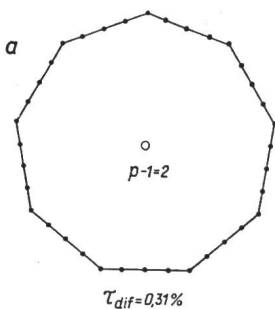


Fig. 6

Polygone de Gorges des forces magnétomotrices compensatoires, induites par les champs tournants provenant de l'excentricité

a)  $p - 1 = 2$  b)  $p + 1 = 4$   
(Enroulement selon la fig. 5, avec 72 encoches et pas d'enroulement égal au pas polaire)  
 $\tau_{dif}$  Dispersion différentielle

trices compensatoires à  $p \pm 1$  paires de pôles engendre en outre, avec l'onde de perméance de l'entrefer, de faibles champs tournants avec  $p$  et  $p \pm 2$  paires de pôles, au sens des équations (1...5). Toutefois, comme il s'agit de grandeurs de second ordre, nous pouvons les négliger.

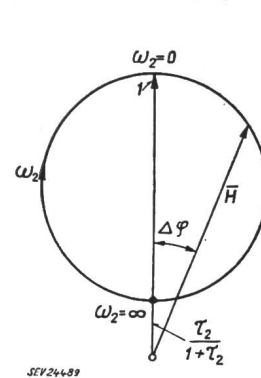


Fig. 7  
Caractéristique de fréquence (diagramme circulaire) du rapport des courants  $\bar{H} = \bar{I}_0/\bar{I}_1$  du transformateur général, selon l'équation 7b

$\omega_2$  Pulsation dans le circuit secondaire  
 $\bar{H}$  Rapport entre le courant magnétisant résultant  $\bar{I}_0$  et le courant primaire  $\bar{I}_1$   
 $\Delta\varphi$  Déphasage entre  $I_1$  et  $I_0$   
 $\tau_2 = L_2/M - 1$  Coefficient de dispersion au secondaire  
Pour  $\omega_2 = 0$ , on a  $\bar{H} = 1$ . Pour  $\omega_2 = \infty$ , on a  $\bar{H} = \tau_2/(1 + \tau_2)$

### 23. L'attraction magnétique

L'attraction magnétique (force par unité de surface) dans l'entrefer a la valeur (pour des renseignements généraux sur les forces magnétiques dans l'entrefer, voir par exemple [5; 6; 9]):

$$p(\xi, t) = \frac{B^2(\xi, t)}{2\mu_0} \quad (9)$$

Nous introduisons dans cette équation les termes de l'équation (8) et la transformons selon la formule donnant le produit de  $\cos \alpha \cos \beta$ . Seules nous intéressent les attractions magnétiques unilatérales, c'est-à-dire ne présentant qu'une onde par périodicité. Les termes correspondants sont:

$$p_e(\xi, t) = \frac{\hat{B}_0^2}{2\mu_0} \frac{\varepsilon}{2} [H_{p+1} \cos(\xi - \omega t - \Delta\varphi_{p+1}) + H_{p-1} \cos(\xi - \omega t + \Delta\varphi_{p-1})] \quad (10)$$

La force d'attraction magnétique unilatérale résultante qui agit sur le centre du rotor se calcule par intégration le long de la périphérie de l'alésage du stator et peut être représentée symboliquement

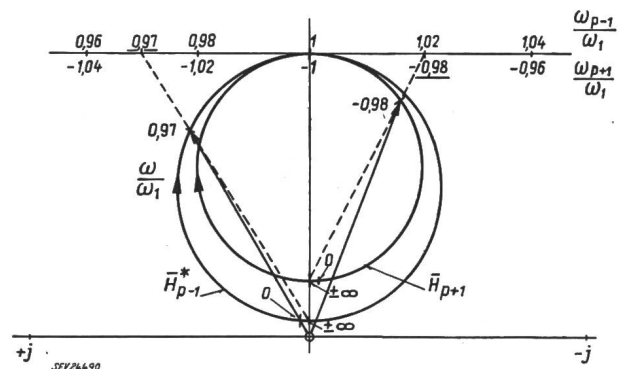


Fig. 8

Caractéristiques de fréquence (diagrammes circulaires) de  $\bar{H}_{p+1}$ ,  $\bar{H}_{p-1}^*$ , selon les équations 7b et 11

