

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 1 (1932)

**Artikel:** Discussion

**Autor:** Schleicher, F.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-520>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 08.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

den Druckspannungen (gleichzeitig oder früher) auch Biegungsspannungen wirken, die die Rissgrenze überschreiten. In solchen Fällen kann man die Gl. 6 wohl mit genügender Genauigkeit für eine erste Schätzung der Grössenordnung benutzen. Es ergeben sich danach die folgenden grösstzulässigen Plattenbreiten :

$$\begin{aligned} \min \sigma_K^{el} &= 0,2 \quad 0,1 \quad 0,05 \text{ t/cm}^2 \text{ für} \\ b/h &= 19 \quad 27 \quad 39. \end{aligned}$$

Man erkennt daraus, dass die Stabilität durchaus nicht so gross ist, als man erwarten würde. Bei der Schätzung dieser Zahlen ist dabei weder die Abminderung der Knickspannungen im unelastischen Bereich, noch die Abnahme des Elastizitätsmoduls mit steigenden Spannungen berücksichtigt.

Auch bei den dünnwandigen Schalen und Kuppeln ist es manchmal notwendig, auf die Stabilität zu achten, wobei unter Umständen die unvermeidlichen Abweichungen von der theoretischen Form eine Rolle spielen können.

### Traduction.

#### 1. — Rigidité des dalles carrées en béton armé.

Il est intéressant de faire une comparaison entre les fléchissements qu'accusent les dalles carrées reposant librement sur leurs appuis, avec fixation aux angles, et les valeurs théoriques obtenues pour la dalle isotrope. Le module d'élasticité devrait en outre être calculé à partir des résultats des essais effectués sur des tranches élémentaires, question qui n'a fait l'objet d'aucune indication précise au cours des Rapports Préliminaires.

Suivant A. Nadai<sup>1</sup> le fléchissement maximum d'une dalle carrée isotrope chargée uniformément, ayant une longueur  $a$ , et soumise aux conditions périphériques indiquées plus haut est donné par l'expression :

$$f = 0,00406 \frac{p a^4}{D} \quad (1)$$

Le module d'élasticité  $E$  du matériau constituant cette dalle et dont la valeur concorde en pratique avec la valeur<sup>2</sup> :

$$E' = \frac{m^2 \cdot E}{m^2 - 1} = 0,0487 \frac{p a^4}{f h^3} \quad (2)$$

peut être calculé à partir des chiffres caractéristiques pour les fléchissements, en considérant la loi de Hooke comme valable. Pour les séries 1 à 4 des essais de Dresde (voir page 210 de la Publication Préliminaire), on obtient en appliquant l'équation (2) :

$$\text{Phase I : } E' = 197 \quad 232 \quad 200 \quad 200 \quad \text{moyenne} \quad 207 \quad \text{t/cm}^2$$

$$\text{Phase II : } E' = 21,1 \quad 24,9 \quad 20,0 \quad 26,5 \quad \text{moyenne} \quad 23,1 \quad \text{t/cm}^2$$

Malheureusement, il n'est pas encore possible d'établir, avec les chiffres indiqués dans la Publication Préliminaire, la comparaison pour les tranches élémentaires de dalles. On peut toutefois étudier dès maintenant les différences entre les phases I et II.

1. A. Nadai, *Elastische Platten*, Berlin, 1925, p. 127.

2. L'écart entre  $E$  et  $E'$ , pour  $m = 6$ , n'est que de 3 %.

La valeur moyenne  $E' = 207 \text{ t/cm}^2$  du module d'élasticité, pour la dalle isotrope sans fissure, correspond bien à ce que l'on peut prévoir. Par contre, la rigidité après fissuration est sensiblement plus faible que l'on ne pourrait le prévoir pour une dalle isotrope.

Si l'on suppose à titre d'approximation que dans la phase II, les fissures s'étendent toutes jusqu'à la ligne neutre, on a pour la rigidité de la dalle, avec les désignations courantes :

$$D = E' \left( \frac{x^3}{3} + n F_e (h - x)^2 \right) = E' \psi d^3 \quad (3)$$

alors que pour la phase I, on a :

$$D = E' \cdot 0,0833 d^3 \quad (4)$$

Si la dalle se comportait, même après apparition des fissurations, encore comme une dalle isotrope, c'est-à-dire suivant les mêmes propriétés que dans la phase I, mais avec une rigidité réduite en proportion, l'accroissement du fléchissement resterait à peu de chose dans des limites correspondant à la zone de traction, qui d'ailleurs est hors de cause.

