

# Berechnungsverfahren von auf Biegung beanspruchten Eisenbetonquerschnitten

Autor(en): **Friedrich, E.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht**

Band (Jahr): **2 (1936)**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-2776>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## IIa 2

# Berechnungsverfahren von auf Biegung beanspruchten Eisenbetonquerschnitten.

Les méthodes de calcul des sections de béton armé sollicitées à la flexion.

## The Calculation of Reinforced Concrete Sections Subject to Bending.

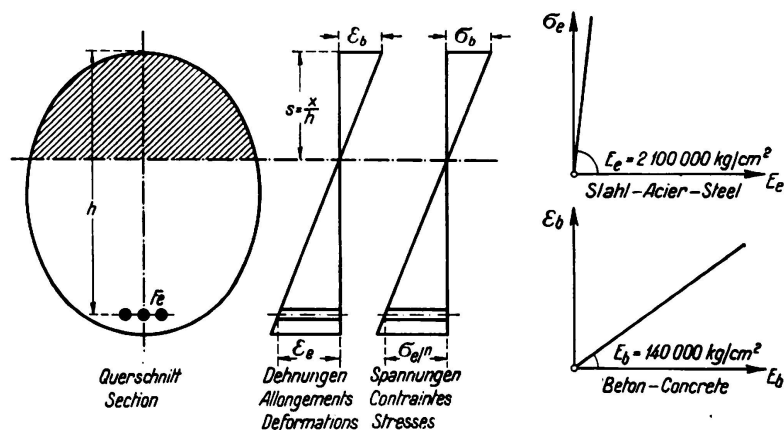
Dr. techn. Ing. E. Friedrich,  
Dresden.

### A. Die deutschen und österreichischen Vorschriften.

#### I. Die Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton.

##### 1. Die Tragfähigkeit.

Nach den Deutschen Bestimmungen 1932, § 17, sind Eisenbetonquerschnitte bei Biegung unter der Annahme zu berechnen, daß sich die Dehnungen wie die Abstände von der Nulllinie verhalten, von der Mitwirkung des Betons auf der Zugseite wird ganz abgesehen (Rechnung nach Stadium IIb) Fig. 1. Das Verhältnis



der Elastizitätsmaße von Stahl und Beton ist mit  $n = 15$  anzunehmen. Der Zusammenhang von Spannung und Dehnung wird sowohl für den Stahl, als auch für Beton geradlinig angenommen (*Hooke'sches Gesetz*).

Im Folgenden wird mit Tragfähigkeit

$$T = \frac{M \cdot h}{J_1} \quad (J_1 = \text{ideelles Trägheitsmoment})$$

bezeichnet. Der Ausdruck  $\frac{J_1}{h}$  ist von der Querschnittsform des Balkens unabhängig und entspricht bei homogenen Querschnitten dem Widerstandsmoment  $W$  und stellt die Summe von Betonspannung und  $\frac{1}{n}$  fache Eisenspannung dar. Eine übersichtliche Darstellung der Tragfähigkeit von Eisenbetonquerschnitten erhält man, wenn man  $T$  als Funktion vom Nulllinienabstand  $s = \frac{x}{h}$  aufträgt. Die Teilung auf der Abszissenachse wählt man zweckmäßig so, daß die aufeinanderfolgenden Werte  $\frac{1}{s}$  in gleichen Abständen erscheinen. Man erhält nach der bisherigen Rechnung nach Stadium IIb im Betonbereich die Tragfähigkeit zu:

$$T = \frac{W_b}{s} \quad (W_b = \text{Würfelfestigkeit des Betons})$$

und im Stahlbereich zu:

$$T = \frac{\sigma_s}{n} \frac{1}{1-s} \quad (\sigma_s = \text{Streckgrenze des Stahles}).$$

Die Tragfähigkeitslinie (T-s-Linie) ergibt sich im gewählten Koordinatensystem im Betonbereich zu einer Geraden und im Stahlbereich zu einer Hyperbel.<sup>1</sup>

## 2. Vergleich mit den Versuchen.

In Fig. 2 sind Versuche mit Rechteckquerschnitten, bewehrt mit St. 37 angegeben, bei denen nach Möglichkeit die Würfelfestigkeit des Betons

