

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 1 (1932)

Rubrik: II. Slabs in reinforced concrete structures

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 04.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

II

Deuxième Séance de travail.

Zweite Arbeitssitzung.

Second Working Meeting.

DALLES ET CONSTRUCTIONS A PAROIS MINCES EN BÉTON ARMÉ
PLATTEN UND SCHALEN IM EISENBETONBAU
SLABS IN REINFORCED CONCRETE STRUCTURES.

II 1.

DALLES ET CONSTRUCTIONS A PAROIS MINCES EN BÉTON ARMÉ
RAPPORT D'INTRODUCTION

PLATTEN UND SCHALEN IM EISENBETONBAU
EINLEITENDES REFERAT

SLABS IN REINFORCED CONCRETE STRUCTURES
INTRODUCTORY REPORT

Dr. M. RITTER,

Professor an der Eidgenössischen Technischen Hochschule, Zürich.

Voir « Publication Préliminaire », p. 171. — Siehe « Vorbericht », S. 171.
See " Preliminary Publication ", p. 171.

Participant à la discussion.

Diskussionsteilnehmer.

Participant in the discussion.

Dr.-Ing. F. SCHLEICHER,

Professor an der Technischen Hochschule Hannover.

« Elastische Gewebe » wurden schon lange vor den auf Seite 175 des Vorberichtes erwähnten Arbeiten durch L. Euler zur Untersuchung der Schwingungen von Trommemembranen benutzt (1764), die Methode des « Trägerrostes » fand bereits im Jahre 1787 durch J. Bernouilli D. J. für die angenäherte Berechnung von ebenen Platten Verwendung. Die von Bernouilli zur Bestimmung der Knotenlinien von schwingenden Platten gebrauchte Differentialgleichung

chung für die Biegungsfläche des Trägerrostes ist (natürlich bis auf das Belastungsglied) mit der Gleichung 3 auf Seite 190 des Vorberichtes identisch.

Dass die Ergebnisse der Trägerrost-Theorie nicht mit der Wirklichkeit übereinstimmen, wurde schon 1809 von Chladni nachgewiesen¹.

Traduction.

La méthode du « Tissu élastique » a été utilisée par Euler pour l'étude des oscillations des membranes, bien avant les travaux signalés à la page 182/183 de la Publication Préliminaire (1764); la méthode de la grille, ou système de tranches perpendiculaires était déjà employée en 1787 par J. Bernoulli pour le calcul approché des dalles planes. L'équation différentielle utilisée par Bernoulli pour la détermination des lignes de nœuds des dalles en oscillation, dans l'étude de la surface fléchie du système de tranches perpendiculaires est (évidemment jusqu'au terme concernant la charge elle-même) identique à l'équation (3) de la page 225 de la Publication Préliminaire.

Chladni a déjà signalé en 1809 que les résultats de la théorie de la décomposition en tranches perpendiculaires (grille) ne concordaient pas avec la réalité².

II 2.

DALLES RECTANGULAIRES REPOSANT SUR LES QUATRE CÔTÉS
RECHTECKIGE, ALLSEITIG AUFLIEGENDE PLATTEN
RECTANGULAR SLABS SUPPORTED ON ALL SIDES

Dr. Ing. **W. GEHLER**,

Professor der Technischen Hochschule und Direktor beim Staatl.
 Versuchs- und Materialprüfungsamt. Dresden.

Voir aussi « Publication Préliminaire », p. 187. — *Siehe auch « Vorbericht », S. 187.*
 See also " Preliminary Publication ", p. 187.

Rechteckige, allseitig aufliegende Platten.

Die ureigensten und zweckmässigsten Grundformen des Eisenbetons sind die Säulen und Platten, während die Eisenbetonbalken bekanntlich den Nachteil haben, dass die ersten Betonzugrisse bereits bei einer Eisenspannung von 500 kg/cm² auftreten, also bei einer Laststufe, die noch unter der Hälfte

1. Man vergl. NAVIER-SAINT VENANT, De la résistance des corps solides, Paris, 1864, p. CCLIV, Historique.

2. Voir NAVIER-SAINT-VENANT, De la résistance des corps solides, Paris, 1864, p. CCLIV, Historique.

der zulässigen Grenzspannung von 1200 kg/cm^2 liegt. Die hauptsächlichsten Fragen hinsichtlich der Platten sind nun :

1. Wie können die Eisenbetonplatten in einfacher Weise bemessen werden?
2. Wie gross ist ihre Rissicherheit ?

Auf Grund der Stuttgarter und Dresdner Versuche des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton in den Jahren 1915 bis 1930 konnten diese Fragen ausreichend beantwortet werden, wie aus der « Zusammenfassung » S. 245 des « Vorberichtes » hervorgeht.

1. Diskussionsfrage : Ist es berechtigt, für kreuzweise bewehrte rechteckige Eisenbetonplatten im Stadium I die Berechnungsweise der isotropen Platte zu Grunde zu legen?

Allseitig aufliegende, kreuzweise bewehrte Eisenbetonplatten verhalten sich im Stadium I (bei ungerissener Betonzugzone) völlig wie isotrope Platten. Bei den vorliegenden Dresdner Versuchen sind durch Festhalten der Plattenecken die theoretischen Randbedingungen erfüllt worden; die Formänderungs- und Dehnungsmessungen geben im Vergleich mit der Bemessung der Platten einen aufschlussreichen Einblick in das elastische Verhalten.

In einer Dissertation hat mein Mitarbeiter im Materialprüfungsamt, Dipl. Ing. Heide, an zahlreichen frei aufliegenden und eingespannten Platten die völlig befriedigende Uebereinstimmung mit den errechneten Werten nachgewiesen. Diese Uebereinstimmung zeigt sich sowohl für die Durchbiegungen als auch für die Beanspruchungen. Hierbei ist als Elastizitätsmass für das Stadium I der bei den Versuchen an Materialprobekörpern gefundene Wert von $E = 215000 \text{ kg/cm}^2$ und als Querdehnungszahl der ebenfalls versuchsmässig bestimmte Wert von $m = 6,4$ eingesetzt worden.

1. Beispiel : Bei der frei aufliegenden Platte der Versuchsreihe 2 ergibt sich für eine Belastung von $\Delta q = 1000 \text{ kg/m}^2$ die Durchbiegung der Plattenmitte im Stadium I nach der Rechnung : $\hat{\delta}_R = 1,64 \text{ mm}$, während beim Versuch $\hat{\delta}_V = 1,68 \text{ mm}$ gefunden wurde. Die Eisenbeanspruchung in Plattenmitte wurde nach der Rechnung zu $\sigma_{eR} = 125 \text{ kg/cm}^2$ ermittelt, während beim Versuch $\sigma_{eV} = 127 \text{ kg/cm}^2$ gemessen wurde.

2. Beispiel : Für die eingespannte Platte der Reihe 7 ergibt sich unter denselben Voraussetzungen die rechnermässige Durchbiegung $\hat{\delta}_R = 0,597$ und beim Versuch $\hat{\delta}_V = 0,57 \text{ mm}$. Die Eisenbeanspruchung in Plattenmitte ist nach der Rechnung $\sigma_{eR} = 64 \text{ kg/cm}^2$, nach dem Versuch $\sigma_{eV} = 61 \text{ kg/cm}^2$.

Ergebnis : Man ist somit berechtigt, für kreuzweise bewehrte Eisenbetonplatten im Stadium I die Berechnungsweise der isotropen Platte zu Grunde zu legen.

2. Diskussionsfrage : Erscheint es berechtigt, auch im Stadium II (also nach der Rissbildung) kreuzweise bewehrte Eisenbetonplatten nach der Berechnungsweise der isotropen Platte zu bemessen ?

Die Betrachtung der Spannungsverhältnisse der quadratischen, allseitig aufliegenden Eisenbetonplatten bei ansteigender Belastung ergibt nach oben genannter Dissertation folgendes Bild :

α) Im Stadium I gelten die aus der Mitwirkung des Drillungswiderstandes abgeleiteten Momentenwerte der Platten-Theorie, also für die quadratischen

$$\text{Platten } M = \frac{1}{27,4} ql^2.$$

β) Der Verdrillungswiderstand nimmt mit fortschreitender Belastung und Rissbildung (Stadium II) immer mehr ab. Dann tritt an Stelle des unter α) genannten Momentes der Wert von rd. $\frac{1}{20} ql^2$ bis $\frac{1}{23} ql^2$.

γ) Im Augenblick des Bruches bildet sich (wohl infolge der beträchtlichen Formänderungen) ein durch Messungen nicht mehr verfolgbare neuer Spannungszustand aus, wobei zu der Biegungswirkung die sogen. « Membranwirkung » hinzutritt. (Dass diese zusätzliche Wirkung für die dünneren Platten der Versuchsreihe 2 grösser ist als für die dickeren der Reihe 3, entspricht der Vorstellung einer Membranwirkung.) Diese Wirkung verringert nun die Bruchmomente bei den betrachteten Versuchsreihen auf Werte, die sogar noch etwas unter den nach der Plattentheorie berechneten Momentenwerten liegen ($M = \frac{1}{28,7} ql^2$ gegenüber $M = \frac{1}{27,4} ql^2$ s. S. 210 des « Vorberichtes »).

Beispiel: Vergleich der gemessenen Durchbiegung, der Eisendehnung und der Betondruckdehnung in der Mitte der Platte bei festgehaltenen Ecken der Reihe 2 mit den entsprechenden Werten für Plattenstreifen als Balken auf 2 Stützen. (Der Plattenstreifen ist 50 cm breit und ist aus der Platte in Richtung der unteren Eisenlage herausgeschnitten gedacht.)

Die Belastungen, welche gleich grossen Durchbiegungen bei der Platte und dem Plattenstreifen entsprechen, stehen in einem bestimmten Verhältnis, das (z. B. bei Reihe 2) von 3,12 auf 2,76 abnimmt und sich gegen den Bruch einem bestimmten Grenzwert von etwa 2,5 nähert.

Da beim Plattenstreifen das Biegemoment zu $\frac{1}{8} ql^2$ anzunehmen ist, erhält man für diese Platten Werte der Biegemomente, die von $\frac{1}{3,12} \cdot \frac{1}{8} ql^2 = \frac{1}{25} ql^2$ bis auf $\frac{1}{2,5} \cdot \frac{1}{8} ql^2 = \frac{1}{20} ql^2$ in der Nähe des Bruches anwachsen.

Der Vergleich der Bruchmomente von Platte und Plattenstreifen ergibt aber (s. S. 210) einen Momentenwert für die Platte von i. M. $\frac{1}{28,7} ql^2$. Die Abweichung dieses Wertes von $\frac{1}{20} ql^2$ muss einer Änderung des Spannungszustandes im Augenblick des Bruches (Membranwirkung) zugeschrieben werden, die zweifellos mit der sehr beträchtlichen Formänderung (bis 21 cm Durchbiegung in Plattenmitte) zusammenhängt.

Ergebnis: Da aber die Anteile der beiden Wirkungen (der Biege- und Membranwirkung) sehr schwer abzuschätzen sind, empfiehlt es sich, auch

für das ganze Stadium II die Berechnungsweise der drillungssteifen isotropen Platte zu Grunde zu legen, die, wie aus den Schlussfolgerungen (S. 217, Ziff. 4) hervorgeht, durch die Versuche mit Plattenstreifen auch für die Bruchlast erwiesen worden ist.

3. Diskussionsfrage (Vorschlag M. Ritter) : Ist zur Berechnung der Biegemomente die Poissonzahl $m = 4$ einzusetzen oder rechtfertigt sich eine grössere Poissonzahl und warum ?

Hinsichtlich der Querdehnungszahl m muss stets unterschieden werden zwischen $m_{\text{elast}} = m = \varepsilon : \varepsilon_q$ und $m_{\text{total}} = m = \delta : \delta_q$.

1) Berechnet man die Querdehnungszahl aus den gemessenen elastischen Formänderungen, also $m_{\text{elast}} = m$, ermittelt also die zweite Materialkonstante der Elastizitätslehre, so ergibt sich für Beton ein mit wachsender Spannung fallender Wert, und zwar bei Druck von $m = 6$ bis $m = 4$ (s. Referat Gehler, Materialprüfungskongress, Zürich 1931, S. 1095). Zu beachten ist hierbei jedoch, dass man diese Rechnungsweise nur so lange anwenden darf, als die bleibenden Formänderungen η verhältnismässig gering sind, also bei gebogenen Eisenbetonbalken etwa bis zur Nutzlast.

2) Bildet man dagegen die Werte $m_{\text{total}} = m = \delta : \delta_q$, so zeigt sich in der Nähe des Bruches, dass die Werte δ stärker anwachsen als die Werte δ_q , dass also die Werte m_δ mit wachsender Belastung steigen.

3) Welche Querdehnungszahl empfiehlt sich bei einer Plattenberechnung zu wählen, m_{elast} oder m_{total} ?

Wir vermögen nur für $m_{\text{elast}} = m$ bestimmte Gesetze anzugeben, also für den Fall, dass man sich auf die elastischen Anteile beschränkt (Stadium I unserer Plattenversuche). Für das Stadium II werden die Verhältnisse durch Hinzutreten der plastischen Anteile der Formänderung ausserordentlich unübersichtlich.

Ergebnis : Die Frage von M. Ritter ist daher zu beantworten : Zur Berechnung der Biegemomente bei Eisenbetonplatten ist die Querdehnungszahl $m = 6$ einzusetzen.

Traduction.

Dalles rectangulaires, reposant sur leurs quatre côtés.

Les formes essentielles qui répondent le mieux à la nature même du béton armé sont les poteaux et les dalles. Les poutres en béton armé ont en effet cet inconvénient que les premières fissures qu'elles manifestent se produisent pour une contrainte de 5 kg/mm² seulement dans les armatures, c'est-à-dire pour une charge qui n'est même pas égale à la moitié de la charge admissible limite de 12 kg/mm². Les principales questions que posent les dalles en béton armé sont les suivantes :

1. — Comment les dalles en béton armé peuvent-elles être calculées d'une manière simple ?

2. — Quelle sécurité à la fissuration assurent-elles ?

Première question de discussion : Est-il légitime d'adopter pour les dalles de béton rectangulaires armées en croix, dans le stade I, le mode de calcul des dalles isotropes ?

Les dalles de béton armé en croix et reposant librement sur tous leurs côtés se comportent entièrement dans le stade I (pour laquelle la zone qui travaille à la traction ne manifeste pas de fissures) comme des dalles isotropes. Au cours des essais de Dresde, on a réalisé les conditions théoriques des bords des dalles, en maintenant leurs angles ; la comparaison entre les dimensions propres des dalles et les déformations et allongements mesurés permet d'aboutir à des conclusions fécondes au sujet de leur comportement élastique.

Au cours d'une thèse, mon collaborateur au Laboratoire d'Essai des Matériaux, le Dipl. Ing. Heide, a mis en évidence la remarquable concordance entre les valeurs calculées et les valeurs mesurées relevées sur de nombreuses dalles tant encastrees que reposant librement. Cette concordance se manifeste d'ailleurs aussi bien pour les contraintes que pour les fléchissements. Dans les calculs en question, on a adopté comme coefficient d'élasticité pour le stade I la valeur $E = 215.000 \text{ kg/cm}^2$, déterminée au cours d'essais sur des éprouvettes et pour coefficient d'allongement transversal la valeur $m = 6,4$ qui a été également déterminée expérimentalement.

Exemple 1 : Pour la dalle reposant librement, 2^e série d'essais, on obtient le fléchissement calculé du milieu de la dalle dans le stade I, pour une charge $\Delta q = 1.000 \text{ kg/m}^2$: $\delta_R = 1,64 \text{ mm}$, tandis que l'essai donne : $\delta_V = 1,68 \text{ mm}$. Pour la contrainte dans les fers au centre de la dalle, le calcul a donné : $\sigma_{eR} = 125 \text{ kg/cm}^2$, tandis que l'on a obtenu expérimentalement : $\sigma_{eV} = 127 \text{ kg/cm}^2$.

Exemple 2 : Pour la dalle encastree de la série 7, et dans les mêmes conditions, on obtient pour le fléchissement, par le calcul : $\delta_R = 0,597 \text{ mm}$. et expérimentalement : $\delta_V = 0,57 \text{ mm}$; pour les contraintes dans les fers, le calcul donne : $\sigma_{eR} = 64 \text{ kg/cm}^2$, tandis que la valeur mesurée est : $\sigma_{eV} = 61 \text{ kg/cm}^2$.

Conclusion : Il est donc légitime d'adopter, pour le calcul des dalles de béton armées en croix, dans le stade I, la méthode de calcul des dalles isotropes.

Deuxième question de discussion : Dans le stade II (après apparition des fissures), est-il également légitime de calculer les dalles de béton armées en croix d'après la méthode de calcul des dalles isotropes ?

