Beanspruchung eines Bauwerkes auf einem nachgiebigem Untergrunde

Autor(en): **Kögler, F.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht**

Band (Jahr): **2 (1936)**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-2880

VIII 1

Beanspruchung eines Bauwerkes auf einem nachgiebigem Untergrunde.

Sollicitations dans un ouvrage reposant sur un sol compressible.

The Stresses Imposed on a Structure by a Yielding Subsoil.

Professor Dr. Ing. F. Kögler,
ord. Professor an der Bergakademie, Freiberg/Sa.

Die nachstehenden Betrachtungen setzen einen Baugrund voraus, der unter Belastung nicht seitlich ausweicht, sondern sich zusammendrückt.

I. Fall des Lastbündels.

Wenn *das Bauwerk* in sich überhaupt *keine Biegefestigkeit hätte,* sondern vollkommen schlaff und beweglich wäre, z. B. aus lauter unzusammenhängenden Stücken bestünde, so würde es in seinen einzelnen Teilen Senkungen erfahren genau in dem Maße, wie sich der Baugrund unter der Belastung zusammendrückt. Es würde diesen Zusammendrückungen folgen, ohne eine Steifigkeit geltend machen zu können. Es könnte also auch keine Biegespannungen erfahren. Wir wollen diesen Belastungsfall des Baugrundes durch ein derartig

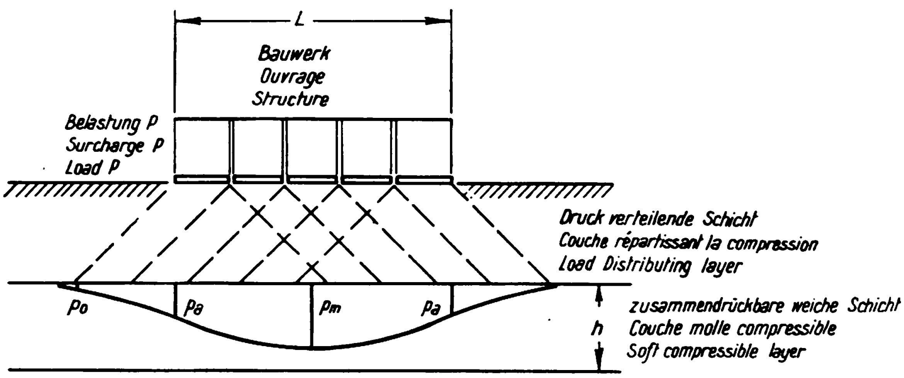


Fig. 1.

schlaffes Bauwerk oder durch mehrere unzusammenhängende Einzellasten den Belastungsfall *„Lastbündel“* nennen.

Die Druckverteilung im Baugrunde hängt jetzt von der Steifigkeit des Bauwerkes nicht ab; sie geht in der üblichen Weise vor sich, wie in Fig. 1 gezeichnet. Eine weiche zusammendrückbare Schicht in gewisser Tiefe erhält die dargestellten Drücke: in der Mitte den stärksten Druck p_m, unter den Enden des Bauwerkes den Druck p_a, seitlich den geringen Druck p_o. Die Druckverteilung läßt sich nach den üblichen Formeln, z. B. auch nach dem Diagramm von *Steinbrenner* angeben.

Gemäß dieser Druckverteilung wird auch die Zusammendrückung der weichen Schicht vor sich gehen, entsprechend den Drücken p_m über p_a bis p_o an ihrer Oberfläche.

Das Bauwerk muß sich so senken, wie es der Zusammendrückung der weichen Schicht entspricht, in seiner Mitte mehr, z. B. um z_m, an seinen beiden Enden weniger, z. B. um z_a (Fig. 2). Eine etwaige ausgleichende Wirkung der druckverteilenden Schicht über der weichen Schicht, die eine gewisse Verringerung von z_m und eine Vermehrung von z_a zur Folge haben könnte, soll hier nicht berücksichtigt werden.

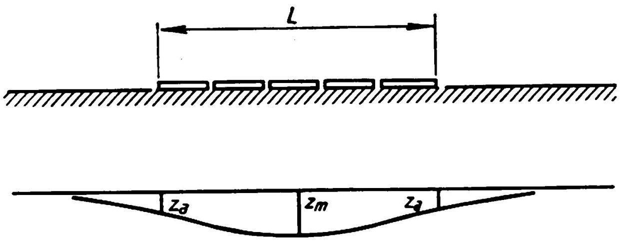


Fig. 2.

