Zeitschrift:	Bulletin de l'Association suisse des électriciens			
Herausgeber:	Association suisse des électriciens			
Band:	59 (1968)			
Heft:	25			
Artikel:	Les coefficients de dispersion dans les circuits à aimants permanents			
Autor:	Schick, C.			
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-1057436			

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. <u>Siehe Rechtliche Hinweise.</u>

# **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. <u>Voir Informations légales.</u>

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. <u>See Legal notice.</u>

**Download PDF:** 16.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS

BULLETIN

Organe commun de l'Association Suisse des Electriciens (ASE) et de l'Union des Centrales Suisses d'électricité (UCS)

# Les coefficients de dispersion dans les circuits à aimants permanents

Par C. Schick, Zurich

Le présent article propose une méthode pour l'étude systématique des circuits magnétiques à aimants permanents en utilisant un coefficient de dispersion auxiliaire. En outre, on définit un circuit magnétique idéal dont le coefficient sus-mentionné peut être déterminé par une hypothèse d'approximation, selon laquelle la différentielle d'une certaine relation linéaire de ce coefficient est proportionnelle à elle-même et à la différentielle de la longueur de l'entrefer.

#### **1. Introduction**

Dans l'établissement d'un projet de circuit magnétique à aimants permanents, un des problèmes fondamentaux qui se pose est la détermination du flux utile d'entrefer pour une géométrie donnée, problème dont la résolution constitue l'objet de cette étude. Pour réaliser ce calcul, on fait usage de la méthode bien connue du circuit électrique équivalent [1]<sup>1</sup>). Dans les considérations qui suivent, on fera appel à un système symétrique le plus simple possible, tel qu'il est représenté par la fig. 1. On admet ici que la longueur L des aimants, la surface  $A_{\rm g}$  de leur section et le périmètre  $U_{\rm a}$  de ceux-ci ainsi que la perméabilité  $\mu \mu_0$  de la matière constituée par l'aimant sont connus. L'armature de court-circuit étant en fer doux, on admettra pour cette dernière une perméabilité théoriquement infinie. En outre, on suppose que ce système se trouve dans le vide dont la perméabilité est  $\mu_0$ . La fig. 2 représente le schéma du circuit électrique équivalent dans lequel ri est la réluctance interne de l'aimant, R<sub>d</sub> la réluctance de dispersion en parallèle avec r<sub>i</sub>, r et R les réluctances de l'entrefer et de l'armature. Pour cette dernière, on admettra R = 0. De même  $\Phi_i$ ,  $\Phi_d$  et  $\Phi_e$ sont les valeurs des flux magnétiques se rapportant aux réluctances correspondantes.

En appliquant les lois de Kirchhoff au réseau de la fig. 2, on obtient facilement les équations suivantes:

$$\Phi_{\rm d} = \frac{(R+r)F}{\varDelta} \tag{1}$$

$$\Phi_{\rm e} = \frac{2 F R_{\rm d}}{\Delta} \tag{2}$$

$$\Phi_{\rm i} = \Phi_{\rm e} + \Phi_{\rm d} = \frac{F(2R_{\rm d} + R + r)}{\Delta} \tag{3}$$

<sup>1</sup>) Voir bibliographie à la fin de l'article.

(Traduction)

(4)

621.3.042

$$\Delta = \Delta' + (R_{\rm d} + r_{\rm i}) R$$

$$\Delta' = (R_{\rm d} + r_{\rm i}) r + 2 r_{\rm i} R_{\rm d}$$
(5)

Dans ces équations, F est la force magnétomotrice des aimants, laquelle peut être déduite immédiatement de (2) en faisant r = R = 0. On obtient ainsi:

Die vorliegende Abhandlung umschreibt eine Methode, um

Dauermagnetkreise mittels eines zusätzlichen Streufaktors syste-

matisch zu berechnen. Ausserdem wird ein idealer Magnetkreis

definiert, bei dem der erwähnte Streufaktor durch eine Näherungshypothese bestimmt werden kann. Diese Hypothese besagt,

dass das Differential einer einfachen linearen Beziehung des

Streufaktors proportional zur selben Beziehung und zum Diffe-

$$\Phi_0' = \frac{F}{r_1} \tag{6}$$

Dans cette dernière équation,  $\Phi_0' = B_0 A_g$  est le flux de la ligne de recul  $\overline{PA}$  (fig. 3) coupant la courbe de désaimantation pour la valeur du champ H = 0 qui correspond théoriquement à l'état de court-circuit du système représenté dans la fig. 1. En introduisant la valeur (6) dans les équations (1), (2) et (3) on obtient pour R = 0:

$$\Phi_{\rm d}'/\Phi_{\rm 0}' = r r_{\rm i}/\Delta' \tag{7}$$

$$\Phi_{\rm e}'/\Phi_0' = 2 R_{\rm d} r_{\rm i}/\varDelta' \tag{8}$$

$$\Phi_{\rm i}'/\Phi_{\rm 0}' = r_{\rm i} \left(2 R_{\rm d} + r\right)/\Delta'$$
 (9)

S'il était possible de déterminer  $R_d$  et r d'une manière directe, on obtiendrait immédiatement, par ces formules, les flux magnétiques dans les différentes réluctances du circuit considéré. Pour éviter la détermination mathématique directe de ces valeurs, ce qui est difficile, étant donné que les réluctances dans l'air prennent des formes assez compliquées, il se révèle très pratique d'introduire un facteur de dispersion qui peut être déterminé expérimentalement. C'est le coefficient de dispersion normal qu'on trouve dans la littérature. Par exemple, dans [2] (chap. 6, art. 11), on le désigne par  $k_1$ , mais la Commission Electrotechnique Internationale emploie la dénomination  $\sigma$ . Bien que ce coefficient remplace en réalité les deux inconnues  $R_d$  et r, on démontrera plus tard (paragraphe 4) qu'il suffit de connaître ce seul coefficient de dispersion pour déterminer exactement, soit le point de travail du circuit magnétique considéré, soit le flux utile dans l'entrefer net. Néanmoins, quand on veut tenir compte également de la

et

rential der Luftspaltweite ist.



Fig. 1 Système magnétique symétrique s permanents: 3 Armature de court-circuit:

1, 2 Aimants permanents; 3 Armature de court-circuit; AA'CC' Entrefer utile; AA'm + CC'n Zône de dispersion de l'entrefer;  $\overline{BA} = \overline{DC} = \overline{A'B'} = \overline{C'D'} = L$  Longueur des aimants

réluctance  $R \neq 0$  et des réluctances dues aux pertes dans les joints et à la saturation partielle du fer de l'armature, on introduit un deuxième facteur, le coefficient de réluctance, qu'on désigne par exemple par  $k_2$  [2] ou par  $\tau$  [3] et qui est heureusement beaucoup plus petit que le coefficient  $k_1$ . Le facteur  $\tau$  est compris, en effet, dans la plupart des cas pratiques, entre 1,05 et 1,45. Dans les circuits magnétiques où l'armature est très loin de la saturation, on utilise souvent la valeur  $\tau = 1,05$  qu'on considère comme constante.

Cependant, on introduira dans cet exposé un troisième facteur de dispersion  $\sigma$ ; on l'appellera coefficient de dispersion «débordant». Le facteur  $k_1$  reste le même, mais pour éviter des confusions on le désignera par  $\sigma_r$  (=  $k_1$ ), en l'appelant coefficient de dispersion «homogène» ou «réel». La raison pour laquelle on introduit le facteur  $\sigma$  est qu'il est très intéressant, du point de vue théorique, de connaître séparément les deux réluctances r et  $R_d$ . D'autre part, dans certaines constructions, il est possible d'utiliser une section d'entrefer plus grande que celle qui correspond à la surface nette  $A_g$  et, dans le cas limite où le flux total  $\Phi_e'$  peut être utilisé, on devra faire usage également de  $\sigma$  au lieu de  $\sigma_r$ .