La considération des contraintes qui se manifestent dans les dalles en béton armé carrées reposant librement sur tous leurs côtés, sous l'influence de l'accroissement de la charge, conduit, d'après la thèse citée plus haut, aux résultats suivants :

α . — Dans le stade I, sont valables les valeurs des moments déduites de la théorie des dalles, en faisant intervenir la résistance à la torsion, soit, pour des dalles carrées :

$$M = \frac{1}{27,4} \cdot ql^2$$

β . — La résistance à la distorsion augmente sans cesse lorsque la charge

augmente et que la fissuration s'accroît (stade II). Au lieu de la valeur indiquée en α , on aura alors pour le moment :

$$M = \frac{1}{20} ql^2 \text{ à } \frac{1}{23} ql^2$$

γ . — Au moment de la rupture et sous l'influence des déformations importantes, se manifeste un nouveau régime de contraintes, que les mesures ne sont plus susceptibles de suivre ; et il s'ajoute au phénomène de flexion un phénomène dit « effet de membrane ». (Le fait que cette influence additionnelle est plus réduite pour les dalles épaisses de la série 3 que pour les dalles plus minces de la série 2 correspond précisément à la notion d'effet de membrane). Cette nouvelle influence provoque, pour les séries d'essais considérés, une diminution des moments de rupture jusqu'à des valeurs qui se trouvent même au-dessous des valeurs des moments calculés d'après la théorie des dalles ($M = 1/28,7 ql^2$ contre $M = 1/27,4 ql^2$. Voir page 210 de la Publication Préliminaire).

Exemple : Comparer les valeurs mesurées des fléchissements et des allongements dans les fers et dans le béton au milieu de la dalle de la série 2, avec angles maintenus, aux valeurs correspondantes pour des tranches de dalles considérées comme poutres reposant sur deux appuis. (La tranche de dalle a une largeur de 50 cm. et est supposée découpée dans la dalle suivant la direction des armatures inférieures.)

Les charges qui provoquent, dans la dalle et dans la tranche, des fléchissements de même valeur, sont entre elles dans un rapport déterminé qui (par exemple pour la série 2) diminue de 3,12 à 2,76 et atteint presque 2,5 à la rupture.

Comme, pour la tranche de dalle, le moment doit être considéré comme égal à $1/8 ql^2$, on obtient pour ces dalles des moments fléchissants qui croissent de :

$$\frac{1}{3,12} \cdot \frac{1}{8} \cdot ql^2 = \frac{1}{25} \cdot ql^2$$

$$\text{jusqu'à } \frac{1}{2,5} \cdot \frac{1}{8} \cdot ql^2 = \frac{1}{20} \cdot ql^2$$

au voisinage de la rupture.

La comparaison des moments de rupture de la dalle et de la tranche donne toutefois (voir page 210) pour la dalle un moment moyen de $1/28,7 ql^2$. L'écart entre cette valeur et $1/20 ql^2$ doit être attribué à une modification du régime de contrainte au moment de la rupture (effet de membrane), qui dépend sans aucun doute de l'importance des déformations (atteignant jusqu'à 21 cm. de fléchissement au centre de la dalle).

Conclusion : Il est très difficile d'estimer la part qui revient à chacune des deux influences (flexion et effet de membrane) ; il est donc à recommander, pour le stade II tout entier, d'appliquer le mode de calcul des dalles isotropes tenant compte de la torsion, que justifient, même pour la charge de rupture (ainsi qu'il résulte des conclusions de la page 241, paragraphe 4), les essais effectués sur des tranches de dalles.

Troisième question de discussion (proposée par M. Ritter) : Dans le calcul des moments fléchissants, doit-on employer le coefficient de Poisson $m=4$, ou est-il justifié d'adopter pour ce coefficient une valeur plus élevée et pourquoi?

En ce qui concerne le coefficient d'allongement transversal m il faut toujours distinguer entre :

$$m_{\text{élast.}} = m = \varepsilon : \varepsilon_{\perp} \text{ et}$$

$$m_{\text{total}} = m = \delta : \delta_{\perp}$$

1. — Si l'on calcule le coefficient d'allongement transversal à partir des déformations élastiques mesurées, donc $m_{\text{élast.}} = m$, c'est-à-dire la deuxième constante de la théorie de l'élasticité, on obtient pour le béton une valeur qui diminue lorsque la contrainte croît ; pour la compression, par exemple, m diminue de $m = 6$ à $m = 4$ (voir rapport du Dr. Gehler au Congrès pour l'Essai des Matériaux de Zurich, 1931, page 1095). Il faut toutefois observer ici que l'on ne peut employer ce mode de calcul que tant que les déformations η permanentes restent relativement faibles, donc, pour les poutres en béton armé, environ jusqu'à la charge utile.

2. — Si, par contre, on détermine les valeurs de :

$$m_{\text{total}} = m = \delta : \delta_{\perp}$$

on constate, au voisinage de la charge de rupture, que les valeurs de δ augmentent plus que celles de δ_{\perp} et que par suite les valeurs de m augmentent lorsque la charge croît.

3. — Quel coefficient d'allongement transversal convient-il d'adopter pour le calcul d'une dalle, $m_{\text{élast.}}$ ou m_{total} ?

On ne peut indiquer de règle déterminée que pour $m_{\text{élast.}} = m$, c'est-à-dire pour le cas où l'on se limite au domaine élastique (stade I de nos essais de dalles). Pour le stade II, on se trouve dans des conditions très peu claires, par suite de l'intervention des influences de déformation plastique partielle.

Conclusion : La réponse à la question de M. Ritter est donc la suivante : Pour le calcul des moments fléchissants dans les dalles de béton armé, il faut adopter le coefficient d'allongement transversal $m = 6$.

Participants à la discussion.

Diskussionsteilnehmer.

Participants in the discussion.

Dr.-Ing. F. SCHLEICHER,

Professor an der Technischen Hochschule, Hannover.

I. — Ueber die Steifigkeit der quadratischen Eisenbetonplatten.

Es ist interessant, die Durchbiegungen der freiauffliegenden, an den Ecken festgehaltenen quadratischen Platten mit den theoretischen Werten für die isotrope Platte zu vergleichen. Der Elastizitätsmodul wäre dabei von den Biegungsversuchen mit den Plattenstreifen zu entnehmen, über die im Vorbericht leider noch keine näheren Angaben gemacht sind.

Nach A. Nádai¹ ist die grösste Durchbiegung einer gleichmässig belasteten isotropen quadratischen Platte von der Seitenlänge a für die oben genannten Randbedingungen gleich

1)
$$f = 0,00406 \frac{p a^4}{D}$$

Der Elastizitätsmodul E des Plattenmaterials, der praktisch mit der Grösse

2)
$$E' = \frac{m^2 \cdot E}{m^2 - 1} = 0,0487 \frac{p a^4}{f h^3}$$

übereinstimmt², kann bei Gültigkeit des Hooke'schen Gesetzes aus den « Kennziffern » δ für die Durchbiegungen berechnet werden. Für die Reihen 1 bis 4 der Dresdner Versuche (vgl. Seite 210 des Vorberichtes) erhält man aus Gl. 2

Stadium I	$E' =$	197	232	200	200	im Mittel	207	t/cm ²
Stadium II	$E' =$	21,1	24,9	20,0	26,5	im Mittel	23,1	t/cm ²

Der Vergleich mit den Plattenstreifen ist mit den im Vorbericht angegebenen Daten leider noch nicht möglich. Es können aber schon jetzt die Unterschiede zwischen den Stadien I und II studiert werden.

Der mittlere Wert $E' = 207$ t/cm² des Elastizitätsmoduls für die isotrope Platte ohne Risse entspricht wohl dem, was zu erwarten ist. Dagegen ist die Steifigkeit nach Eintritt der Risse wesentlich kleiner, als man für eine isotrope Platte erwarten würde.

Nimmt man für einen Ueberschlag an, dass die Risse im Stadium II alle bis an die Nulllinie reichen, dann hat man für die Plattensteifigkeit in den üblichen Bezeichnungen

3)
$$D = E' \left(\frac{x^3}{3} + n F_c (h - x)^2 \right) = E' \cdot \psi d^3,$$

gegenüber dem Wert

4)
$$D = E' \cdot 0,0833 \cdot d^3 \text{ im Stadium I.}$$

Wenn die Platte auch nach Eintritt der Risse noch wie eine isotrope Platte wirken würde, d. h. mit den gleichen Eigenschaften wie im Stadium I, nur mit ent-

Reihe	d cm	h/d	bh/F _c	x/h für n = 6	J _I /J _{II}	x/h für n = 15	J _I /J _{II}	δ _{II} /δ _I beobachtet
1	12	0,858	229	0,205	6,8	0,302	3,2	9,3
2	10	0,830	185	0,224	6,3	0,330	3,0	9,3
3	12	0,858	263	0,192	7,6	0,285	3,6	10,0
4	12	0,850	200	0,217	6,2	0,321	3,0	7,6
Mittelwerte.....				6,7		3,2		9,1

sprechend verminderter Steifigkeit, so müsste die Zunahme der Durchbiegungen etwa in den Grenzen bleiben, die aus der nicht mehr mitwirkenden Zugzone folgen.

1. A. NÁDAI, Elastische Platten, Berlin, 1925, Seite 127.
 2. Der Unterschied zwischen E und E' beträgt für $m = 6$ nur 3 %.

Für die Verhältnisse der Dresdner Versuchsreihen 1 bis 4 ergeben sich die folgenden Werte.

Die Zahlen für $n = 6$ stellen wohl eine extreme Grenze dar, die durch die wirklichen Verhältnisse kaum überschritten wird. Wenn die Zugzone nicht ganz gerissen ist, werden die Verhältniszahlen für J_I/J_{II} etwas kleiner sein als die obigen Werte. Der Unterschied gegenüber der Beobachtung wird dann noch etwas grösser. Schätzt man das Verhältnis der Steifigkeiten im Mittel gleich $J_I/J_{II} = 5$, so wäre der Unterschied 9 gegen 5 aufzuklären.

Der beobachtete Unterschied wird teilweise dadurch erklärt, dass der Elastizitätsmodul des Betons mit steigenden Spannungen abnimmt. In der Hauptsache ist er jedoch nur dadurch zu erklären, dass die Platte nach Eintritt der Risse nicht mehr als isotrope Platte wirkt, sondern als Trägerrost ohne nennenswerte Drillungssteifigkeit.

Die Durchbiegung des Trägerrostes ist etwa doppelt so gross, als die der isotropen Platte mit unverminderter Drillungssteifigkeit. Für den Trägerrost ist also eine rd. zweimal so grosse Kennziffer δ_{II} für die Durchbiegung als beim isotropen Anfangszustand zu erwarten. Rechnet man nach Obigem eine Verminderung der Steifigkeit durch die Risse auf $1/5$ des ursprünglichen Betrages, so wird die Kennziffer nach Risseintritt insgesamt rd. 10 mal so gross als für die Platte im Stadium I, was genügend mit der Beobachtung übereinstimmt. Der noch verbleibende Unterschied ist dadurch erklärt, dass in der Platte neben Gebieten ohne Drillungssteifigkeit auch noch solche mit einer gewissen Drillungssteifigkeit vorhanden sind, ausserdem reisst die Zugzone nicht überall gleichmässig tief ein.

Der verschiedene Charakter der Biegungsflächen für die Stadien I bzw. II müsste übrigens bei Messung der Durchbiegungen leicht festgestellt werden können, da die Biegungsformen für den Trägerrost in den Ecken der Platte voller sind als für die isotrope Platte.

II. — Bemerkung über die Knickung von Eisenbetonplatten.

Bei den dünnen Platten der neuzeitlichen Eisenbetonkonstruktionen ist in manchen Fällen auch die Stabilität zu untersuchen.

Für eine isotrope Eisenbetonplatte mit gleichmässigen Druckspannungen, die an allen vier Rändern gelenkig gelagert ist, ergibt sich im elastischen Bereich mit $E = 200 \text{ t/cm}^2$ und $m = 6$ eine kleinste Knickspannung von

$$5) \quad \min \sigma_K^{el} = 675 (h/b)^2, \text{ in } \text{t/cm}^2.$$

Nach dieser Gleichung folgt $\min \sigma_K^{el} = 0,2 \text{ t/cm}^2$, wenn die Plattenbreite $b = 58 h$ ist, und $\min \sigma_K^{el} = 0,1 \text{ t/cm}^2$ für $b = 82 h$.

Für das Stadium II, nach Eintritt der Risse, ist die Steifigkeit der Platte nach dem Referat Gehler nur noch etwa $1/9$ des Wertes für die Platte ohne Risse. Nimmt man an, dass auch für die Knickung im Stadium II noch mit genügender Genauigkeit die Gleichung für isotrope Platten verwendet werden kann, so wird mit $D_{II}/D_I = 1/9$ als Knickspannung etwa

$$6) \quad \min \sigma_K^{el} = 75 (b/h)^2, \text{ in } \text{t/cm}^2,$$

gefunden. Der dabei vorausgesetzte Zustand II wird eintreten, wenn ausser

den Druckspannungen (gleichzeitig oder früher) auch Biegungsspannungen wirken, die die Rissgrenze überschreiten. In solchen Fällen kann man die Gl. 6 wohl mit genügender Genauigkeit für eine erste Schätzung der Grössenordnung benutzen. Es ergeben sich danach die folgenden grösstzulässigen Plattenbreiten :

$$\begin{aligned} \min \sigma_K^{el} &= 0,2 \quad 0,1 \quad 0,05 \text{ t/cm}^2 \text{ für} \\ b/h &= 19 \quad 27 \quad 39. \end{aligned}$$

Man erkennt daraus, dass die Stabilität durchaus nicht so gross ist, als man erwarten würde. Bei der Schätzung dieser Zahlen ist dabei weder die Abminderung der Knickspannungen im unelastischen Bereich, noch die Abnahme des Elastizitätsmoduls mit steigenden Spannungen berücksichtigt.

Auch bei den dünnwandigen Schalen und Kuppeln ist es manchmal notwendig, auf die Stabilität zu achten, wobei unter Umständen die unvermeidlichen Abweichungen von der theoretischen Form eine Rolle spielen können.

Traduction.

1. — Rigidité des dalles carrées en béton armé.

Il est intéressant de faire une comparaison entre les fléchissements qu'accusent les dalles carrées reposant librement sur leurs appuis, avec fixation aux angles, et les valeurs théoriques obtenues pour la dalle isotrope. Le module d'élasticité devrait en outre être calculé à partir des résultats des essais effectués sur des tranches élémentaires, question qui n'a fait l'objet d'aucune indication précise au cours des Rapports Préliminaires.

Suivant A. Nadai¹ le fléchissement maximum d'une dalle carrée isotrope chargée uniformément, ayant une longueur a , et soumise aux conditions périphériques indiquées plus haut est donné par l'expression :

$$f = 0,00406 \frac{p a^4}{D} \quad (1)$$

Le module d'élasticité E du matériau constituant cette dalle et dont la valeur concorde en pratique avec la valeur² :

$$E' = \frac{m^2 \cdot E}{m^2 - 1} = 0,0487 \frac{p a^4}{f h^3} \quad (2)$$

peut être calculé à partir des chiffres caractéristiques pour les fléchissements, en considérant la loi de Hooke comme valable. Pour les séries 1 à 4 des essais de Dresde (voir page 210 de la Publication Préliminaire), on obtient en appliquant l'équation (2) :

$$\text{Phase I : } E' = 197 \quad 232 \quad 200 \quad 200 \quad \text{moyenne} \quad 207 \quad \text{t/cm}^2$$

$$\text{Phase II : } E' = 21,1 \quad 24,9 \quad 20,0 \quad 26,5 \quad \text{moyenne} \quad 23,1 \quad \text{t/cm}^2$$

Malheureusement, il n'est pas encore possible d'établir, avec les chiffres indiqués dans la Publication Préliminaire, la comparaison pour les tranches élémentaires de dalles. On peut toutefois étudier dès maintenant les différences entre les phases I et II.

1. A. Nadai, *Elastische Platten*, Berlin, 1925, p. 127.

2. L'écart entre E et E' , pour $m = 6$, n'est que de 3 %.

La valeur moyenne $E' = 207 \text{ t/cm}^2$ du module d'élasticité, pour la dalle isotrope sans fissure, correspond bien à ce que l'on peut prévoir. Par contre, la rigidité après fissuration est sensiblement plus faible que l'on ne pourrait le prévoir pour une dalle isotrope.

Si l'on suppose à titre d'approximation que dans la phase II, les fissures s'étendent toutes jusqu'à la ligne neutre, on a pour la rigidité de la dalle, avec les désignations courantes :

$$D = E' \left(\frac{x^3}{3} + n F_e (h - x)^2 \right) = E' \psi d^3 \quad (3)$$

alors que pour la phase I, on a :

$$D = E' \cdot 0,0833 d^3 \quad (4)$$

Si la dalle se comportait, même après apparition des fissurations, encore comme une dalle isotrope, c'est-à-dire suivant les mêmes propriétés que dans la phase I, mais avec une rigidité réduite en proportion, l'accroissement du fléchissement resterait à peu de chose dans des limites correspondant à la zone de traction, qui d'ailleurs est hors de cause.

Dans les conditions qui correspondent aux séries 1 à 4 des essais de Dresde, on obtient les valeurs suivantes :

Série	$\frac{d}{c_{1a}}$	h/d	bh/F_e	x/h pour $n = 6$	J_I/J_{II} pour $n = 6$	J_I/J_{II} pour $n = 15$	J_I/J_{II} pour $n = 15$	δ_{II}/δ_I observés
1	12	0,858	229	0,205	6,8	0,302	3,2	9,3
2	10	0,830	185	0,224	6,3	0,330	3,0	9,3
3	12	0,858	263	0,192	7,6	0,285	3,6	10,0
4	12	0,850	200	0,217	6,2	0,321	3,0	7,6
Valeurs moyennes.....					6,7		3,2	9,1

Les chiffres qui correspondent à $n = 6$ représentent une marge extrême qui doit être à peine dépassée dans des conditions pratiques effectives. Si la zone de traction n'est pas entièrement fissurée, les coefficients correspondant à J_I/J_{II} seront légèrement plus faibles que les valeurs ci-dessus. L'écart par rapport aux observations sera donc encore un peu plus accentué. Si l'on admet pour le rapport des rigidités au milieu

$$J_I/J_{II} = 5$$

l'écart s'établira à 9 au lieu de 5.