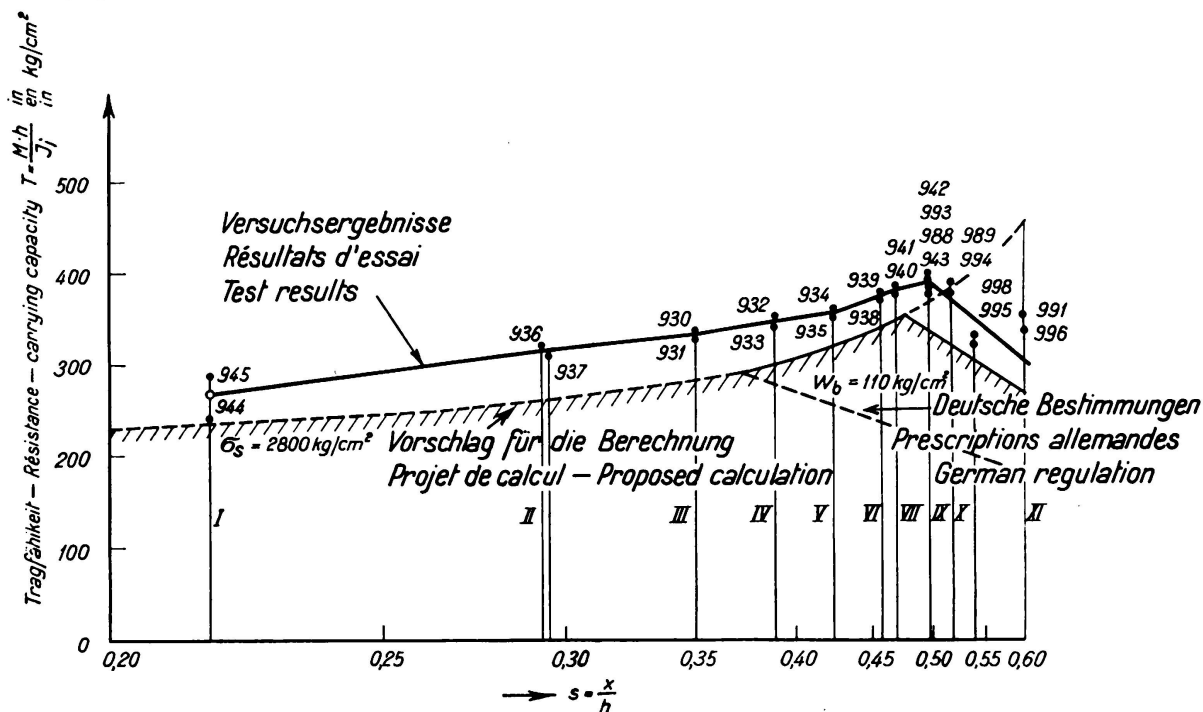


Fig. 2.

Tragfähigkeitslinie nach Versuch und Rechnung (gestrichelte Linie) und nach Vorschlag für St. 37 (schraffierter Rand).

<sup>1</sup> E. Friedrich: „Über die Tragfähigkeit von Eisenbetonquerschnitten.“ Beton und Eisen, 1936, Heft 9.

$W_b = 110 \text{ kg/cm}^2$  eingehalten wurde und die Streckgrenze des Stahles  $\sigma_s = 2800 \text{ kg/cm}^2$  war. Die Querschnitte wurden so abgewandelt, daß die Tragfähigkeit für einen großen s-Bereich angegeben werden konnte. In Fig. 2 sind die rechnungsmäßigen Tragfähigkeiten (gestrichelte Linie, Deutsche Bestimmungen) und die nach Versuchen bestimmten Tragfähigkeiten einander gegenübergestellt.

Der Vergleich zeigt:

- a) Im Bereich, in dem die Streckgrenze des Stahles für den Bruch maßgebend ist:
  - $\alpha$ ) Die Versuchswerte liegen durchwegs um etwa 10 % höher, als die nach der Rechnung gefundenen Werte.
  - $\beta$ ) Der Verlauf der Tragfähigkeitslinie nach Rechnung und Versuch ist durchaus ähnlich. Man wird sich zu einer Erhöhung der zulässigen Spannung im Stahlbereich, auch wegen der Rißgefahr, nicht entschließen können. Eine Veranlassung zur Änderung der Berechnungsweise im Bereich a) liegt nicht vor.
- b) In dem Bereich, in dem die Festigkeit des Betons für den Bruch maßgebend ist:
  - $\alpha$ ) Zunächst ergibt sich, daß die Tragfähigkeitslinie bis zu einem viel höheren Bewehrungsgehalt (bzw. in Fig. 2 bis zu höheren s-Werten) der Stahl-Tragfähigkeitslinie folgt.
  - $\beta$ ) Die Tragfähigkeit nach den Versuchswerten liegt im ganzen zweiten Bereich viel höher, als die Rechnungswerte.

