

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 47 (1956)
Heft: 20

Artikel: Über ein Kristall-Dioden-Wattmeter
Autor: Zinsli, G.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1058229>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 25.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS

ORGANE COMMUN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS (ASE) ET
DE L'UNION DES CENTRALES SUISSES D'ELECTRICITE (UCS)

Über ein Kristall-Dioden-Wattmeter

Von G. Zinsli, Chur

(Mitteilung aus dem Eidg. Amt für Mass und Gewicht)

621.314.632 : 621.385.2 : 621.317.784

Es wird ein aus Widerständen und Germanium-Kristalldioden aufgebautes Gerät beschrieben, welches die Eigenschaft hat, im Bereiche von 0...100 kHz zwei Spannungen exakt zu multiplizieren, und welches daher als Wattmeter verwendet werden kann.

Description d'un appareil constitué par des résistances et des diodes à cristal de germanium. Cet appareil a la propriété de multiplier avec précision deux tensions sur une étendue allant de 0 à 100 kHz et peut ainsi servir de wattmètre.

1. Prinzip des Kristall-Dioden-Wattmeters

1.1 Einleitung

Es ist bekannt, dass die Stabilität und die gute Gleichrichterwirkung der modernen Germanium-Kristall-Detektoren es gestatten, eine Reihe von Verfahren für elektrische Messungen auf die Stufe von Präzisionsmessverfahren zu heben. Stets handelt es sich darum, die nichtlineare Charakteristik der Diode zur Umformung des zeitlichen Verlaufs der Messgrösse sowie zur Gleichrichtung zu verwenden, so dass Wechselstromgrössen mit Gleichstrominstrumenten gemessen werden können.

In vorliegender Arbeit soll im besonderen das Problem der Multiplikation der Momentanwerte zweier elektrischer Grössen untersucht werden, um ein Mittelfrequenz-Wattmeter konstruieren zu können. Das Prinzip besteht darin, dass eine in Funktion der Zeit trapezförmige Hilfsspannung von den zwei zu multiplizierenden Messgrössen so verändert wird, dass die eine das Trapez verlängert und die andere das Trapez erhöht; durch geeignete Differenzbildung kann das Produkt der zwei Messgrössen herausgegriffen werden. Ein Gleichstrom-Anzeigegerät besorgt die Integration über die Zeit. Um zu vermeiden, dass in der Sperrichtung eine Diode jemals zu hohe Spannungen auszuhalten hat, weisen die verwendeten Schaltungen stets Rückwegdioden auf, die den zur Messung nicht benötigten Strom umgekehrter Richtung an der Messdiode bzw. am Messinstrument vorbeilenken.

Das entwickelte Instrument benützt keine quadratische Charakteristik zur Multiplikation. Es ist frequenzunabhängig, weil es praktisch nur Kristalldioden und Widerstände enthält. Seine Genauigkeit ist begrenzt, weil die Differenz zweier Differenzen gebildet werden muss.

1.2 Bisherige Anwendung der Germanium-Kristalldiode in der Präzisionsmesstechnik

Wenn an eine Schaltung oder an ein Gerät präzisionsmesstechnische Ansprüche gestellt werden sol-

len, so müssen alle seine Elemente zum mindesten unter vorgeschriebenen Bedingungen konstant arbeiten. Falls es Elemente in einer Schaltung hat, die weniger zuverlässig sind als andere, so muss man dafür sorgen, dass die schlechten Eigenschaften der inkonstanten Elemente möglichst wenig ins Gewicht fallen.

Wird von den verwendeten Dioden eine möglichst lineare Charakteristik verlangt, so kann dies dadurch erreicht werden, dass man mit den Dioden, die im mittleren Arbeitsbereich einen Widerstand von 10...100 Ω aufweisen, einige 1000 Ω in Serie schaltet.

Es wurde versucht, darüber hinaus einen Schritt weiter zu kommen [1]¹⁾, indem man die Dioden möglichst nur bei einem passenden Punkt der Charakteristik arbeiten liess, wo der Widerstand relativ klein, die relative Inkonzanz des Kreises dementsprechend ebenfalls klein war. Man verlangte gewissermassen von den Kristalldetektoren nur, dass sie in der Durchlassrichtung einen konstanten Arbeitspunkt aufwiesen und in der Sperrichtung sperrten. Alle übrigen Funktionen der Schaltung waren relativ zuverlässigen Bauelementen, z. B. Widerständen und Batterien überbunden.

Durch die Belastung der Dioden mit zeitlich rechteckförmigen Strom konnte erreicht werden, dass diese während der halben Zeit in einem bestimmten Arbeitspunkt arbeiteten. Den rechteckförmigen Strom erzeugten zweckmässigerweise wiederum Kristalldioden. Fig. 10 zeigt in der oberen Hälfte zwei solche Rechteckumformer. Ihre genauere Beschreibung siehe [1].

Schaltet man zwei Rechteckumformer hintereinander, so wird ihre Fähigkeit, konstante Spannungen zu erzeugen, erhöht. Das hier beschriebene Gerät enthält ebenfalls Rechteckumformer in Kaskadenschaltung. Ohne diese Kunstgriffe hätte die gewünschte Zuverlässigkeit im Arbeiten nicht erreicht werden können.

¹⁾ siehe Literatur am Schluss der Arbeit.

Die wichtigsten Grundschaltungen, die von *Perlstein* [1] untersucht wurden, sind die folgenden:

a) Die *Modulatorschaltung* gemäss Fig. 1. Man stelle sich die an U_h und U_h' angelegte Hilfsspannung wesentlich grösser als die zwischen U_1 und U_1' angelegte Einkopplungsspannung vor. Wenn U_h positiv ist, arbeitet die Diode D_2 . In diesem Zustand kann von U_1 her ein Strom durch das Instrument fließen. Die Diode D_2 , betrieben von U_h , bildet also einen elektronischen Schalter für die Einkopplungsspannung U_1 .

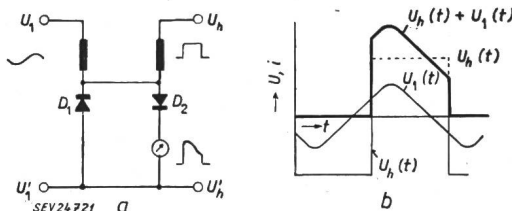


Fig. 1
Modulatorschaltung
Zerhacker für U_1

a Schaltplan; b zeitlicher Verlauf der Einkopplungsspannung U_1 und der rechteckigen Hilfsspannung U_h . Durch das Messinstrument fliesst ein Strom, der proportional $U_h(t) + U_1(t)$ ist (dick ausgezogene Kurve)
 D_1, D_2 Dioden; t Zeit

b) Die *Brückenschaltung* gemäss Fig. 2. Bei dieser Schaltung handelt es sich eigentlich um eine Wheatstonesche Brücke, aber mit Mess- und Rückwegdioden. Sie ist eine Wechselstrombrücke mit Gleichstrominstrument.

Die später beschriebene Multiplikationsschaltung ist eine Kombination der zwei Schaltungen in Fig. 1 und 2.