Der Unterschied der Senkung z_m in der Mitte gegen die Senkung z_a an den beiden Enden des Bauwerkes ist die Durchbiegung des aus einzelnen unzusammenhängenden Stücken bestehenden Bauwerks, die dieses mitmacht, *ohne jeglichen Widerstand dagegen zu leisten*, weil es nach Annahme gar keine Steifigkeit besitzt. Seine *Durchbiegung* beträgt also

$$s = z_m - z_a \tag{1a}$$

II. Steifes Bauwerk.

Wenn das *Bauwerk* nun aber *Steifigkeit besitzt*, so macht es diese Verbiegung nicht in vollem Umfange mit, sondern leistet dagegen einen gewissen Widerstand. Dessen Größe hängt von der Steifigkeit des Bauwerkes ab. Sie hat zur Folge, daß die Mitte des Bauwerkes nicht so stark einsinkt, d. h. daß der Boden unter ihr nicht um das Maß z_m zusammengedrückt wird, sondern nur um das Maß $z_m - \Delta z_m$. Das Bauwerk trägt dementsprechend von dem Druck p_m einen Teil Δp_m selbst vermöge seiner Biegefestigkeit. Um Δp_m wird also der Baugrund sinngemäß entlastet. Das Bauwerk kann den Lastanteil Δp_m nur tragen, wenn es sich an seinen Enden wie ein Träger auf zwei Stützen auf den Baugrund stützt, diesen dort also um Δp_a mehr belastet, als bisher mit p_a. Die weiche Schicht erfährt dort also eine größere Zusammendrückung als z_a, z. B. $z_a + \Delta z_a$.

Auch jetzt noch bleibt ein Mehreinsinken der Mitte des Bauwerkes gegen seine beiden Enden; der Unterschied, d. h. die Durchbiegung des Bauwerks ist aber nicht mehr so groß wie im Falle I des Lastbündels; die *Durchbiegung* beträgt jetzt nur noch:

$$\begin{aligned} s &= z_m - \Delta z_m - (z_a + \Delta z_a) \\ &= (z_m - z_a) - (\Delta z_m + \Delta z_a) \end{aligned} \tag{1b}$$

Diese Verringerung der Durchbiegung kommt durch die Steifigkeit des Bauwerkes zustande. Es trägt vermöge derselben in seiner Mitte die Belastung Δp_m

und stützt sich, um diese als Träger auf zwei Stützen tragen zu können, an seinen beiden Enden mit Δp_a zusätzlich auf den Baugrund. Die Belastung des Bauwerks ist in Fig. 3 dargestellt.

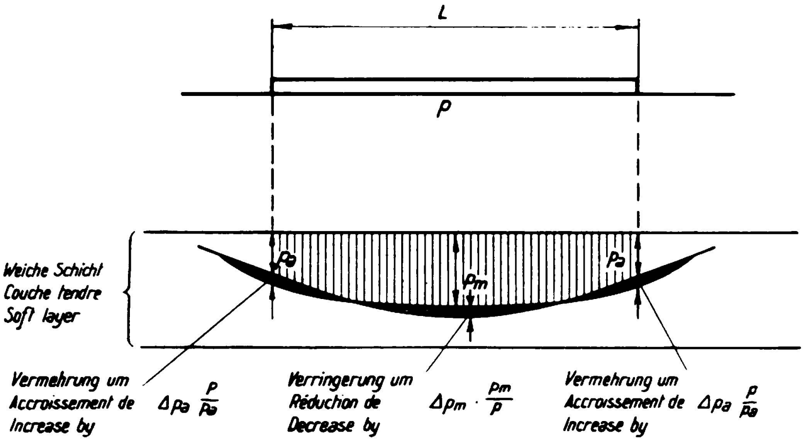
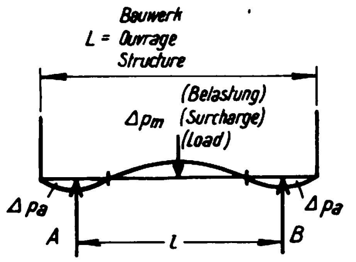


Fig. 3.

Hinsichtlich der *Verteilung* der Belastung Δp_m und der Stützendrücke Δp_a ist man natürlich auf Annahmen angewiesen, auch hinsichtlich ihres gegenseitigen Größenverhältnisses. Es sei die Annahme getroffen, wie sie in Fig. 4 gezeichnet ist: Parabolische Verteilung der Drücke; die äußeren Viertel der Bauwerkslänge L mögen stützend wirken, die innere halbe Länge sei belastet.

Fig. 4.



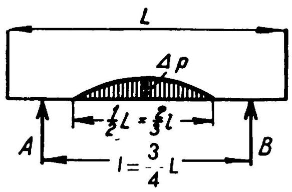


Fig. 5.