## II. Die österreichischen Vorschriften.

Die österreichischen Vorschriften versuchen, die früher angegebenen Mängel der Berechnung zu beseitigen. Nach dem von Oberbaurat *F. v. Emperger* und Sektions-Chef *Haberkalt* ausgearbeiteten Vorschlag ist die Grenze von Stahl- und Betonbereich so hinaufgesetzt worden, daß sie einer zulässigen Betonspannung entspricht, die um 15—25 % höher als die bisherige zulässige Spannung liegt. Man hat jedoch die zulässigen Spannungen beibehalten, wodurch sich ergibt, daß in der Tragfähigkeitslinie an der Bewehrungsgrenze ein Sprung ist. Dabei treten zwei Nachteile auf:

- a) Es können Fälle eintreten, wo bei Zugabe von Bewehrungseisen die rechnungsmäßige Tragfähigkeit sinkt.
- b) Die Vorschläge gelten, da die Bewehrungsgrenze vom Bewehrungsgehalt abhängig gemacht worden ist, nur für Rechteckquerschnitte.

Fig. 3 zeigt die nach der österreichischen Vorschrift aufgetragene Tragfähigkeitslinie.

## B. Neuer Vorschlag für die Berechnung von Eisenbetonquerschnitten bei Biegung.

Das Bestreben im Eisenbeton ist, sowohl im Hochbau als auch im Brückenbau, möglichst ohne Schrägen auszukommen und eine Druckbewehrung zu vermeiden.

Es wird nun ein Vorschlag gebracht, wie man diesen Forderungen unter Beibehaltung der gleichen tatsächlichen Sicherheit, also unter Berücksichtigung von Versuchsergebnissen, nachkommen kann.



I. Im Bereich, in dem die Streckgrenze des Stahles für den Bruch maßgebend ist:

Die bisherige Rechnungsvorschrift soll in diesem Bereich beibehalten werden. Wenn die geforderte Würfelfestigkeit eingehalten wird, kann der Nachweis der Betonspannung unterbleiben.

II. Im Bereich, in dem die Festigkeit des Betons für den Bruch maßgebend ist:

1. Berechnungsgrundlagen.

a) Die Bestimmung der Nulllinie.

Bei niedrigen Momenten wird sich der Zustand IIb einstellen, der der bisherigen Rechnung zugrunde gelegt wurde, also der Beton auf der Zugzone