Dans les conditions qui correspondent aux séries 1 à 4 des essais de Dresde, on obtient les valeurs suivantes :

Série	$\frac{d}{c_{1a}}$	$h/d$	$bh/F_e$	$x/h$ pour $n = 6$	$J_I/J_{II}$ pour $n = 6$	$J_I/J_{II}$ pour $n = 15$	$J_I/J_{II}$ pour $n = 15$	$\delta_{II}/\delta_I$ observés
1	12	0,858	229	0,205	6,8	0,302	3,2	9,3
2	10	0,830	185	0,224	6,3	0,330	3,0	9,3
3	12	0,858	263	0,192	7,6	0,285	3,6	10,0
4	12	0,850	200	0,217	6,2	0,321	3,0	7,6
Valeurs moyennes.....					6,7		3,2	9,1

Les chiffres qui correspondent à  $n = 6$  représentent une marge extrême qui doit être à peine dépassée dans des conditions pratiques effectives. Si la zone de traction n'est pas entièrement fissurée, les coefficients correspondant à  $J_I/J_{II}$  seront légèrement plus faibles que les valeurs ci-dessus. L'écart par rapport aux observations sera donc encore un peu plus accentué. Si l'on admet pour le rapport des rigidités au milieu

$$J_I/J_{II} = 5$$

l'écart s'établira à 9 au lieu de 5.

L'écart observé s'explique en partie de ce fait que le module d'élasticité du béton diminue lorsque la contrainte augmente. Toutefois, il ne s'explique, dans l'ensemble, que parce que la dalle ne se comporte plus comme une dalle isotrope après l'apparition de la fissuration, mais plutôt comme un système de tranches perpendiculaires ne possédant aucune rigidité de torsion déterminée.

Le fléchissement de ce système est à peu près le double de celui qu'accuserait une dalle isotrope admettant une rigidité de torsion intégrale. Il faut donc tabler, pour ce système, sur un chiffre caractéristique  $\delta_{II}$  environ deux fois plus

élevé que pour le fléchissement correspondant à l'état d'isotropie. Si d'après ce qui précède, on compte la réduction de la rigidité, par suite de la fissuration, comme atteignant le  $1/3$  de la valeur initiale, on arrivera, après la fissuration, à un chiffre caractéristique environ 10 fois plus élevé que pour la dalle lorsqu'elle se trouvait dans la phase I, résultat qui concorde suffisamment bien avec les observations. La différence qui subsiste s'explique de ce fait qu'il existe dans la dalle, à côté de régions ne possédant aucune rigidité de torsion, des régions qui accusent encore pour cette rigidité une certaine valeur ; en outre la zone de traction ne subit pas partout une fissuration d'une profondeur uniforme.

La différence d'allure entre les déformations de fléchissement dans les phases I et II devrait d'ailleurs pouvoir être mise en évidence facilement par la mesure, car les surfaces de déformation que prend ce système de tranches perpendiculaires dans les angles de la dalle, sont plus nettement accusées que dans le cas de la dalle isotrope.

## 2. — Remarque sur le flambage des dalles en béton armé.

Dans les dalles minces que l'on emploie pour les constructions en béton armé modernes, il importe d'étudier, dans de nombreux cas, la question de la stabilité.

Si l'on considère une dalle isotrope en béton armé soumise à des contraintes uniformément réparties et admettant des appuis articulés sur ses quatre bords, la contrainte minimum de flambage, dans le domaine élastique, avec  $E = 200$  t/cm<sup>2</sup> et  $m = 6$  est de

$$\min \sigma_k^{el} = 675 (h/b)^2 \text{ en t/cm}^2 \quad (5)$$

D'après cette relation, pour une largeur de dalle

$$b = 58 h \quad \text{on obtient :}$$

$$\min \sigma_K^{el} = 0,2 \text{ t/cm}^2$$

Et pour

$$b = 82 h \quad \text{on obtient :}$$

$$\min \sigma_K^{el} = 0,1 \text{ t/cm}^2$$

En ce qui concerne la phase II et après apparition de la fissuration, d'après le rapport de M. Gehler, la rigidité de la dalle n'est plus que le  $1/9$  de la valeur qui correspond pour cette dalle à l'absence de fissuration. Si l'on admet que même pour le flambage dans la phase II, on puisse employer l'équation des dalles isotropes avec une précision suffisante, on aura, avec  $D_{II}/D_I = 1/9$  comme contrainte de flambage,

