Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 1 (1932)

Artikel: Discussion

Autor: Schleicher, F.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-620

Beobachtungen an ausgeführten Bauwerken geklärt werden. Aus verschiedenen Gründen dürften dabei zeitlich etwas veränderliche Werte zu erwarten sein, auch wäre der in dem Referat Bleich erwähnte Einfluss der elastischen Lagerung zu studieren.

Traduction.

La méthode de Lord Rayleigh convient particulièrement bien pour le calcul des fréquences propres des systèmes élastiques de barres, tels que les poutres continues et les cadres à parois pleines. Cette méthode a été développée encore, assez récemment, à la suite de différents travaux, sur lesquels il est intéressant d'attirer l'attention [1].

Si l'on connaît la ligne élastique $y = y\ (x)$ de la barre dans le cas de l'oscillation propre, on peut calculer la pulsation ω de l'oscillation, suivant Lord Rayleigh, d'après l'équation :

$$\omega^2 = \frac{\int \mathrm{E\,I}\, y''^2\, dx}{\int \frac{q}{g}\, y^2\, dx} \tag{1}$$

équation dans laquelle on désigne par :

E I la rigidité de flexion, qui dépend de la position x de la section transversale considérée de la barre ;

g l'accélération de la pesanteur ;

q le poids propre par unité de longueur, qui, dans le cas général, varie avec x, plus la charge éventuelle.

Hohenemser et Prager [2] ont donné, pour ω^2, en fonction de M et de M″, une expression qui correspond à celle de Rayleigh :

$$\omega^2 = \frac{\int \frac{g}{q}\, \mathrm{M}''^2\, dx}{\int \mathrm{M}^2\, \frac{dx}{\mathrm{E\,I}}} \tag{2}$$

Pour des courbes de flexion y qui ne s'écartent que peu de l'oscillation propre, les expressions (1) et (2) donnent des valeurs voisines. Pour le cas de l'oscillation propre elle-même, les deux expressions accusent la même valeur minimum.

Lorsqu'il s'agit de calculer d'une manière approchée la fréquence, il est nécessaire, tant avec l'expression de Rayleigh (1) qu'avec l'équation (2) de Hohenemser et Prager, de partir d'une courbe de flexion ou d'un diagramme des moments estimés. Étant donné le peu de dépendance qui existe entre le

---

1. F. Pfeiffer, Elastokinetik, Handbuch der Physik, Vol. VI, Berlin, 1928.

Th. Pöschl, Ueber die angenäherte Berechnung der Schwingzahlen von Rahmenträgern, Ing.-Arch., Vol. I, 1930.

K. Klotter, Ueber die Eigenschwingzahlen der elastischen Querschwingungen belastete Saiten, Stäbe, Membranen und Platten. Ing.-Arch., Vol. I, 1930.

2. Hohenemser et Prager, Ueber das Gegenstück zum Rayleighschen Verfahren der Schwingungslehre, Ing.-Arch., Vol. III, 1932.

résultat et la fonction $y(x)$, on obtient encore une approximation suffisante, dans des conditions normales, et même en cas d'écart important entre l'estimation et l'oscillation propre effective. Si toutefois la rigidité de flexion E I de la barre varie le long de l'axe des x dans d'assez larges limites, les estimations effectuées pour $y(x)$ peuvent avoir pour conséquence, assez facilement, une erreur importante. En pareil cas, il est à recommander de suivre la marche indiquée brièvement ci-après.

On transforme quelque peu l'équation de Rayleigh (1) pour le cas considéré. De :

$$E\,I\,y'' = M \tag{3}$$

on déduit, en tenant compte de l'équation (1) :

$$\omega^2 = \frac{\int M^2 \frac{dx}{E\,I}}{\int \frac{q}{g}\, y^2\, dx} \tag{4}$$

équation dans laquelle $M(x)$ désigne la courbe des moments correspondant à la courbe de flexion $y(x)$.