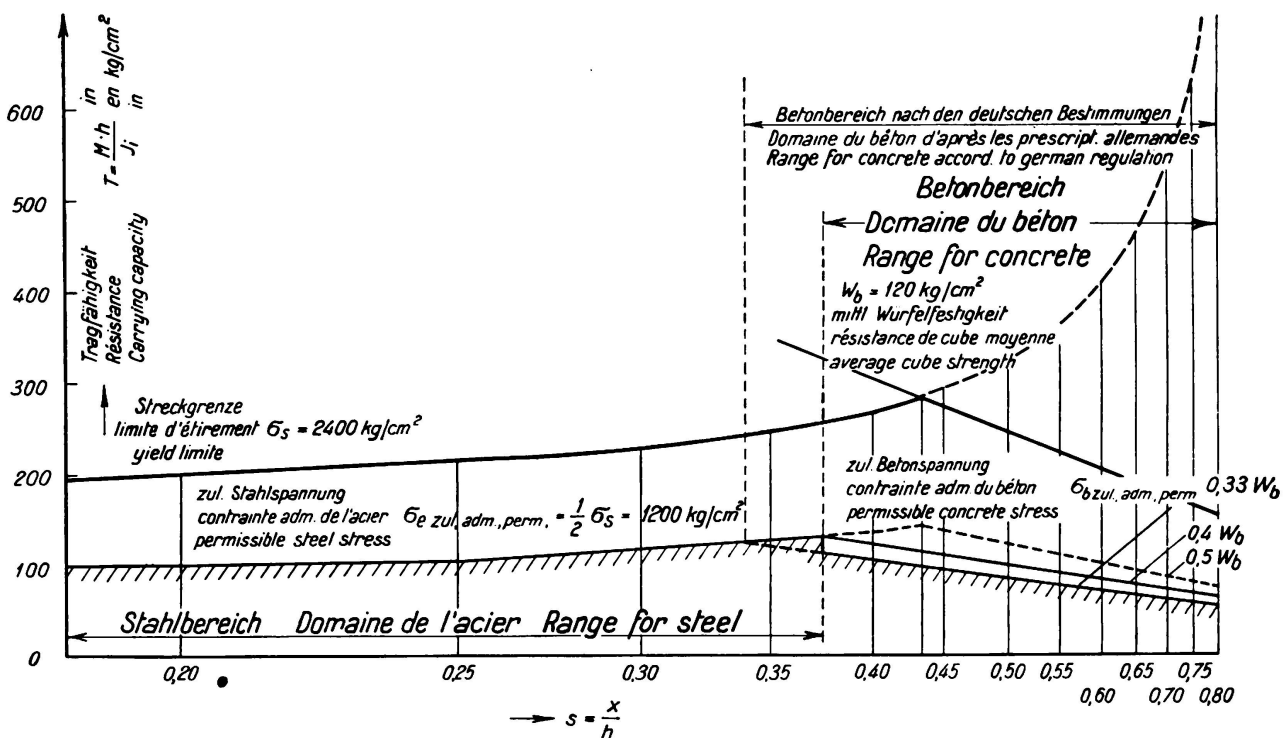


Fig. 3.

Tragfähigkeitslinie nach den österreichischen Vorschriften.

reißen. Wenn die äußerste Faser des Betons die Druckfestigkeit (wofür hier die Prismendruckfestigkeit  $\sigma_p$  angenommen werden soll) erreicht hat, tritt noch nicht der Bruch des Balkens ein (so wie die bisherige Rechnung annimmt), sondern der Zustand IIb geht in einen neuen Zustand IIc über, der dadurch gekennzeichnet ist, daß der Beton auf der Druckseite plastisch wird. Die Nulllinie bleibt erhalten. Der Nulllinienabstand wird daher am besten nach den bisherigen Rechnungsannahmen ermittelt.<sup>1</sup>

$$s^2 + 2s\varphi - 2\psi = 0 \tag{1}$$

(wobei  $\varphi = \frac{f}{b \cdot h}$ ,  $\psi = \frac{\gamma}{b \cdot h^2}$  mit  $f = n F_e + n F'_e$ ,  $\gamma = n F_e h + n F'_e h'$  ist).

b) Die Spannungs-Dehnungs-Linie des Stahles.

Der Berechnung wird das *Hooke'sche* Gesetz:

$$\sigma_s = E_e \cdot \epsilon_e$$

zugrunde gelegt (Fig. 4).

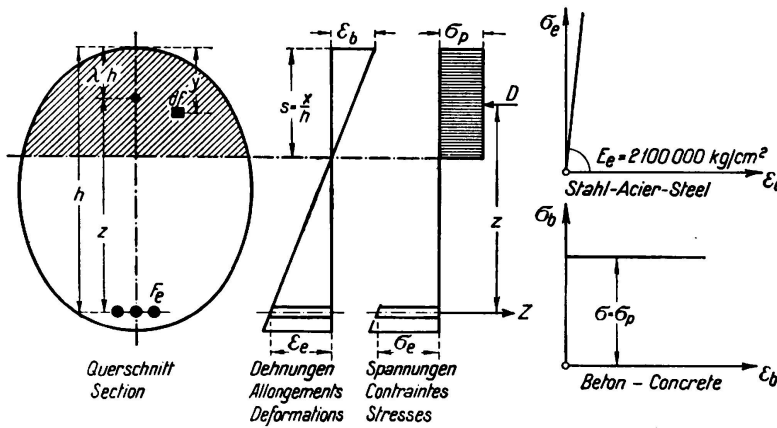


Fig. 4. Berechnungsannahmen nach Vorschlag für die Berechnung im Betonbereich.

c) Die Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons.

Der Berechnung wird das Plastizitäts-Gesetz

$$\sigma_p = \text{const. (unabhängig von } \epsilon)$$

zugrunde gelegt.

d) Annahme von Navier.

In der Berechnung wird vorausgesetzt, daß die Querschnitte eben bleiben.

e) Gleichgewicht.

In jedem Querschnitt muß Gleichgewicht zwischen den äußeren und inneren Kräften bestehen.