$\omega$  Vitesse angulaire du centre du rotor tournant autour du centre d'alésage du stator  
 $\omega_1$  Pulsation du réseau  
 $\omega_{p+1}/\omega_1$  et  $\omega_{p-1}/\omega_1$  Echelles pour  $\bar{H}_{p+1}$ , respectivement  $\bar{H}_{p-1}^*$ ;  
 $\bar{H}_{p+1}$ ,  $\bar{H}_{p-1}$  Facteurs complexes avec lesquels les champs tournants dus à l'excentricité sont réduits, du fait des courants compensateurs dans les voies parallèles  
 $\bar{H}_{p-1}^*$  complexe conjugué de  $\bar{H}_{p-1}$

dans le plan complexe sous forme d'un vecteur tournant :

$$\begin{aligned} \bar{F}_m &= \bar{F}_{p+1} + \bar{F}_{p-1} = \\ &= F_0 \frac{\varepsilon}{2} e^{j\omega t} [H_{p+1} e^{j\Delta\varphi_{p+1}} + H_{p-1} e^{-j\Delta\varphi_{p-1}}] = \\ &= F_0 \frac{\varepsilon}{2} e^{j\omega t} (\bar{H}_{p+1} + \bar{H}_{p-1}^*) \end{aligned} \quad (11)$$

$$F_0 = \frac{\hat{B}_0^2}{4\mu_0} \pi dl$$

où  $d$  est le diamètre,  $l$  la longueur de fer de l'alsage du stator.

La force magnétique  $\bar{F}_m$  tourne à la vitesse angulaire  $\omega$  du centre du rotor. Elle comprend les deux composantes  $\bar{F}_{p+1}$  et  $\bar{F}_{p-1}$  qui résultent de l'action conjuguée du champ fondamental et du champ tournant ( $p+1$ ) respectivement ( $p-1$ ). Il y a

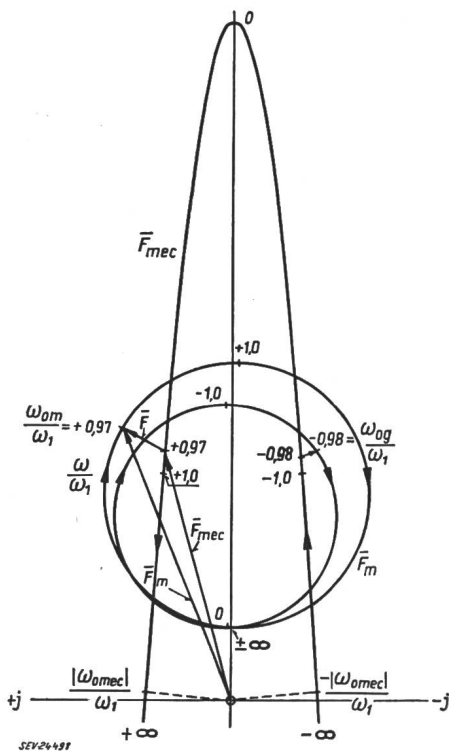


Fig. 9

Caractéristique de fréquence (une quartique) de la force magnétique unilatérale  $\bar{F}_m$ , construite graphiquement (équation 11) en partant de la fig. 8

Caractéristique de fréquence (une parabole) de la réaction mécanique

$\bar{F}_{mec}$  [Equation (14b)];  $\omega_{om}$ ,  $\omega_{og}$  Pulsations des vibrations auto-excités;  $\omega_{omec} \approx \sqrt{K/m}$  Vitesse angulaire critique de l'arbre. Afin d'obtenir une représentation claire, la fig. 9 s'écarte des conditions pratiques. En réalité, la force magnétique et la force d'amortissement mécanique sont plus faibles, par rapport à la force élastique, et les valeurs  $\omega_{omec}$ , mais surtout  $\omega_{om}$ ,  $\omega_{og}$ , s'écartent beaucoup moins de  $\omega_1$

Pour les autres désignations, voir dans le texte

lieu de noter que, dans le second terme, le signe du déphasage  $\Delta\varphi_{p-1}$  n'est plus le même que dans l'équation (8).

La fig. 8 indique les caractéristiques de fréquence (diagrammes circulaires) de  $\bar{H}_{p+1}$  et  $\bar{H}_{p-1}^*$ , la fig. 9 la caractéristique de fréquence (une quartique constituée approximativement par deux cercles) de la force magnétique selon l'équation (11).