Da die Summe der stützenden Drücke Δp_a gleich der Summe der belastenden Δp_m sein muß, so ergibt sich mit obiger Annahme:

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta p_m \cdot \frac{1}{2} L = 2 \left(\Delta p_a \cdot {}^2/_3 \cdot {}^1/_4 L \right)$$

$$\Delta p_m = \Delta p_a = \Delta p. \tag{2}$$

Die Stützweite des so belastet gedachten Trägers auf 2 Stützen beträgt $l = \frac{3}{4} L$.

III. Lastanteil des Bauwerks.

Zur Bestimmung der Größe von Δp führt folgende Überlegung: *Die Durchbiegung des gemäß Fig. 4 belasteten Trägers läßt sich auf zweierlei Weise folgendermaßen berechnen:*

1. *Als Durchbiegung des Trägers auf zwei Stützen nach den üblichen Formeln der Festigkeitslehre;* Größe f_L, siehe IV.

2. *Als Unterschied der Zusammendrückung der weichen Schicht*
   a) *unter der Mitte des Bauwerkes infolge einer Belastung* $p_m - \Delta p$,
   b) *unter den Enden des Bauwerkes infolge einer Belastung* $p_a + \Delta p$,
   berechnet nach den Regeln über die Zusammendrückung des Baugrundes; Größe s; siehe V.

   Die Werte f_L *und* s *müssen einander gleich sein.*

IV. Berechnung der Durchbiegung des Trägers (gemäß III, 1.).

Der Träger ist gemäß Fig. 4 belastet und gestützt. Statt der Stützung durch einen stetig verteilten Stützendruck Δp_a auf die Längen je $^1/_4$ L seien einfach die Einzelstützkräfte A und B angenommen. Die Stützweite beträgt dann $l = {}^3/_4$ L. Die Belastungslänge ist $^1/_2 \, L = {}^2/_3 \, l$. Es gilt, die Durchbiegung der Mitte des Trägers von der ganzen Länge L gegen die freien Enden seiner auskragenden Teile zu berechnen.

a) *Die Durchbiegung des Trägers von der Stützweite l.*

Da man hier ohnehin auf Annahmen angewiesen ist, so hat eine mühsame, genaue Berechnung keinen Zweck. Der hier vorliegende Belastungsfall nach

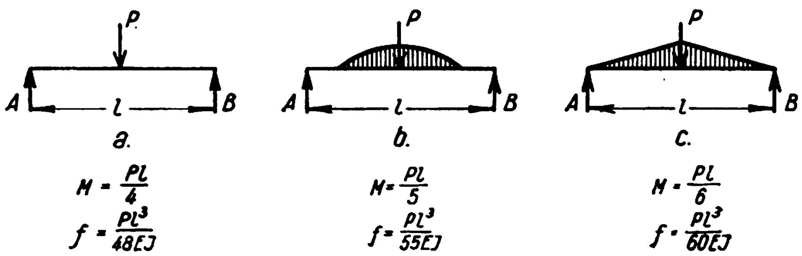


Fig. 6.

Fig. 5 steht etwa in der Mitte zwischen einer Einzellast nach Fig. 6a und einer Dreiecksbelastung nach Fig. 6c. Es sei deshalb für ihn angenommen

$$\text{Biegemoment } M = \frac{Pl}{5} \tag{3}$$

$$\text{Durchbiegung } f = \frac{Pl^3}{55\,EJ} \tag{4}$$

damit wird:

$$P = {}^2/_3 \cdot \Delta p \cdot {}^2/_3 \, l \cdot t = {}^4/_9 \, \Delta p \cdot l \cdot t$$

$$M = \frac{({}^4/_9 \cdot \Delta p \cdot l \cdot t)\,l}{5} = {}^4/_{45} \cdot \Delta p \cdot l^2 \cdot t = \frac{1}{20} \cdot \Delta p \cdot L^2 \cdot t \tag{5}$$

$$f_l = \frac{{}^4/_9 \cdot \Delta p \cdot l \cdot t \cdot l^3}{55\,EJ} = \frac{4}{495} \cdot \Delta p \cdot \frac{l^4 \cdot t}{EJ} = \frac{\Delta p \cdot l^4 t}{124\,EJ} \tag{6}$$

Hierin bezeichnet:

t die Tiefe der Belastung und des tragenden Bauwerkstreifens senkrecht zur Ebene der Zeichnung,
J das Trägheitsmoment des tragenden Bauwerkstreifens auf diese Tiefe,
E die Dehnsteife des Baustoffes des Bauwerkes.

b) *Durchbiegung des Trägers von der Länge L.*

Für die Betrachtung gemäß III wird der Senkungsunterschied der Mitte des Bauwerkes gegen seine Enden gebraucht, d. h. die Durchbiegung des Trägers von der Länge L. Sie ergibt sich aus dem Vorstehenden nach folgender Betrachtung an Hand der Fig. 7. Die Durchbiegung f_l setzt sich über die Stützen des Trägers von der Stützweite L als Bewegung seiner freien Enden fort. Es gilt in Fig. 7: Annahme: die Biegelinie unter l sei eine Parabel. Dann ist die Neigung ihrer Tangenten gegeben durch $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2 f_l}{l/2}$. Ferner