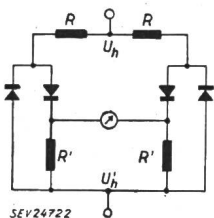


Fig. 2
Brückenschaltung
 R, R' Brückenwiderstände
Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 1

Es sei bereits hier auf eine Schwierigkeit hingewiesen, die in der Natur der Sache zu liegen scheint. Es wurde schon früher festgestellt, dass man Präzisionschaltungen erhalten kann, wenn man zwischen den Stellungen «Nichtarbeiten» und «Arbeiten in einem bestimmten Punkt» hin- und herwechselt und zwar so rasch, dass die Zwischenstadien nicht ins Resultat eingehen. In der nachstehend untersuchten Schaltung geht aber die Anstiegsgeschwindigkeit, mit welcher der Strom im Modulator (in den Messdioden von 0 auf den oberen Begrenzungswert, obere Begrenzung des Trapezes) ansteigt ($\text{tg } \gamma$), ins Resultat ein. Je kürzer man diese Steigzeit wählt, desto unempfindlicher wird das Multipliziergerät. In dieser Schaltung werden die Dioden also auf die Reproduzierbarkeit der Strom-Spannungs-Charakteristiken hin stärker beansprucht als bei den von *Perlstein* untersuchten Schaltungen. Die Schaltung fasst sich überdies mit Grössen zweiter Ordnung (Differenz zweier Differenzen), während *Perlstein* nur

Differenzen erster Ordnung untersuchte. Man darf sich also nicht wundern, wenn das beschriebene Multipliziergerät kein Präzisionsinstrument ist im Sinne der von *Perlstein* entwickelten Geräte.

1.3 Multiplikation zweier Grössen durch Gleichrichtung und doppelte Differenzbildung. Prinzip des Dioden-Wattmeters

Man stelle sich anhand von Fig. 3 vor, an einem gegebenen Rechteck $A \times B$ (das einen rechteckförmigen Spannungsstoss darstellt), könne die Breite

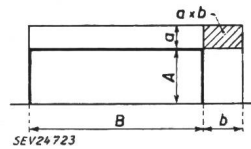


Fig. 3
Prinzip des Dioden-Wattmeters
Erklärungen siehe im Text

um b und die Höhe um a vergrössert werden. Dann verwirkliche man in einer Schaltung die folgende Differenz zweier Differenzen:

$$[(A+a)(B+b) - (A+a)B] - [A(B+b) - AB] = ab$$

Man erhält also das Produkt der zwei angelagerten Grössen a und b . A und B fallen aus der Gleichung heraus. In Worten bedeutet dies folgendes Prinzip: Eine Messspannung a wird durch eine rechteckförmige Hilfsspannung so zerhackt, dass die wirksame Zerhackungsdauer proportional der zweiten Messspannung b sich ändert. Das Spannungs-Zeit-Integral $\int a dt$ wird also ein Mass für das Produkt ab .

Die Durchführung des Prinzips erfolgt nicht mit Rechteckspannungen, sondern mit *trapezförmigen*. Einer Modulationsspannung (einige kHz bis 200 kHz) von ca. 30 V primärer Amplitude wird durch einen zweistufigen Rechteckumformer die Amplitude beschnitten, so dass trapezförmige Spannungsamplituden entstehen. Die zu multiplizierenden Grössen haben im allgemeinen eine wesentlich kleinere Frequenz als die Modulationsfrequenz. Die eine Grösse U_2 wird nun zur Modulationsspannung addiert (punktirierte Kurve in Fig. 4), was wegen des schrä-

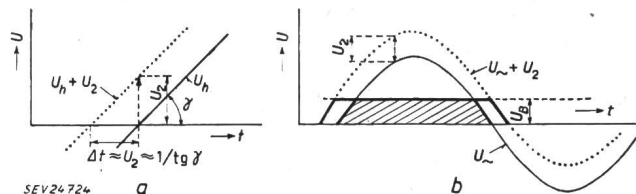


Fig. 4
Prinzip des Dioden-Wattmeters

a Verbreiterung des Trapezes wegen der steilen Flanke der Amplitude
b Addition von U_2 zur Modulationsspannung U_1
 U_2 Meßspannung zur Verbreiterung des Trapezes; U_B Begrenzungsspannung des Rechteckumformers; t Zeit

gen Verlaufes der Flanke einer Verbreiterung des Trapezes, ohne Erhöhung desselben, gleichkommt. Die andere Grösse (U_1) wird zum fertigen Trapez addiert, was einer Erhöhung und einer Verbreiterung gleichkommt. Nun bildet man die Differenz der zwei überhöhten Trapeze und zieht von ihr die Differenz der nichtüberhöhten Trapeze ab.

Die ersten Differenzen werden gemäss Fig. 5, linke oder rechte Hälfte, in Schaltungen gebildet, welche Kombinationen der Schaltung in Fig. 1 (Modulator) mit der Schaltung in Fig. 2 (Brücke) sind. Die Brücke wird vom trapezförmigen Hilfsstrom durchflossen, der periodisch die Messdioden D_1 und D_2 öffnet. Die Brücke ist abgeglichen bei $U_1 = 0$. Wenn U_1 nicht gleich 0 ist, entstehen zwischen den Brückenpunkten B_1 und B_2 rechteckförmige Spannungen mit der Amplitude U_1 . Diese Spannung U_1 bestimmt also die Überhöhung des Trapezes.

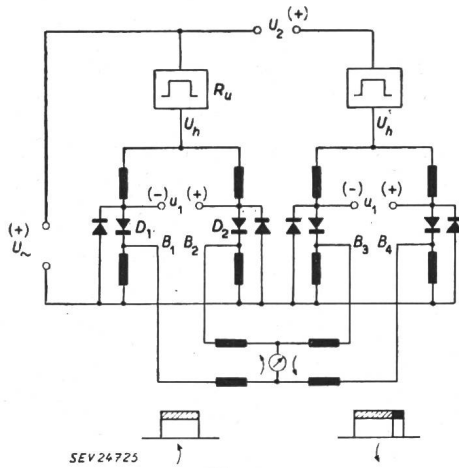


Fig. 5

Prinzip eines Dioden-Multipliziergerätes

$$c \int u_2 u_1 dt$$

Die Vorzeichen und Pfeile gelten für einen bestimmten Zustand

R_u Rechteckumformer

Weitere Bezeichnungen siehe im Text

Zwei solche Brücken gegeneinandergeschaltet, wobei bei der einen in Serie zur Modulationsspannung die Spannung U_2 eingekoppelt wird, ergeben eine Schaltung gemäss Fig. 5. U_2 verbreitert oder verkürzt, wie bereits erwähnt, die Trapeze des entsprechenden Zweiges, je nachdem die Spannung positiv oder negativ ist.

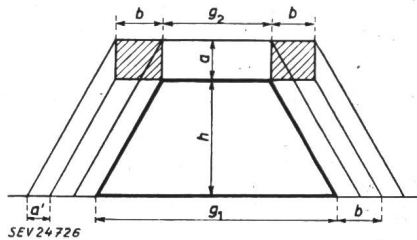


Fig. 6

Beweis im Fall der Trapeze

Differenz der Differenzen $\Delta A = 2ab$ (schraffierte Fläche)

Bezeichnungen siehe im Text

Anhand der Bezeichnungen von Fig. 5 und 6 kann unter den Voraussetzungen, dass die Trapezflanken linear ansteigen, dass die addierte Spannung U_2 längs des ganzen Trapezes konstant ist, und dass das Trapez symmetrisch ist, bewiesen werden, dass tatsächlich nur das Produkt ab vom Nullinstrument in Fig. 5 angezeigt wird.