24. La force (réaction) mécanique et les conditions d'autoexcitation

Outre la force d'attraction magnétique unilatérale selon l'équation (11), le centre du rotor est soumis à la réaction mécanique :

$$\bar{F}_{mec} = \bar{x} K + \frac{d\bar{x}}{dt} D + \frac{d^2\bar{x}}{dt^2} m \quad (14a)$$

où  $\bar{x} = \delta_0 \varepsilon e^{j\omega t}$  est la coordonnée complexe du centre du rotor tournant à la vitesse angulaire  $\omega$ ,  
 $K$  la constante d'élasticité efficace de l'ensemble du système mécanique oscillant,  
 $D$  la constante d'amortissement et  
 $m$  la masse.

En introduisant  $\bar{x} = \delta_0 \varepsilon e^{j\omega t}$  dans l'équation (14a), on obtient :

$$\bar{F}_{mec} = \delta_0 \varepsilon e^{j\omega t} (K + j\omega D - \omega^2 m) \quad (14b)$$

Pour  $\delta_0 \varepsilon$  et  $\omega$  donnés, la force résultante est :

$$\begin{aligned} \bar{F} &= \bar{F}_m - \bar{F}_{mec} = \\ &= \delta_0 \varepsilon e^{j\omega t} \left[ \frac{F_0}{2\delta_0} (\bar{H}_{p+1} + \bar{H}_{p-1}^*) - \right. \\ &\quad \left. - (K + j\omega D - \omega^2 m) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

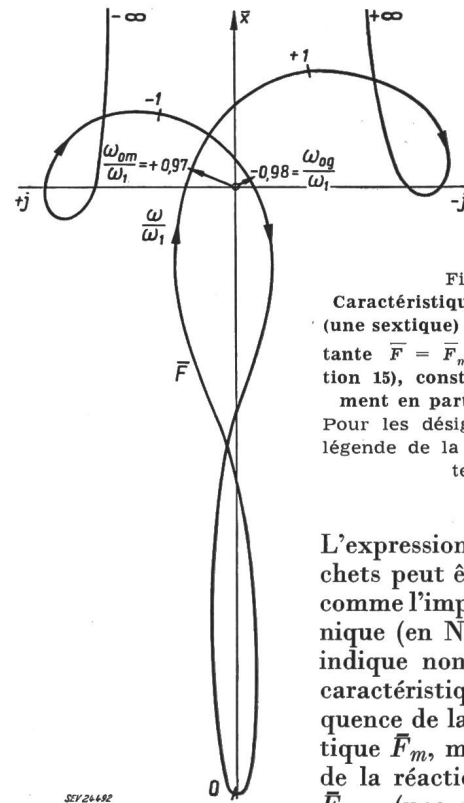


Fig. 10

Caractéristique de fréquence (une sextique) de la force résultante  $\bar{F} = \bar{F}_m - \bar{F}_{mec}$  (équation 15), construite graphiquement en partant de la fig. 9. Pour les désignations, voir la légende de la fig. 9 et dans le texte

L'expression entre crochets peut être considérée comme l'impédance mécanique (en N/m). La fig. 9 indique non seulement la caractéristique de fréquence de la force magnétique  $\bar{F}_m$ , mais aussi celle de la réaction mécanique  $\bar{F}_{mec}$  (une parabole). La

différence entre ces deux forces, la force résultante  $\bar{F}$ , est reportée graphiquement de la fig. 9 à la fig. 10. Il s'agit d'une sextique, dont les deux branches occupent des positions à peu près symétriquement inversées de part et d'autre de l'axe réel.

Les fréquences d'autoexcitation correspondent approximativement, selon un théorème de la technique du réglage (voir, par exemple, [7]), aux points  $\omega_{om}$  et  $\omega_{og}$  des fig. 9 et 10, où la caractéristique de fréquence se rapproche le plus de l'origine des coordonnées sur la fig. 10<sup>2)</sup> et la contourne dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre.

<sup>2)</sup> La règle exacte est: Points d'où partirait la trajectoire orthogonale de la caractéristique de fréquence passant par l'origine.