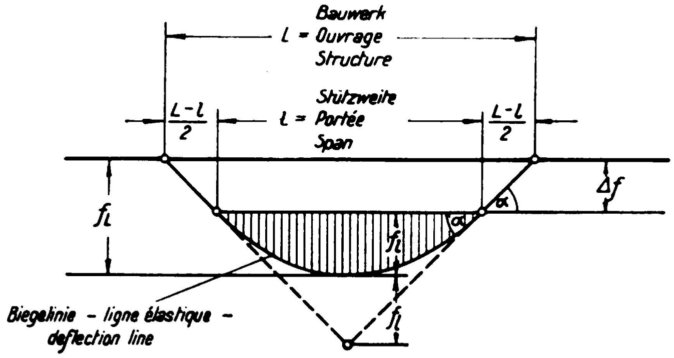


Fig. 7.

$$\Delta f = \frac{L-l}{2} \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{L-l}{2} \cdot \frac{2 f_l}{l/2} = 2 f_l \cdot \frac{L-l}{l}$$

$$f_L = f_l + \Delta f = f_l + 2 f_l \cdot \frac{L-l}{l} = \frac{f_l}{l}(l + 2L - 2l)$$

$$= f_l \cdot \frac{2L-l}{l} = f_l\left(2\frac{L}{l} - 1\right).$$

Mit der Festsetzung $l = {}^3/_4\, L$ wird

$$f_L = \frac{5}{3} f_l = \frac{5}{3} \cdot \frac{\Delta p \cdot l^4 t}{124\, EJ} = \frac{5}{372} \frac{\Delta p l^4 \cdot t}{EJ}$$

$$f_L = \frac{5}{372} \cdot \frac{\Delta p \cdot L^4 \cdot t}{EJ} \cdot ({}^3/_4)^4 = 0{,}00426 \frac{\Delta p L^4 t}{EJ} \qquad (7)$$

V. Zusammendrückung der weichen Schicht infolge der Pressungen aus dem Bauwerke (gemäß III, 2.).

Gemäß Fig. 1 erfährt die weiche Schicht aus dem Bauwerke unter Berücksichtigung der Druckverteilung die Pressungen p_m unter der Mitte des Bauwerkes, p_a unter seinen Enden, wenn die Baugrundbelastung unter der Sohle des Bauwerkes p beträgt. Nun entstehen gemäß Fig. 4 unter dem Bauwerk infolge seiner Steifigkeit eine Verringerung der Belastung in der Mitte um Δp_m, eine Vermehrung unter seinen Enden um Δp_a, wobei nach Gl. (2) sich $\Delta p_m = \Delta p_a = \Delta p$ ergeben hat. Diese Änderung des Bodendruckes unter der Sohle des Bauwerkes hat auch eine Änderung der Drücke auf die weiche Schicht im Untergrunde zur Folge; *es wird angenommen, daß diese letzteren Änderungen sich ebenso verhalten wie die Drücke unter der Bauwerkssohle zu denen auf die weiche Schicht.* In dieser Annahme kommt zum Ausdruck:

1. die Druckverteilung in der Längsrichtung des Bauwerkes, wie sie in Fig. 1 gezeichnet ist;
2. gleichzeitig auch die Druckverteilung nach der Tiefe senkrecht zur Zeichnungsebene der Fig. 1,

mit anderen Worten die Druckverteilung durch die druckverteilende Schicht, wie sie sich darin äußert, daß der Sohldruck p unter dem Bauwerk sich bis zur zusammendrückbaren Schicht hin ändert in p_m und in p_a gemäß Fig. 1.

Die *wirklichen Druckänderungen* in der *Tiefe der weichen Schicht* betragen also:

$$\text{in der Mitte } \Delta p_m \cdot \frac{p_m}{p}, \quad \text{an den Enden } \Delta p_a \cdot \frac{p_a}{p}$$

$$= \Delta p \cdot \frac{p_m}{p} \qquad\qquad = \Delta p \cdot \frac{p_a}{p}$$

somit betragen die Drücke auf die weiche Schicht

$$\text{in der Mitte } p_m - \Delta p \cdot \frac{p_m}{p}, \quad \text{an den Enden } p_a + \Delta p \cdot \frac{p_a}{p}.$$

Vgl. hierzu Fig. 3. Die Zusammendrückung der weichen Schicht von der Mächtigkeit h beträgt nun

$$\text{in der Mitte: } \left(p_m - \Delta p \frac{p_m}{p}\right) \cdot \frac{h}{K_m}, \quad \text{an den Enden: } \left(p_a + \Delta p \cdot \frac{p_a}{p}\right) \cdot \frac{h}{K_a}.$$

Hierin sind h die Mächtigkeit der weichen Schicht, K_m und K_a die Verdichtungsziffern des Baugrundes der weichen Schicht unter der Mitte des Bauwerkes und unter seinen beiden Enden, je für den entsprechenden Druckbereich aus dem Druckdiagramm des Erdstoffes zu entnehmen.