## 2. Die Rechnung.

Nach den unter 1. angegebenen Annahmen kann man die Spannungen bzw. die Tragfähigkeit von Eisenbetonquerschnitten berechnen. Man erhält die Druckkraft D aus der Gleichung

$$D = \int \overset{\text{wirks. Betonfl.}}{\sigma_p} \cdot df = \sigma_p \int \overset{\text{wirks. Betonfl.}}{df} = \sigma_p \cdot F_w,$$

wobei  $F_w$  die wirksame Betonfläche ist.

Die Zugkraft wird:

$$Z = F_e \cdot \sigma_e.$$

Da Gleichgewicht sein muß, besteht die Gleichung

$$Z = D \quad \text{oder}$$

$$F_e \cdot \sigma_e = F_w \cdot \sigma_p,$$

also

$$\sigma_e = \sigma_p \cdot \frac{F_w}{F_e}. \tag{2}$$

Das statische Moment der wirksamen Betonfläche in Bezug auf die obere Faser ist:

$$S_w = \int_{\text{wirks. Betonfl.}} y \cdot df,$$

woraus sich der Abstand des Schwerpunktes  $\lambda \cdot h$  der wirksamen Betonfläche ergibt:

$$\lambda \cdot h \cdot F_w = S_w.$$

Der Hebelarm der inneren Kräfte ist:

$$z = h - \lambda \cdot h = h \frac{h \cdot F_w - S_w}{h F_w}.$$

Das Moment der inneren Kräfte muß gleich sein dem äußeren Moment  $M$ , daher:

$$\begin{aligned} D \cdot z &= M \\ \sigma_p \cdot F_w \cdot h \cdot \frac{h \cdot F_w - S_w}{h F_w} &= M \\ \frac{S_w}{h} - F_w + \frac{M}{h \sigma_p} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Gleichung (1) gibt die Nulllinie an. Aus Gleichung (3) kann man das Tragmoment  $M$  berechnen.

### 3. Vergleich mit den Versuchen.

Mit den in 2. angegebenen Formeln sollen die in Fig. 2 angegebenen Versuche mit Rechteckbalken, bewehrt mit St. 37, überprüft werden.

Für die Rechteckquerschnitte ergibt sich:

$$\begin{aligned} F_w &= s \cdot b \cdot h \\ S_w &= s^2 \cdot h^2 \cdot \frac{b}{2}. \end{aligned}$$

Um das hier angegebene Rechenverfahren mit den bisherigen zu vergleichen, soll wiederum der Wert

$$T = \frac{M \cdot h}{J_i}$$

berechnet werden.

Für einfach bewehrte Rechteckquerschnitte wird:

$$\frac{J_i}{h} = bh^2 \frac{\left(1 - \frac{s}{3}\right) \cdot s^2}{2}$$

und dadurch wird aus Gleichung (3)

$$T = \frac{M \cdot h}{J_i} = 2 \frac{\sigma_p}{s} \cdot \frac{1 - s/2}{1 - s/3}.$$

In Fig. 2 ist auch der Vorschlag für die neue Berechnung (schraffierter Rand), eingetragen. Außerdem ist in Fig. 5 eine zweite Versuchsreihe mit Baustahl mit hoher Streckgrenze (Istestahl  $\sigma_s = 4093 \text{ kg/cm}^2$ ) aufgetragen. Die Prismenfestigkeit wurde bei den Versuchen zu  $\sigma_p = 94 \text{ kg/cm}^2$  ermittelt. Der Vergleich mit der bisherigen Rechnung zeigt, daß der neue Vorschlag eine wesentlich