On reconnaît dans $\int M^2 \frac{dx}{E\,I}$ le double du travail fourni par les moments de flexion $M(x)$, qui est équivalent au travail de déformation des efforts mis en jeu par la charge. La relation (4) peut donc être considérée comme une nouvelle forme de l'équation de A. Morley [1].

La marche à suivre pour le calcul de la fréquence propre, par exemple pour une poutre continue, se développe par suite de la manière suivante. Pour une charge transversale appropriée de la barre, on détermine les moments fléchissants $M(x)$, puis à partir de ces moments, la courbe de flexion $y(x)$, en la traitant en quelque sorte comme un polygone funiculaire suivant la méthode connue de la statique. En reportant les valeurs ainsi déterminées et correspondantes de M et de y dans l'équation (4), on peut déterminer une valeur approchée pour la pulsation ω.

La valeur même de la charge n'a aucune influence. Sa répartition doit être choisie d'une manière telle que l'on se rapproche dans toute la mesure du possible de l'allure effective de l'oscillation propre. Les conditions propres au système en ce qui concerne les bords, de même que les conditions transitoires aux appuis intermédiaires, etc..., sont remplies, d'après ce qui précède, sans dispositions particulières [2].

En ce qui concerne la ligne élastique correspondant à l'oscillation propre les charges correspondantes p sont proportionnelles au produit $q\,y$ de la flexion et de la masse oscillante. Par suite, si l'on adopte, suivant les différentes tra-

1. Voir par exemple l'équation (10) de l'étude de Hohenemser et Prager faisant l'objet de la note (2) précédente.

2. Lorsque l'on adopte la représentation approchée par polynômes pour la courbe de flexion, ce qui est avantageux dans de nombreux cas, il faut prévoir une expression particulière pour chaque travée, faute de quoi il ne serait pas possible de faire intervenir les particularités que présente y aux appuis, etc...

vées, des charges réparties sinusoïdalement ou paraboliquement, ayant, dans deux travées voisines, des signes opposés, et si les valeurs des charges sont proportionnelles au rapport déterminé d'une manière approximative entre les flèches dans les travées correspondantes, on obtiendra alors, pour la fréquence, dans tous les cas de la pratique, une approximation suffisante en partant de l'équation (4). A titre de contrôle, ou si l'on veut obtenir une plus grande précision, on procédera par itérations successives, procédé le plus simple.

A titre d'exemple, considérons un pont à poutres pleines continues, en cours de construction, et qui possède trois travées de 75 + 105 + 75 m. de portée et pour lequel nous donnons ci-après quelques valeurs de la fréquence propre déterminées d'après l'équation (4). Ces chiffres ont été obtenus pour différentes valeurs de la charge p répartie, en tenant compte des variations très accusées du moment d'inertie I [1] et des variations du poids propre (on a considéré le pont lui-même sans charge utile). Les charges et lignes élastiques correspondantes sont indiquées par la figure 1.

Cas n°	Pulsation ω en sec^{-1}.	Fréquence n en hertz
1	5,64	0,897
2	5,46	0,869
3	5,33	0,848

Par itération, on a trouvé, pour la fréquence d'oscillation environ $n = 0{,}84$ hertz, pour une ligne élastique ne s'écartant que peu du cas 3. Si le pont est chargé sur toute sa longueur, on a environ $n = 0{,}71$ hertz.

Les valeurs de ω pour les cas 1 et 3 sont voisines l'une de l'autre, quoique les moments et lignes élastiques correspondants accusent des divergences assez prononcées. Voir à ce sujet la figure 1. On voit combien, avec la méthode ci-dessus, il est facile d'obtenir des valeurs approchées présentant une bonne précision.