## 2. Les coefficients de dispersion

Les coefficients de dispersion sont définis comme suit :

$$\sigma = \frac{\Phi_{i}'}{\Phi_{e}'} = \frac{\Phi_{e}' + \Phi_{d}'}{\Phi_{e}'} = 1 + \frac{\Phi_{d}'}{\Phi_{e}'} = 1 + \frac{r}{2 R_{d}} \quad (10)$$
$$\sigma_{r} = \frac{\Phi_{i}'}{\Phi_{en}'} = \sigma \frac{\Phi_{e}'}{\Phi_{en}'} \quad (11)$$

$$\tau = \frac{U_t/U_e}{U_t'/U_e'} = \frac{\Phi_e r_t/\Phi_e r}{\Phi_e' r_t'/\Phi_e' r} = \frac{1/r_t'}{1/r_t} = \frac{\frac{1}{2R_d} + \frac{1}{r}}{\frac{1}{2R_d} + \frac{1}{R+r}} = \frac{\sigma}{\sigma - 1 + \frac{r}{R+r}} \ge 1 \quad (12)$$

Dans ces équations,  $\Phi_e'$  est le flux total traversant l'entrefer, c'est-à-dire le flux qui occupe tout le volume AmA'C'nC de la fig. 1. Par contre,  $\Phi'_{en}$  est le flux net traversant l'entrefer entre les lignes  $\overline{AA'}$  et  $\overline{CC'}$  de la même figure. On a, évidemment, toujours  $\Phi_e' > \Phi'_{en}$  et, par conséquent, aussi  $\sigma_r > \sigma$ . En outre,  $U_t$  est le potentiel magnétique total dont on dispose pour les réluctances R, r et  $2R_d$ , et  $U_e$  le potentiel à travers l'entrefer. De même,  $U_t'$  et  $U_e'$  sont les valeurs de  $U_t$  et  $U_e$  pour R = 0, mais  $r \neq 0$ . Enfin, on constate, d'après (12), que  $\tau$  est égale à 1 pour R = 0.

Il convient de trouver une formule de transformation permettant d'obtenir le coefficient de dispersion «débordant» à partir du coefficient réel. Pour y parvenir, on peut faire le raisonnement suivant:

Si le flux magnétique ne débordait pas des lignes  $\overline{AA'}$  et  $\overline{CC'}$  (fig. 1), on aurait tout simplement:

$$r = r_{\rm q} = \frac{x}{\mu_0 A_{\rm g}} \tag{13}$$

où x représente la longueur de l'entrefer. Puisque le flux déborde des lignes  $\overline{AA'}$  et  $\overline{CC'}$ , on peut imaginer une réluctance  $r_b$  mise en parallèle avec r, de façon que:

$$r = \frac{x}{\mu_0 A_{\rm m}} = \frac{r_{\rm b} r_{\rm q}}{r_{\rm b} + r_{\rm q}} \tag{14}$$

dans laquelle  $A_m$  serait une section moyenne entre  $A_g$  et la surface *mn* (fig. 1). La fraction  $\Phi_{en}'$  de  $\Phi_{e}'$  est par conséquent:

$$\frac{\Phi_{e'}}{\Phi'_{en}} = \frac{r_q + r_b}{r_b r_q} r_q = \frac{r_q}{r}$$
(15)

En introduisant cette dernière équation dans (11), on obtient :

$$\frac{\sigma_{\rm r}}{\sigma} = \frac{\Phi_{\rm e}'}{\Phi_{\rm en}'} = \frac{r_{\rm q}}{r} \tag{16}$$

qui est la formule de transformation désirée.

D'autre part, le coefficient de dispersion réel est généralement une fonction de la forme:

$$\sigma_{\rm r} = 1 + x \, Q(x) \tag{17}$$

Une formule pratique, due à Maynard [2], donne:

$$\sigma_{\rm r} = 1 + x \left(\frac{2,2 U_{\rm a}}{3 A_{\rm g}}\right) \cdot \left(\frac{L+x}{\frac{2 L}{3} + x}\right) \tag{18}$$

Pour l'évaluation du coefficient de dispersion «débordant», Koch [3] a calculé quelques formules qui ont une forme assez



R Réluctance interne de l'armature;  $R_{\rm d}$  Réluctance de dispersion; r Réluctance d'entrefer;  $r_{\rm i}$  Réluctance interne des aimants; F Force magnétomotrice des aimants;  $\Phi_{\rm d}$  Flux magnétique de dispersion;  $\Phi_{\rm e}$  Flux total d'entrefer;  $\Phi_{\rm i}$  Flux des aimants