Die Brückenpunkte weisen (in dem in Fig. 5 angenommenen Betriebszustand) die folgenden Potentiale auf:

B_1 : Grundtrapez

B_2 : Grundtrapez erhöht

B_3 : Grundtrapez verbreitert

B_4 : Grundtrapez verbreitert und erhöht.

Die entsprechenden Flächen in Fig. 6 betragen:

$$(B_1) : (g_1 + g_2) \frac{h}{2}$$

$$(B_2) : (g_1 + g_2 + 2a') \frac{h}{2} + (g_1 + g_2 + 2a') \frac{a}{2}$$

$$(B_3) : (g_1 + g_2 + 4b) \frac{h}{2}$$

$$(B_4) : (g_1 + g_2 + 2a' + 4b) \frac{h}{2} +$$

$$(g_1 + g_2 + 2a' + 4b) \frac{a}{2}$$

Die Differenz der Formel für (B_2) und (B_1) ist

$$2a' \frac{h}{2} + (g_1 + g_2 + 2a') \frac{a}{2}$$

Die Differenz der Differenzen wird damit: $2ab$.

Dass das Gerät auch gut multipliziert, wenn keine einschränkenden Bedingungen gemacht werden, wird in den folgenden Abschnitten gezeigt.

Leitet man b bzw. U_2 aus der Spannung, und a bzw. U_1 aus dem Strom desselben elektrischen Kreises ab, so arbeitet das Multipliziergerät als Wattmeter.

Man kann die Funktion von Strom und Spannung natürlich vertauschen. Wesentlich ist nur, dass die eine Grösse vor dem Rechteckumformer addiert wird, und die andere nachher, also unmittelbar bei den Messdioden.

Man könnte sich verleiten lassen, zu vermuten, dass damit die wichtigsten schaltungstechnischen Kriterien des Multipliziergerätes festgelegt sind. Dies ist aber nicht der Fall. Theoretisch kann man, wie später gezeigt wird, den Rechteckumformer weglassen, denn die Ursache der multiplizierenden Wirkung liegt nicht in den Dioden des Rechteckumformers oder wenigstens nicht allein darin. Wichtig ist, dass der Stromverlauf in den Messdioden so ist, dass U_2 als Zeitmodulation wirkt, die Wirkung von U_1 dagegen mehr den Charakter einer Amplitudenmodulation hat. Das Multiplizieren ist also als Folge des Zusammenwirkens der zwei Modulationsarten zu deuten, indem U_2 durch Zeitmodulation bestimmt, wie stark die Amplitudenmodulation durch U_1 wird.

Es sei noch anhand von Fig. 4a bemerkt, dass bei gegebenen gewählten Maßstabverhältnissen die Empfindlichkeit mit $1/\text{tg } \gamma$ abnimmt.

1.4 Brückensymmetrien im Multipliziergerät und Zusammenhänge zwischen den Widerständen des Gerätes

Die Grundschaltung von Fig. 5 ist zum Aufbau so kompliziert, dass eine Vereinfachung sich auf-

drängt. Aus diesem Grund wurde untersucht, welche der Widerstände paarweise gleich gewählt werden können und auf welches Minimum der verschiedenen Widerstandswerte man sich beschränken darf. Zu diesem Zweck sei die Schaltung auf ihre Brückensymmetrie hin analysiert.

Eine Diskussion über Widerstände ist nur dann aussichtsreich, wenn die Widerstände als konstant und die Spannungsabhängigkeit der Dioden-Widerstände als vernachlässigbar klein betrachtet werden dürfen. Die Schaltung kann dann so untersucht werden, wie wenn sie keine Dioden und nur konstante Widerstände enthielte.

Fig. 7 und 8 zeigen die Schaltung als lineares Netzwerk. Jede Gerade bedeutet einen Widerstand.

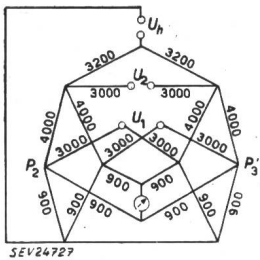


Fig. 7
Schema des
Dioden-Multipliziergerätes mit
Widerstandswerten
Die Werte sind in Ohm
angegeben

Um den Überblick zu erleichtern, sind die Widerstandswerte, wie sie aus praktischen Erwägungen gewählt worden sind, in Fig. 7 vorweggenommen; es hat also im wesentlichen eine Gruppe von Widerständen von 3000...4000 Ω und eine andere Gruppe von etwa 900 Ω.

Fig. 8 zeigt dasselbe Bild wie Fig. 7, aber ohne die Angabe von Widerstandswerten, wobei zum vornherein Widerstände, die aus offensibaren Symme-

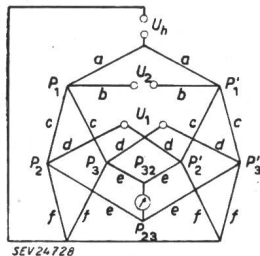


Fig. 8
Schema des
Dioden-Multipliziergerätes
ohne Widerstandswerte

triegründen gleichwertig erscheinen, auch gleich bezeichnet sind. Die verschieden bezeichneten Widerstände a, b, c, d, e, f seien zunächst als verschieden zu betrachten.

Diese Schaltungen werden nun in einfache Brücken zerlegt.

Fig. 9a zeigt eine gewöhnliche Wheatstonesche Brücke. Sie ist abgeglichen, d. h. die Spannung ist zwischen P_1 und $P_1' = 0$ bei jeder Spannung von $U_h \neq 0$, wenn $R_1/R_2 = R_3/R_4$ ist.

Wenn man beachtet, dass U_2 über zwei in Fig. 8 mit b bezeichnete Widerstände an die Brückenpunkte $P_1 P_1'$ angeschlossen ist, und die Pole von U_2 in Bezug auf die Brücke durch nichts voneinander bevorzugt sein sollen (was wegen der Störungen wichtig ist), so empfiehlt sich $R_1 = R_2, R_3 = R_4$ zu wählen.

Fig. 9b zeigt eine entsprechende, oben geöffnete Brücke, die nach dem vorher Gezeigten abgeglichen

wurde. Man weiss, dass die Spannung zwischen P_1 und P_1' proportional U_2 und damit ein Mass für U_2 ist, welches von U_h nicht abhängt, wenn $R_1/R_2 = R_3/R_4 = R_5/R_6$ ist. Daraus folgt bereits, dass die Hilfsspannung U_h , welche die Apparatur vorerregt, nicht direkt ins Resultat eingeht.