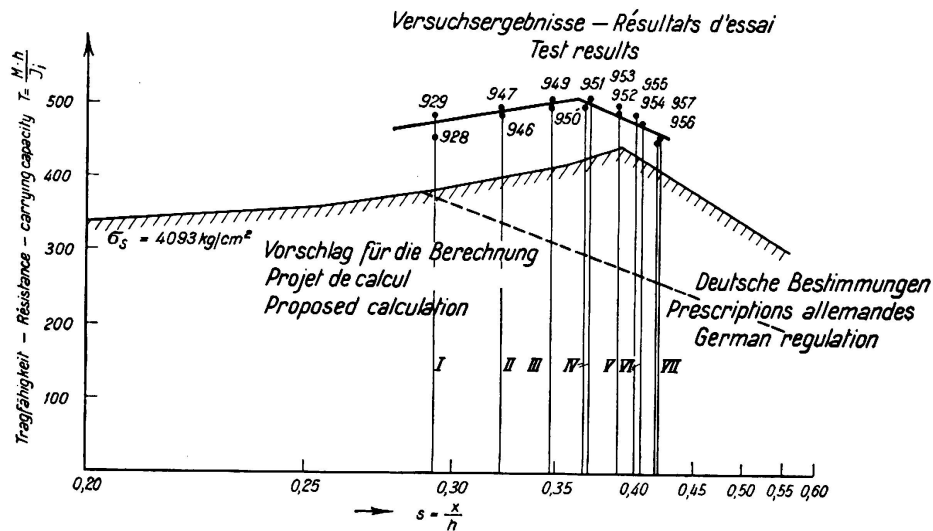


Fig. 5.

Tragfähigkeitslinie nach Vorschlag für hochwertigen Betonstahl.

bessere Übereinstimmung bringt. Fig. 6 ist das Bruchbild des Balkens Nr. 957 (Bruch im Betonbereich). Fig. 7 ist das Bruchbild des Balkens Nr. 947 (Bruch im Stahlbereich). Aus diesen beiden Abbildungen kann man die beiden Bereiche klar erkennen.

### C. Vorschläge für die Bestimmungen.

Nachdem man erkannt hat, in welcher Weise man die tatsächliche Tragfähigkeit und die rechnungsmäßige Tragfähigkeit in Übereinstimmung bringen kann, sollen nun Vorschläge für die Bestimmungen gemacht werden.

#### 1. Stahlspannung.

Die zulässige Stahlspannung soll wie bisher  $\sigma_{e \text{ zul}} = \frac{\sigma_s}{2}$  sein, wenn nicht die Forderung wegen der Rißgefahr kleinere Werte für zulässig erscheinen läßt.

#### 2. Betonspannung.

Es soll wie bisher dreifache Sicherheit gegenüber Erreichen der Betonfestigkeit  $W_b$  gewählt werden. Da aber als auftretende Betonspannung die Prismenfestigkeit in Rechnung zu stellen ist, muß die zulässige Betonspannung gegenüber den bisherigen Festsetzungen herabgesetzt werden. Allgemein kann man die Prismenfestigkeit mit  $0,75^2$  der Würfelfestigkeit annehmen. Man erhält somit die zulässige Betonspannung zu  $\sigma_{b \text{ zul}} = \frac{1}{4} W_b$ .

<sup>2</sup> Übertragungszahl von Würfelfestigkeit auf dauernd ruhende Belastung.

Bei  $W_b = 120 \text{ kg/cm}^2$  wird  $\sigma_{b \text{ zul}} = 30 \text{ kg/cm}^2$   
 Bei  $W_b = 160$  „ wird  $\sigma_{b \text{ zul}} = 40$  „  
 Bei  $W_b = 225$  „ wird  $\sigma_{b \text{ zul}} = 56$  „