En résumé, l'état d'autoexcitation peut être décrit comme suit :

a) La *vitesse angulaire des vibrations autoexcitées*  $\omega_{0m}$  est positive, c'est-à-dire qu'elle a le même sens que le champ fondamental, avec une pulsation de quelques pour mille à quelques pour cent plus faible que la pulsation du réseau (voir fig. 3) et de quelques pour cent plus faible que la vitesse angulaire critique

$$\omega_{0mec} \approx \sqrt{\frac{K}{m}} \quad [\text{équation (14b) et fig. 9}]$$

Le *champ tournant avec  $p - 1$  paires de pôles*  $a$ , par rapport au stator, la pulsation  $\omega_1 - \omega_{0m}$ , qui atteint quelques pour mille à quelques pour cent de la pulsation du réseau; le courant compensatoire induit par ce champ a également cette même pulsation. Le déphasage  $\Delta\varphi_{p-1}$  du champ tournant, provoqué par le courant compensateur [équation (8), fig. 7 et 8], est responsable du fait que la force magnétique  $F_{p-1}$  possède une composante dans le sens de la vitesse du centre du rotor  $d\bar{x}/dt = j\omega_{0m}\bar{x}$  et fournit par conséquent au système oscillant une puissance excitant les oscillations du système. Si cette puissance est supérieure à la puissance d'amortissement mécanique [cas où l'autoexcitation peut se produire], les amplitudes des vibrations augmenteraient théoriquement de façon illimitée. Comme le montre la fig. 9, l'autoexcitation ne peut se produire, pour une pulsation quelconque du réseau, que lorsque la parabole coupe ou touche la quartique.

Le *champ tournant avec  $p + 1$  paires de pôles*  $a$  la pulsation  $\omega_1 + \omega_{0m}$  [équation (8)], c'est-à-dire un peu moins que le double de la pulsation du réseau. Le courant compensateur correspondant présente la même pulsation; sa réaction affaiblit très fortement le champ tournant avec  $p + 1$  paires de pôles et le ramène presque à la valeur du court-circuit idéal pour  $\omega_2 = \infty$  (fig. 7 et 8).

Le *courant compensateur d'autoexcitation* comporte, comme nous l'avons dit, deux composantes, l'une avec une très faible fréquence de quelques pour mille à quelques pour cent de la fréquence du réseau, l'autre avec environ le double de celle-ci.

b) La *vitesse angulaire des vibrations autoexcitées*  $\omega_{0g}$  est négative, c'est-à-dire inverse au champ fondamental. Les conditions sont analogues à ce qui a été dit sous lettre a), sauf que le champ tournant avec  $p + 1$  paires de pôles joue le rôle du champ tournant avec  $p - 1$  paires de pôles et vice versa.

c) Généralement, une seule des deux pulsations autoexcitées possibles  $\omega_{0m}$  et  $\omega_{0g}$  peut se présenter, à savoir celle qui fournit la plus grande force d'excitation. Sur les fig. 9 et 10, il s'agit de  $\omega_{0m}$ , due au champ tournant avec  $p - 1$  paires de pôles, tandis que le champ tournant avec  $p + 1$  paires de pôles est très efficacement amorti, comme nous l'avons dit. En élevant ou en réduisant la fréquence de la source de tension (tout en réduisant la tension, afin que le moteur ne soit pas endommagé par les vibrations), on peut généralement observer deux maxima d'autoexcitation, par exemple tout d'abord avec  $\omega_{0m}$ , puis avec  $\omega_{0g}$  ou inversement.

L'expérience confirme tous ces résultats théoriques.

## 25. Points négligés par la théorie

Dans les considérations ci-dessus, nous avons négligé les points suivants :

a) La *saturation du fer*, qui réduit les forces magnétiques unilatérales approximativement selon le rapport entre la pente de la caractéristique à vide et la pente de la caractéristique d'entrefer.

b) Les *harmoniques* de champ, provenant des forces magnétomotrices provenant des ouvertures des encoches, de la saturation du fer.

c) La *rigidité inégale* de la carcasse, du palier et des fondations, dans différentes directions perpendiculairement à l'arbre.

d) Les *systèmes oscillants mécaniques couplés*. Un système oscillant couplé (par exemple masse du stator et élasticité du montage sur les fondations) modifie la vitesse critique du rotor  $f_0$  [8], c'est-à-dire qu'il la subdivise en une vitesse critique plus élevée et une vitesse plus faible (par exemple 1,1  $f_0$  et 0,8  $f_0$ ).

e) La *non-linéarité* de la dépendance entre les forces magnétiques et mécaniques, d'une part, et la déviation du centre du rotor, d'autre part (voir paragraphe 21).