Der *Unterschied* dieser *beiden Zusammendrückungen* entspricht der *Durchbiegung des Bauwerkes:*

$$s = \left(p_m - \Delta p \cdot \frac{p_m}{p}\right) \frac{h}{K_m} - \left(p_a + \Delta p \cdot \frac{p_a}{p}\right) \cdot \frac{h}{K_a}. \tag{8}$$

VI. Ermittlung von Δp.

Nach III muß sein: $f_L = s$, d. h.

$$\left(p_m - \Delta p \cdot \frac{p_m}{p}\right) \frac{h}{K_m} - \left(p_a + \Delta p \cdot \frac{p_a}{p}\right) \frac{h}{K_a} = 0{,}00426 \cdot \frac{\Delta p \cdot L^4 t}{EJ}.$$

Daraus folgt:

$$\Delta p = \frac{h\left(\frac{p_m}{K_m} - \frac{p_a}{K_a}\right)}{0{,}00426 \cdot \frac{L^4 t}{EJ} + \frac{h}{p}\left(\frac{p_m}{K_m} + \frac{p_a}{K_a}\right)} \tag{9}$$

Da in den meisten Fällen $K_m = K_a = K$ sein wird, so kann man *vereinfachend* setzen:

$$\Delta p = \frac{\frac{h}{K} \cdot (p_m - p_a)}{0{,}00426 \cdot \frac{L^4 t}{EJ} + \frac{p_m + p_a}{p} \cdot \frac{h}{K}} = \frac{p_m - p_a}{0{,}00426 \cdot \frac{L^4 \cdot t \cdot K}{EJ \cdot h} + \frac{p_m + p_a}{p}} \tag{10}$$

VII. Ergebnis.

Der *Lastanteil* Δp *des Bauwerkes* und damit die in ihm *auftretenden Biegespannungen* werden bedingt

1. durch den *Unterschied* der *Drücke* $p_m - p_a$ (Fig. 1) auf die *weiche Schicht* im Untergrund. Der Lastanteil Δp wächst proportional mit diesem Unterschied.
2. durch die *Länge L des Bauwerkes;* der Lastanteil Δp nimmt mit wachsendem L sehr rasch ab. Für sehr großes L wird $\Delta p = 0$.
3. durch die *Mächtigkeit h der weichen Schicht;* der Lastanteil Δp wächst mit ihr.
4. durch die *Verdichtungsziffer K* (Steife) *der weichen Schicht.* Der Lastanteil Δp nimmt mit wachsender Steife dieser Schicht ab.
5. durch die *Steifezahl E · J des Bauwerkes.* Der Lastanteil Δp wächst mit ihr: ein vollkommen schlaffes Bauwerk erfährt keine Belastung Δp und infolgedessen auch keine Biegebeanspruchungen; ein steifes Bauwerk erfährt eine höhere Belastung aus der Zusammendrückbarkeit des Baugrundes, als ein weniger steifes.
6. Das letztere besagt noch nicht, daß auch die Biegespannungen des steiferen Bauwerkes größer werden, als im schlaffen. Das folgende Zahlenbeispiel zeigt das gegenteilige Ergebnis.

VIII. Zahlenbeispiel.

Eisenbetonbehälter (Fig. 8) 24 m lang, 12 m breit und 4 m tief. Sohldruck $p = 4{,}5$ t/m² = 0,45 at. — Baugrundschichtung: 3 m fester Lehm, darunter 4 m