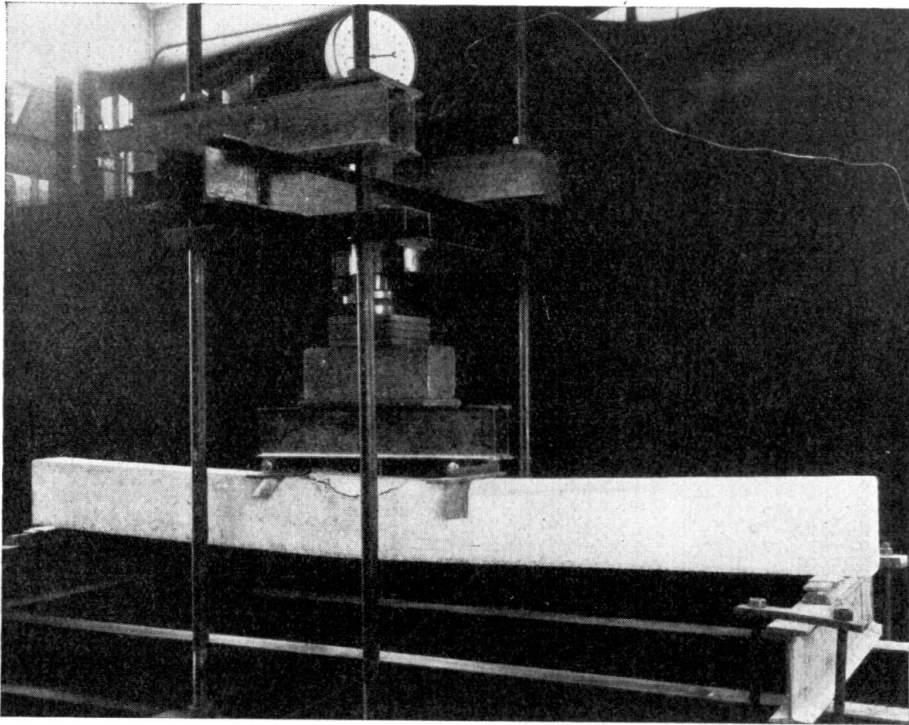


Fig. 6.

Bruchbild des Balkens Nr. 957 (durch Erreichen der Festigkeit des Betons gebrochen).

### 3. Die Bewehrungsgrenze für Rechteckquerschnitte.

Durch Gleichsetzen der Tragfähigkeit im Stahlbereich mit der Tragfähigkeit im Betonbereich erhält man die Bewehrungsgrenze.

Die Tragfähigkeit im Stahlbereich ist:

$$\frac{M \cdot h}{J_i} = \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{1-s};$$

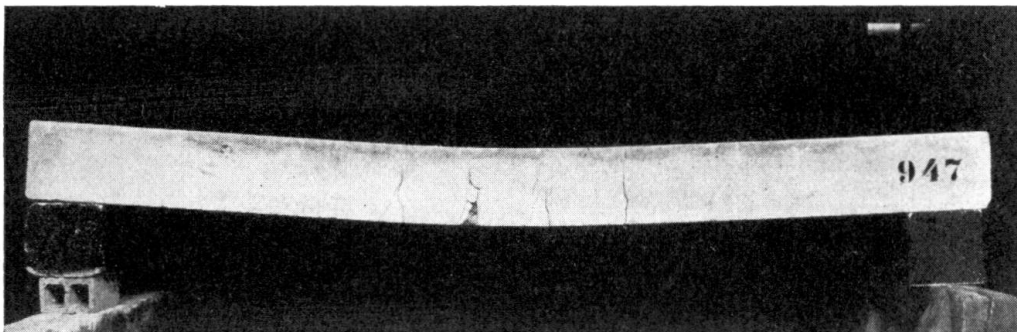


Fig. 7.

Bruchbild des Balkens Nr. 947 (durch Erreichen der Streckgrenze des Stahles gebrochen).

die Tragfähigkeit im Betonbereich:

$$\frac{M \cdot h}{J_i} = 2 \cdot \frac{\sigma_p}{s} \cdot \frac{1 - s/2}{1 - s/3}$$

Setzt man:

$$k = \frac{\sigma_s}{n \sigma_p},$$

so erhält man  $s_G$  aus der Gleichung

$$s_G = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3(1+3k)}{3+k}}. \quad (4)$$

### Schlußbemerkung.

Zahlreich sind bereits die Vorschläge, die gemacht wurden, um Rechnung und Versuch in Übereinstimmung zu bringen. Wenn die Vorschläge jedoch für die Bestimmungen maßgebend sein sollen, so müssen sie durch Versuche einwandfrei belegt werden. Für die Bestimmung der Bewehrungsgrenze bei Rechteckquerschnitten, mit Stahl St. 37 bewehrt, scheint der besprochene Vorschlag genügend belegt. Für hochwertigen Betonstahl sind Versuche eingeleitet worden.

In diese Versuchsreihen sind auch Balken mit Druckbewehrung mit aufgenommen worden, um die Änderung der Tragfähigkeit bei Rechteckquerschnitten mit und ohne Druckbewehrung zu bestimmen.

Der Vorschlag bringt eine wesentlich gleichmäßigere Ausnutzung der Baustoffe mit sich. Da danach vielfach Schrägen und Druckbewehrung vermieden werden können, gibt sich eine bessere Anpassung des Eisenbetons an die neuzeitlichen Forderungen der Gestaltung (z. B. im Hochbau ebene Untersichten bei Decken über mehreren Stützen aus Eisenbeton oder Balken mit gleicher Dicke im Brückenbau usw.). Gleichzeitig ergeben sich auch, da an Schalung und Eisen gespart werden kann, wirtschaftliche Vorteile für den Eisenbetonbau.