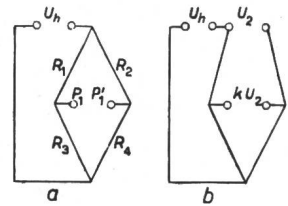
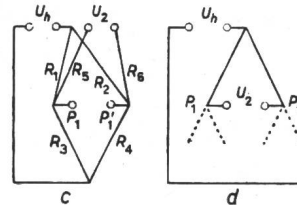


Fig. 9
Zerlegung der Schaltung in
Fig. 8



- a Brücke $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$;
- b Brücke geöffnet;
- c offene Brücke

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} = \frac{R_5}{R_6}$$

- d siehe Text;
- e, f Ausschnitte aus unterem Teil von Fig. 8 (Mischschaltung)

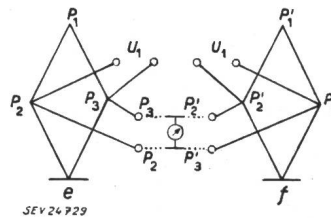


Fig. 9c ist gleich Fig. 9b, aber so geändert, dass U_h und U_2 parallel und entkoppelt auf $P_1 P_1'$ wirken. Diese Figur zeigt, dass trotz früheren Bemerkungen, wonach U_2 in Serie zu der Modulationsspannung vor den Rechteckumformern «eingreifen» müsse, die Schaltung doch so gewählt werden kann, dass U_2 unabhängig von U_h an $P_1 P_1'$ eine Wirkung erzeugt.

Fig. 9d ist wie Fig. 9c, jedoch so geändert, dass das Schema als ein Teil von Fig. 8 erkennbar ist. In Fig. 8 ist die Spannung zwischen P_1 und P_1' unabhängig von U_h und proportional U_2 , sofern alles, was unterhalb P_1 und P_1' kommt, in Bezug auf die oberen Widerstände in der Figur die Abgleichsbedingung einer Brücke erfüllt. Da in Fig. 9a $R_1 = R_2$, gewählt wurde, müssen die Widerstände zwischen P_1 und P_1' gegen die Grundlinie hin gleich sein.

Fig. 9e und 9f sind zwei Ausschnitte aus dem unteren Teil der Fig. 8. Die im Zusammenhang mit Fig. 9a angestellte Symmetriebetrachtung gilt auch für die Brücken, die zwischen P_1 bzw. P_1' und der Grundlinie liegen. Daher sind die Widerstände zwischen den Punkten $P_1 P_2, P_1 P_3, P_1' P_2', P_1' P_3'$ alle gleich (in Fig. 8 sind sie gleich c) gewählt. Analoges gilt für die in Fig. 8 mit f und e bezeichneten Widerstände.

Damit dürfte es plausibel gemacht sein, weshalb nur die Widerstandgrößen a, b, c, d, e, f frei wählbar sind.

Fügt man die Teilfiguren 9e und 9f ineinander, so erhält man Fig. 8. Man erkennt zwei Teilbrücken (Fig. 9e und 9f), die in sich symmetrisch und untereinander angeordnet, möglichst gleich, und vorerregt sind, und zugleich seitlich von U_1 gespiesen

werden, und die gemäss Fig. 9c und 9d zusammengefasst, eine seitlich offene Brücke ergeben, welche von U_h vorerregt und zugleich von U_2 seitlich gespeisen wird.

Wichtig für den Gebrauch als Wattmeter ist die Feststellung, dass nach Fig. 9b und 9c die Schaltung die Spannung U_2 unabhängig von U_h , und nach Fig. 9e und 9f auch U_1 unabhängig von der Spannung, zwischen einem der Pole von U_1 und der Grundlinie auswertet. Dies gestattet, einen Pol von U_1 und einen Pol von U_2 miteinander, eventuell mit der Grundlinie (Erde), zu verbinden und die Schaltung zum Bau eines Wattmeters zu verwenden.

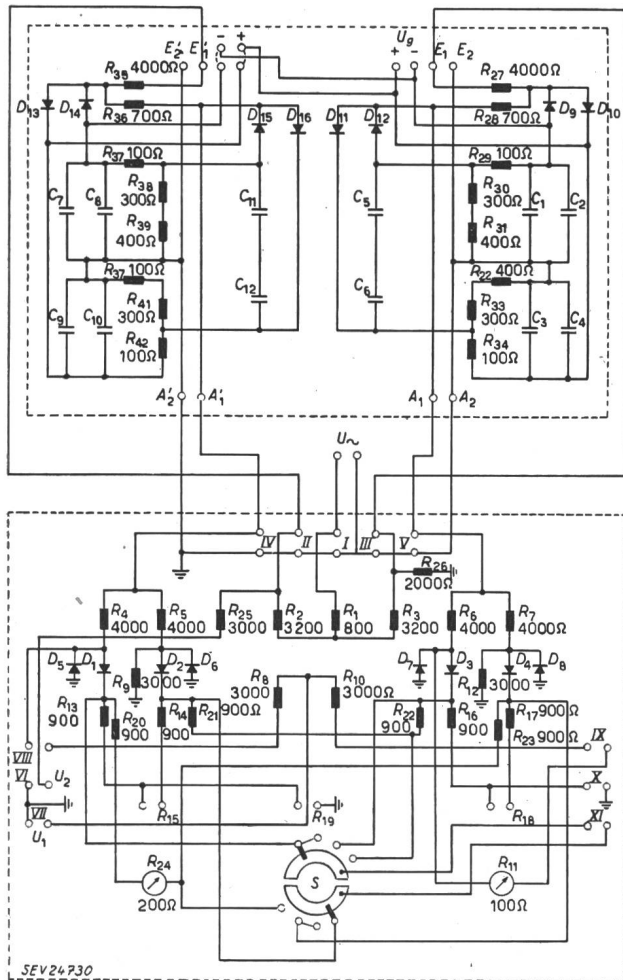


Fig. 10
Schaltbild des Dioden-Wattmeters

Eine praktische Schwierigkeit tritt auf, wenn die eingekoppelten Spannungen einen endlichen inneren Widerstand aufweisen. Dann werden die Widerstandsverhältnisse gestört. Wenn aber das Widerstandsverhältnis in dem Gewirr von Brücken gestört wird, so verlagert sich auch der Nullpunkt der gesamten Schaltung. Der Nullpunkt des Gerätes hängt also vom inneren Widerstand der angeschlossenen Kreise ab. Die Brücke wird erst betriebsbereit, wenn der Kreis, in dem eine Leistung gemessen werden soll, angeschlossen ist. Dies ist ein Nachteil, den man mit in Kauf nehmen muss.

Man könnte noch untersuchen, ob die Widerstände a, b, c, d, e, f nicht verschieden und beliebig gross gewählt werden können. Diese Erwägungen

führen zum Resultat, dass einerseits a, b, c, d und andererseits e, f ungefähr gleich gross sein sollen.

1.5 Die definitiv verwendete Schaltung

Nach längeren Vorarbeiten an einer Schaltung mit niedrigen Frequenzen, wobei namentlich auf Zusammenstellung passender Dioden und auf die Wahl von Widerständen geeigneter Grössenordnung geachtet wurde, entstand eine Anordnung, die Gleich- und Wechselspannungen gut multiplizierte. Es wurde auf Vollweggleichrichtung und Gegentaktsymmetrie verzichtet, um das Gerät in der ersten Ausführungsform nicht zu kompliziert werden zu lassen. Fig. 10 zeigt das Schaltschema des Diodenwattmeters mit den beiden Rechteckumformern.