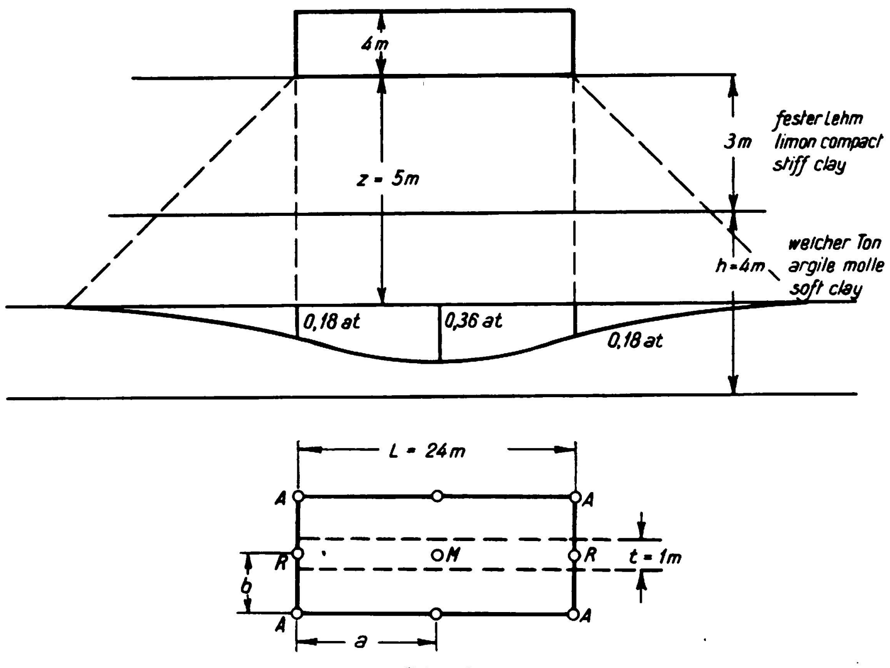


Fig. 8.

weicher Ton mit einer Steifezahl $K = 60$ kg/cm² im Bereiche des Druckzuwachses. Ermittlung der Druckverteilung nach *Steinbrenner:*

$$\frac{a}{b} = 2;$$

$$\sigma_R = 0{,}18 \text{ at}, \quad \sigma_M = 0{,}36 \text{ at}.$$

Die Sohle des Behälters ist versteift durch Rippen in 3 m Abstand von den Abmessungen nach Fig. 9. Betrachtet wird ein Streifen von $t = 1$ m Breite längs der Längsmittenachse des Behälters; für ihn ist

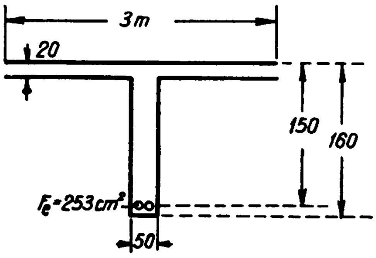


Fig. 9.

$$J = 15{,}2 \cdot 10^6 \text{ cm}^4,$$

$$F_e = 84{,}3 \text{ cm}^2;$$

$$W_b = 2{,}37 \cdot 10^5 \text{ cm}^3, \ W_e = 1{,}78 \cdot 10^5 \text{ cm}^3;$$

$$E = 1{,}5 \cdot 10^5 \text{ at}.$$

Es ergibt sich nach Gl. (10) die *Belastung (Lastanteil) des Behälters:*

$$\Delta p = \frac{0{,}36 - 0{,}18}{0{,}00426 \cdot \frac{2400^4 \cdot 100 \cdot 60}{1{,}5 \cdot 10^5 \cdot 15{,}2 \cdot 10^6 \cdot 400} + \frac{0{,}36 + 0{,}18}{0{,}45}}$$

$$= \frac{0{,}18}{0{,}93 + 1{,}2} = \frac{0{,}18}{2{,}13} = 0{,}085 \text{ at} = \mathit{0{,}85\ t/m^2}.$$

Die *Spannungen in den Rippen* berechnen sich nach Gl. (5):

$$M = \frac{1}{20} \cdot 0{,}85 \cdot 24^2 \cdot 1 = \mathit{24{,}5\ mt}$$

$$\sigma_b = \frac{24{,}5 \cdot 10^5}{2{,}37 \cdot 10^5} = \mathit{10{,}3\ kg/cm^2}, \qquad \sigma_e = 15 \cdot \frac{24{,}5 \cdot 10^5}{1{,}78 \cdot 10^5} = \mathit{206\ kg/cm^2}.$$

Die *Durchbiegung des Behälters* auf seine ganze Länge $L = 24$ m beträgt nach Gl. (7):

$$f_L = \frac{4{,}26 \cdot 8{,}5 \cdot 3{,}318 \cdot 10^{13} \cdot 10^2}{10^3 \cdot 10^2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^5 \cdot 15{,}2 \cdot 10^6} = \frac{10^{15}}{10^{16}} \cdot 5{,}27 = \mathit{0{,}53\ cm}.$$

Die Zusammendrückung der *weichen Schicht im Untergrunde,* d. h. die *Einsenkung* in der *Mitte* des Trägers beträgt nach Gl. (8):

$$\left(0{,}36 - 0{,}085 \cdot \frac{0{,}36}{0{,}45}\right) \cdot \frac{400}{60} = (0{,}36 - 0{,}0680) \cdot 6{,}67 = \mathit{1{,}95\ cm}.$$