## 26. Empêchement des vibrations radiales autoexcitées du rotor

a) Parmi les moteurs à induction d'une série type, le danger d'autoexcitation n'existe que pour quelques types à rotor bobiné dont la vitesse critique, exprimée en tours par seconde, est légèrement supérieure à la fréquence nominale du moteur et qui sont équipés de paliers à roulement. Il y a toutefois lieu de noter que la vitesse critique d'un moteur donné peut être influencée également par le genre de montage (paragraphe 25 d). En effet, un moteur essayé sur une plaque de fixation rigide peut fonctionner impeccablement, tandis qu'il présente des vibrations autoexcitées lorsqu'il est monté sur une base moins rigide.

b) Un moyen efficace pour lutter contre l'autoexcitation est de prévoir un amortissement suffisant des paliers. Dans la plupart des cas, l'amortissement naturel provoqué par le film d'huile des paliers lisses suffit pour écarter tout danger d'autoexcitation.

c) Pour les types de machines à paliers à roulement normaux, dont la vitesse critique en tours par seconde est légèrement supérieure à la fréquence nominale du moteur, il ne faut pas coupler les voies parallèles de l'enroulement statorique selon les couplages 1A et 2A, mais utiliser uniquement des couplages pour lesquels le courant compensateur ne peut se produire lors d'une excentricité du rotor. Chacune des voies doit donc présenter le facteur de bobinage zéro pour les champs tournants dus à l'excentricité, avec  $p \pm 1$  paires de pôles. De tels couplages sont indiqués à titre d'exemple par les fig. 1B et 2B. Contrairement aux couplages des fig. 1A et 2A, les groupes d'enroulements en série dans une voie ne sont pas les uns à côté des autres, mais répartis sur la périphérie. On peut exécuter de cette façon, par exemple :

des *enroulements à deux étages* avec  $a \leq p$  ;

des *enroulements concentriques* (avec un groupe d'enroulements par paire de pôles, si  $p$  est un nombre pair) avec  $a \leq p/2$ .

Dans ce cas, les enroulements selon les fig. 1B et 2B ne peuvent malheureusement pas compenser la force magnétique unilatérale lors d'une excentricité statique ou dynamique du centre du rotor. Il y

a lieu de tenir compte de ce fait pour le dimensionnement de l'arbre, des paliers, ainsi que de l'entrefer.

d) Les champs tournants avec  $p \pm 1$  paires de pôles, qui sont la cause des forces provoquant les vibrations, ont, par rapport au rotor, approximativement la pulsation  $\omega_1 \frac{p \pm 1}{p}$  [voir aussi l'équation (16)], en cas d'autoexcitation et marche du moteur. Si le rotor présente une cage d'écurieil ou un enroulement par phases avec voies parallèles efficaces selon les fig. 1A et 2A, la fréquence du rotor est suffisante pour que ces enroulements amortissent convenablement les dangereux champs tournants ( $p \pm 1$ ) et empêchent l'autoexcitation des vibrations durant la marche (voir toutefois au paragraphe 3).

e) L'autoexcitation peut également être maîtrisée en diminuant l'induction dans l'air et en augmentant l'entrefer, car cela a pour effet de réduire la force magnétique [voir équations (11) et (15)]. Pour cette même raison, les machines étroites avec faible rapport  $l/d$  sont moins en danger que les machines larges.

### 3. Vibrations radiales autoexcitées du rotor de machines à induction avec voies parallèles dans le rotor

Les considérations qui précèdent s'appliquent d'une manière analogue dans ce cas, car il est indifférent pour l'autoexcitation que les courants compensateurs prennent naissance dans les voies parallèles du stator ou du rotor. De façon analogue à ce qui est indiqué au paragraphe 22, on a pour la pulsation  $\omega_2$  des courants compensateurs, induits par les champs tournants avec  $p \pm 1$  paires de pôles:

$$\omega_{2, p+1} = \omega_1 + \omega - \omega_r (p + 1) \quad \text{pour } p + 1 \quad (16a)$$

$$\omega_{2, p-1} = \omega_1 - \omega - \omega_r (p - 1) \quad \text{pour } p - 1 \quad (16b)$$

où  $\omega_r$  est la vitesse angulaire du rotor;  $\omega_1$  et  $\omega_2$  voir paragraphe 21.