L'écart observé s'explique en partie de ce fait que le module d'élasticité du béton diminue lorsque la contrainte augmente. Toutefois, il ne s'explique, dans l'ensemble, que parce que la dalle ne se comporte plus comme une dalle isotrope après l'apparition de la fissuration, mais plutôt comme un système de tranches perpendiculaires ne possédant aucune rigidité de torsion déterminée.

Le fléchissement de ce système est à peu près le double de celui qu'accuserait une dalle isotrope admettant une rigidité de torsion intégrale. Il faut donc tabler, pour ce système, sur un chiffre caractéristique δ_{II} environ deux fois plus

élevé que pour le fléchissement correspondant à l'état d'isotropie. Si d'après ce qui précède, on compte la réduction de la rigidité, par suite de la fissuration, comme atteignant le $1/3$ de la valeur initiale, on arrivera, après la fissuration, à un chiffre caractéristique environ 10 fois plus élevé que pour la dalle lorsqu'elle se trouvait dans la phase I, résultat qui concorde suffisamment bien avec les observations. La différence qui subsiste s'explique de ce fait qu'il existe dans la dalle, à côté de régions ne possédant aucune rigidité de torsion, des régions qui accusent encore pour cette rigidité une certaine valeur ; en outre la zone de traction ne subit pas partout une fissuration d'une profondeur uniforme.

La différence d'allure entre les déformations de fléchissement dans les phases I et II devrait d'ailleurs pouvoir être mise en évidence facilement par la mesure, car les surfaces de déformation que prend ce système de tranches perpendiculaires dans les angles de la dalle, sont plus nettement accusées que dans le cas de la dalle isotrope.

2. — Remarque sur le flambage des dalles en béton armé.

Dans les dalles minces que l'on emploie pour les constructions en béton armé modernes, il importe d'étudier, dans de nombreux cas, la question de la stabilité.

Si l'on considère une dalle isotrope en béton armé soumise à des contraintes uniformément réparties et admettant des appuis articulés sur ses quatre bords, la contrainte minimum de flambage, dans le domaine élastique, avec $E = 200$ t/cm² et $m = 6$ est de

$$\min \sigma_k^{el} = 675 (h/b)^2 \text{ en t/cm}^2 \quad (5)$$

D'après cette relation, pour une largeur de dalle

$$b = 58 h \quad \text{on obtient :}$$

$$\min \sigma_K^{el} = 0,2 \text{ t/cm}^2$$

Et pour

$$b = 82 h \quad \text{on obtient :}$$

$$\min \sigma_K^{el} = 0,1 \text{ t/cm}^2$$

En ce qui concerne la phase II et après apparition de la fissuration, d'après le rapport de M. Gehler, la rigidité de la dalle n'est plus que le $1/9$ de la valeur qui correspond pour cette dalle à l'absence de fissuration. Si l'on admet que même pour le flambage dans la phase II, on puisse employer l'équation des dalles isotropes avec une précision suffisante, on aura, avec $D_{II}/D_I = 1/9$ comme contrainte de flambage,

$$\min \sigma^{el} = 75 (b/h)^2, \text{ en t/cm}^2 \quad (6)$$

Le passage à la phase II, ici admis, se produira lorsqu'aux contraintes de compression viendront s'ajouter, simultanément ou ultérieurement, des contraintes de flexion telles que la limite de fissuration se trouve dépassée. En pareil cas, on peut pour une première estimation de l'ordre de grandeur, faire appel avec une précision suffisante à l'équation (6). On en déduit pour les largeurs des dalles ci-dessous, les valeurs maxima admissibles suivantes :

$$\begin{array}{r} m_n \sigma_{el} = 0,2 \quad 0,1 \quad 0,05 \text{ t/cm}^2 \text{ pour :} \\ b/h = 19 \quad 27 \quad 39 \end{array}$$

On voit que la stabilité n'est pas tout à fait aussi élevée que l'on pourrait prévoir. Dans l'estimation approximative de ces valeurs, on ne tient compte ni de la diminution des contraintes de flambage dans le domaine élastique, ni de la diminution que subit le module d'élasticité lorsque les contraintes croissent.

Dans les coupoles et les voûtes minces elles-mêmes, il est fréquemment nécessaire de veiller à cette considération de stabilité, car dans certains cas, les dérogations qu'il est impossible d'éviter par rapport aux formes théoriques peuvent intervenir dans des proportions importantes.

Dr. Ing. M. HUBER,

Professeur à l'École Polytechnique, Varsovie.

I. — Die wirtschaftliche Ausnutzung der statischen Wirkung der Pilzdecken erfordert eine möglichst genaue Erforschung ihres Formänderungs- und Spannungszustandes im Zusammenhänge mit dem Sicherheitsgrade bei jeder möglichen Belastungsart. In meinem Berichte habe ich versucht, den heutigen Stand des Problems einer zuverlässigen statischen Berechnung der Pilzdecken zu schildern. Ich bin mir bewusst, dass vielleicht manche schätzenswerte Ergebnisse und Arbeiten meiner Aufmerksamkeit entgangen sind und werde etwaige Beiträge der Herren Kongressteilnehmer gerne zur Kenntnis nehmen und prüfen. Ich bemerke aber dabei, dass gewisse Näherungstheorien und darauf gegründete Berechnungsverfahren vor vollkommeneren, wissenschaftlich besser begründeten Methoden zurückweichen müssen. Letztere wurden deshalb vor allem behandelt.

In der Einleitung meines Berichtes habe ich auf die zahlreichen Schwierigkeiten einer vollständigen und exakten Lösung des Problems hingewiesen und zwar :

1. Die steife Verbindung der Säulen mit der Deckenplatte.

Sie verursacht, dass bei unsymmetrischen Belastungen der Decke ihre allgemeine Biegung von der Säulenbiegung stark abhängig ist. Betrachtet man die Decke als « dünne », elastische, näherungsweise isotrope Platte, so wird die Lösung der klassischen Biegungsgleichung von Lagrange durch statisch unbestimmte Flächenstützung ausserordentlich erschwert.

2. Die ungleichförmige Biegungssteifigkeit der Decke und die Wirkung der Säulenkopfplatte.

Die Unterschiede der Biegungssteifigkeiten in verschieden orientiert gedachten Plattenstreifen sind zwar im Stadium I praktisch vernachlässigbar ; dieses gilt aber nicht immer im Stadium II, nach welchem bekanntlich die Sicherheit beurteilt wird. Die Säulenkopfplatte bildet eine plattenförmige, elastische Stützung dieser Deckenteile, welche ohne Kopfplatte ausserordentlich beansprucht wären.

3. Der starke Wechsel der Biegungssteifigkeit beim Uebergange in das Stadium II der Decke wirkt insofern erschwerend, als der neue (verminderte) Wert der Biegungssteifigkeit nur gewisse Teilgebiete der Plat-

tenfläche beherrscht. Infolgedessen wirkt die Decke etwa wie eine heterogene Platte, welche aus homogenen Flecken von verschiedener Stärke zusammengefügt ist.

Trotzdem führen die bisherigen Versuche mit Eisenbetonplatten in Deutschland (Stuttgart und Dresden) zu dem überraschenden Ergebnis, dass in guter Annäherung eine lineare Abhängigkeit der Durchbiegungen bzw. Formänderungen von den Belastungsgrößen (bzw. Spannungen) auch im Stadium II stattfindet. Abb. 1 zeigt diese Abhängigkeit, wobei die Durchbiegungen w als Abszissen und die Spannungen (bzw. Biegemomente und dgl.) als Ordinaten gemessen sind.

Ich glaube, dass die künftige Entwicklung der Theorie dieses Schema als Ausgangspunkt wählen wird.

II. — Die bisherigen Theorien und Berechnungsmethoden beziehen sich hauptsächlich auf das Stadium I und verfolgten den Zweck, die wirklichen Spannungen, welche von der Nutzlast herrühren, zu berechnen. Dabei dürfen die durch verschieden starke Bewehrung bedingten Unterschiede der Biegesteifigkeiten in der Regel vernachlässigt werden, folglich kommt die klassische Theorie der dünnen isotropen Platten zur Anwendung.

Die entsprechenden, strengen Lösungen im Falle einer totalen, gleichförmigen Belastung einer unbegrenzten Platte, welche nach Abb. 2 gestützt ist, findet man bereits in einer halb vergessenen Arbeit von Lavoigne aus dem Jahre 1872. Die Ergebnisse sind in den Formeln (3 bis 7) zusammengestellt. Die nach diesen Formeln errechneten Momentwerte sind in den Abb. 3 und 4 übersichtlich dargestellt.

Die Lösung im wichtigen in der Abb. 5 dargestellten Belastungsfalle verdankt man der Arbeit^{1, 2} von Dr. Lewe, welcher auch gebrauchsfertige Tabellen für diesen und andere Fälle berechnet hat.

Obige Lösungen gelten nicht mehr für Deckenfelder, welche durch Umfassungswände gestützt sind. In diesen Fällen geben aber viele im Bericht zitierte Arbeiten entweder die fertige Lösung, oder es können die dort gefundenen Ergebnisse zur Lösung der in der Abb. 6 veranschaulichten Fälle verwendet werden.

Beispiele wichtiger Einzellösungen geben Abb. 7 mit der Formel (8) und Abb. 8 mit den Formeln (9) und (10). Ich möchte noch hinzufügen, dass Herr E. Melan³ eine der Lösung (9) äquivalente Formel gefunden hat. Im Falle freier Auflagerung der kreisförmigen Ränder einer Pilzdecke ist freilich die Michell-Melansche Lösung nicht anwendbar. Angesichts dessen ist Herr K. Hajnal-Kónyi⁴ von der Föppl'schen⁵ Lösung in Form einer Fourierschen Reihe ausgegangen, um die Stützkräfte und Biegemomente in praktisch

1. V. LEWE, Die Lösung des Pilzdeckenproblems durch Fouriersche Reihen. Bauingenieur, 1920, N° 22, 1922, N° 4, 10, 11.

2. V. LEWE, Pilzdecken, Berlin, 1926.

3. E. MELAN, Die Durchbiegung einer exzentrisch durch eine Einzellast belasteten Kreisplatte (Eisenbau, 1920, N° 10).

4. K. HAJNAL-KÓNYI, Die Berechnung von kreisförmig begrenzten Pilzdecken, Berlin, 1929.

5. A. FÖPPL, Die Biegung einer kreisförmigen Platte, Sitzungsbericht der Akad. München, 1912, S. 155.

A. u. L. FÖPPL, Drang und Zwang, Bd. I, 2. Aufl., 1924.

wichtigen Spezialfällen zu berechnen. Die seiner Arbeit beigefügten Zahlentafeln erleichtern die praktische Anwendung.

III. — Es gibt aber sehr viele praktisch wichtige Stützungsbedingungen und Belastungsfälle, welche einer praktisch verwertbaren, exakten Lösung nicht zugänglich sind. Dann leistet die Methode der Differenzgleichungen in Verbindung mit der Methode der elastischen Gewebe von Herrn H. Marcus sehr gute Dienste. Es muss hier hervorgehoben werden, dass diese Methoden zur unmittelbaren Anwendung durch den Konstrukteur ebensowenig geeignet sind wie viele sehr verwickelte Lösungsformeln der strengen Theorie dünner Platten. Ihre Bedeutung beruht vielmehr darauf, dass sie zur Prüfung und Korrektur der rohen Annahmen in vereinfachten Berechnungsvorschriften bequem herangezogen werden können. (Die Arbeiten von Nielsen und Marcus.)

III, IV. — Bei der Berechnung der Säulen einer Pilzdecke wird die ungünstigste (gleichförmig verteilte) Belastung nach dem in Abb. 10 veranschaulichten Schema angenommen. Dem gegenüber zeigt Abb. 11 die ungünstigste Belastung für die positiven Biegemomente in der Mitte der Plattenfelder. Die grössten negativen Biegemomente in der Deckenplatte rings um die Säulenköpfe finden infolge einer totalen Belastung der betreffenden Decke statt.

Wenn man auf eine genauere Berechnung an Hand der Lösungen und Zahlentafeln von Lewe verzichten muss, so gibt die in meinem Berichte kurz skizzierte Methode des stellvertretenden Rahmens, welche besonders von Marcus entwickelt worden ist, eine gute Annäherung.

Als Beispiel einer Berechnung in erster Annäherung wurde endlich die Methode angeführt, welche in den Ver. Staaten von Amerika seiner Zeit als Grundlage für amtliche Vorschriften gedient hat. Diese gewissermassen « theoretisch-empirische » Methode beruht auf einfachen Betrachtungen des Gleichgewichts der äusseren und inneren Kräfte in einem Oktanten eines quadratischen Deckenfeldes (Abb. 13), als einem System von doppelter Symmetrie. Die Verallgemeinerung der Anwendung des Hauptergebnisses: $M_0 = M_{(-)} + M_{(+)}$ auf rechteckige Plattenfelder dürfte aber nur dann als genügend angenähert gelten, wenn das Seitenverhältnis $a : b$ nicht viel von 1 abweicht.

Traduction.

I. — L'utilisation pratique des dalles à champignon nécessite une étude aussi précise que possible de leur régime de tensions et de déformations, en faisant intervenir le coefficient de sécurité et pour chaque mode possible d'application des charges. Dans mon rapport, je me suis efforcé de montrer l'état actuel du problème que constitue le calcul rationnel des dalles à champignon. Quelques travaux intéressants m'ont certainement échappé et je serai heureux de prendre connaissance des communications que feront MM. les Congressistes à ce sujet. Je dois toutefois signaler que certaines théories approchées et certaines méthodes de calcul basées sur ces théories doivent laisser place à des méthodes reposant sur des bases plus exactes. Ce sont ces dernières que nous avons principalement étudiées.

Dans l'Introduction de mon rapport, j'ai attiré l'attention sur les nombreuses

difficultés que présente la solution complète et exacte du problème et qui sont les suivantes :

1° La connexion rigide entre les colonnes et les dalles.

Elle a pour conséquence, dans le cas des charges dissymétriques, que la flexion des dalles dépend étroitement de la déformation des poteaux ; si l'on considère le plancher lui-même comme une dalle isotrope élastique mince, la solution de l'équation classique de la flexion d'après Lagrange est rendue considérablement plus difficile, par suite de ce soutènement superficiel statiquement indéterminé.

2° La flexibilité variable de la dalle et l'influence des chapiteaux couronnant les colonnes.

Les différences de rigidité dans des tranches élémentaires d'orientations différentes sont négligeables, en pratique, dans le stade I ; il n'en est toutefois pas toujours de même dans le stade II, d'après lequel se trouve défini le coefficient de sécurité. Le chapiteau forme un soutènement élastique plan, pour les parties du plancher qui subiraient sans lui des efforts très élevés.

3° Le changement dans la rigidité au moment du passage dans le stade II complique le problème, étant donné que la nouvelle valeur réduite de la rigidité ne se rapporte qu'à certaines zones du plancher. Il en résulte que le plancher se comporte en quelque sorte comme une dalle hétérogène, constituée par des parties de différentes épaisseurs.

Les essais effectués jusqu'à maintenant en Allemagne (Dresde et Stuttgart) conduisent toutefois à ce résultat surprenant que, avec une approximation assez bonne, on peut admettre pour le stade II également, une relation linéaire entre les fléchissements (ou les déformations) et les valeurs des charges (ou tensions). La figure 1 met en évidence cette relation ; les fléchissements w sont portés en abscisses et les efforts (moments fléchissants) en ordonnées.

J'estime que le développement ultérieur de la théorie des dalles-champignons sera basé sur cette relation.

II. — Les théories et méthodes de calcul présentées jusqu'à maintenant concernent principalement le stade I et ont pour but de permettre le calcul des tensions effectives qui se trouvent mises en jeu par suite de l'application de la charge utile. Dans ce cas, on peut négliger les différences de rigidité provenant des sections différentes des armatures et on en arrive à employer la théorie classique des dalles isotropes minces.

Les solutions correspondant au cas d'une charge absolument uniforme, répartie sur une dalle illimitée, avec appuis disposés ainsi que le montre la figure 2, ont déjà été exposées par Lavoine, en 1872, dans un travail à moitié oublié ; les résultats sont groupés dans les formules 3 à 7. Les valeurs des moments calculés d'après ces formules sont représentées par les figures 3 et 4.

Nous sommes redevables au D^r Lewe^{1, 2} (p. 190) de la solution correspondant au cas très intéressant que représente la figure 5. Le D^r Lewe a d'ailleurs établi des tables, tant pour ce cas que pour d'autres.

Les solutions qui précèdent ne sont plus valables pour des parties de la dalle qui reposent sur des murs de soutènement de pourtour. Dans ce dernier cas, de nombreux travaux cités dans le rapport donnent soit des solutions com-

plètes, soit des résultats partiels qui peuvent être mis à contribution pour la solution des problèmes indiqués sur la figure 6.

La figure 7 et la formule 8, d'une part, la figure 8 et les formules 9 et 10, d'autre part, constituent des exemples intéressants de solutions particulières. Il faut ajouter ici que M. E. Melan a trouvé une formule ³ équivalente à la solution 9.