Die *Einsenkung* am *Ende* des Trägers:

$$\left(0{,}18 + 0{,}085 \cdot \frac{0{,}18}{0{,}45}\right) \cdot \frac{400}{60} = (0{,}18 + 0{,}034) \cdot 6{,}67 = \mathit{1{,}42\ cm}.$$

IX. Einfluß der Steife eines Bauwerkes.

Um über den Einfluß der Steife des Bauwerkes einen Einblick zu gewinnen, werden im Anschluß an das Zahlenbeispiel unter VIII. folgende Betrachtungen angestellt: *Annahme:* Das *Trägheitsmoment* der *Versteifungsrippen* und ihr *Widerstandsmoment* seien

a) doppelt so groß, b) halb so groß wie vorher.

Die *Höhe* des Trägers bleibt bei dieser Annahme also unverändert.

$$\text{Fall a)}\quad \Delta p = \frac{0{,}18}{0{,}46+1{,}2} = \frac{0{,}18}{1{,}66} = 0{,}108 \text{ at} = 1{,}08 \text{ t/m}^2.$$

Spannungen in den Rippen:

$$M = \frac{1}{20} \cdot 1{,}08 \cdot 24^2 \cdot 1 = 31{,}1 \text{ mt}$$

$$\sigma_b = \frac{31{,}1 \cdot 10^5}{4{,}74 \cdot 10^5} = \mathit{6{,}56\ kg/cm^2}, \qquad \sigma_e = \mathit{131\ kg/cm^2}.$$

Die Durchbiegung des Behälters beträgt: $f_L = \mathit{0.334\ cm}$

$$\text{Fall b)}\quad \Delta p = \frac{0{,}18}{1{,}86+1{,}2} = \frac{0{,}18}{3{,}06} = 0{,}06 \text{ at} = 0{,}6 \text{ t/m}^2.$$

Spannungen in den Rippen:

$$M = \frac{1}{20} \cdot 0{,}6 \cdot 24^2 \cdot 1 = 17{,}28 \text{ mt}$$

$$\sigma_b = \frac{17{,}3 \cdot 10^5}{1{,}19 \cdot 10^5} = \mathit{14{,}5\ kg/cm^2}, \qquad \sigma_e = \mathit{290\ kg/cm^2}.$$

Die Durchbiegung des Behälters beträgt: $f_L = \mathit{0{,}743\ cm}$

Steife des Bauwerkes	Δp t/m²	Beanspruchungen im Beton σ_b	Beanspruchungen im Eisen σ_e	Durchbiegung des Bauwerkes
½ J	0,60	14,5 kg/cm²	290 kg/cm²	0,74 cm
J	0,85	10,3 „	206 „	0,53 „
2 J	1,08	6,6 „	131 „	0,33 „

Die wachsende Steife des Trägers verringert die Biegespannungen in ihm, wenn seine Höhe gleich bleibt.

X. Die zweckmäßigste Trägerhöhe (Steife) eines Bauwerkes.

Interessant ist auch die Betrachtung, welchen Einfluß eine *wechselnde Trägerhöhe* auf die Größe der Spannungen ausübt. Zu diesem Zwecke sei einfach ein rechteckiger Trägerquerschnitt gemäß Fig. 10 angenommen mit $W = \frac{1}{6}\, t H^2$, $J = \frac{1}{12}\, t H^3 = \frac{H}{2} \cdot W$. Dann ergibt sich nach Gl. (5) und Gl. (10):

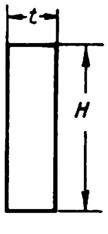


Fig. 10.

$$M = \frac{1}{20} \cdot \Delta p \cdot L^2 t$$

$$= \frac{1}{20} \cdot L^2 t \cdot \frac{p_m - p_a}{\dfrac{\alpha L^4 \cdot t \cdot K}{EJ \cdot h} + \dfrac{p_m + p_a}{p}}$$

Die Biegespannung wird nun einfach:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{L^2 \cdot t}{20\,W} \cdot \frac{p_m - p_a}{\dfrac{\alpha L^4 \cdot t \cdot K}{EJ \cdot h} + \dfrac{p_m + p_a}{p}}$$

und unter Einführung der Abkürzungen $p' = p_m - p_a$ und $p'' = \dfrac{p_m + p_a}{p}$ und mit den obigen Werten für J und W:

$$\sigma = \frac{3\,L^2 \cdot p' \cdot E \cdot h \cdot H}{120\,\alpha \cdot L^4 \cdot K + 10\,p'' \cdot H^3 \cdot E \cdot h}.$$