#### 31. Autoexcitation

En cas d'autoexcitation, on a selon le paragraphe 24  $\omega \approx \pm |\omega_{0\text{mec}}|$  et  $\omega_2 \approx 0$ , de sorte que la condition d'autoexcitation est donnée approximativement par:

$$\omega_1 \pm |\omega_{0\text{mec}}| - \omega_r (p + 1) \approx 0 \quad \text{pour } p + 1 \quad (17a)$$

$$\omega_1 \mp |\omega_{0\text{mec}}| - \omega_r (p - 1) \approx 0 \quad \text{pour } p - 1 \quad (17b)$$

Les fig. 11 a et 11 b traduisent la dépendance entre  $\omega_1$  et  $\omega_r$  pour  $|\omega_{0\text{mec}}|$  donné. Celle-ci est représentée par des droites, par exemple pour  $p = 1$  et  $p = 2$ .

#### 32. Moteurs à rotor bobiné

Dans le cas des moteurs à rotor bobiné, il n'y a normalement pas à prévoir de voies parallèles dans le rotor. Lorsque de telles voies se présentent néanmoins, elles donnent lieu à une autoexcitation à l'arrêt pour  $\omega_1 \approx |\omega_{0\text{mec}}|$ , conformément à ce que nous avons dit au paragraphe 2. Par contre, il ne se produit pas d'autoexcitation à la vitesse nominale (voir fig. 11), tant que celle-ci est inférieure à la vitesse critique, et une autoexcitation ne se présente que passagèrement au démarrage, lorsque  $\omega_1 > |\omega_{0\text{mec}}|$ , ce qui est pratiquement rare.

#### 33. Convertisseurs de fréquence asynchrones

Une autoexcitation peut se produire dans des convertisseurs de fréquence avec partie secondaire dans le rotor, qui tourne dans le sens contraire à celui du champ tournant (voir fig. 11).

### 34. Rotors à cage d'écurieil

Les rotors à cage d'écurieil constituent un enroulement à voies parallèles, qui réagit aussi bien avec le champ fondamental, qu'avec les champs tournants avec  $p \pm 1$  paires de pôles.

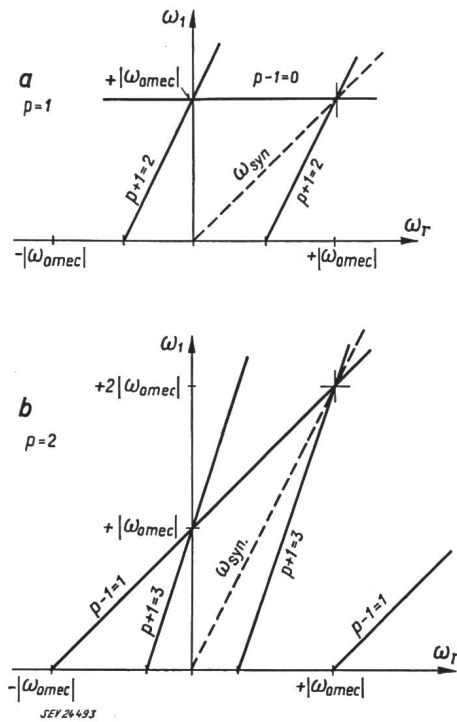


Fig. 11 Représentation graphique de la condition d'autoexcitation de a) machines à induction bipolaires, b) tétrapolaires, avec voies parallèles dans le rotor [équation (17)]

$\omega_1$  Pulsation du réseau;  $\omega_r$  Vitesse angulaire du rotor  
 $\omega_{syn}$  Vitesse angulaire synchrone du rotor  
 $\omega_{0\text{mec}}$  Valeur de la vitesse angulaire critique  
 L'autoexcitation des vibrations peut se produire approximativement pour la paire de valeurs  $\omega_1, \omega_r$ , sur les droites désignées par  $p + 1$  et  $p - 1$

Dans ces rotors, le champ fondamental est affaibli par les courants de glissement dans le rotor (lorsque le glissement est important), de sorte qu'en général il n'est suffisamment puissant qu'à l'approche du synchronisme pour provoquer une autoexcitation, au sens du paragraphe 2. Toutefois, lorsque des moteurs à cage d'écurieil, démarrants à fréquence croissante atteignent des vitesses supérieures à la vitesse critique, il peut se produire des vibrations radiales autoexcitées du rotor lors du passage de la vitesse critique (qui est également proche de la vitesse synchrone), vibrations qui sont naturellement beaucoup plus dangereuses que les vibrations normales dues à la résonance avec amortissement positif. On peut y parer en augmentant l'amortissement des paliers.