Dans le cas d'un appui libre de la périphérie circulaire d'une dalle-champignon, la solution de Michell-Melan ne peut évidemment pas être employée. C'est pourquoi M. Hajnal-Kónyi ⁴ s'est basé sur la solution de Föppl ⁵ présentée sous la forme d'une série de Fourier, pour calculer dans certains cas spéciaux de la pratique, les réactions sur les appuis et les moments fléchissants. Les tableaux annexés à son étude en facilitent l'emploi pratique.

III. — Il existe toutefois, dans la pratique, de nombreux cas de charge et d'appui intéressants qui ne sont pas susceptibles de recevoir une solution pratique exacte. Ici, la méthode des équations à différences finies rend d'excellents services, en liaison avec la méthode du tissu élastique de M. H. Marcus. Il importe d'ailleurs de signaler ici que ces méthodes se prêtent mal à une utilisation par le constructeur lui-même; il en est de même des nombreuses formules compliquées de la théorie exacte des plaques minces. Leur intérêt provient plutôt de ce qu'elles permettent le contrôle des hypothèses sur lesquelles sont basées les prescriptions simplifiées concernant le calcul pratique.

III. IV. Pour le calcul des poteaux d'un plancher-champignon, on suppose le cas le plus dangereux (charge uniformément répartie), suivant le schéma de la figure 10. La figure 11 indique la répartition de charge la plus dangereuse, pour des moments fléchissants positifs dans le milieu des panneaux. Les moments négatifs maxima tout autour de la tête du poteau se manifestent lorsque l'on charge toute la surface du plancher.

Si l'on ne peut pas effectuer un calcul plus exact, en se basant sur les solutions et sur les tableaux de Lewe, on pourra adopter la méthode des cadres suppléants, indiquée brièvement dans mon rapport et qui conduit à une bonne approximation; cette méthode a été particulièrement développée par M. Marcus.

On a enfin choisi, à titre d'exemple d'un calcul de première approximation, la méthode qui a, en son temps, servi de base à l'établissement des Règlements Officiels aux États-Unis. Cette méthode, que l'on peut considérer à la fois comme théorique et empirique, repose sur les considérations simples de l'équilibre des tensions extérieures et intérieures dans la huitième partie du panneau

1. V. LEWE, Die Lösung des Pilzdeckenproblems durch Fouriersche Reihen. Bauingenieur, 1920, N° 22, 1922, N° 4, 10, 11.

2. V. LEWE, Pilzdecken, Berlin, 1926.

3. E. MELAN, Die Durchbiegung einer exzentrisch durch eine Einzellast belasteten Kreisplatte (Eisenbau, 1920, N° 10).

4. K. HAJNAL-KÓNYI, Die Berechnung von kreisförmig begrenzten Pilzdecken, Berlin, 1929.

5. A. FÖPPL, Die Biegung einer kreisförmigen Platte, Sitzungsbericht der Akad. München, 1922, S. 155.

A. et L. FÖPPL, Drang und Zwang, vol. I, 2^e édition, 1924.

carré (figure 13), considéré comme constituant un système de double symétrie. Toutefois, la généralisation de l'emploi du résultat principal

$$M_0 = M_{(-)} + M_{(+)}$$

aux dalles rectangulaires ne doit être considérée comme donnant une approximation suffisante que lorsque le rapport entre les deux dimensions du rectangle ne s'écarte pas trop de l'unité.

Dr. M. RITTER,

Professor an der Eidgenössischen Technischen Hochschule, Zürich.

Die Versuche von Herrn Prof. Gehler mit rechteckigen, allseitig aufliegenden Eisenbetonplatten gewähren einen trefflichen Einblick in das statische Verhalten dieser Konstruktionen; die Deutung der Versuchsergebnisse wird durch die Einführung der verschiedenen Kennziffern wesentlich erleichtert.

Von besonderer Wichtigkeit erscheinen mir die Kennziffern für die Einsenkung in Plattenmitte. Im Stadium I verhalten sich die kreuzweise bewehrten Platten praktisch wie isotrope Platten. Im Stadium II (Stadium der Rissebildung) steigt die Kennziffer der Einsenkung unvermittelt auf den sieben- bis neunfachen Betrag an. Diese grosse Zunahme der Kennziffer der Einsenkung lässt sich durch die Abminderung der Trägheitsmomente durch die Rissebildung des Betons allein nicht erklären und ist auch bei den vergleichsweise geprüften Plattenstreifen nicht vorhanden. Es ist wohl zu beachten, dass die bedeutende Zunahme der Kennziffer der Einsenkung bereits bei einer Belastung erfolgt, bei der die Eisenspannungen noch weit unterhalb der Fließgrenze liegen. Für die Zunahme der Kennziffer der Einsenkung gibt es zwei verschiedene Erklärungsmöglichkeiten: Entweder kommt darin die sogenannte Membranwirkung der Platte zum Ausdruck oder die Ursache liegt in der Verminderung der Drillungssteifigkeit der Platte durch die Rissebildung. Es ist darauf hinzuweisen, dass sich die beobachteten Durchbiegungen aus der Abminderung der Trägheitsmomente im Verein mit der Verkleinerung der Drillungssteifigkeit infolge der Rissebildung zwanglos erklären lassen und für eine Membranwirkung meines Erachtens keine Anhaltspunkte vorliegen. Die Membranwirkung ist im Bruchstadium der Platte vielleicht vorhanden, ist jedoch ohne Bedeutung für die überraschend grosse Änderung der Kennziffer der Durchbiegung im Stadium II.

Traduction.

Les essais effectués par M. le Professeur Gehler sur des dalles de béton armé rectangulaires, reposant sur leurs quatre côtés, permettent d'obtenir une représentation remarquable du comportement statique de ces éléments de construction. L'interprétation des résultats fournis par ces essais est d'ailleurs largement facilitée par l'introduction des différentes grandeurs caractéristiques considérées.

A mon avis, les caractéristiques de fléchissement au centre de la dalle sont d'une importance toute particulière. Dans la phase I, les dalles armées en croix se comportent pratiquement comme des dalles isotropes. Dans la phase II (phase de fissuration), les valeurs de la caractéristique de fléchissement montent brusquement jusqu'à atteindre le rapport 7 ou 9. La diminution que subit le moment d'inertie par suite de la formation des fissurations dans le béton ne peut pas suffire, à elle seule, pour justifier cette considérable augmentation de la caractéristique de fléchissement, qui n'a d'ailleurs pas été constatée dans les essais comparatifs effectués sur des tranches. Il est à remarquer que cette importante augmentation de la caractéristique de fléchissement se manifeste lorsque l'on atteint une charge pour laquelle les contraintes des fers d'armature se trouvent encore notablement au-dessous de la limite d'écoulement. Deux thèses différentes se présentent pour expliquer cette augmentation : il s'agit soit d'une mise en jeu de l'effet dit « de membrane », soit d'une réduction de la rigidité de la dalle à la torsion sous l'influence de la formation des fissures. Il est à observer à ce sujet que les flèches observées peuvent en effet s'expliquer aisément par l'intervention simultanée des influences résultant de la diminution des moments d'inertie et de l'affaiblissement de la rigidité de torsion de la dalle. A mon avis, il n'y a pas lieu d'envisager une intervention de l'effet de membrane. Cette influence se manifeste peut-être dans la phase de rupture de la dalle ; toutefois, elle n'intervient pas dans la variation extrêmement importante qu'accuse la caractéristique de fléchissement dans la phase II.

II 3

THÉORIE DES DALLES A CHAMPIGNON

THEORIE DER PILZDECKEN

THEORY OF « MUSHROOM » SYSTEMS

Dr. M. T. HUBER,

Professeur à l'École Polytechnique, Varsovie.

Voir aussi « Publication Préliminaire », p. 249. — *Siehe auch « Vorbericht », S. 249.*

See also « Preliminary Publication », p. 249.

Im Vorbericht findet man (S. 188) folgende Behauptung des Herrn Kollegen Gehler : « Bei den Platten besteht Einigkeit darüber, dass sie unterhalb der Risslast (Stadium I) als homogene und isotrope Platten wirken. » Es handelt sich hier gewiss um eine Feststellung, welche den seiner Zeit in Stuttgart und jetzt in Dresden ausgeführten Versuchen praktisch gut entspricht. Wenn man aber bedenkt, dass die Unterschiede der beiden Biegesteifigkeiten

$$B_1 (= E_x' \cdot J_x); \quad B_2 (= E_y' \cdot J_y);$$

bei allen Versuchen nur verhältnismässig klein waren und dabei nur die

Wirkung praktisch gleichförmig verteilter Belastung untersucht worden ist, so konnte auch auf theoretischem Wege vorausgesehen werden, dass eine strengere Berechnung an Hand der Theorie orthotroper Platten nur praktisch unmerkliche Unterschiede aufweisen wird. Geht man aber zu grösseren Unterschieden von B_1 und B_2 über, und berücksichtigt man dabei noch den praktisch sehr wichtigen Fall einer Einzellast, so muss man zu der Ueberzeugung gelangen, dass die angeführte Behauptung nur als eine angenäherte, allgemeine Regel mit wichtigen Ausnahmen gelten darf. Ich werde dieses an zwei einfachen durchgerechneten Beispielen demonstrieren.

Zuvor will ich bemerken, dass in der vollständigen Biegungsgleichung einer orthotropen Platte, welche in meinem Berichte als Formel (2) angeführt worden ist, der Beiwert H des mittleren Gliedes aus drei Summanden besteht und zwar :

$$H = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_1}{m_2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{B_2}{m_1} + 2 C ;$$

in der entsprechenden Gleichung (13) des Gehler'schen Berichtes fehlt der dritte Summand, d. h. die Platten-Drillungssteifigkeit $2 C$; wahrscheinlich deshalb, weil ich mich in meiner ersten Veröffentlichung darüber im J. 1914 (Zeitschrift d. österr. Ing. u. Arch. Ver.) geäussert habe, dass im Stadium II diese Grösse praktisch verschwinden dürfte.

Die Ergebnisse der seit dieser Zeit in Deutschland durchgeführten Versuche scheinen aber zu bezeugen, dass diese Vorsicht, welche auch der leider nicht mehr lebende Prof. Leitz geteilt hatte, etwas übertrieben war. Man dürfte vielmehr annehmen, dass bei steigender Belastung der Platte der Abminderung der Werte von B_1 u. B_2 , die Abminderung des Wertes von C gleichen Schritt hält. Demgemäss wird man für das Stadium I mit grosser Genauigkeit $H^2 = B_1 \cdot B_2$ ansetzen können, um die Berechnung nach der strengen Theorie orthotroper Platten zu vereinfachen. Danach habe ich folgende zwei Fälle durchgerechnet :

1. Die gleichförmig total belastete Platte (Abb. 1) für den Wert $\varepsilon = 1$ des reduzierten Seitenverhältnisses

$$\varepsilon = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{B_2}{B_1}}$$

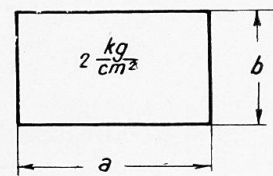


Fig. 2.

(Freie Auflagerung der Ränder, Ecken fest). In der Plattenmitte gelten allgemein die Formeln für die beiden Biegemomente :

$$M_1 = \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} \left(\nu_{11} + \nu_{22} \frac{1}{m_2} \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} \right) q \cdot b^2$$

$$M_2 = \sqrt{\frac{B_2}{B_1}} \left(\nu_{22} + \nu_{11} \frac{1}{m_1} \sqrt{\frac{B_2}{B_1}} \right) q \cdot b^2$$

Die Zahlengrössen ν sind Funktionen von ε , deren Werte in einer Zahlentafel meiner Arbeit zusammengestellt sind.

Für $\varepsilon = 1$ ist :

$$\nu_{11} = \nu_{22} = 0,0368 = \frac{1}{27,2};$$

a) Im Falle $B_1 = B_2$ ist dann $a = b$ (quadratische isotrope Platte) und bei Annahme $m_1 = m_2 = 6$ wird :

$$M_1 = M_2 = 0,0429 q a^2 = \frac{1}{23,3} q b^2;$$

b) Im Falle $B_2 = 2B_1$, $\varepsilon = 1$ wird : $a = 0,841 b$
folglich :

$$M_1 = 0,0291 q b^2 = \frac{1}{34,4} q b^2 = 0,0411 q a^2 = \frac{1}{24,3} q a^2$$

$$M_2 = 0,0455 q b^2 = \frac{1}{22,0} q b^2$$

Wenn also die Biegesteifigkeit B_1 um 50% kleiner ist als B_2 , so wird dadurch die Grösse des Zahlenbeiwertes für M_1 um ca. 5% verkleinert und für M_2 um ebensoviel vergrössert.

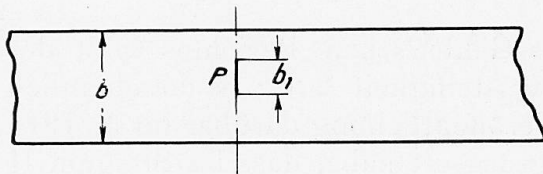


Fig. 1.

2. Lange Platte von der Spannweite b frei aufgelagert.

Die Einzellast P in der Plattenmitte dargestellt durch linienförmige Belastung

einer kurzen Strecke b_1 . Für die massgebenden Momente an der belasteten Stelle gelten die Formeln :

$$M_1 = \alpha_1 \cdot \psi \cdot P$$

$$M_2 = \alpha_2 \cdot \psi \cdot P$$

für	$\frac{b_1}{b} =$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{24}$
ist	$\psi =$	0,273 ₃	0,337 ₀	0,351 ₇

α_1, α_2 sind abkürzende Bezeichnungen für theoretische Zahlenbeiwerte

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{\frac{B_1}{B_2}} \left(1 + \frac{1}{m_2} \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} \right); \quad \alpha_2 = \sqrt[4]{\frac{B_2}{B_1}} \left(1 + \frac{1}{m_1} \sqrt{\frac{B_2}{B_1}} \right);$$

die Ausrechnung mit den Werten $m_1 = m_2 = 6$ liefert folgende kleine Zahlentafel :

$\frac{B_1}{B_2} =$	3	2	1	1/2	1/3
$\alpha_1 =$	1,696	1,469	1,167	0,940	0,833
$\alpha_2 =$	0,833	0,940	1,167	1,469	1,696

Dieser Tafel ist zu entnehmen, dass, wenn z. B. die Biegungsfestigkeit B_1 um 50 % kleiner ist als B_2 (d. h. $B_2 = 2B_1$), dadurch die Grösse des Zahlenwertes für M_1 um ca. 20 % verkleinert, dagegen für M_2 um ca. 26 % vergrössert wird. Der Einfluss der ungleichen Biegungssteifigkeiten ist jetzt offenbar bereits so bedeutend, dass es auch praktisch nicht zulässig wäre, die Platte als isotrop zu behandeln.

Aus derartigen Rechnungen findet man immer, dass die beiden Biegungs-momente sich gewissermassen den Biegungssteifigkeiten anpassen.

Traduction.

Dans son Rapport Préliminaire (voir p. 224), notre collègue, M. Gehler, s'exprime de la manière suivante : « Pour les dalles on admet, d'une manière unanime, qu'au-dessous de la charge de fissuration (phase 1), elles se comportent comme dalles homogènes, ou isotropes. » Cette opinion correspond pratiquement bien aux essais effectués à cette époque à Stuttgart et actuellement à Dresde. Si l'on considère toutefois que la différence entre les deux rigidités

$$B_1 (= E'_x \cdot J_x) \quad \text{et} \quad B_2 (= E'_y \cdot J_y)$$

a toujours été relativement faible dans tous les essais et que, en outre, on a seulement étudié l'influence d'une charge pratiquement répartie uniformément, on pourrait également prévoir d'après des considérations d'ordre théorique, qu'un calcul plus rigoureux, basé sur la théorie des dalles orthotropes, ne conduirait qu'à des écarts pratiquement insensibles. Or, si l'on fait intervenir des différences plus importantes entre B_1 et B_2 et si l'on tient en outre compte du cas extrêmement intéressant en pratique que constitue une charge localisée, on en arrive à cette opinion que le point de vue ainsi exprimé ne constitue qu'une règle approchée et générale, comportant des exceptions intéressantes. Je me propose de développer cette opinion en l'appuyant sur deux exemples simples.

Tout d'abord, je remarquerai que dans l'équation de flexion complète d'une dalle orthotrope, qui figure comme formule (2) dans mon rapport (p. 249), le coefficient H qui entre dans le deuxième terme est la somme de trois éléments et que l'on a :

$$H = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_1}{m_2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{B_2}{m_1} + 2 C$$

Dans l'équation (13) correspondante du rapport de M. Gehler (p. 229), le troisième terme de la somme ci-dessus manque, ce terme représentant la rigidité de torsion de la dalle, $2 C$; il faut attribuer ce fait, vraisemblablement, à ce que, dans ma première publication à ce sujet, en 1914 (Zeitschrift d. österr. Ing. u. Arch. Ver.) j'ai indiqué que dans la phase II, cette quantité peut pratiquement disparaître.

Les résultats des essais qui ont été effectués depuis en Allemagne semblent toutefois montrer que cette manière de voir, que le regretté professeur Leitz avait d'ailleurs partagée, est quelque peu exagérée. Il conviendrait plutôt d'admettre que pour une augmentation de la charge, la diminution des valeurs de

B_1 et de B_2 s'accompagne d'une diminution corrélative de C . Par suite, on pourra poser avec une bonne précision, pour la phase II :

$$H^2 = B_1 \cdot B_2$$

afin de simplifier le calcul tel qu'il résulte de la théorie rigoureuse des dalles orthotropes. Sur ces bases, j'ai effectué les calculs pour les deux cas suivants :

1. — Cas d'une dalle chargée entièrement et uniformément (figure 1).