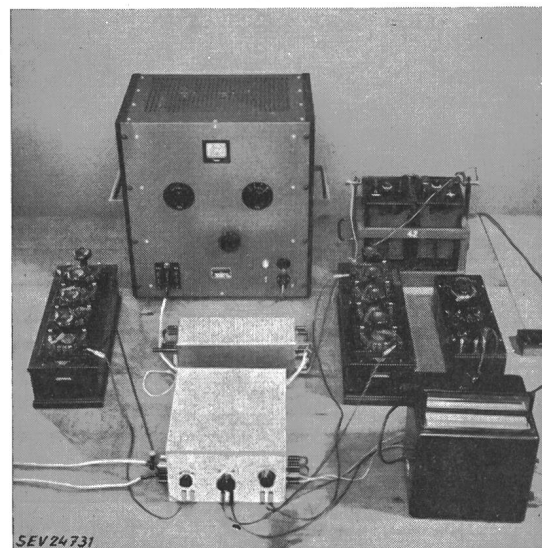


Fig. 11
Versuchsanordnung des Dioden-Wattmeters

Fig. 11 zeigt die gesamte Versuchsanordnung mit Standardgenerator für die Hilfsspannung, davor die zwei Rechteckumformer in einem Gehäuse vereinigt und vorne das Multipliziergerät. In den drei Widerstandskästen sind Präzisions-Widerstände, die man zweckmässigerweise nicht durch eingebaute Widerstände geringerer Qualität ersetzt. Rechts hinten steht die Batterie für die Gegenspannungen im Rechteckumformer, die die Trapezhöhe bestimmen; vorn rechts ist das Galvanometer²⁾ sichtbar.

Mit dieser Anordnung wurden oszillographische Aufnahmen gemacht, welche beweisen, dass das Gerät im erwarteten Sinn arbeitet (Fig. 12, 13, 14).

Gemäss Tab. I sind für verschiedene Messfrequenzen ν_m bei fester Modulationsfrequenz $\nu_{mod.}$ jeweils unter a, b, c die Fälle: Überhöhung allein, Verbreiterung allein, und Überhöhung und Verbreiterung kombiniert dargestellt.

Übersicht der oszillographischen Aufnahmen

Tabelle I

		$\nu_m = 0$	$\nu_m \approx \nu_{mod.}$	$\nu_m > \nu_{mod.}$
Überhöhung	$U_1 \neq 0, U_2 = 0$	Fig. 12 a	13 a	14 a
Verbreiterung	$U_2 \neq 0, U_1 = 0$	Fig. 12 b	13 b	14 b
Überhöhung u. Verbreiterung	$U_1 \neq 0, U_2 \neq 0$	Fig. 12 c	13 c	14 c

²⁾ Verwendet wurde ein Multiflex-Galvanometer mit einer Teilung von $6 \cdot 10^{-9}$ A; der innere Widerstand betrug 1240 Ω .

Die Fig. 12 a, b, c bedürfen keines Kommentars. Die Fig. 13 a, b, c zeigen den messtechnisch zu vermeidenden, aber instruktiven Fall, wo Messfrequenz und Modulationsfrequenz nahezu gleich sind.

Die erste *Annäherung* betrifft gewollte Nichtlinearitäten. Sie besteht in der Feststellung, dass das Gerät die Grössen U_1 und U_2 multipliziert, wobei bei gleicher Trapezlänge die Steilheit $\text{tg } \gamma$ umge-

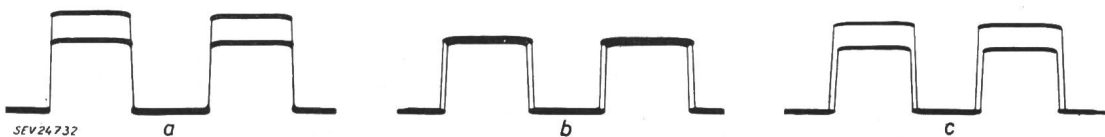


Fig. 12

Messoszillogramme

Messfrequenz $\nu_m = 0$

a Erhöhung; b Verbreiterung; c Erhöhung und Verbreiterung

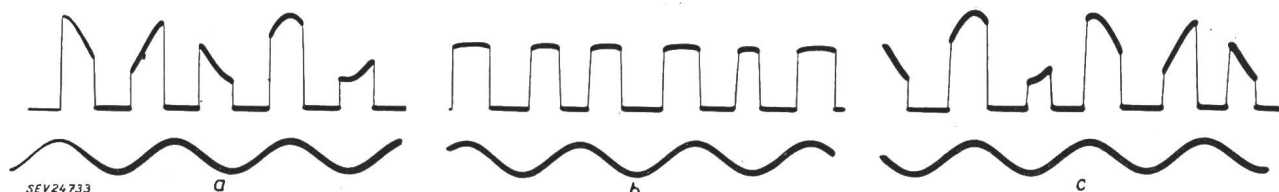


Fig. 13

Messoszillogramme für den Fall, wo Messfrequenz und Modulationsfrequenz ungefähr gleich sind

a Sinuskurve U_1 ; b ungleiche Länge der horizontalen Linien. Sinuskurve: Meßspannung U_2 ; c niedrige und schmale, hohe und breite Impulse

Meßspannung ist als Sinuskurve dargestellt. In Fig. 13b beachte man die veränderliche Trapezlänge (reine Verbreiterung), und in Fig. 13c einerseits die hohen breiten, andererseits die niedrigen kurzen Impulse. Die Fig. 14 a, b, c zeigen die entsprechenden Erscheinungen für die Fälle, wenn die Messfrequenz höher als die Modulationsfrequenz ist.

kehrt proportional in das Ergebnis $U_1 U_2 / \text{tg } \gamma$ ein- geht, denn für die Verbreiterungen b' und b'' gilt

$$\frac{b'}{b''} = \frac{\text{tg } \gamma''}{\text{tg } \gamma'}$$

Eine *zweite Annäherung*, die einerseits die linearen, andererseits die in der ersten Annäherung disku-

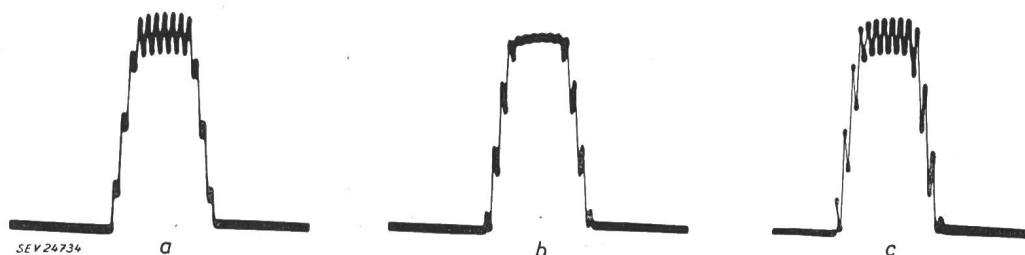


Fig. 14

Messoszillogramme für die Fälle in Fig. 12 und 13, wenn die Messfrequenz höher als die Modulationsfrequenz ist

a Einfluss von U_1 allein, entspricht einer «Erhöhung»

b Einfluss von U_2 allein, entspricht einer «Verbreiterung»

c Einfluss von U_1 und U_2 , entspricht einer «Verbreiterung und Erhöhung»

1.6 Untersuchte vereinfachte Schaltungen

Die beschriebene Schaltung ist nicht einfach in der Ausführung, und doch handelt es sich ja nur um eine geeignete Überlagerung zweier Vorgänge in einer vorerregten Gleichrichteranordnung. Es wurden noch andere Schaltungen untersucht, die zwar das gleiche leisten sollten, aber es offenbar nicht taten, weil der Symmetriegrad geringer war als in der beschriebenen definitiven Schaltung. In dieser wurden nämlich die Teilbücken separat und gegeneinander abgeglichen, was in den vereinfachten Schaltungen nicht der Fall war oder nicht der Fall sein konnte.