De même, toutes les autres mesures indiquées au paragraphe 25 pour empêcher l'autoexcitation peuvent être appliquées en conséquence aux machines à induction avec voies parallèles dans le rotor.

### 4. Considérations générales sur les voies d'enroulement parallèles

Les considérations qui précèdent ne sont pas seulement valables pour le cas particulier des vibrations radiales autoexcitées du rotor, mais s'étendent également par analogie au cas d'excentri-



cité statique, ou dynamique et tournant à la vitesse du rotor.

Les méthodes que nous venons d'exposer sont donc utilisables avec succès pour le contrôle général de la qualité de couplages des voies parallèles. Pour cela, il suffit généralement de dessiner l'étoile des tensions et le polygone de G rges des voies parallèles pour  $p \pm 1$  paires de pôles (voir fig. 5 et 6).

Afin d'amortir suffisamment les champs tournants  $p \pm 1$  dus à l'excentricité, responsables de l'attraction magnétique unilatérale, le coefficient de dispersion des voies parallèles pour  $p \pm 1$  paires de pôles doit être faible. Le polygone de G rges doit donc s'écarter le moins possible de la forme circulaire [3]. Les enroulements à deux étages conviennent mieux à la compensation de l'attraction magnétique unilatérale que les enroulements concentriques, car ils permettent d'obtenir un meilleur polygone de G rges des forces magnétomotrices compensatoires.

Le polygone de G rges doit en outre présenter une symétrie circulaire, car une symétrie par rapport à un seul axe signifie qu'il s'agit d'un champ elliptique, dont la composante inverse provoque une force vibratoire au double de la fréquence du réseau (bourdonnement de transformateur) par interférence avec le champ fondamental, lors d'un décalage statique du rotor de moteurs à rotor bobiné. C'est pourquoi il faut considérer comme mauvais les enroulements à deux étages à quatre pôles et plus, avec deux voies parallèles selon les fig. 1 A et 2 A, mais sans les connexions  quipotentiell s dessinées.

Le polygone de G rges des forces magnétomotrices compensatoires permet enfin un jugement

plus facile de l'influence des harmoniques de champ sur les bruits ou autres perturbations.

Les voies parallèles classiques selon les fig. 1 A et 2 A présentent quelques dangers. Lorsqu'elles sont couplées uniformément selon les schémas des fig. 1 B et 2 B, de sorte que les courants compensateurs ne puissent se produire lors d'une excentricité du rotor, on s'épargne l'analyse des couplages, mais on renonce aussi à la réduction de l'attraction magnétique unilatérale, souvent très désirable, même dans les cas où il n'y a pas lieu de craindre une autoexcitation de vibrations.

#### Bibliographie

- [1] Rosenberg, E.: Einseitiger magnetischer Zug in elektrischen Maschinen. E & M t. 35(1917), n  44, p. 525...531; n  45, p. 539...546.
- [2] Richter, R.: Ankerwicklungen für Gleich- und Wechselstrom. P. 204...207. Berlin: Springer 1920.
- [3] Kronl, M.: La dispersion différentielle dans les machines d'induction. Rev. G n. Electr. t. 23(1928), n  10, p. 433...450; n  11, p. 479...496.
- [4] Nürnberg, W.: Die Asynchronmaschine. Ihre Theorie und Berechnung unter besonderer Berücksichtigung der Keilstab- und Doppelk figl ufer. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer 1952.
- [5] Kronl, M.: Die parasitären Kräfte in Induktionsmaschinen. Bull. Oerlikon t. -(1931), n  124, p. 654...658; n  125, p. 665...668; n  126, p. 670...676.
- [6] Jordan, H.: Ger uscharme Elektromotoren. L rmbildung und L rmbeseitigung bei Elektromotoren. Essen: Girardet 1950.
- [7] Leonhard, A.: Die selbsttätige Regelung. Theoretische Grundlagen mit praktischen Beispielen. P. 192 et suivantes. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer 1949.
- [8] Hull, E. H.: The Effect of Foundation Stiffness on the Resonant Frequencies of Rotating Machines. J. Appl. Mech. t. 8(1941), n  3, p. 121...129.
- [9] Jordan, H. et F. Lax:  ber die Wirkung von Exzentrizitäten und Sättigungserscheinungen auf den Körper- und Luftschall von Drehstrom-Asynchronmotoren. AEG-Mitt. t. 44 (1934), n  11/12, p. 423...426.