B Induction magnétique;  $B_r$  Rémanence du matériau;  $\overline{AO}$  Rémanence de recul;  $\overline{MO}$  Induction au point de travail;  $\overline{PA}$  Courbe de recul; -H Champ démagnétisant;  $H_c$  Force coercitive du matériau; P Point de travail;  $\alpha$  Angle de la droite de charge; tg  $\beta = \mu$  Pente de la ligne de recul

compliquée et nécessitent aussi la détermination préalable de certains paramètres empiriques. Dans le tableau I, on a récapitulé les résultats se rapportant à un exemple pratique qui comporte les données suivantes (fig. 1):

$$D = \overline{AC} = 8 \text{ mm}$$

$$L = \overline{BA} = 15 \text{ mm}$$

$$b = 70 \text{ mm}$$

$$\mu = 4,5$$

où *b* est la dimension dans la direction perpendiculaire au papier. Dans ce tableau,  $\sigma_r$  a été calculé au moyen de la formule (18) et  $\sigma_c$  (théorique) et  $\sigma_m$  (mesuré) sont les résultats obtenus par *Koch* [3] pour le coefficient «débordant».

## 3. Circuit magnétique idéal

Afin de simplifier dans certains cas le calcul du coefficient de dispersion «débordant», on introduit la définition suivante: on appelle circuit magnétique idéal tout circuit dont le coefficient de dispersion «débordant» vérifie l'hypothèse d'approximation par laquelle on admet que la différentielle d'une certaine relation linéaire du coefficient «débordant» est proportionnelle à cette même relation et à la différentielle de la longueur de l'entrefer. Dans ce cas, le coefficient de dispersion «débordant» est appelé simplement «idéal», et sera désigné

Exemples de coefficients de dispersion

	1	Tableau		
x mm	$\sigma_{ m m}$	$\sigma_{ m c}$	$\sigma_{r}$	$\sigma_{i}$
0,2	·		1,06	1,05
1	1,24	1,16	1,30	1,21
3	1,46	1,42	1,85	1,48
5	1,61	1,68	2,36	1,62

par  $\sigma = \sigma_i$ . Il est évident que seule l'expérience peut déterminer si un circuit magnétique est «idéal» dans le sens défini ou non. Par cette hypothèse d'approximation on a donc:

$$d(\sigma_i - s) = -m(\sigma_i - s) dx$$
(19)

où s et m sont des constantes à déterminer. Par intégration de (19) on obtient, en tenant compte que pour  $x = 0 \sigma_i$  doit être égal à 1:

$$(\sigma_i - 1) = A (1 - e^{-m x})$$
 (20)

Pour pouvoir utiliser l'équation (20), il est nécessaire de connaître à l'avance les constantes d'intégration. Pour ce faire, on déterminera de manière approximative la valeur  $\sigma_{i\infty}$  et la pente de la courbe  $d\sigma_i/dx$  pour x = 0.

Des équations (13), (16) et (17) il résulte, pour  $x = \infty$ :

$$\sigma_{\rm i\infty} = Q_\infty \, r_\infty \, A_{\rm g} \, \mu_0 \tag{21}$$

La dernière équation donne  $\sigma_{i\infty}$  en fonction de  $r_{\infty}$ . Une valeur approximative de  $r_{\infty}$  peut être trouvée en raisonnant de la façon suivante: La réluctance entre deux sphères de diamètre *a* qui sont déplacées à une distance infinie l'une de l'autre vaut [2]:

$$r = \frac{1}{\pi a \,\mu_0} \tag{22}$$

Dans le cas présent, on peut admettre que chaque sphère est équivalente, du point de vue de la réluctance, à un pôle magnétique de surface  $A_g$ , tel qu'on ait:

$$\pi a^2 = A_g \tag{23}$$

Par substitution de (23) dans (22), il vient:

$$r_{\infty} = \frac{1}{\mu_0 \sqrt{\pi A_g}} \tag{24}$$

qui est la réluctance  $r_{\infty}$  cherchée.