2. Berechnung der Empfindlichkeit des Dioden-Wattmeters, Abschätzung der nichtlinearen Fehler

2.1 Übersicht über die Theorie

In der Theorie des Gerätes sind im wesentlichen drei Stufen der Annäherung zu unterscheiden.

tierten rein multiplikativen Eigenschaften des Gerätes betrifft, berücksichtigt die Tatsache, dass die enge Kopplung aller Teile des Netzwerkes untereinander zur Folge hat, dass eingekoppelte Spannungen U_1 und U_2 infolge Stromverzweigung (Hinübergreifen von der Seite, wo die Spannung eingeführt wird, auf einem Nebenweg auf die Austrittsseite) zu Verlusten führen, die zu den Verlusten in den Einkopplungswiderständen (in Serie zu U_1 und U_2) noch hinzutreten. Die genaue Durchrechnung führt zur Gerätekonstante, die mit dem experimentell bestimmten Wert auf wenige Prozent übereinstimmt.

Eine *dritte Annäherung* besteht in der Berücksichtigung der nichtgewollten Nichtlinearitäten, also der Abweichung vom exakten Multiplizieren. Sicher ist, dass das Gerät nicht mehr richtig arbeiten kann, wenn durch U_2 die Hilfssinuskurve in Fig. 4 so stark gehoben wird, dass die Rechteckumformer

übersteuert werden und die Messdioden gar nicht mehr als Ventile arbeiten. Sicher müssen die wirk- samen Anteile von U_1 und U_2 wesentlich kleiner als die Trapezhöhe sein. Es lässt sich zeigen, dass die Trapezform gar nicht entscheidend ist, weil die Kurvenform der Modulationsspannung aus den Berechnungen ausfällt. Damit ist ein Resultat ge- wonnen, das eigentlich in die vorherige, zweite Stufe der Annäherung gehört: Die dort ermittelte Geräte- konstante ist gegen gewisse Abweichungen von der Trapezform ganz unempfindlich; dagegen ist die Steilheit beim Nulldurchgang entscheidend.

Eigentliche Nichtlinearitäten erhält man erst, wenn durch die Verbreiterung und Erhöhung, also durch die zu multiplizierenden Faktoren selbst, die Flankensteilheit beim Nulldurchgang verändert wird. Fig. 15 zeigt drei Fälle. Im Fall a und b wird richtig multipliziert. Im Fall c ändert die Steilheit wegen der Überhöhung und das Ergebnis wird, wie die Berechnung zeigt, in diesem Falle mit zunehmen- dem Produkt stärker ansteigen als der reinen Multi- plikation entspricht.

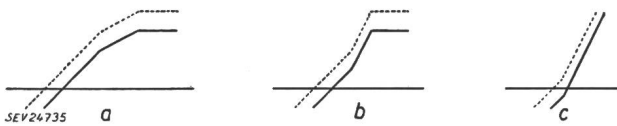


Fig. 15

Einfluss der Kurvenform der Modulationsspannung auf die Multiplikationsgüte

a, b der Knick bleibt über dem Nulldurchgang; c die Flanken- steilheit ändert während der Operation

Die Flankensteilheit beim Nulldurchgang ist offenbar die wichtigste Grösse im Multipliziergerät. Sie steigt proportional mit der Frequenz der Hilfs- spannung. Mit dieser Frequenz steigt aber auch die Zahl der zum Ergebnis beitragenden Nulldurch- gänge pro Zeiteinheit. Das Produkt $\omega/\text{tg } \gamma$ bleibt also konstant; die Eichkonstante des Gerätes ist von der Modulationsfrequenz unabhängig.

2.2 Einfluss der Kurvenform der Modulationsspan- nung auf die Multiplikationsgüte

Wie im Abschnitt 2.1 erwähnt wurde, üben ge- wisse Abweichungen von der Trapezform keinen Einfluss auf die einwandfreie Produktbildung aus, vorausgesetzt, dass die Flankensteilheit während

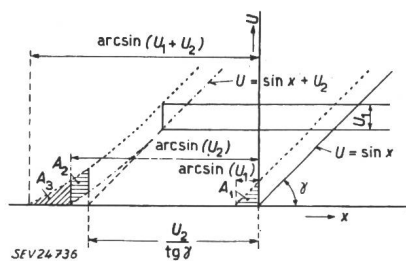


Fig. 16

Sinusförmige Modulationsspannung, deren Flankensteilheit sich ändert
Bezeichnungen siehe im Text

der Operation konstant bleibt. Der entsprechende Beweis soll hier nicht wiedergegeben werden, hin- gegen sei kurz der Fall betrachtet, wenn sich die

Flankensteilheit während der Operation des Er- höhens und Verbreiterns ändert. Diese Änderung wird sich durch einen Messfehler ausdrücken. Die Verbreiterung b ist anders geworden und die Flächen A_1 und A_3 in Fig. 16 sind auch nicht mehr gleich gross.

Fig. 16 stellt die Kurve $U = \sin x$ mit Erhöhung U_1 und starker Verbreiterung U_2 dar. Nimmt man die Flächen A_3 und A_1 als Dreiecke an, was hier zulässig ist, so folgt mit

$$A_1 = [\arcsin(U_1)] U_1/2$$

$$A_2 = [\arcsin(U_2) - U_2/\text{tg } \gamma] U_1$$

$$A_3 = [\arcsin(U_1 + U_2) - \arcsin(U_2)] U_1/2$$

für den totalen Fehler $A_t = A_2 + A_1 + A_3$

und damit für den relativen Fehler

$$A_r = \frac{A_t}{U_1 \cdot U_2 / \text{tg } \gamma}, \text{ d. h.}$$

$$A_r =$$

$$\frac{\arcsin(U_1 + U_2) + \arcsin(U_2) - \arcsin(U_1) - 2 U_2 / \text{tg } \gamma}{2 U_2 / \text{tg } \gamma}$$

Dies ist das Ergebnis ohne Berücksichtigung der Kopplungen. Die Verhältnisse werden komplizierter, wenn man die Kopplungen berücksichtigt. Es ist aber immer möglich, die Bedingungen so zu wählen, dass der Einfluss unter $1/2\%$ zu liegen kommt.

