Zeitschrift: Bulletin pédagogique : organe de la Société fribourgeoise d'éducation et du Musée pédagogique

Herausgeber: Société fribourgeoise d'éducation

Band: 24 (1895)

Heft: 11

Rubrik: Partie pratique

quement les angles correspondants, l'élève apprendra encore mieux la relation qui existe entre ces deux éléments; il verra facilement que le rapport détermine l'angle et non inversement. Il ne faut pas negliger de faire voir que les rapports trigonométriques sont périodiques et pour cela, ainsi que pour l'étude des variations, la méthode graphique (sinusoïde, etc.) peut rendre de grands services.

Dans le but d'initier l'élève le plus tôt possible au calcul trigonométrique, on peut, avant d'entreprendre l'étude détaillée des rapports trigonométriques, lui expliquer l'usage des tables trigonométriques résoudre des triangles rectangles, et faire des applications telles que mesurer la hauteur d'un arbre, connaissant la longueur de l'ombre et la hauteur du soleil, ou mesurer la pente de tant pour cent d'une route, ou la hauteur de quelque point inaccessible, etc.

Dans l'établissement des formules du sinus, du cosinus de la somme, donnons la préférence à la méthode des projections plutôt qu'à celle des triangles semblables, parce que la première est indépendante de la géométrie, de plus elle est générale. Nous préférerions prendre ici, comme partout en trigonométrie rectiligne et sphérique, un rayon quelconque et non un rayon égal à l'unité. Pourquoi, au détriment d'une démonstration générale, aurait-on recours à un procédé qui parait artificiel et qui ne satisfait pas pleinement la raison, sous prétexte de simplifier, lorsqu'il vous suffit de diviser par le rayon l'égalité obtenue? Les autres formules se déduiront facilement des formules fondamentales. Il en est qui doivent être absolument gravées dans la mémoire; dans ce but ne craignons pas de faire remarquer l'aspect de la formule et choisissons des exercices qui en réclament l'application et au besoin ne dédaignons pas certains procédés mnémoniques, afin d'alléger la mémoire, Quant aux autres formules, faisons-les bien comprendre, plutôt que de les faire apprendre par cœur et alors l'élève pourra les retrouver par lui-même.

L'enseignement trigonométrique n'a pas seulement en vue la solution des triangles. Voilà pourquoi il faut bien lui garder son caractère général, afin d'éviter dans les applications à une autre branche, par exemple à la physique, les difficultés qui pourraient se présenter.

Ouvrages consultés, outre les livres mentionnés : les *Instructions autrichiennes*, Reidt, Max Simon, etc. M. le professeur Wæber nous a prêté le concours de ses lumières et de sa longue expérience. R. H.

PARTIE PRATIQUE

MATHÉMATIQUES

Le N° 43 a été bien résolu par MM. Bovet, à Givisiez, et Morel, à Courtepin.

Problème 43.

On a coulé du cuivre dans une statuette creuse en or. Le tout pèse 914 gr. dans l'air et 848,536 gr. dans l'eau. On demande le poids de chacun des deux métaux. La densité de l'or est 19,5 et celle du cuivre 8,8.

Solution. — Si nous représentons par x le poids de l'or, celui du cuivre sera $914 - x$.

On obtient le volume d'un corps en divisant le poids par la densité ; d'après cela le volume de l'or est $\frac{x}{19,5}$, et celui du cuivre $\frac{914 - x}{8,8}$.

La statuette perd $914 - 848,536 = 65,464$ gr. dans l'eau ; elle a donc un volume de 65,464 cm.^{3}, d'après le principe d'Archimède : Tout corps plongé dans un liquide perd un poids égal à celui de l'eau qu'il déplace.

La somme des volumes de l'or et de l'argent devant donner 65,464 gr., on a l'équation suivante :

$$\frac{x}{19,5} + \frac{914 - x}{8,8} = 65,464,$$

$$\text{d'où } 8,8\,x + 17823 - 19,5\,x = 11233,6224,$$

$$10,7\,x = 6589,3776$$

$$x = \frac{6589,3776}{10,7} = 615,83$$

L'or pèse donc 615,83 gr. et le cuivre $914 - 615,83 = 298,17$ gr.

Autre solution. — En raisonnant comme dans la solution précédente, on trouve que le volume de la statuette est 65,464 cm^3. La statuette tout en or pèserait dans l'air $65,464 \times 19,5 = 1276,548$ gr. La différence $1276,548 - 914 = 362,548$ gr. provient de ce qu'il y a du cuivre qui pèse $19,5 - 8,8 = 10,7$ gr. de moins que l'or par cm^3.

Il y a donc dans la statuette autant de cm.^{3} de cuivre que 10,7 est contenu de fois dans 362,548 gr., soit $\frac{362,548}{10,7} = 33,883$ cm.^{3} de cuivre, dont le poids est $33,883 \times 19,5 = 298,170$ gr.

L'or pèse $914 - 298,17 = 615,83$ gr.

Problème 44.

Dans un cercle donné O, on mène une sécante quelconque. On donne un point A sur la sécante et hors du cercle. Au point A, on élève une perpendiculaire à la sécante. Trouver sur cette perpendiculaire un point B tel qu'en joignant ce point au centre du cercle, la distance BC jusqu'à la circonférence soit égale à AB.