Un calcul approché des oscillations harmoniques supérieures, pour la même poutre continue, a donné des fréquences se succédant à intervalles assez rapprochés. Tandis que les fréquences pour les poutres simples sont dans le rapport 1 : 4 : 9 par exemple, on obtient, pour la poutre continue ci-dessus 1 : 1,8 : 4,1...

Enfin, pour conclure, qu'il soit permis une remarque au sujet du calcul des fréquences propres des tabliers des ponts de chemin de fer en construction métallique, suivant la disposition habituelle comportant des poutres longitudinales et transversales. Ces fréquences dépendent dans une large proportion de la réaction qui s'exerce entre le tablier proprement dit et les poutres longitudinales.

Pour l'exemple ci-dessus, on a obtenu, pour la fréquence propre fondamentale de la voie non chargée, des valeurs de n comprises entre 12 et 22 hertz, suivant les hypothèses concernant la valeur de la rigidité du système élastique constitué par les poutres métalliques longitudinales et le platelage en béton armé. Les valeurs limites correspondantes pour le n du tablier

1. Pour la poutre principale, on a pour ce pont continu : max I = 9. min I.

uniformément chargé à raison de 500 kg/m^2 sont comprises entre 9,5 et 18 hertz.

Pour effectuer les calculs, on a supposé que les poutres transversales étaient rigides et on a négligé la flexion dans le sens transversal du platelage en béton armé. L'intervalle entre les poutres transversales atteignait 5,00 m. Il est à supposer que la fréquence propre effective du tablier de la voie est voisine de la limite supérieure ci-dessus; toutefois, ce point ne peut être élucidé que par des observations sur l'ouvrage terminé. Pour différentes raisons, il faut toutefois s'attendre à trouver des valeurs effectives variables dans le temps ; il conviendrait également d'étudier l'influence de l'élasticité des appuis, influence signalée dans le rapport Bleich.

Dr. St. de KUNICKI,
Professeur à l'École Polytechnique, Varsovie.

A la suite des exposés de M. le Conseiller supérieur Homann et de M. le Dr Bleich, l'auteur apporte son approbation au projet présenté par M. Homann et ayant pour but de poursuivre l'étude de la dynamique des ouvrages, tant du point de vue théorique que du point de vue expérimental. Les coefficients de choc adoptés dans les différents pays ne représentent en effet que des valeurs approchées. Il importerait donc de pouvoir remplacer ces coefficients par des valeurs qui cadrent mieux avec la réalité effective. Jusqu'à maintenant, on s'est contenté d'additionner les influences élémentaires, faute de savoir de quelle manière composer ces différentes influences dynamiques.

Parmi les facteurs à considérer, les joints des rails jouent un rôle primordial, ainsi que l'état d'usure variable des bandages des roues; pour les ponts de faible portée, ces deux influences interviennent à elles deux pour moitié dans le coefficient de choc. On a proposé différentes solutions, telles que l'emploi de rails de grande longueur, les joints soudés (Voir Cambournac : Congrès International des Ponts et Charpentes de Vienne, 1928), l'interposition de pièces élastiques entre rails et infrastructure (caoutchouc ou feutre comprimé, ainsi qu'il a été adopté pour les ponts russes) ; toutefois, ces dispositions n'ont pas donné des résultats plus intéressants, du point de vue économique, que l'adoption de coefficients de choc majorés dans certaines proportions.

Dr.-Ing. A. CHMIELOWIEC,
École Polytechnique, Lwów.

Sous l'influence de la charge permanente, un élément quelconque d'une charpente ou d'un pont subit une fatigue statique ; sous l'influence de la charge mobile, il subit en plus d'une fatigue statique une fatigue dynamique. Donc le poids mobile est plus dangereux que le poids permanent. On ne doit pas traiter de la même façon les deux fatigues provenant du poids permanent et du poids mobile. On ne doit pas exiger que leur somme ne dépasse pas une valeur donnée, comme le font la plupart des règlements de divers pays. Avant de les ajouter l'une à l'autre il faudrait réduire les deux