2.3 Veränderliche Mess-Spannungen

a) Messfrequenz kleiner als Modulationsfrequenz

In den bisherigen theoretischen Betrachtungen wurden U_1 und U_2 als konstante Spannungen be- trachtet. Verändert sich U_1 oder U_2 langsam im Vergleich zur Modulationsspannung, so lässt sich aus Symmetriegründen annehmen, dass im Anstieg

$$U = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3 + \dots$$

das lineare Glied keinen Einfluss auf die Produkt- bildung haben kann. Die geometrischen Verhält- nisse sind bei Umkehr der Zeitrichtung dieselben. Folglich ist der Einfluss von quadratischer oder höherer Ordnung. Die genauere Berechnung hat sich als ausserordentlich kompliziert herausgestellt. Wir mussten uns damit begnügen, den Einfluss der Messfrequenz bei Annäherung an die Modulations- frequenz experimentell zu untersuchen. Es hat sich gezeigt, dass er erstaunlich klein ist.

b) Messfrequenz grösser als Modulationsfrequenz

Der beste Beweis dafür, dass für das Multipli- zieren die geeignete Verschiebung eines geraden Stückes an der Stelle des Nulldurchganges und damit der scharfe Übergang vom geraden Stück in die Nulllinie das Wichtigste ist, geht experimentell daraus hervor, dass das Gerät für den Fall «Mess- frequenz grösser als Modulationsfrequenz» in glei- cher Weise (mit gleicher Eichkonstante) arbeitet wie für den Fall «Messfrequenz kleiner als Modulations- frequenz». Der Fall grosser Messfrequenz ist in den Oszillogrammen Fig. 14 dargestellt. Man kann hier nicht mehr von einer Verbreiterung oder Erhöhung der Trapeze sprechen. Diese sind vielmehr vom überlagerten Wellenzug ganz ausgezackt.

Es wurde versucht, den Vorgang rechnerisch zu behandeln. Die Überlegungen beruhen auf der Annahme des Gleitens der überlagerten Wellenzüge über ein Trapez und der Mittelung über alle möglichen Lagen. Die Rechnungen sind langwierig und bieten kein besonderes Interesse. Das Ergebnis entspricht vollständig demjenigen des Falles «Messfrequenz kleiner als Modulationsfrequenz». Die experimentelle Bestätigung befindet sich im Kapitel 3.

Im besonderen ist festzuhalten, dass das Verhältnis Messfrequenz zu Modulationsfrequenz nie in das Resultat eingeht. Wenn dem nicht so wäre, könnte das Gerät nicht als Wattmeter verwendet werden, wenn Oberwellen verschiedenster Ordnungszahl neben der Grundwelle vorkommen, die ebenfalls richtig erfasst werden sollen.

samen beliebigen Faktor, der so gewählt wurde, dass im mittleren Bereich, wo das Produkt $U_1 U_2$ zwischen 1 V^2 und 10 V^2 liegt, die Anpassung an die Messwerte möglichst gut ist. Für die kleinsten Werte, $U_1 U_2$ kleiner als $0,1 \text{ V} \times 1 \text{ V}$, weichen die Messwerte in den vier Quadranten etwas voneinander ab. Gegen grössere Werte des Produktes $U_1 U_2$ nehmen die Abweichungen stark zu. Dies ist theoretisch auch zu erwarten.

3.2 Prüfung mit sinusförmiger Wechselspannung

Bei Wechselstrom werden alle Werte zwischen einem negativen und einem positiven Höchstwert durchlaufen, wodurch viele unsystematische Abweichungen, die man bei Gleichstrom antrifft, durch Mittelung sich ausgleichen. In der Tat zeigt die mit 50-Hz-Spannungen aufgenommene Tabelle III, dass

Prüfung mit Gleichspannung $U_1 U_2$

(Die Tabelle gibt die Differenzen zwischen den Messwerten und den in Klammern angeführten, dem Produkt $U_1 U_2$ proportionalen Sollwerten wieder)

Tabelle II

U_1 V	U_2 in V												
	-32	-16	-8	-4	-2	-1	0	1	2	4	8	16	32
0,8	-44 (-576)	-2 (-288)	-1 (-144)	-0,9 (-72)	-1,4 (-36)	-0,8 (-18)	0,3 (0)	1,8 (18)	2,1 (36)	3,1 (72)	4 (144)	4 (288)	54 (576)
0,4	-12 (-288)	-1 (-144)	0 (-72)	-0,9 (-36)	-0,9 (-18)	-0,5 (-9)	0 (0)	0,6 (9)	0,6 (18)	0,2 (36)	0,4 (72)	4 (144)	32 (288)
0,2	-4 (-144)	1 (-72)	0 (-36)	-0,4 (-18)	-0,4 (-9)	-0,1 (-4,5)	0 (0)	0,5 (4,5)	0,8 (9)	0,5 (18)	0,2 (36)	1,3 (72)	18 (144)
0,1	1 (-72)	0,2 (-36)	-0,2 (-18)	-0,5 (-9)	-0,4 (-4,5)	-0,25 (-2,25)	0 (0)	0,35 (2,25)	0,4 (4,5)	0,2 (9)	0,3 (18)	0,9 (36)	10,7 (72)
0	2,1 (0)	-0,3 (0)	-0,1 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0,1 (0)	0,2 (0)	0,3 (0)	0,6 (0)	0,9 (0)	1,8 (0)
-0,1	9,9 (72)	0,9 (36)	0,2 (18)	0,1 (9)	0,2 (4,5)	0,15 (2,25)	0,1 (0)	0,15 (-2,25)	0,4 (-4,5)	0,8 (-9)	1,2 (-18)	2,2 (-36)	-1 (-72)
-0,2	16 (144)	1,1 (72)	0,2 (36)	0,3 (18)	0,5 (9)	0,6 (4,5)	0,3 (0)	0,6 (-4,5)	1 (-9)	1,7 (-18)	2,2 (-36)	4,8 (-72)	-6 (-144)
-0,4	21 (288)	-1 (144)	0,4 (72)	0,4 (36)	0,7 (18)	0,5 (9)	0,2 (0)	0,6 (-9)	1,2 (-18)	2,5 (-36)	5 (-72)	6 (-144)	-17 (-288)
-0,8	20 (576)	-7 (288)	-2 (144)	2,3 (72)	1 (36)	0,9 (18)	-1,4 (0)	-0,2 (-18)	1,1 (-36)	5 (-72)	6 (-144)	10 (-288)	-65 (-576)

3. Prüfung des Dioden-Wattmeters

3.1 Prüfung mit Gleichspannung

Es handelt sich zunächst darum, festzustellen, ob es überhaupt einen Bereich für das Produkt $U_1 U_2$ gibt, indem das Gerät richtig multipliziert. Dabei ist zu beachten, dass man wegen

$$i \approx \frac{U_1 U_2}{\text{tg } \gamma}$$

durch Wahl eines grösseren $\text{tg } \gamma$, also durch Wahl einer grösseren Hilfsspannung, grössere U_2 anwenden darf.

Tabelle II geht aus einer Messreihe hervor, die mit einer Hilfsspannung von 50 V aufgenommen wurde. Sie zeigt in Klammern die Ausschläge der Sollwerte (proportional $U_1 U_2$) und darüber die Differenzen «Messwerte minus Sollwerte» für U_1 bis $\pm 0,8 \text{ V}$ und U_2 bis $\pm 32 \text{ V}$. Die durch die eingeklammerten Sollwerte gegebenen Zahlen enthalten einen gemein-

im Bereich des Produktes von Null bis $0,1 \times 4 \text{ V}$ die Fehler kleiner als 1% sind, womit die Brauchbarkeit des Gerätes als Multiplikator und Wattmeter erwiesen sein dürfte.