Adresse de l'auteur:

M. Kronl, ingénieur-docteur, 23, Alfred-Escher-Strasse, Zurich 2.

## Technische Mitteilungen — Communications de nature technique

### Die Flugsicherung des interkontinentalen Flughafens Zürich

621.396.933 : 656.7.05

[Nach A. Fischer: Die Flugsicherung des interkontinentalen Flughafens Zürich. Tech. Mitt. PTT Bd. —(1955), Nr. 11, S. 449...470]

#### 1. Das Wesen der Luftverkehrskontrolle im allgemeinen

Der Pilot eines Verkehrsflugzeuges findet seinen Weg durch Nacht und Nebel zum Zielflughafen mit Hilfe einer grossen Zahl am Boden ständig in Betrieb stehender radioelektrischer Navigationshilfen, in der Hauptsache ungerichteter und gerichteter Funkfeuer. Die Ausstrahlungen dieser Sender bewirken gewisse Anzeigen an Instrumenten im Flugzeug, die der Pilot zur Lösung seiner Navigationsaufgabe benützt. Die Luftverkehrskontrolle, eine Organisation am Boden, deren Wirkungskreis international weitgehend vereinheitlicht ist, hat sich demnach weniger um die Navigation der Flugzeuge zu kümmern, sondern ihre Aufgabe ist, die blindfliegenden Flugzeuge vor Zusammenstössen zu bewahren, dafür zu sorgen, dass sich der Luftverkehr reibungslos und fliessend abwickelt, und den Piloten alle jene Informationen zu vermitteln, die ihnen nützlich sein können. Die Luftverkehrskontrolleure machen sich anhand von laufend übermittelten Positionsmeldungen der Flugzeuge ein Bild davon, wie sich die Verkehrslage in den nächsten Viertelstunden entwickeln könnte, um dann auf Grund dieser Überlegungen den Flugzeugbesatzungen Anweisungen über getrennt zu befliegende Höhenstufen oder einzuhaltenen Mindestabstände zu übermitteln. Luftverkehrskontrolle bedeutet eine geistige Arbeit, wobei es vor allem auf richtiges Vorausdisponieren ankommt. Besondere Peil- und vor allem Radargeräte ermöglichen den Kontrolleuren, die Flugzeugbewegungen zu überwachen und eventuelle Navigationsfehler zu verhüten.

Von einem guten Übermittlungsdienst hängt es ab, ob die Ideen der Luftverkehrskontrolle realisiert werden können. Kurze und mittellange Verbindungen werden heute durchwegs mit UKW-Radio-Telephonie hergestellt, wobei als Sprache das internationale Englisch eine grosse Rolle spielt. Auf grosse Distanzen wird noch Morse-Telegraphie verwendet, doch geht man auch hier immer mehr auf Kurzwellen-Telephonie über.

#### 2. Die besonderen Verhältnisse auf dem Flughafen Zürich

Der Verkehrsabfluss des Flughafens Zürich ist wegen der hügeligen Topographie und der Nähe der Alpen schwieriger zu meistern als auf Flughäfen in der Ebene. Sechs Mittelfrequenz-Funkfeuer bezeichnen die An- und Abflugwege zum Flughafen, wobei das Navigationsfunkfeuer «Trasadingen» das stärkste ist und die Hilfsfunkfeuer «Zürich-Ost» bei Stammheim und «Zürich-West» im Birrfeld weitere «Tore» zum Flughafen markieren. Für den schwierigsten Teil eines Fluges, den Anflug gegen die Piste des Flughafens zur Landung bei schlechtem Wetter, ist ein besonders präzises Navigationsmittel vorhanden, das sog. ILS (Instrument Landing System). Es besteht aus einem Kurssender, der mittels gebündelter Wellen eine vertikale Leitebene, und einem zweiten Sender, der eine leicht ansteigende Gleitweg-Ebene in den Anflugsektor hinausstrahlt. Die Schnittlinie der beiden fiktiven Ebenen, die an Instrumenten an Bord der Flugzeuge erkannt werden kann, führt genau auf den Anfang der Blindlandepiste zu. Noch genauer kann mit Hilfe des Präzisions-Landeradars angefliegen werden, indem ein Verkehrs-Kontrolleur, der das anfliegende Flugzeug als Lichtpunkt auf dem Radarschirm verfolgen kann, dem Piloten genaue Instruktionen über Flugrichtung und Höhe erteilt, solange, bis er sich nur noch wenige Meter vor dem Pistenanfang befindet.