Pour la valeur $\varepsilon = 1$ du coefficient réduit :

$$\varepsilon = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{B_2}{B_1}}$$

(appui libre sur les bords, rigide aux angles). Au milieu de la dalle sont applicables d'une manière générale les formules concernant les deux moments fléchissants :

$$M_1 = \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} \left(\nu_{11} + \nu_{22} \frac{1}{m_2} \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} \right) q \cdot b^2$$

$$M_2 = \sqrt{\frac{B_2}{B_1}} \left(\nu_{22} + \nu_{11} \frac{1}{m_1} \sqrt{\frac{B_2}{B_1}} \right) q \cdot b^2$$

les ν étant des fonctions de ε dont les valeurs sont indiquées dans un tableau que j'ai établi.

Pour $\varepsilon = 1$

$$\nu_{11} = \nu_{22} = 0,0368 = \frac{1}{27,2}$$

a. — Dans le cas où $B_1 = B_2$ on a alors $a = b$ (dalle carrée isotrope) et en admettant que $m_1 = m_2 = 6$, on a :

$$M_1 = M_2 = 0,0429 q a^2 = \frac{1}{23,3} q b^2.$$

b. — Dans le cas où $B_2 = 2 B_1$, $\varepsilon = 1$, on a : $a = 0,841 b$ d'où il résulte :

$$M_1 = 0,0291 q b^2 = \frac{1}{34,4} q b^2 = 0,0411 q a^2 = \frac{1}{24,3} q a^2$$

$$M_2 = 0,0455 q b^2 = \dots\dots\dots = \frac{1}{22,0} q b^2.$$

Si donc la rigidité de flexion B_1 est égale à la moitié de B_2 la valeur du coefficient numérique correspondant à M_1 diminue d'environ 5% et celui qui correspond à M_2 augmente d'autant.

2. — Cas d'une dalle de grande longueur ayant un appui libre sur sa largeur b .

La charge localisée dans le milieu de la dalle est représentée par un élément

linéaire de charge ayant une faible longueur b_1 . En ce qui concerne les moments principaux, on a les relations :

$$M_1 = \alpha_1 \psi P \quad M_2 = \alpha_2 \psi P$$

dans lesquelles ψ est donné en fonction de $\frac{b_1}{b}$ par le tableau suivant :

$\frac{b_1}{b}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{24}$
ψ	0,2733	0,3370	0,3517

α_1 et α_2 désignant par ailleurs les coefficients théoriques suivants :

$$\alpha_1 = \sqrt[4]{\frac{B_1}{B_2}} \left(1 + \frac{1}{m_2} \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} \right) \quad \alpha_2 = \sqrt[4]{\frac{B_2}{B_1}} \left(1 + \frac{1}{m_1} \sqrt{\frac{B_2}{B_1}} \right)$$

En effectuant les calculs avec $m_1 = m_2 = 6$, on arrive au tableau suivant :

$\frac{B_1}{B_2}$	3	2	1	1/2	1/3
α_1	1,696	1,469	1,167	0,940	0,833
α_2	0,833	0,940	1,167	1,469	1,696

On peut conclure de ce tableau que si, par exemple, la rigidité de flexion B_1 est égale à la moitié de B_2 la valeur du coefficient numérique correspondant à M_1 se trouve réduite d'environ 20 %, tandis que celle du coefficient qui correspond à M_2 est augmentée d'environ 26 %. L'influence de l'inégalité des rigidités de flexion devient déjà si nettement importante qu'il ne serait plus possible, même pour les besoins de la pratique, de traiter la dalle comme isotrope.

De tels calculs montrent toujours que les deux moments fléchissants s'adaptent dans une certaine mesure aux rigidités de flexion.

Participant à la discussion.

Diskussionsteilnehmer.

Participant in the discussion.

R. MAILLART,

Genève.

Afin de soulager les sommiers que l'on jugeait indispensables au commencement du siècle, on imagina entre autres d'en multiplier le nombre en les disposant, non seulement dans les deux sens principaux, mais aussi dans celui des diagonales (Fig. 1). Très onéreux au point de vue coffrage, ce genre de

construction n'a pas duré, mais la même idée est certainement à l'origine de la construction américaine des dalles-champignons. En exagérant la largeur des poutres au profit d'une réduction de leur hauteur, les espaces triangulaires compris entre ces poutres finissent par disparaître. La dalle qui en résulte est



Fig. 1.

formée de tranches orientées et armées dans les quatre directions principales (Fig. 2). Ce système n'a été connu en Europe qu'après la parution, en 1909, de l'ouvrage de Turner : « Concrete Steel Construction ».

Par l'emploi de plaques de grande portée, toujours préférable au système

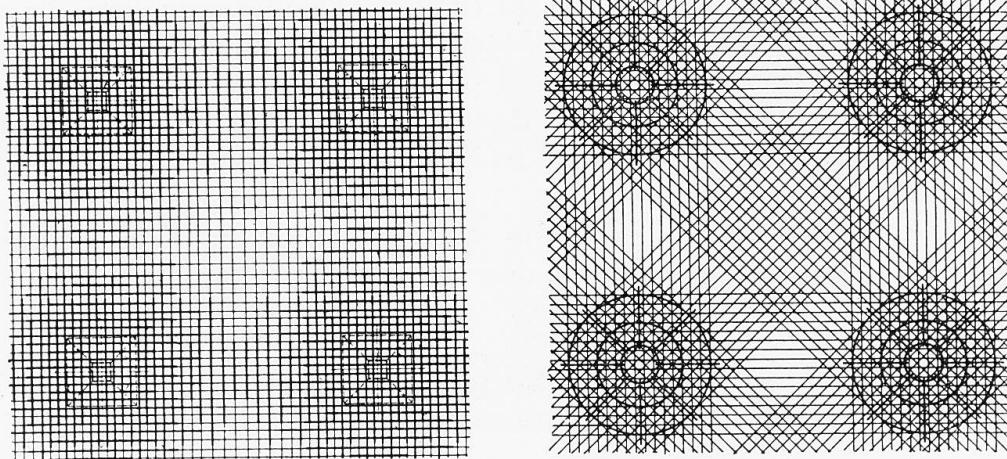


Fig. 2.

des nervures multiples, je fus conduit à la conclusion que la dalle en béton armé pouvait et devait être considérée elle-même comme un élément constructif, contrairement aux théories habituelles, copiées de la construction en bois ou en fer, et traitant la dalle comme une juxtaposition d'éléments en forme de poutres. Dès lors, l'emploi d'une dalle placée directement sur des colonnes sans l'intermédiaire de poutres pouvait donner des résultats intéressants.

J'admis à priori que deux directions d'armatures devaient suffire pour supporter les fléchissements en tous sens, puisqu'il est possible d'armer obliquement

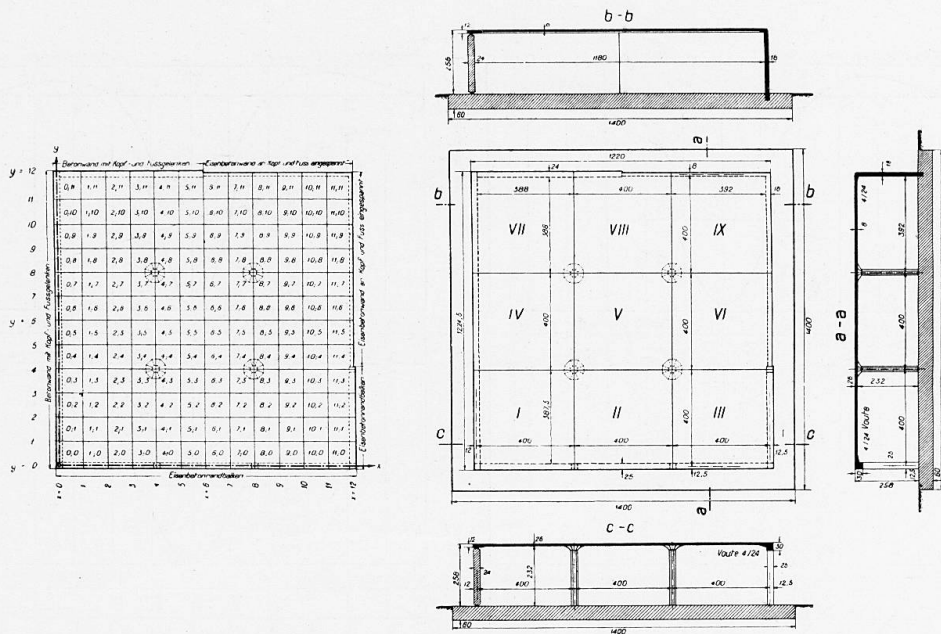


Fig. 3. — Mur de béton avec articulations en tête et en pied = Betonwand mit Kopf- und Fussgelenken = Concrete wall with joints at top and bottom.
 Mur de béton armé avec encastrement en tête et en pied = Eisenbetonwand an Kopf und Fuss eingespannt = Reinforced concrete wall fixed at top and bottom.
 Poutre d'angle en béton armé = Eisenbetonrandbalken = Reinforced concrete angle beam.

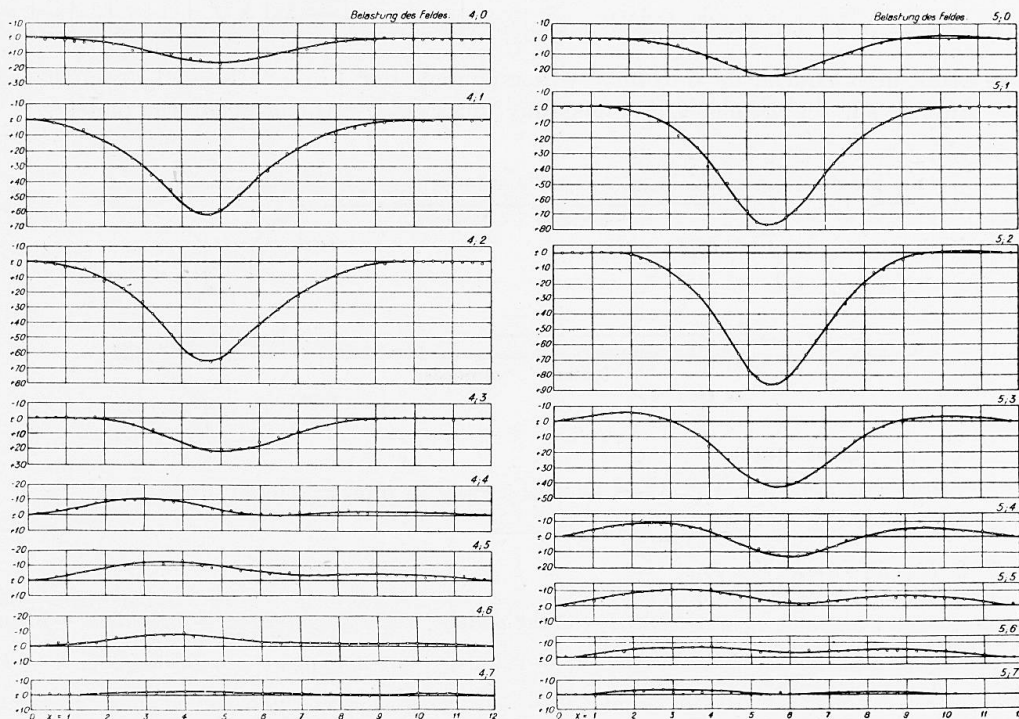


Fig. 4. — Charge sur le panneau = Belastung des Feldes = Loading of the panel.

une dalle portant sur deux appuis parallèles, en utilisant le métal déployé, par exemple. Cette conception, qui supprime la nécessité de faire courir les arma-

tures d'une tête de pilier à l'autre, constitue la différence fondamentale entre ce système et celui qui est préconisé en Amérique.

Dans le seul but de pouvoir juger de la tenue générale d'une telle construc-

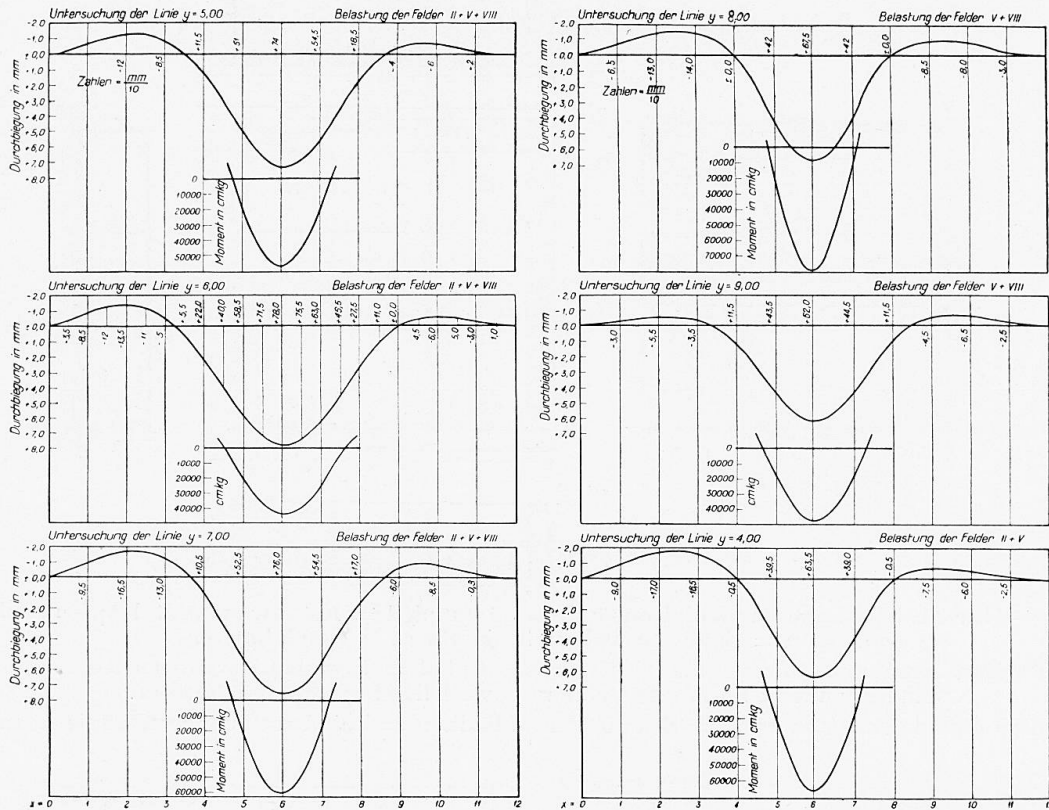


Fig. 5. — Étude de la courbe de flexion = Untersuchung der Linie = Investigation of the lines. Charge sur les panneaux = Belastung der Felder = Loading of the panels.

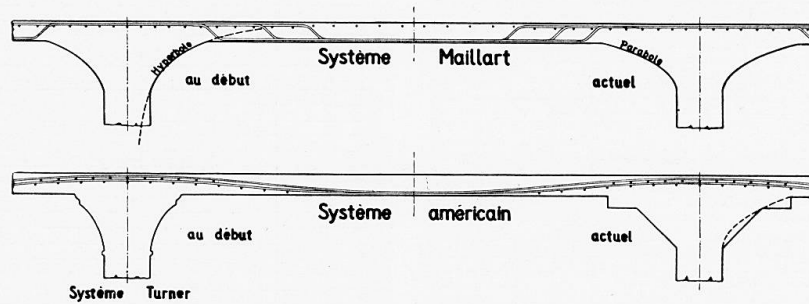


Fig. 6. — Flèche en mm. = Durchbiegung in mm. = Deflection in mm.

Suite de la légende de la fig. 7.

Sens l_1 — Richtung l_1 — Direction l_1 ; d s'axe colonne — in Säulenaxe — in column axis; au quart — im Viertel — at a quarter; au milieu — in der Mitte — in the middle; Panneau intérieur — Innenfeld — Inner panel; Panneau extérieur — Aussenfeld — outer panel.

Moments positifs de la dalle par unité de largeur — Positive Plattenmomente pro Breitereinheit — Positive moments of the slab per unit width.

Remarque : Dans le cas où la dalle repose sur un de ses côtés, on appliquera les coefficients moyens α_q et β_q —

Bemerkung : Falls die Platte auf einer ihrer Seiten aufliegt, wird man die mittleren Koeffizienten α_q und β_q anwenden — Remark ; If the slab rests on one of its sides, the mean coefficients α_q and β_q are used

Moments neg. au pourtour des têtes — Neg. Momente am Umfang der Säulenköpfe — Negative moments at the periphery of the heads of columns.

Moment d'encastrement au droit de la colonne extérieure — Einspann-Moment an der Aussensäule — Fixing moment to the right of the outer column.

Moments de la colonne extérieure A — Moment der äussern Säule A — Moments of the outer column A.