Die Frequenzabhängigkeit liegt bis zu 150 kHz innerhalb 1% und wächst gegen 200 kHz auf 5%

Prüfung mit sinusförmiger Wechselspannung

Messwerte minus (in Klammern) Sollwerte

Tabelle III

U_1 V	U_2 in V			
	1	2	4	8
0,4	0,15 (13,6)	0,1 (27,2)	0,1 (54,4)	0,5 (108,8)
0,2	0 (6,8)	0,1 (13,6)	0,1 (27,2)	0 (54,4)
0,1	0 (3,4)	0 (6,8)	-0,05 (19,6)	0,1 (27,2)

Gegenspannung des Rechteckumformers: 4 V
Effektivwert der Hilfsspannung: 35 V
Widerstände: gemäss Schaltung in Fig. 10
Prüffrequenz: 50 Hz

an. In Übereinstimmung mit der Theorie darf die Frequenz der Meßspannungen wesentlich grösser als die der Modulationsspannung sein.

Die Abhängigkeit von der Phasenverschiebung zwischen u_1 und u_2 wurde bei 60 Hz mit einer Boasmaschine mit drehbarem Stator und Winkelteilung untersucht. Man erkennt aus Tabelle IV, dass das Gerät wirklich

$$\hat{u}_1 \hat{u}_2 \cos \varphi$$

bildet. Die Modulationsfrequenz betrug 25,5 Hz.

Abhängigkeit von der Phasenverschiebung zwischen u_1 und u_2
Tabelle IV

Winkel φ°	cos φ		Bemerkung
	Berechnet	Gemessen	
0	1	1000	gesetzt
10	0,985	987	
20	0,940	939	
30	0,866	862	
40	0,766	758	
50	0,643	634	
60	0,500	494	
70	0,342	340	
80	0,174	170	
90	0	0	

Eine weitere Prüfung mit Wechselspannungen besteht darin, dass man zwei Oszillatoren mit gleichen Ausgangsspannungen hintereinander schaltet (mischt) und über einen Ohmschen Spannungsteiler die Meßspannungen u_1 und u_2 entnimmt. Bezeichnet man diese Teilspannungen:

$$u_1' = \hat{u}_1 \sin(\omega_1 t) \quad u_1'' = \hat{u}_1 \sin(\omega_2 t + \varphi)$$

$$u_2' = \hat{u}_2 \sin(\omega_1 t) \quad u_2'' = \hat{u}_2 \sin(\omega_2 t + \varphi)$$

so ergibt das Produkt

$$u_1 u_2 = (u_1' + u_1'')(u_2' + u_2'')$$

oder integriert

$$\hat{u}_1 \hat{u}_2 \int \sin^2(\omega_1 t) dt + \hat{u}_1 \hat{u}_2 \int \sin^2(\omega_2 t + \varphi) dt + 2 \hat{u}_1 \hat{u}_2 \int \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2 t + \varphi) dt$$

Dem ersten Integral möge ein Ausschlag α_0 Skalenteil des Galvanometers entsprechen. Diesen Aus-

schlag erhält man aber gerade dann, wenn nur der erste Oszillator in Betrieb ist. Dasselbe gilt für das zweite Integral und den zweiten Oszillator. Das letzte Integral verschwindet für $\omega_1 \neq \omega_2$, so dass das Galvanometer $2 \alpha_0$ anzeigen muss. Ist nun aber $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, so liefert das dritte Integral den Beitrag $\hat{u}_1 \hat{u}_2 \cos \varphi \int \sin^2 \omega t dt$, wobei φ sämtliche Werte zwischen 0 und 2π annimmt; der Endausschlag wird also zwischen 0 und $4 \alpha_0$ schwanken. Dies wurde innerhalb der Fehlergrenze von $1/3\%$ experimentell bestätigt.

3.3 Prüfung des Gerätes mit nicht-sinusförmigen Spannungen

Wenn die eine Meßspannung als rein sinusförmig angenommen werden darf, so sollten Harmonische in der anderen auch nichts ausmachen, weil das Integral über das Produkt zweier Sinusspannungen ungleicher Frequenzen verschwindet. Die Apparatur weist bei dieser Prüfung mit 100% Harmonischen ($\hat{u} \approx \hat{u}_1$ oder $\hat{u} \approx \hat{u}_2$) einen Fehler von knapp 1% auf, und zwar bei Einkopplung auf der u_1 - wie auf der u_2 -Seite.

Falls eine lineare Kombination von Mess- und Modulationsfrequenz zu Mischfrequenzen um 1 Hz herum führt, schwingt das Galvanometer natürlich, aber seine Mittellage bleibt unverändert.

Literatur

- [1] *Perlstain, A.*: Einige Anwendungen der Germanium-Kristalldiode in der Präzisions-Messtechnik. Bull. SEV Bd. 40 (1949), Nr. 11, S. 337...354.
- [2] *Rost, R.*: Kristallogentechnik. Berlin: Ernst 1954.
- [3] *Grave, H. F.*: Gleichrichter-Messtechnik. Leipzig: Geest & Portig 1950.
- [4] *Walcher, Th.*: Das Trockengleichrichter-Vielfachmessgerät. Wien: Springer 1950.
- [5] *Chance, B., V. Hughes, E. F. MacNichol, D. Sayre und F. C. Williams*: Waveforms. New York: McGraw-Hill 1949. Massachusetts Institute of Technology, Radiation Laboratory Series, Bd. 19.
- [6] *Fischer, J.*: Theorie der thermischen Messgeräte der Elektrotechnik. Grundlagen zu ihrer Berechnung. Stuttgart: Enke 1931.

Adresse des Autors:

Dr. G. Zinstli, Hartbertstrasse 17, Chur.

Berechnung der zum Abtauen oder Verhüten von Eisansatz an Freileitungen notwendigen elektrischen Energie

Von K. Spaderna, Worcester, Mass (USA)

621.315.175

Für den Energieaufwand beim Abtauen vereister Leiter können folgende Verluste unterschieden werden: Wärmestrahlung, Eisschmelzen, Wärmekonvektion durch bewegte Luft, Aufheizen des Metalls und seiner Umgebung. Die Berechnung der zum Verhüten von Eisansatz nötigen elektrischen Leistung soll ebenfalls behandelt werden.

A. Blanke Kupferleitung

1. Berechnung des Energieaufwandes beim Eistauen aus den Wetterangaben

Die Energie W in kWh beträgt pro km Leiterlänge:

$$W = 31,415 d [h [0,22 + (0,043 + 0,000935 v + 0,12 n) t] + ik] \quad (1)$$

In dieser Gleichung bedeuten:

d Aussendurchmesser des Leiters in cm;

h Zeitdauer des Tausens in Stunden;

v mittlere Windgeschwindigkeit in km/h. Sie ist voll einzusetzen, wenn der Wind senkrecht zum Leiter bläst; bei einem Einfallwinkel von $\alpha = 0^\circ$ (Wind parallel zum Leiter) sind 25% vom Messwert der Windgeschwindigkeit abzuziehen. Für jeden Grad Abweichung von $\alpha = 90^\circ$ sind 0,278% von der gemessenen Windgeschwindigkeit abzuziehen;

n Wasserinhalt des fallenden Schnees in mm/h;

t Temperatur der Luft unter 0°C . (Die Temperatur über 0°C gilt als negativ);

i mittlerer Eisbelag ohne Eiszapfen, bestimmt durch Umfangmessung oder Gewicht in mm.

k Schmelzkonstante, die die Schmelzwärme des Eises berücksichtigt, das geschmolzen werden muss, bevor der Rest abfällt (siehe Tabelle I). Bei anomal kleinen Spannweiten wächst k über die angegebenen Werte hinaus.