Il faut considérer encore la pente de la courbe  $\sigma_i = F(x)$ pour x = 0. En première approximation, on peut admettre que la valeur  $d\sigma_i$  est égale à  $f \cdot d\sigma_r$  pour une valeur de x = pproche de zéro. (Comme valeur pratique, on peut admettre dans l'exemple en question f = 0.85). De façon analogue, on peut établir que la pente de la courbe pour x = 0 est le rapport:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = f \frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}x} = f Q(0) \tag{25}$$

Par substitution de (25) dans (20), il résulte finalement pour x = 0:

$$A m = \operatorname{tg} \varphi_0 \tag{26}$$

De (20) et pour  $x = \infty$ , il résulte d'autre part:

$$A = \sigma_{i\infty} - 1 \tag{27}$$

En introduisant (27) dans (20), on obtient l'équation suivante:

$$\sigma_{\rm i} = 1 + (\sigma_{\rm i\infty} - 1) \cdot (1 - e^{-mx})$$
 (28)

qui donne le coefficient de dispersion «débordant» pour une géométrie donnée.

Si on applique cette théorie à l'exemple décrit au début, on obtient ( $Q_{\infty}$  étant extrapolé à partir des  $\sigma_{m}$  mesurés)

$$\sigma_{\rm i} = 1 + 0,76 \,(1 - e^{-0.33 \,\rm x}) \tag{29}$$

En posant dans cette équation x = 1, x = 3 et x = 5 mm, on en tire les valeurs théoriques  $\sigma_i$  de  $\sigma$  qui figurent aussi dans le tableau I. Puisque l'approximation faite sur ces valeurs  $\sigma_i$  par rapport aux valeurs mesurées  $\sigma_m$  est plus exacte que celle calculée par la théorie de [3], le circuit magnétique de l'exemple en question peut être considéré comme «idéal». Une valeur approximative de  $\sigma_{i\infty}$  peut être aussi obtenue selon la méthode décrite dans l'annexe I.

## 4. Application pratique

Pour faire le calcul du flux magnétique utile dans l'entrefer, on peut partir des deux coefficients  $\sigma_r$  et  $\sigma$  définis dans cette théorie. On sait, d'une part, que  $\sigma_r$  est le même que celui de la formule (18). D'autre part, le  $\sigma$  peut être obtenu à partir des formules de *Koch* [3] ou bien de la formule (28), s'il s'agit d'un circuit magnétique idéal dans lequel  $\sigma = \sigma_i$ . Avec ces deux valeurs on obtient successivement:

$$r = \frac{\sigma}{\sigma_{\rm r}} r_{\rm q} \tag{30}$$

$$R_{\rm d} = \frac{r}{2\left(\sigma - 1\right)} \tag{31}$$

et, pour  $r_i$ , on a aussi:

$$r_1 = \frac{L}{\mu \,\mu_0 \,A_{\rm g}} \tag{32}$$

Tableau II

On dispose alors de toutes les valeurs des réluctances nécessaires pour obtenir les relations  $\Phi_d$ ,  $\Phi_e$ ,  $\Phi_i$  des équations (1) à (6) dans lesquelles  $\Phi_0' = F/r_i$  est le flux réversible de courtcircuit correspondant au point A de la courbe de recul [4] de la fig. 3. Dans la même figure, le point P correspond au flux  $\Phi_i$ et  $\overline{PO}$  est la droite de travail de la courbe de désaimantation. Dans le tableau II, on a récapitulé les résultats de  $R_d$  et r se

Valeurs des réluctances R<sub>d</sub> et r

x mm	$\sigma/\sigma_{r}$	$r_{\rm q}$ 10 <sup>3</sup> mm <sup>-1</sup>	<i>r</i> 10 <sup>3</sup> mm <sup>-1</sup>	<i>R</i> d 10 <sup>3</sup> mm <sup>-1</sup>
0	1,00	0	0	3,56
1	0,95	1,79	1,70	3,54
3	0,79	5,36	4,23	4,60
5	0,68	8,93	6,07	4,97
$\infty$	0	$\infty$	23,8	15,7

rapportant à l'exemple précédent. Dans celle-ci, on peut constater que la variation de  $R_d$  est beaucoup plus faible que celle de r.