Formules pour le Calcul des planchers sans nervures Système Maillart.						
	Dimensions			Remarques		
	Dalle			g = poids mort de la dalle p.m ²		
	l_1	$\frac{l_2}{l_1}$	$\frac{l_2}{l_1}$	p = surcharge accid. ^{le} " "		
	h	$\frac{h^3}{12}$	$d_1^3 \frac{l_2}{12 l_1}$	$\frac{h^3}{12} \frac{l_1}{l_2}$		
	Têtes des Colonnes			Valeurs limites des rapports		
	v_1	$\frac{v_1}{l_1}$	v_2	$\frac{l_2}{l_1} \geq 0,5$ $\frac{v_1}{l_1} \geq 0,5$		
	Colonnes			Quand les 4 colonnes A et B ont les mêmes dimensions on a $C^A = C^B$, d'où $C_1 = C_1^B$ et $C_2 = C_2^B$.		
	$C_1^A = \frac{J_1^A}{t^3} + \frac{J_1^B}{t^3}$	$C_2^A = \frac{J_2^A}{t^3} + \frac{J_2^B}{t^3}$	$C_1^B = \frac{J_1^B}{t^3} + \frac{J_1^A}{t^3}$	$C_2^B = \frac{J_2^B}{t^3} + \frac{J_2^A}{t^3}$		
	$C_1 = \frac{1}{2} [C_1^A + C_1^B]$	$C_2 = \frac{1}{2} [C_2^A + C_2^B]$				
	Coefficient			La hauteur minimum d'une tête de colonne est donnée par la formule		
$k_1 = 25 + 60 \frac{v_1}{l_1}$	$k_2 = 25 + 60 \frac{v_2}{l_2}$	$i = \frac{l_1 l_2 [g + p]}{\tau}$ min τ pour tour colonne				
Moments Fondamentaux			τ = effort de cisaillement admissible			
$M_1^g = \frac{1}{k_1} \cdot g l_1^2$	$M_2^g = \frac{1}{k_2} \cdot g l_2^2$					
$M_1^p = \frac{1}{k_1} \cdot p l_1^2$	$M_2^p = \frac{1}{k_2} \cdot p l_2^2$					
Sens l_1			Sens l_2			
d'axe colonne au quart		au milieu		axe colonne au milieu		
Panneau intérieur			Coefficients n, α, β .			
$n_c = 1,10 + 0,25 \frac{l_2}{l_1}$	$n_q = 1,10 - 0,10 \frac{l_2}{l_1}$	$n_m = 1,10 - 0,50 \frac{l_2}{l_1}$	$n_c = 1,10 + 0,25 \frac{l_1}{l_2}$	$n_q = 1,10 - 0,10 \frac{l_1}{l_2}$	$n_m = 1,10 - 0,50 \frac{l_1}{l_2}$	
$\alpha_c = 1$	$\alpha_q = 1$	$\alpha_m = 1$	$\alpha_c = 1$	$\alpha_q = 1$	$\alpha_m = 1$	
$\beta_c = \frac{170 + 200 \frac{c_1}{d_1} \frac{6l_1}{5l_1 + 2}}{1 + 1,80 \frac{c_1}{d_1} \frac{5l_1 + 2}{2}}$	$\beta_q = \frac{200 + 140 \frac{c_1}{d_1}}{1 + 1,20 \frac{c_1}{d_1}}$	$\beta_m = \frac{230 + 0,60 \frac{c_1}{d_1} \frac{5l_1 + 2}{2}}{1 + 0,40 \frac{c_1}{d_1} \frac{5l_1 + 2}{2}}$	$\beta_c = \frac{170 + 200 \frac{c_2}{d_2} \frac{6l_2}{5l_2 + 1}}{1 + 1,80 \frac{c_2}{d_2} \frac{5l_2 + 1}{2}}$	$\beta_q = \frac{2,00 + 140 \frac{c_2}{d_2}}{1 + 1,20 \frac{c_2}{d_2}}$	$\beta_m = \frac{2,30 + 0,6 \frac{c_2}{d_2} \frac{5l_2 + 1}{2}}{1 + 0,4 \frac{c_2}{d_2} \frac{5l_2 + 1}{2}}$	
Panneau extérieur			Coefficients n, α, β .			
$n_c = 1,10 + 0,25 \frac{l_2}{l_1}$	$n_q = 1,10 - 0,10 \frac{l_2}{l_1}$	$n_m = 1,10 - 0,50 \frac{l_2}{l_1}$	$n_c = 1,10 + 0,25 \frac{l_1}{l_2}$	$n_q = 1,10 - 0,10 \frac{l_1}{l_2}$	$n_m = 1,10 - 0,50 \frac{l_1}{l_2}$	
$\alpha_c = 1 + \frac{1}{2(1 + \frac{c_1}{d_1})}$	$\alpha_q = 1 + \frac{2}{2(1 + \frac{c_1}{d_1})}$	$\alpha_m = 1 + \frac{3}{2(1 + \frac{c_1}{d_1})}$	$\alpha_c = 1 + \frac{1}{2(1 + \frac{c_2}{d_2})}$	$\alpha_q = 1 + \frac{2}{2(1 + \frac{c_2}{d_2})}$	$\alpha_m = 1 + \frac{3}{2(1 + \frac{c_2}{d_2})}$	
$\beta_c = 1 + \frac{1}{1 + 1,5 \frac{c_1}{d_1}}$	$\beta_q = 1 + \frac{2}{1 + \frac{c_1}{d_1}}$	$\beta_m = 1 + \frac{3}{1 + 0,5 \frac{c_1}{d_1}}$	$\beta_c = 1 + \frac{1}{1 + 1,5 \frac{c_2}{d_2}}$	$\beta_q = 1 + \frac{2}{1 + \frac{c_2}{d_2}}$	$\beta_m = 1 + \frac{3}{1 + 0,5 \frac{c_2}{d_2}}$	
Moments positifs de la dalle par unité de longueur						
$M_g = M_1^g \cdot n_c \cdot \alpha_c$	$M_g = M_1^g \cdot n_q \cdot \alpha_q$	$M_g = M_1^g \cdot n_m \cdot \alpha_m$	Remarque : Dans le cas où la dalle repose sur un de ses côtés, on appliquera les coeff's moyens α_q & β_q			
$M_p = M_1^p \cdot n_c \cdot \beta_c$	$M_p = M_1^p \cdot n_q \cdot \beta_q$	$M_p = M_1^p \cdot n_m \cdot \beta_m$				
$M_t = M_g + M_p$			$M_t = \dots$			
Moments neg. au pourtour des têtes			Mom. d'encast. ^t au droit de la colonne ext.			
$M_g = \frac{3}{10} \cdot \frac{1 - 2v_1/l_1}{3 + 8v_1/l_1} \cdot g l_1^2 n_q$	} sens l_1		$M_g^A = \frac{k_1^2}{700} \cdot M_1^g \cdot l_2 (2 - \alpha_q) \frac{C_1^A}{C_1^A + 0,5 C_1^B}$			
$M_p = \frac{3}{10} \cdot \frac{0,7 - v_1/l_1}{3 + 8v_1/l_1} \cdot p l_1^2 n_q \beta_q$			$M_p^A = \frac{k_1^2}{700} \cdot M_1^p \cdot l_2 (3 - \beta_q) \frac{C_1^A}{C_1^A + 0,5 C_1^B}$			
$M_t = -(M_g + M_p)$			Moment total $M_t^A = M_g^A + M_p^A$			
Moments de la colonne ext. ^{ce} A :						
$M_A^t = M_t^A \frac{J_1^A}{t^3 \cdot C_1^A}$; $M_A^t = M_t^A \frac{J_1^B}{t^3 \cdot C_1^A}$						

Fig. 7. — Formules pour le calcul des planchers sans nervures. Système Maillart = Formeln zur Berechnung der unterzugslosen Decken, System Maillart = Formulae for calculating floors without ribs, Maillart system.

Dimensions — Abmessungen — Dimensions; Remarques — Bemerkungen — Remarks; Dalle — Platte — Slab; Tête des Colonnes — Sälenköpfe — Heads of columns; Colonnes — Säulen — Columns; Moments fondamentaux — Fundamentalmomente — Fundamental moments;
 g = Poids mort de la dalle par m² — Ständige Last der Platte pro m² — Dead weight of slab per m².
 p = Surcharge accidentelle — Zufällige Last — Chance load.
 Valeurs limites des rapports — Grenzwerte der Verhältnisse — Limit values of the ratios.
 Quand les 4 colonnes A et B ont les mêmes dimensions on a = Wenn die 4 Säulen A und B die gleichen Abmessungen haben, ist = When the 4 columns A and B have the same dimensions we have
 La hauteur minimum d'une tête de colonne est donnée par la formule — Die minimale Säulen-Kopfhöhe ist durch die Formel gegeben — The minimum height of the head of a column is given by the formula.
 Pourtour colonne — Säulenumfang — Periphery of column.
 Effort de cisaillement admissible — Zulässige Scherspannung — Admissible shearing stress,

Voir suite de la légende page 200.

tion et de sa valeur pratique, et afin d'établir si l'idée valait d'être suivie, je fis exécuter en 1908 un modèle destiné à être chargé jusqu'à la rupture [voir Schweizerische Bauzeitung, 1926, Vol. 87, page 263]. Cet essai initial m'encouragea à poursuivre le problème, sans cependant chercher à établir une théorie, en raison des difficultés résultant de la multiplicité des facteurs entrant en ligne de compte et parmi lesquels je ne citerai que l'influence des chapiteaux et la résistance élastique des piliers. Ainsi, sans vouloir approfondir la question dans son ensemble, mais simplement afin d'acquérir les connaissances nécessaires à la garantie de la sécurité d'ouvrages de ce genre, une nouvelle construction d'essai fut établie (Fig. 3). Elle permettait l'étude d'un panneau normal ainsi que de huit panneaux de rive de conditions différentes

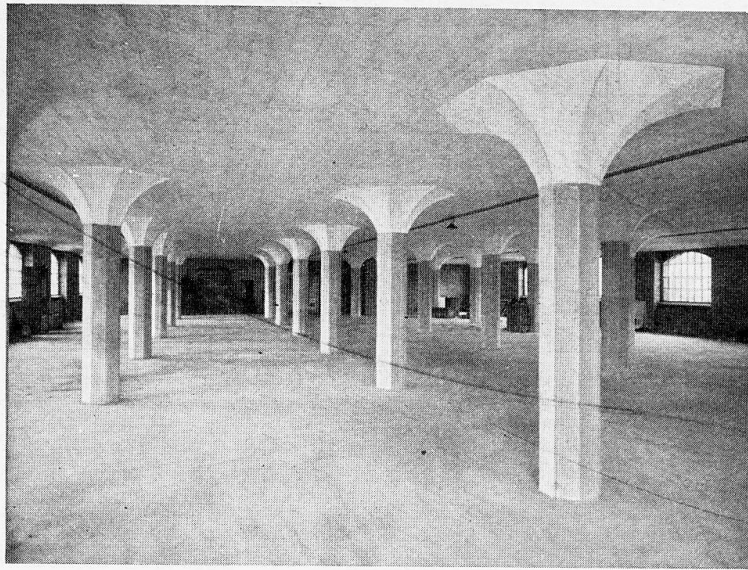


Fig. 8. — Magasin Zurich-Giesshübel.
Lagerhaus Zürich-Giesshübel.
Storehouse, Zurich-Giesshübel.

d'appui : libre, encastré dans un mur ou reposant sur des poutres de rive sur colonnes. Une charge de 1000 kg. pouvait être appliquée en 144 points de la superficie et les inflexions mesurées successivement sur 46 lignes parallèles, à 0,25 m. les unes des autres et comportant chacune 46 points de mesure distants de 0,25 m. (voir Schweizerische Bauzeitung, Fig. 3 et 4). L'essai complet comportait donc environ trois mille déplacements de la charge, donnant autant de lignes d'inflexion dans chaque sens principal. En voici un spécimen (Fig. 4).

Des mesures semblables furent effectuées sur deux poutres-témoins, d'épaisseur et d'armature identiques à celles de la dalle, appuyées librement et bétonnées le même jour. La comparaison de l'intensité des courbures permit ainsi de juger de la fatigue de la dalle. Pour déterminer la fatigue maximum ou minimum en un point quelconque, on n'eut qu'à superposer les résultats de même sens de courbure. Il fut également facile de délimiter les zones nécessitant une armature près de la face supérieure ou inférieure, ou encore près des deux simultanément. La superposition correspondant à la charge

totale de quelques panneaux donne une bonne conception d'ensemble (Fig. 5).

La forme des chapiteaux fut tout d'abord déterminée uniquement dans le but d'éliminer les risques de cisaillement. Afin d'opposer une résistance uniforme aux efforts de cisaillement, le contour devait être une hyperbole, l'une des asymptotes étant dans le plan supérieur de la dalle, l'autre coïncidant avec l'axe de la colonne (Fig. 6). Cependant on reconnut par la suite l'efficacité d'un élargissement des chapiteaux pour diminuer les efforts dans la dalle, et on adopta, tout en conservant l'hyperbole comme minimum, une courbe plus plate, sensiblement parabolique.

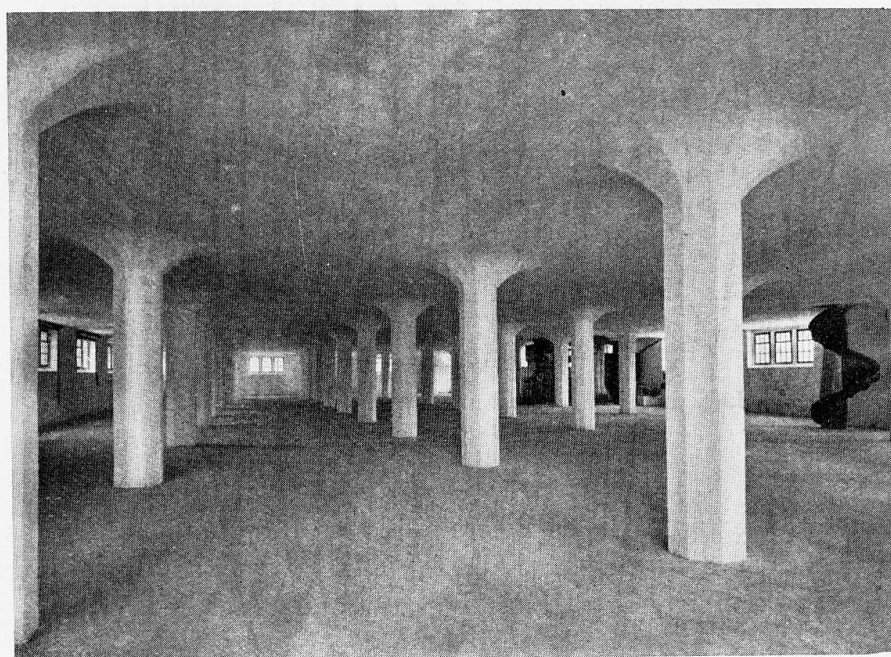


Fig. 9 — Dépôt à grains fédéral à Altdorf = Eidg. Getreidelager, Altdorf.
Federal Grain Stores, Altdorf.

Les armatures furent nettement coudées, afin de les faire travailler au maximum et aux endroits déterminés par les essais et l'expérience.

Le système Turner emploie des chapiteaux à pente plus raide. Les armatures ne comportent aucune courbure prononcée. Pour ces raisons et du fait qu'il existe quatre couches d'aciers sur les colonnes, les éléments inférieurs étant passablement éloignés de la face supérieure, l'armature est nécessairement d'un rendement restreint. D'autre part l'angle vif entre le chapiteau et la dalle provoque des fatigues locales importantes, qui, la position trop basse des armatures aidant, laissent craindre la fissuration au pourtour des chapiteaux. Pour parer à cet inconvénient, les constructeurs américains ont été amenés à intercaler une dalle, disposition qui a également pris pied en Europe.

La silhouette ainsi obtenue est suffisante lorsqu'elle circonscrit la silhouette continue et certes plus rationnelle. Mieux vaudrait donc l'adopter franchement puisqu'elle simplifie le coffrage, supprime du béton inutile et les angles vifs rentrants, toujours indésirables dans une construction en béton, en

raison des fatigues locales qu'ils provoquent. On s'étonnerait certainement de rencontrer pareille silhouette près des appuis d'une poutre, le cas est cependant identique !

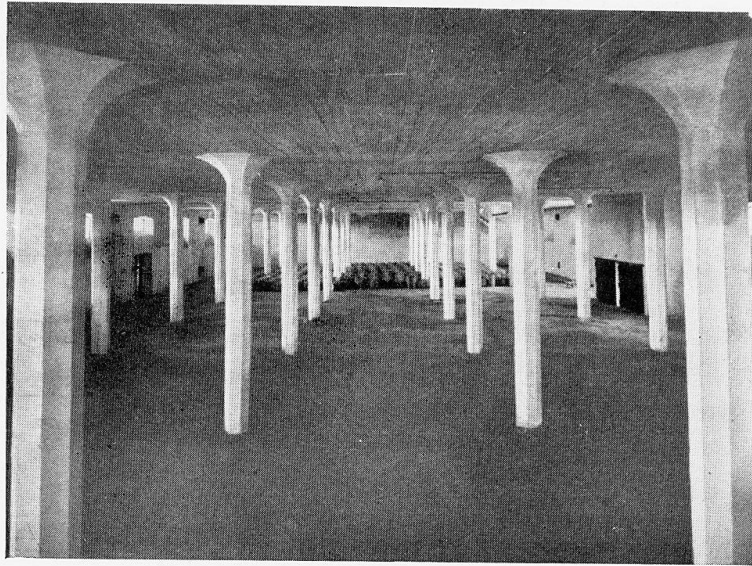


Fig. 10. — Magasin à Pétersbourg, construit en 1912. Entre-sol.
Charge accidentelle, 1.100 kg/m².
Lagerhaus in Petersburg. Erbaut im Jahre 1912.
Zwischengeschoss, Nutzlast 1100 kg/m².
Storehouse in Petrograd. Built in 1912.