Solution. — Pour bien comprendre la solution, le lecteur devra faire la figure d'après les indications suivantes :

Menons un rayon OE parallèle à la sécante donnée et prolongeons-le jusqu'à sa rencontre avec le prolongement de AB. Nommons D ce point de rencontre. Pour simplifier, appelons x la ligne $CB = AB$, et faisons $DA = a$, $DE = b$, $OE = r$. Ces trois dernières quantités sont connues.

Le triangle rectangle BOD nous donne l'équation suivante :

$$BO^2 = OD^2 + BD^2, \text{ ou } (x + r)^2 = (b + r)^2 + (a + x)^2.$$

En développant ces carrés et résolvant l'équation, on a successivement :

$$x^2 + r^2 + 2rx = b^2 + r^2 + 2br + a^2 + x^2 + 2ax,$$
$$2rx = a^2 + 2ax + b^2 + 2br,$$
$$2rx - 2ax = a^2 + b^2 + 2br,$$
$$2x(r - a) = a^2 + b^2 + 2br,$$
$$x = \frac{a^2 + b^2 + 2br}{2(r - a)}. \qquad 1)$$

Pour déterminer graphiquement la valeur de x, il faut construire cette expression.

Posons $a^2 + b^2 = EA^2 = c^2$, et $2br = d^2$ (d est donc une moyenne proportionnelle entre $2r$ et b).

La valeur 1) de x devient $x = \dfrac{c^2 + d^2}{2(r-a)}$.

Remplaçons $c^2 + d^2$ par m^2, c'est-à-dire par l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit sont c et d,

on aura $x = \dfrac{m^2}{2(r-a)}$, ou $\dfrac{x}{m} = \dfrac{m}{2(r-a)}$.

Donc x est une 3me proportionnelle aux quantités m et $2(r-a)$.

Il est facile de déterminer cette ligne.

Si dans l'expression 1) on fait $a = o$, la valeur de x devient

$x = \dfrac{b^2 + 2br}{2r} = \dfrac{b(b + 2r)}{2r}$, c'est le cas déjà résolu au No 42.

Si l'on fait $a = r$, la sécante deviendra tangente ; l'expression 1) de x sera : $\dfrac{r^2 + b^2 + 2br}{2(r - r)} = \dfrac{(b + r)^2}{o}$.

La nouvelle expression se présentant sous la forme $\dfrac{m}{o}$, symbole de l'impossibilité, nous voyons que le problème est impossible.

Nouveaux problèmes

45. Un habitant de la campagne quitte la ville F à 5 heures pour rentrer à X. Il peut profiter d'une voiture jusqu'en A ou en B. S'il quitte la voiture en A, il sera à la maison à 5 h. 39 m., s'il la quitte en B seulement, il ne rentrera qu'à 6 heures. On demande la distance entre la ville et le point A, s'il y a 1,5 km. de A à B, et si le chemin de B à X est double de celui de A à X. La voiture fait en moyenne 1 km. par 6 min., et X est à une certaine distance de la route que suit la voiture.

46. On donne une circonférence O et un point A sur cette circonférence. Par le point A, on mène une tangente AM qui mesure 12 dm. Du point M on mène une seconde tangente MB et une sécante $MDOC$ passant par le centre. On demande le volume engendré par la figure $OEAMBF$ tournant autour du diamètre FE perpendiculaire à la sécante, si la partie extérieure MD de cette dernière mesure 8 dm. J. A.

BIBLIOGRAPHIE

La théorie musicale, par C. C. Dénéréaz, 2de édition. Prix : 2 fr. 50. Librairie Payot, Lausanne.

L'ouvrage que nous annonçons n'est point une méthode de chant ou de musique, on n'y trouve ni exercices de solfège, ni chants ; mais c'est un exposé théorique, très clair, de tout ce qui touche à la musique et au chant. La *Théorie musicale* est divisée en neuf parties, dont les cinq premières, que j'appellerai principales, comprennent :

Ire partie. Les sons au point de vue de leur durée (notes, silences, points, mesure, reprises et figures rythmiques diverses).

IIe partie. Les sons au point de vue de leur hauteur ou de leur gravité (échelle musicale, intervalles, signes d'altération, gammes, clés et ornements).

IIIe partie. L'intensité des sons et la vitesse avec laquelle ils se succèdent (nuances, expression et mouvement).

IVe partie. La transposition, les voix, les chœurs et l'emploi des clés.

Ve partie. Je ne saurais mieux donner une idée de cette Ve partie qu'en indiquant les principaux chapitres :

« Des intervalles. Préparation et résolution des dissonances. De la marche des voix ou des mouvements en harmonie. Des accords. De l'accord à trois voix. Accords de la gamme majeure et de la gamme mineure. Positions des accords. Notes à doubler ou à supprimer. Altération des accords. Des suites d'octaves et de quintes. Octaves et quintes cachées. De l'enchaînement des accords à trois voix. De l'accord de septième de dominante. Résolution de cet accord. Des diverses espèces d'accords de septième. Préparation et résolution. De l'accord de neuvième. Des cadences. Retard Anticipation. Notes de passage. De la pédale. Des modulations. Modulations par l'accord de septième de dominante. Autres modulations. L'enharmonie.