Mit den weiteren Abkürzungen

$$\beta = 3\,L^2 \cdot p' \cdot E \cdot h, \quad \gamma = 120\,\alpha \cdot L^4 \cdot K, \quad \delta = 10\,p'' \cdot E \cdot h$$

schreibt man:

$$\sigma = \frac{\beta \cdot H}{\gamma + \delta \cdot H^3}.$$

Den Größtwert der Biegespannung σ findet man aus der Bedingung $\dfrac{d\sigma}{dH} = 0$ zu

$$H = \sqrt[3]{\frac{6\,\alpha \cdot L^4 \cdot K}{p'' \cdot E \cdot H}} \tag{11}$$

Es zeigt sich also das eigenartige Ergebnis, daß es für die *Trägerhöhe* H einen *ungünstigsten Wert* gibt, der die *Spannung* σ *zu einem größten Werte* macht. Es ergibt sich mit den Werten des Zahlenbeispiels:

$$\beta = 3 \cdot 2{,}4^2 \cdot 10^6 \cdot 0{,}18 \cdot 1{,}5 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^2 = 18{,}65 \cdot 10^{13}\ \text{kg}^2\,\text{cm}^{-1}$$
$$\gamma = 1{,}2 \cdot 10^2 \cdot 4{,}26 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}4^4 \cdot 10^{12} \cdot 6 \cdot 10 = 10{,}16 \cdot 10^{14}\ \text{kg cm}^2$$
$$\delta = 10 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^2 = 7{,}2 \cdot 10^8\ \text{kg cm}^{-1}$$

$$H = \sqrt[3]{\frac{25{,}56 \cdot 10^{-8} \cdot 33{,}17 \cdot 10^{12} \cdot 6 \cdot 10}{1{,}2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^2}} = \sqrt[3]{706 \cdot 10^3} = 89\ \text{cm} = \mathit{0{,}9\ m}.$$

$$\sigma = \frac{18{,}65 \cdot 10^{15} \cdot H}{10{,}16 \cdot 10^{14} + 7{,}2 \cdot 10^{14}\,H^3} = \frac{186{,}5 \cdot H}{10{,}16 + 7{,}2\,H^3},$$

wenn H in m eingesetzt wird.

Die Ausrechnung für verschiedene Zahlenwerte von H liefert

zu $H =$	0,3	0,5	0,7	0,8	*0,9*	1,0	1,1	1,3	1,5 m
$\sigma =$	5,51	8,43	10,33	10,75	*10,90*	10,85	10,38	9,32	8,13 kg/cm².

Zeichnerische Darstellung des Zusammenhanges siehe in Fig. 11.

Liegt die Trägerhöhe *unter* dem ungünstigsten Werte H = 0,9 m, so werden die Spannungen im Träger *geringer*, weil der Träger *schlaffer* wird, eine geringere Biegesteife besitzt und sich den Baugrundsenkungen bereitwilliger anpaßt.

Liegt die Trägerhöhe *über* dem Werte H = 0,9 m, so werden die Biegespannungen im Träger auch *geringer*, weil der Träger zwar steifer wird und dadurch von der Last einen größeren Teil aufnimmt, sein Widerstandsmoment aber mit dem Quadrate seiner Höhe wächst und er infolgedessen die Biegemomente aus der größeren Belastung leichter aufnehmen kann.

Es folgt hieraus also die *wichtige Regel,* daß man auf nachgiebigem, d. h. zusammendrückbarem Baugrunde entweder die Bauwerke so gestalten soll, daß sie

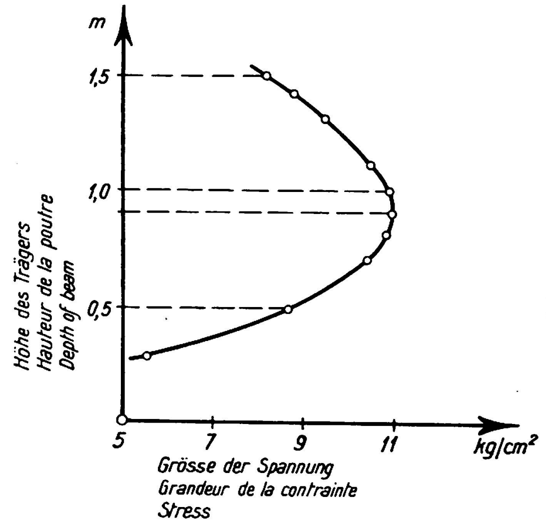


Fig. 11.

den *Verbiegungen leicht folgen können* (schlaffe Bauwerke, Zerlegung in einzelne Teile mit Trennungsfugen usw.) oder daß man das Bauwerk *sehr steif und biegefest machen muß,* damit es allen Biegebeanspruchungen widerstehen kann. *Der Mittelweg ist hier vom Übel;* er führt zu den *verhältnismäßig größten Beanspruchungen* im Bauwerk.