Le système que je viens de décrire a eu des applications multiples dans différents pays d'Europe, suivies en Suisse d'essais de charge minutieux, qui ont permis d'élargir l'expérience et d'améliorer la construction.

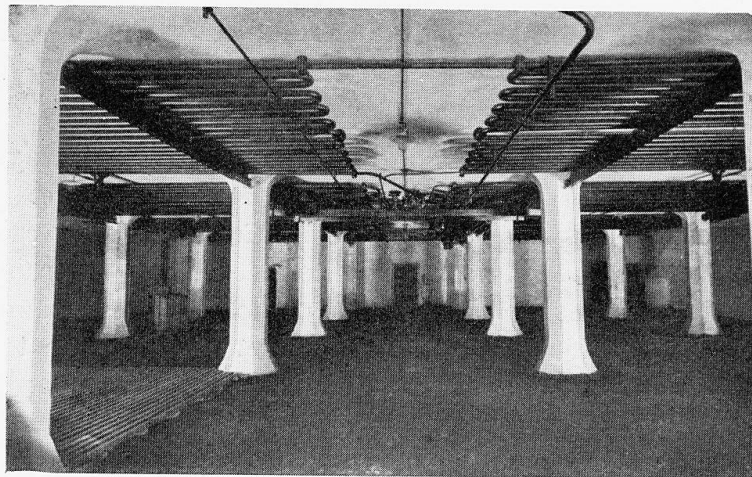


Fig. 11. — Frigorifique Gerhard & Hey, à Pétrograd.
Kühlhaus Gerhard und Hey, in Petersburg.
Cold Stores, Gerhard and Hey, Petrograd.

Un tableau a été établi pour le calcul pratique (Fig. 7). On y remarque les coefficients suivants :

k dépend de la largeur des chapiteaux.

n dépend du rapport des portées et de la situation de la section considérée.

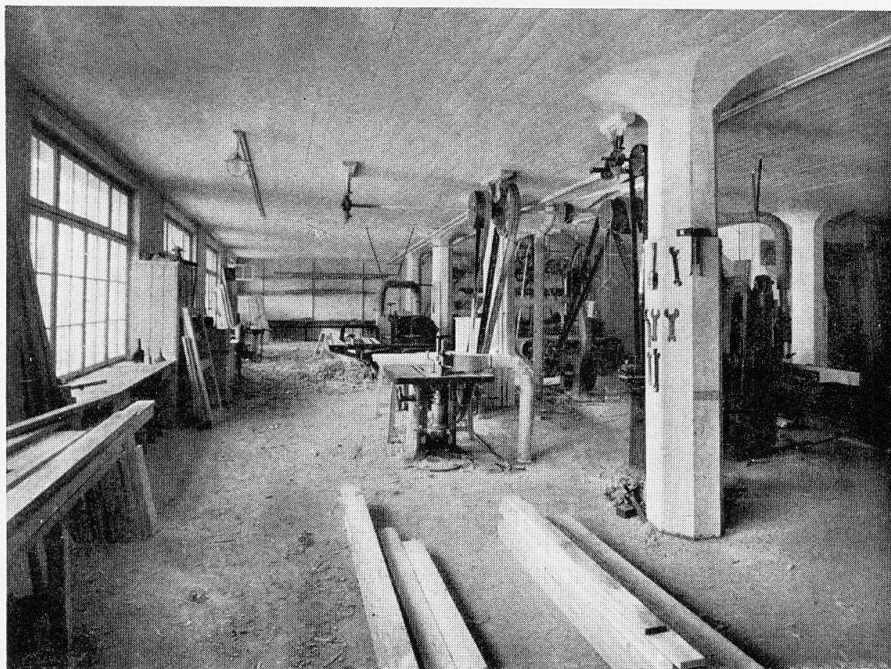


Fig. 12. — Menuiserie, Frehner, Herisau = Schreinerei Frehner, Herisau.
Carpenter's Shop, E. Frehner, Herisau.

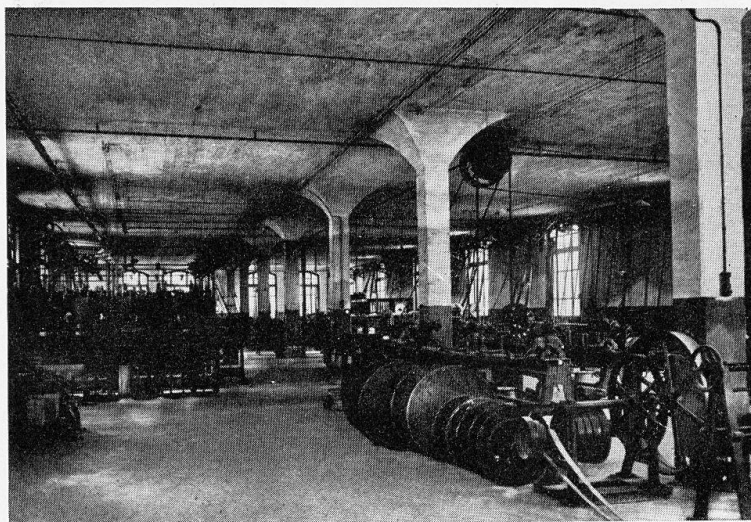


Fig. 13. — Fabrique de câbles. Pirelli y Cia. Villanueva y Geltru, 1914.
Kabelfabrik, 1914. Pirelli y Cia. Villanueva y Geltru.
Electric Cable Works, 1914. Pirelli y Cia. Villanueva y Geltru.

α tient compte des conditions d'appui des travées extérieures.

β détermine l'influence des charges mobiles et dépend des conditions élastiques de la dalle et des colonnes.

La première exécution importante d'après ce système est celle d'un entrepôt à Zürich en 1910 (Fig. 8). On y remarque la silhouette hyperbolique des chapiteaux.

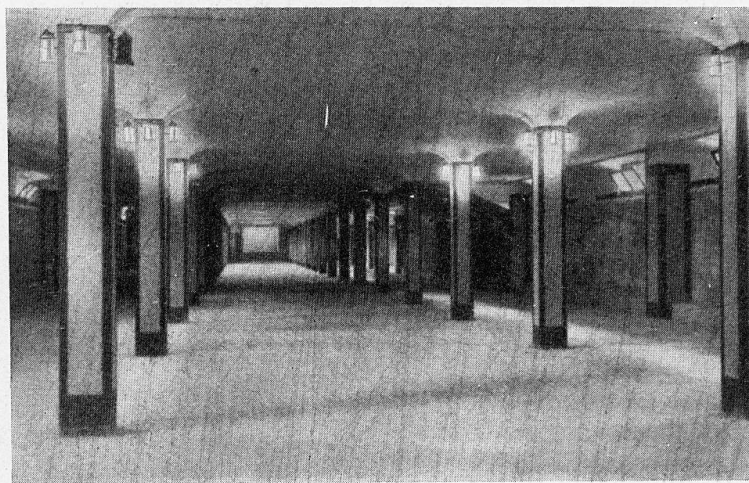


Fig. 14. — Palais des Expositions, Genève, 1926. Sous-sol.
Ausstellungsgebäude Genf. Untergeschoss.
Exhibition Building, Geneva, 1926. Basement.

(Fig. 9) Une construction semblable, entrepôt de céréales pour le Gouvernement suisse, exécutée en 1912.

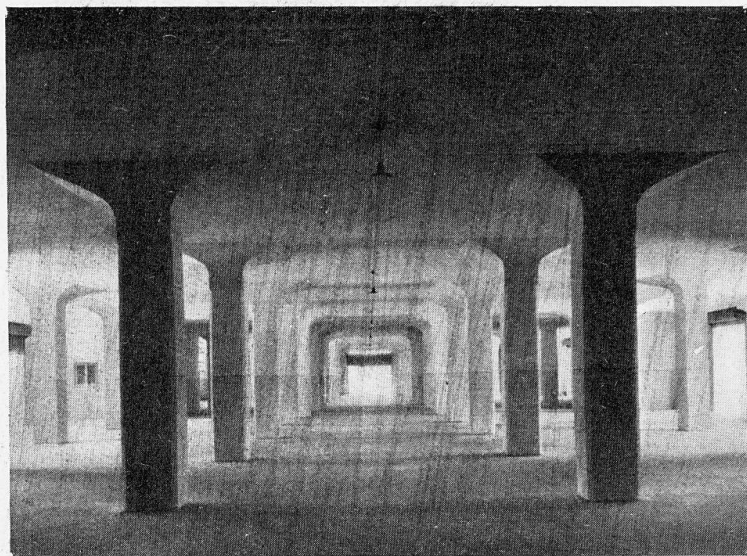


Fig. 15. — Magasins généraux, Chiasso, 1923/25.
Lagerhaus Chiasso, 1923/25.
General Stores, Chiasso, 1923/25.

(Fig. 10) Entrepôt à Pétrograd en 1912.

(Fig. 11) Local frigorifique dans le même bâtiment. La plaque de fondation est du même système.

(Fig. 12) Usine démontrant la facilité de fixation des transmissions et de passage des canalisations.

(Fig. 13) Encore une construction à chapiteaux hyperboliques : Usine de la maison Pirelli en Espagne.



Fig. 16. — Bâtiment des Postes « Sihlpost », Zurich. Sous-sol.
Postgebäude an der Sihl, Zürich Erdgeschoss.
Sihl Postal Service Building, Zurich. Basement.

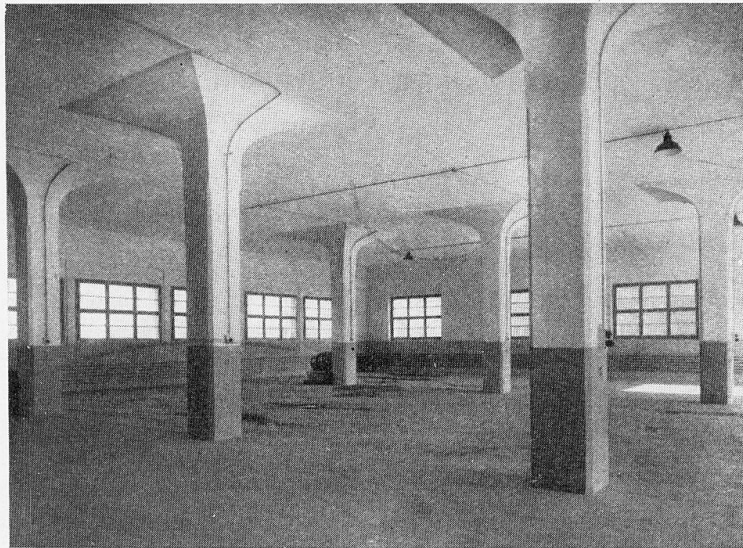


Fig. 17. — Installation pour la combustion des ordures ménagères. Bâtiment de service, garage.
Surcharge utile, 1000 kg/m².

Kehrichtverbrennungs-Anstalt Dienstgebäude; Garage, Nutzlast 1000 kg/m².
Refuse Destruction Plant Service Building; Garage. Permissible loading 1000 kg/m².

(Fig. 14) Le sous-sol du Palais des Expositions à Genève. Décoration et illumination en vue d'utiliser ce local comme restaurant.

(Fig. 15) Construction plus moderne avec chapiteaux élancés : Entrepôts à Chiasso.

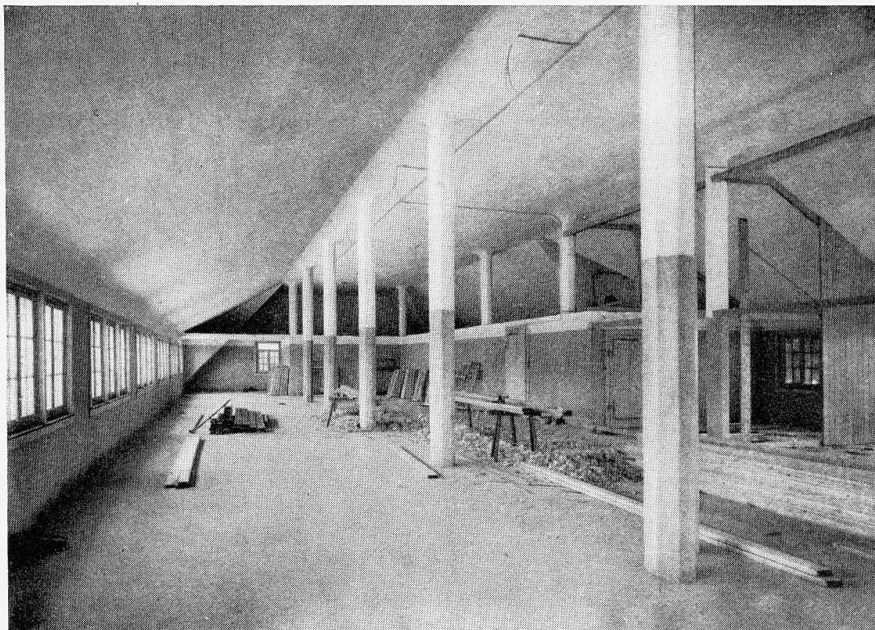


Fig. 18. — Nouveau bâtiment de la fabrique Felber et C^{ie}. Wädenswil.
Fabrikneubau Felber und Co., Wädenswil.
New Factory Building, Felber & Co., Wädenswil.

(Fig. 16) Nouvelle Poste à Zürich. Portées très inégales (5,00 et 10,00 m.) avec chapiteaux asymétriques.

(Fig. 17) Garage à Zürich, portée 10,00 m. pour 1000 kg/m² de surcharge.

(Fig. 18) Une dalle épousant la forme d'une toiture inclinée.

II 4

PAROIS ET VOÛTES MINCES EN BÉTON ARMÉ. *SCHEIBEN UND SCHALEN IM EISENBETONBAU.* SLABS AND STRUCTURES WITH THIN PARTITIONS.

Dr. Ing. **Wilhelm PETRY**,
Geschäftsführendes Vorstandsmitglied des Deutschen Beton-Vereins,
Oberkassel-Siegkreis.

Voir aussi « Publication Préliminaire », p. 267. — *Siehe auch « Vorbericht », S. 267.* — See also
« Preliminary Publication », p. 267.

Es handelt sich um räumliche Tragwerke, bei denen die Lastübertragung im wesentlichen nur durch Dehnungskräfte bewirkt wird, während die Biegespannungen kaum eine Rolle spielen. Solche Flächentragwerke können aus ebenen Scheiben oder aus gekrümmten Schalen bestehen.

Das Wesentliche bei den Scheiben ist die Beanspruchung in der Scheibenebene. Hier tritt das Problem der tragenden Wand auf, d. h. eines Trägers, dessen Höhe im Verhältnis zur Spannweite gross ist.

Im Jahre 1923 veröffentlichte Dr. Bleich eine Arbeit im « Bauingenieur », die die Unterlagen für die Berechnung von durchlaufenden wandartigen Trägern enthält. Auf dem Wiener Kongress 1928 teilte Dr. Craemer die Ergebnisse einer statischen Untersuchung eines hohen wandartigen Trägers mit, der sich bei feldweise wechselnder Belastung über unendlich viele Felderreiher erstreckt. In der Aussprache erhob Professor Bortsch Bedenken gegen den von Dr. Craemer vorgetragenen Rechnungsgang und dessen Ergebnisse, da er bei seinen Berechnungen zu anderen Ergebnissen gelangt war.

Im Jahre 1927 untersuchten Prof. Dr. Kármán und F. R. Seewald das gleiche Problem mit Hilfe von Einflusslinien. Die Spannungen ergaben sich als Summe einerseits der Biegungsspannungen nach dem Navierschen Biegungsgesetz und andererseits der Spannungen, die sich aus der Einführung der Säulenlast in der Scheibe ergeben.

Das noch ungelöste Problem einer rechteckigen Scheibe, die als frei aufliegender Träger zwischen zwei Stützen wirkt, behandelte mit einem Näherungsverfahren Dr.-Ing. Bay 1930/31. Er fand, dass bei der freiaufliegenden Wand nur ein quadratisch begrenzter Teil über der Unterkante der Wand bei der Aufnahme der Biegungs- und Schubspannungen mitwirkt.

Vergleicht man dieses von Dr. Bay entwickelte Bewehrungsbild für mehrfeldrige Silowände (Abb. 1) mit der vor mehr als zwanzig Jahren ausgeführten Bewehrung der Trägerwände und der angehängten Trichter eines Zementsilos in Hagendingen (Abb. 2), so kann man eine weitgehende Uebereinstimmung feststellen. Gesundes konstruktives Gefühl hat dort den richtigen Weg gewiesen. Zur Ermittlung der Eiseneinlagen wurde ein geschätzter Teil der Wandhöhe als Träger berechnet und in diesen auch die Aufhängeeisen für die Trichter hineingeführt.

Ein Flächentragwerk entsteht, wenn man zwei oder mehrere Scheiben in den Längskanten miteinander verbindet. Das Wesentliche ist dabei die systematische Ausnutzung der Trägerwirkung aller Wandflächen unter Berücksichtigung ihrer gegenseitigen Verbindung, also der Zusammenhang der Wände und ihr Zusammenwirken.

Die Theorie dieser Flächentragwerke wurde, unabhängig voneinander und mit etwa gleichen Ergebnissen, von Dr. Ing. Craemer und von Dipl. Ing. Ehlers aufgestellt. Gewisse Meinungsverschiedenheiten sind noch vorhanden. Allein mit Hilfe von theoretischen Untersuchungen, die ein homogenes Material voraussetzen, wird das Problem wohl kaum zu lösen sein, sondern es werden Versuche hinzukommen müssen.