$$\min \sigma^{el} = 75 (b/h)^2, \text{ en t/cm}^2 \quad (6)$$

Le passage à la phase II, ici admis, se produira lorsqu'aux contraintes de compression viendront s'ajouter, simultanément ou ultérieurement, des contraintes de flexion telles que la limite de fissuration se trouve dépassée. En pareil cas, on peut pour une première estimation de l'ordre de grandeur, faire appel avec une précision suffisante à l'équation (6). On en déduit pour les largeurs des dalles ci-dessous, les valeurs maxima admissibles suivantes :

$$\begin{array}{l} \text{mn } \sigma_{el} = \quad 0,2 \quad 0,1 \quad 0,05 \text{ t/cm}^2 \text{ pour :} \\ b/h = \quad 19 \quad 27 \quad 39 \end{array}$$

On voit que la stabilité n'est pas tout à fait aussi élevée que l'on pourrait prévoir. Dans l'estimation approximative de ces valeurs, on ne tient compte ni de la diminution des contraintes de flambage dans le domaine élastique, ni de la diminution que subit le module d'élasticité lorsque les contraintes croissent.

Dans les coupoles et les voûtes minces elles-mêmes, il est fréquemment nécessaire de veiller à cette considération de stabilité, car dans certains cas, les dérogations qu'il est impossible d'éviter par rapport aux formes théoriques peuvent intervenir dans des proportions importantes.

Dr. Ing. M. HUBER,

Professeur à l'École Polytechnique, Varsovie.

I. — Die wirtschaftliche Ausnutzung der statischen Wirkung der Pilzdecken erfordert eine möglichst genaue Erforschung ihres Formänderungs- und Spannungszustandes im Zusammenhänge mit dem Sicherheitsgrade bei jeder möglichen Belastungsart. In meinem Berichte habe ich versucht, den heutigen Stand des Problems einer zuverlässigen statischen Berechnung der Pilzdecken zu schildern. Ich bin mir bewusst, dass vielleicht manche schätzenswerte Ergebnisse und Arbeiten meiner Aufmerksamkeit entgangen sind und werde etwaige Beiträge der Herren Kongressteilnehmer gerne zur Kenntnis nehmen und prüfen. Ich bemerke aber dabei, dass gewisse Näherungstheorien und darauf gegründete Berechnungsverfahren vor vollkommeneren, wissenschaftlich besser begründeten Methoden zurückweichen müssen. Letztere wurden deshalb vor allem behandelt.

In der Einleitung meines Berichtes habe ich auf die zahlreichen Schwierigkeiten einer vollständigen und exakten Lösung des Problems hingewiesen und zwar :

1. Die steife Verbindung der Säulen mit der Deckenplatte.

Sie verursacht, dass bei unsymmetrischen Belastungen der Decke ihre allgemeine Biegung von der Säulenbiegung stark abhängig ist. Betrachtet man die Decke als « dünne », elastische, näherungsweise isotrope Platte, so wird die Lösung der klassischen Biegungsgleichung von Lagrange durch statisch unbestimmte Flächenstützung ausserordentlich erschwert.

2. Die ungleichförmige Biegungssteifigkeit der Decke und die Wirkung der Säulenkopfplatte.

Die Unterschiede der Biegungssteifigkeiten in verschieden orientiert gedachten Plattenstreifen sind zwar im Stadium I praktisch vernachlässigbar ; dieses gilt aber nicht immer im Stadium II, nach welchem bekanntlich die Sicherheit beurteilt wird. Die Säulenkopfplatte bildet eine plattenförmige, elastische Stützung dieser Deckenteile, welche ohne Kopfplatte ausserordentlich beansprucht wären.

3. Der starke Wechsel der Biegungssteifigkeit beim Uebergange in das Stadium II der Decke wirkt insofern erschwerend, als der neue (verminderte) Wert der Biegungssteifigkeit nur gewisse Teilgebiete der Plat-