En ce qui concerne le calcul de l'angle  $\alpha$ , il est facile, à l'aide de la fig. 3, d'établir les équations:

$$\operatorname{tg}\beta = \mu = \frac{\Phi_0' - \Phi_i}{\mu_0 H A_g} = \frac{\overline{AO} - \overline{MO}}{\overline{PM}}$$
(33)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu_0 H A_{\rm g}}{\Phi_{\rm i}} = \frac{\overline{PM}}{\overline{MO}}$$
(34)

d'où l'on tire, en tenant compte des équations (3), (4), (5), (6) et (12):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r\,\tau}{\mu \cdot 2\,r_{\mathrm{i}}\,\sigma} = \frac{r_{\mathrm{q}}\,\tau}{\mu \cdot 2\,r_{\mathrm{i}}\,\sigma_{\mathrm{r}}} \tag{35}$$

Cette dernière équation donne l'angle  $\alpha$  de la droite de travail, dont l'intersection avec la courbe de désaimantation donne le point de travail *P* duquel part la droite  $\overline{PA}$  avec la pente tg  $\beta = \mu$ . D'autre part, puisque  $B_i = \overline{MO}$  et  $\Phi_i' = B_i A_g$ , on tire de (11) l'équation suivante:

$$\Phi_{\rm en}' = \frac{B_{\rm i} \cdot A_{\rm g}}{\sigma_{\rm r}} = \frac{\overline{MO} \cdot A_{\rm g}}{\sigma_{\rm r}}$$
(36)

qui donne la valeur  $\Phi'_{en}$  cherchée. On voit d'après les équations (35) et (36) que, pour R = 0 ou  $\tau = 1$ , les valeurs tg  $\alpha$  et  $\Phi'_{en}$  ne dépendent pas de  $\sigma$ , comme on l'avait déjà mentionné (paragraphe 1).

De manière tout à fait analogue, on obtient à partir de (11):

$$\Phi_{\rm e}' = \frac{B_{\rm i} \cdot A_{\rm g}}{\sigma} \tag{37}$$

Finalement, il est aussi intéressant de connaître la limite de la valeur  $R_d$  pour x = 0. Des équations (13), (16), (20), (26) et (31) on obtient, en effectuant:

$$(R_{\rm d})_0 = \left(\frac{\sigma}{\sigma_{\rm r}}\right) \cdot \frac{1}{\mu_0 \cdot 2 \, A_{\rm g} \, {\rm tg} \, \varphi_0} \tag{38}$$

et on voit que, pour de petites valeurs de x, on peut considérer  $R_d$  comme une constante.

## 5. Conclusions

1. Dans le cas R = 0, le coefficient  $\sigma_r$  suffit pour déterminer exactement le flux net d'entrefer  $\Phi'_{en}$  selon la méthode classique.

2. Par contre, il est nécessaire de connaître les deux coefficients de dispersion  $\sigma_r$  et  $\sigma$ , soit pour obtenir le flux d'entrefer total (37), soit pour déterminer  $\tau$  en fonction de l'entrefer (12) et (16).

3. Une autre application de cette étude serait de déterminer les flux magnétiques dans le cas général  $R \neq 0$ , puisqu'elle donne les valeurs  $R_d$  et r applicables aux formules (1) à (6).

#### Annexe

## Calcul de $\sigma_{i\infty}$

On peut faire le calcul direct de  $\sigma_{i\infty}$  à partir de l'équation (10), si l'on admet que  $r_{\infty}$  et  $R_{d\infty}$  sont connus.

La valeur de  $r_{\infty}$  a déjà été tirée de (24). La valeur approximative de  $R_{d\infty}$  peut être déduite de la relation suivante:

$$\frac{1}{R_{\rm d\infty}} = \frac{1}{R_{\rm d1}} + \frac{1}{R_{\rm d2}} \tag{A1}$$

où  $R_{d1}$  est la réluctance de dispersion correspondant aux quatre surfaces latérales de l'aimant, laquelle peut être déterminée par le rapport entre la longueur moyenne des lignes de force  $\frac{1}{2} \pi \cdot \frac{1}{2} L$  et la moitié de la surface latérale des aimants, multiplié par la fraction  $U_{max}/U_{med} = 2$ , car on peut admettre que la variation de la tension magnétique  $U_m$  est linéaire le long des aimants. On a alors:

$$R_{d1} = \frac{\frac{1}{2}\pi \cdot \frac{1}{2}L}{\mu_0 \cdot \frac{1}{2}L U_a} \cdot \frac{U_{max}}{U_{med}} = \frac{\pi}{\mu_0 U_a}$$
(A2)

tandis que, dans A1, la réluctance  $R_{d2}$  correspond aux quatre quarts de sphère, qu'on doit imaginer comme étant situés à chaque coin des aimants (lignes  $\overline{AB}$  et  $\overline{CD}$  dans la fig. 1), pour compléter le modèle des lignes de force. Cette réluctance  $R_{d2}$  est proportionnelle au rapport entre le carré de la longueur d'un demi-cercle de diamètre  $\frac{1}{2}L$  et le volume d'une sphère de diamètre L, multiplié par  $U_{max}/U_{med}$ . Avec ces valeurs on obtient:

$$R_{d2} = \frac{\left(\frac{1}{2}\pi \cdot \frac{1}{2}L\right)^2}{\mu_0 \cdot \frac{4\pi}{3}\left(\frac{1}{2}L\right)^3} \cdot \frac{U_{\text{max}}}{U_{\text{med}}} = \frac{3\pi}{\mu_0 \cdot 4L}$$
(A3)

Par substitution de (A3) et (A4) dans (A1), il résulte:

$$\frac{1}{R_{\rm d\infty}} = \mu_0 \left( \frac{U_{\rm a}}{\pi} + \frac{4}{3} \frac{L}{\pi} \right) \tag{A4}$$

En appliquant ces valeurs à l'exemple considéré, on obtient :

$$R_{\rm d\infty} = 17,8 \cdot 10^{-3} \,\,{\rm mm}^{-1}$$
 (A5)

Enfin, par substitution de (A5) et (24) dans (10), on tire:

$$\tau_{i\infty} = 1,67 \tag{A6}$$

qui donne la valeur de  $\sigma_{i\infty}$  cherchée. On constate que cette valeur diffère très peu de celle obtenue par extrapolation dans le paragraphe 3.

#### **Bibliographie**

- [1] K. Schüler: Der magnetische Kreis in der φ-Θ Darstellung. Feinwerktechnik 70(1966)11, p. 523...528.
- [2] D. Hadjield: Permanent Magnets and Magnetism. London, Iliffe, 1962.
   [3] J. Koch et K. Ruschmeyer: Permanentmagnete. I: Grundlagen. Hamburg, Valvo GmbH, 1967.
- [4] C. Vuilleumier: Aimants permanents. Von Roll Mitteilungen 9(1950)3/4, p. 65...96.

#### Adresse de l'auteur:

C. Schick, ing. diplômé, Philips S. A., 8027 Zurich.

# EIN BLICK ZURÜCK Freileitungs-Blitzschutz von Oerlikon, 1886



Deutsches Museum, München

Die erste elektrische Kraftübertragung, die lange Jahre erfolgreich im Betrieb war, ist die von Kriegstetten nach Solothurn, 1886. Die Entfernung der Übertragung betrug 8 km, die Spannung 2000 V. Übertragen wurden 50 PS. Bei der für die damalige Zeit hohen Spannung benützte man für die Übertragung eine Freileitung.

Schon seit den 40er Jahren des vergangenen Jahrhunderts hatte sich bei Telegraphenleitungen als Blitzschutz der Plattenblitzableiter eingeführt, der allmählich mehr und mehr verbessert wurde. Für die Hochspannungsleitung einer Kraftübertragung war er jedoch nicht geeignet. Die Maschinenfabrik Oerlikon, die die Kraftübertragung gebaut hatte, wählte daher eine andere Konstruktion, die sich offenbar bewährte, da sie bis zur Stillegung der Anlage im Jahre 1908 eingebaut war.

Die mittlere gezackte Platte aus Bronzeguss von 14,5 cm Durchmesser war geerdet, der äussere Kranz mit der Leitung

verbunden. Beide Teile waren voneinander isoliert auf einem kräftigen Glassockel befestigt. Dieser war unmittelbar auf die Schalttafel montiert. Er diente wohl nicht nur zur Isolierung, sondern auch als Feuerschutz, denn die Schalttafeln waren damals noch aus Holz. A. Wissner