Im Bunkerbau wird die fortschreitende Entwicklung gut gekennzeichnet durch die Gegenüberstellung dieser Querschnitte ausgeführter Bauten. (Abb. 3).

Bunker A stammt aus dem Jahre 1915. Er enthält im Innern zur Aussteifung ein umfangreiches System von Rippen und Querträgern, ja sogar noch von Längsträgern, um wieder diese Rippen auszusteifen. Schwere Bodenträger sind vorhanden, auf denen die Last des gesamten Bunkerinhaltes ruht.

Beim Bunker B aus dem Jahre 1921 sind die Bodenträger verschwunden

und durch die schrägen Bodenflächen selbst ersetzt. Die senkrechten Wände sind aber auch hier noch für sich, also ohne Berücksichtigung des Zusammenhanges mit den schrägen Bodenflächen, betrachtet worden; dies zeigt sich äusserlich in den Verstärkungen am Fuss dieser Wände.

Bei dem Bunker C aus dem Jahre 1925 wird das gesamte Tragwerk in senkrechter und waagrechter Richtung ausschliesslich von den Wand- und Bodenflächen selbst gebildet, die unter Berücksichtigung ihrer gegenseitigen Verbindung als zusammenhängendes Flächentragwerk aufgefasst sind. Rippen oder Träger sind nicht vorhanden.

Abb. 4 zeigt den Entwurf eines Daches als Flächentragwerk von Dr. Craemer (« Faltwerk ») mit $30,00 \times 24,00$ m Spannweite. An seinen Enden ruht das Flächentragwerk auf Eisenbetonwänden.

Die grösste Ausführung dieser Art in Deutschland ist das Dach über dem Betriebsgebäude des Milchhofes in Nürnberg mit einem freien Raum von $24,00 \times 24,00$ und zum Teil $37,00 \times 24,00$ m Weite (Abb. 5). Zur Ueberdachung dieses Raumes wurden ebenflächige, waagerechte und schräge Wände so zusammengeschlossen, dass sie im gegenseitigen Zusammenwirken ihre Lasten auf wenige Punkte übertragen.

Sind die Flächen räumlicher Tragwerke nicht eben sondern gekrümmt, so sprechen wir von Schalen. Dr.-Ing. Dischinger hat in einer Arbeit « Eisenbetonschale als Raumträger » nachgewiesen, dass bei Schalenkuppeln mit runden Grundrissen (Rotationsschalen) grosse Säulenabstände dadurch erzielt werden können, dass Ring und Schale zwischen den Säulen als einheitlicher Raumträger zusammenarbeiten. Um diese Tragwirkung zu erreichen, ist es notwendig, die Schale am Kämpfer kräftig auszusteiern.

Ein Beispiel ist der Querschnitt einer Rotationskuppel von 75,00 m Spannweite (Abb. 6), die auf 6 Säulen mit einem Abstand von 40,00 m aufgelagert ist. Ausgesteift wird die Rotationsschale durch die horizontale Decke des breiten Umbaues.

In den letzten Jahren sind nach den Vorschlägen von Dr. Dischinger vielfach zylindrische, quer versteifte Schalendächer über rechteckigen Grundrissen und Vieleckskuppeln, die aus versteiften Zylinderschalen zusammengesetzt sind, erbaut worden.

Die Querschnittsform der Schalen ist heute meist ein ganz flaches Kreissegment mit hohen Randbalken (Abb. 7). Das schwierige Randproblem ist von Dr. Ing. Finsterwalder in einer Arbeit « Eisenbeton als Gestalter » gelöst worden.

Der kühnste Bau, der nach dem Schalensystem ausgeführt wurde, ist die Grossmarkthalle in Budapest (Abb. 8). Bei ihr besitzen die Tonnen eine Spannweite von 41,00 m bei einer Schalendicke von 0,06 m.

Den richtigen Eindruck vom Wesen dieser Dachform vermittelt erst ein Blick in das Innere des Bauwerkes (Abb. 9). Die Spannweite in der Wölbrichtung tritt vollkommen zurück gegenüber der Spannweite senkrecht zur Wölbrichtung. Nicht ein Gewölbestreifen bildet das Bauelement, sondern ein ganzer Zylinderabschnitt, dessen Ränder ausgesteift sind.

Durch Verschneidung solcher Tonnengewölbe und Aussteifung der Schnittgrate lassen sich Kuppeln über rechteckigen oder vieleckigen Grundrissen

herstellen. Die bekanntesten Bauten dieser Art sind die 76,00 m weit gespannten Kuppeln über der Grossmarkthalle in Leipzig mit 0,09 m Schalendicke und die 60,00 m weit gespannte Kuppel über der Grossmarkthalle in Basel mit 0,085 m Schalendicke (Abb. 10).

Infolge der Kuppelwirkung entstehen, ebenso wie bei einer Rotationsschale, Ringkräfte, durch die die Grate biegungsfrei gehalten werden. Zu dieser Kuppelwirkung tritt jedoch noch eine Trägerwirkung hinzu, denn die durch die Grate ausgesteiften zylindrischen Schalengewölbe wirken als grosse Raumträger zwischen den Graten und übertragen die Lasten der Dachfläche nach den Graten und durch diese nach den Ecksäulen. In dieser Vereinigung von Kuppel- und Trägerwirkung liegt der wesentliche Vorteil dieses Kuppelsystems gegenüber den bisherigen Rotationsschalen. Bei grossen Spannweiten kommen doppelt gekrümmte Schalen in Frage. Bei diesen spielen die Biegemomente nur noch eine ganz untergeordnete Rolle; die Dehnungskräfte werden wesentlich geringer und die Knicksicherheit erheblich grösser.

Eine derartige Kuppel mit quadratischem Grundriss (Abb. 11) steht als Modell in Wiesbaden-Biebrich. Die Kugelschale wird auf allen 4 Seiten durch vertikale Binderscheiben begrenzt. Die Binderscheiben wirken mit der Schale zusammen als ein einheitlicher grosser Raumträger, der die gesamten Lasten bei ganz geringen Dehnungsspannungen nach den 4 Eckpunkten abträgt. Die Grundfläche dieser Modellkuppel beträgt $7,30 \times 7,30$ m, die Schalendicke 0,015 m; sie ist am Uebergang zu den Bindern auf 0,025 m verstärkt. Die Schale ist durch ein 3 mm Maschennetz bewehrt, und an den Ecken sind Zulageeisen angeordnet. Bei der Probelastung wurde diese nur 0,015 m starke Kuppel mit 300 kg/m^2 sowohl ganzseitig wie auch halbseitig belastet; ausser dem wurde ein Belastungsversuch mit 50 dicht beieinanderstehenden Menschen durchgeführt. Die Schale blieb dabei vollkommen rissfrei.

Dieses Kuppelsystem ist auch sehr geeignet für die Herstellung von Vieleckskuppeln (Abb. 12). Es lassen sich damit noch wesentlich grössere Säulenabstände erzielen, als mit den vorher genannten Vieleckskuppeln, die aus versteiften Zylinderschalen zusammengesetzt sind. Zusammenfassend kann man sagen, dass im Eisenbetonbau durch die bewusste Ausnutzung des streng genommen meist vorhandenen räumlichen Spannungszustandes im letzten Jahrzehnt gewaltige Fortschritte erzielt worden sind. Es liegt kein Anzeichen dafür vor, dass diese Entwicklung bereits abgeschlossen ist.

Traduction.

Il s'agit ici d'éléments portants spatiaux, dans lesquels les efforts de transmission des charges se manifestent principalement sous forme de contraintes d'allongement, les contraintes de flexion n'intervenant qu'à peine. Ces éléments peuvent être constitués soit par des parois planes, soit par des voûtes minces.

La considération la plus importante, dans les parois planes, est celle des contraintes se manifestant dans le plan de la paroi. C'est ici que se pose le problème de la « paroi portante », c'est-à-dire d'un élément dont la hauteur est considérable par rapport à la portée.

En 1923, le Dr Bleich publiait dans « Bauingenieur » une étude qui contenait

les bases du calcul des poutres continues à parois pleines. Au cours du Congrès de Vienne de 1928, le D^r Craemer a communiqué les résultats d'une étude statique sur une poutre à parois pleines de grande hauteur, cette poutre comportant un nombre infini de panneaux, avec des alternatives de charge sur les différents panneaux.

Au cours de la discussion, le professeur Bortsch a d'ailleurs élevé des objections contre le mode de calcul adopté par le D^r Craemer et contre les résultats ainsi obtenus, étant parvenu lui-même, par ses propres calculs, à des résultats différents.

En 1927, le professeur D^r Kármán et F.R. Seewald reprirent le même problème en faisant intervenir les lignes d'influence. Les contraintes étaient obtenues comme sommes, d'une part des efforts de flexion suivant la loi de la flexion de Navier, et, d'autre part, des efforts résultant de l'introduction des réactions dues aux appuis.

Le D^r Ing. Bay, en 1930-1931, a étudié, à l'aide d'une méthode approchée, le problème non encore résolu d'une paroi rectangulaire se comportant comme une poutre reposant librement entre deux appuis. Il a constaté que dans une paroi reposant librement sur deux appuis, seule, une portion limitée à un carré situé au-dessus de l'arête inférieure de cette paroi intervient pour supporter les contraintes de flexion et de cisaillement.

Si l'on compare le schéma du dispositif d'armature proposé par le D^r Bay pour les parois de silos à plusieurs panneaux (figure 1) avec les dispositions d'armatures adoptées depuis plus de vingt ans pour les parois portantes et les trémies suspendues d'un silo à ciment à Hagondage (figure 2), on peut constater une étroite correspondance. Dans ce dernier cas, le choix judicieux de la disposition a été guidé par un sens naturel exact de la construction. Pour la détermination des armatures, on a calculé comme poutre une partie déterminée de la hauteur de la paroi et on y a introduit également les armatures de suspension des trémies.

On réalise une paroi portante, lorsque l'on assemble suivant leurs arêtes longitudinales deux ou plusieurs éléments plans. Il importe alors d'obtenir une utilisation systématique des capacités portantes de tous les éléments de la paroi, en tenant compte de leur assemblage, c'est-à-dire des actions mutuelles qui interviennent.

La théorie de ces parois portantes a été établie par le D^r Craemer et par l'Ing. Dipl. Ehlers, dans des travaux d'ailleurs indépendants l'un de l'autre et aboutissant à peu près aux mêmes résultats. On y constate toutefois encore certaines divergences de points de vue. Le problème ne peut d'ailleurs pas être résolu en faisant intervenir l'étude théorique seule, basée sur l'hypothèse d'un matériau homogène ; on est obligé de faire appel aux essais pratiques.

Le développement de la construction des silos est nettement mis en évidence par la comparaison des sections de différents ouvrages, d'après la figure 3.

Le silo A a été établi en 1915. Il comporte intérieurement, en vue d'assurer sa rigidité, un système complet de nervures et d'entretoises, et même de longerons destinés eux-mêmes à renforcer les entretoises. Un radier très lourd supporte la charge totale que contient le silo.

Dans le silo B, qui date de 1921, les poutres des radiers ont disparu et sont

remplacées par les parois inclinées des radiers elles-mêmes. Les parois verticales ont été ici calculées indépendamment les unes des autres, sans tenir compte de l'influence que peut exercer leur assemblage avec les parois inclinées des radiers ; ce point est nettement visible aux renforcements que comportent les pieds de ces parois verticales.

Dans le silo C, qui a été construit en 1925, les parties portantes sont uniquement composées des parois latérales verticales et des radiers, l'ensemble ayant été étudié en tenant compte cette fois de la solidarité réciproque des parties qui sont ainsi assemblées. Il n'existe pas de nervures ni d'entretoises.

La figure 4 représente un projet de couverture conçu comme un ensemble de parois portantes sans poutres, par le D^r Craemer, avec portées de 30×24 mètres. A ses extrémités, le système repose sur des murs de béton armé. L'exécution la plus remarquable en Allemagne, dans cet ordre d'idées, est la couverture du bâtiment d'exploitation de la Laiterie de Nuremberg, qui offre une surface libre de 24×24 mètres, avec élargissement partiel à 37×24 mètres (figure 5). Pour couvrir cet espace considérable, on a eu recours à des éléments plans disposés horizontalement et obliquement, assemblés de telle sorte que les charges soient reportées en quelques points seulement.

Si les surfaces des systèmes porteurs spatiaux ne sont plus planes mais courbes, on a affaire à des voûtes minces. Dans son ouvrage « Eisenbetonschale als Raumträger », le D^r Ing. Dischinger a montré que dans les voûtes minces admettant une base circulaire (coupôles de révolution), il était possible de réaliser de grands intervalles entre les colonnes d'appui en faisant travailler simultanément la ceinture et la voûte proprement dite, entre les appuis, comme éléments porteurs spatiaux homogènes. Pour réaliser ce comportement, il est toutefois nécessaire de prévoir un renforcement notable de la voûte elle-même aux retombées.

La figure 6 représente un exemple de coupôle de révolution de 75 mètres de portée, reposant sur 6 colonnes avec un intervalle de 40 mètres entre appuis.

Au cours de ces dernières années et suivant les projets du D^r Dischinger, ont été construites de nombreuses voûtes cylindriques, renforcées transversalement, reposant sur plan rectangulaire, ainsi que des coupôles polygonales, composées d'éléments de voûtes renforcés.

La forme de section la plus généralement adoptée aujourd'hui est celle d'un segment d'arc très surbaissé, avec poutres de bordure à âme haute (figure 7). Le problème très difficile que posent les conditions en bordure a été résolu par le D^r Ing. Finsterwalder et publié dans son ouvrage « Eisenbeton als Gestalter ».

La construction la plus hardie qui ait été réalisée dans le système des voûtes minces est celle du Grand Marché de Budapest (figure 8). Les voûtes élémentaires ou berceaux y accusent une portée de 41 mètres, pour une épaisseur de voûte de 6 centimètres. Un examen de l'intérieur de l'ouvrage permet de se rendre compte exactement de sa conception (figure 9). L'importance de la portée suivant la direction axiale des éléments de voûte est très faible par rapport à la portée réalisée dans la direction perpendiculaire. L'élément de construction ici adopté n'est pas constitué par un fragment de voûte ; mais bien par un segment de cylindre dont les bords sont renforcés.

En assemblant plusieurs voûtes en berceau ainsi constituées et en renforçant leurs arêtes, on peut obtenir des coupoles reposant sur plan rectangulaire ou polygonal. Les exemples les plus connus de réalisations de cet ordre sont les coupoles de 76 mètres de portée du Grand Marché de Leipzig ; l'épaisseur de la voûte est de 9 centimètres ; la coupole du Grand Marché de Bâle a une portée de 60 mètres, avec une épaisseur de voûte de 8,5 centimètres (figure 10).

L'adoption de la disposition en coupole permet de faire intervenir, tout comme lorsqu'il s'agit de coupoles de révolution, des efforts de ceinture ; grâce à ces efforts, on peut éviter de faire travailler les arêtes d'intersection à la flexion. A ce comportement semblable à celui de la coupole, vient également s'ajouter un effet de poutre portante, car les éléments de voûte renforcés aux arêtes interviennent comme des éléments porteurs spatiaux ; il en résulte que les charges sont transmises aux arêtes, et, par l'intermédiaire de ces arêtes, aux colonnes d'angle. C'est précisément dans cette combinaison des modes de comportement en coupole et en poutres portantes que réside tout l'avantage de ce système de coupole, par rapport au dispositif de la coupole de révolution.

Pour les portées les plus importantes, on fait appel aux coupoles à double courbure ; dans cette disposition, les moments fléchissants ne jouent plus qu'un rôle secondaire ; les efforts d'extension sont notablement plus faibles et la sécurité au flambage est considérablement plus élevée.

Une coupole répondant à cette disposition a été installée à titre de modèle, à Wiesbaden-Biebrich (figure 11) ; elle repose sur plan carré ; la coupole de forme sphérique est limitée sur les quatre côtés par des éléments plans verticaux, qui constituent avec elle un système porteur spatial ; les charges se trouvent ainsi intégralement reportées aux quatre angles, avec des efforts d'extension très faibles. La surface couverte par cette coupole-modèle est de $7,30 \times 7,30$ mètres ; l'épaisseur de la voûte est de 1,5 centimètre ; elle est d'ailleurs renforcée à 2,5 centimètres au raccordement avec les éléments plans latéraux. L'armature est constituée par un système maillé de mailles de 3 mm. ; des armatures supplémentaires sont prévues aux angles. Au cours de l'essai de charge, cette coupole qui ne possède, ainsi que nous venons de le voir, qu'une épaisseur de 1,5 centimètre, a pu supporter une charge de 300 kg/m^2 soit sur la moitié de la surface, soit même sur toute la surface ; un autre essai a été effectué avec 50 hommes serrés les uns contre les autres sans qu'aucune fissure ne se produise.

Ce système de coupoles se prête également parfaitement bien à la construction de coupoles polygonales (figure 12). On peut ainsi obtenir encore de beaucoup plus grands intervalles entre colonnes qu'avec la disposition indiquée plus haut pour la constitution des coupoles polygonales constituées par la juxtaposition de voûtes cylindriques renforcées.

Pour résumer, on peut dire que des progrès extrêmement remarquables ont été réalisés, au cours de ces dernières années, grâce à la mise en œuvre systématique des contraintes spatiales ; il n'est d'ailleurs nullement à prévoir que cette évolution doive être dès maintenant considérée comme touchant à sa fin.