Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: Résistance des poutres réticulées

Autor: Kohl, E.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-2914

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

I 5

Résistance des poutres réticulées.

Tragfähigkeit von Fachwerkträgern.

Carrying Capacity of Trussed Steel Work.

Dr. Ing. E. Kohl,
Professor an der Technischen Hochschule, Hannover.

Nous nous proposons d'étudier quelques questions fondamentales qui sont importantes pour la détermination de la résistance d'une poutre réticulée métallique et de les appliquer à un exemple simple.

1° — *Position invariable de la charge.*

Le système de la fig. 1 représente une poutre simple dont la barre de la membrure inférieure U_3 ainsi que les diagonales D_2 et D_5 sont constituées de ⅃L 70 · 70 · 7 alors que les autres barres sont des ⅃L 90 · 90 · 9. Si l'on néglige les efforts réduits, produits dans les barres par le poids propre, on obtient pour une charge concentrée P au point 3 les efforts S_o du tableau I.

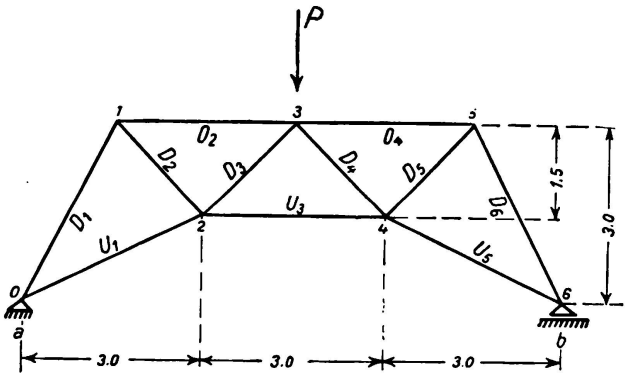

Fig. 1.

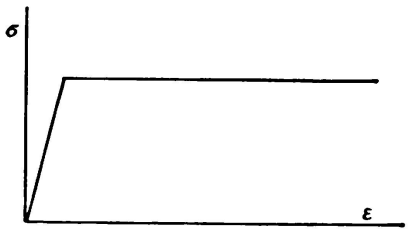

Fig. 2.

En tenant compte de la réduction de la section des barres tendues pour des rivets de 20 mm et en se basant, d'après les normes allemandes, sur une limite d'écoulement $\sigma_s = 2{,}4$ t/cm² et sur un effort de flambage σ_k les contraintes limites de la résistance de chaque barre sont:

$$S_{Gr} = F_n \cdot \sigma_s \text{ pour les barres tendues,}$$
$$S_{Gr} = F \cdot \sigma_k \text{ pour les barres comprimées.}$$

Ces valeurs sont contenues dans la deuxième colonne du tableau. La colonne 3 contient la valeur limite P_{Gr} de la charge P pour laquelle la valeur limite de l'effort dans la barre est atteinte lorsque l'on admet une validité illimitée à loi de *Hooke.*

Tableau I:

Barre	Effort dans la barre S_o	Effort limite dans la barre S_{Gr} pour la traction	pour la compression	Charge limite P_{Gr}
U_1	+ 0,3727 P	+ 70 t	— 43,4 t	70/0,3727 = 188 t
U_3	+ 1,5 P	+ 41,8 t	— 19,5 t	41,8/1,5 = 27,9 t
O_2	— 1,0 P	+ 70 t	— 53 t	53 t
D_1	— 0,7453 P	+ 70 t	— 43,4 t	43,4/0,7453 = 58,2 t
D_2	+ 0,9427 P	+ 41,8 t	— 39 t	41,8/0,9427 = 44,4 t
D_3	— 0,707 P	+ 70 t	— 69,8 t	69,8/0,707 = 98,6 t

La plus petite valeur P_{Gr} = 27,9 t, pour laquelle la limite d'écoulement est atteinte dans la barre U_3, est déterminante pour la résistance de la poutre considérée. L'atteinte de la limite d'écoulement dans *une seule* barre détermine la résistance de la poutre lorsque l'on admet des assemblages articulés à tous les noeuds et lorsque l'on se base sur le diagramme des tensions/allongements de la fig. 2, car des allongements illimités de la barre U_3 sont possibles sans augmentation de la charge.

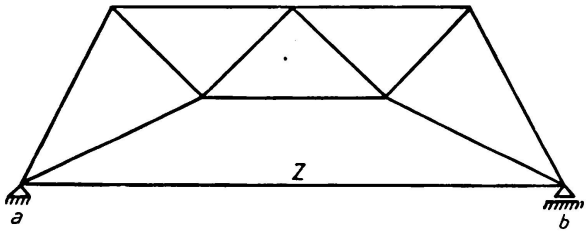

Fig. 3 a.

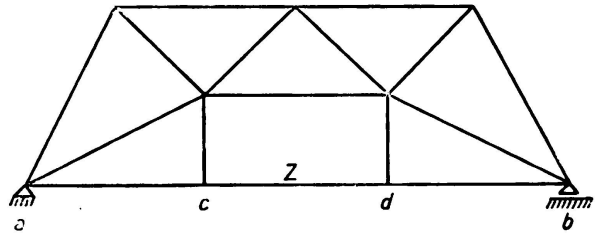

Fig. 3b.

Si l'on relie des appuis a et b par un tirant Z (fig. 3) le jeu des forces et la capacité de résistance sont complètement modifiés. D'après les règles de la statique pour le calcul des systèmes hyperstatiques, l'effort dans le tirant est $Z = X_a = \delta_{ao}/\delta_{aa}$ lorsque S_a sont les efforts résultant de $X_a = -1$ appliqué au système isostatique:

$$\text{Le numérateur est } E \cdot F_c \, \Sigma S_o S_a \, s \frac{F_c}{F} = 34{,}5 \text{ P}$$

$$\text{et le dénominateur } E \cdot F_c \, \Sigma S_a^2 \, s \frac{F_c}{F} = 50{,}64 + l_z \frac{F_c}{F_z},$$

lorsque l_z représente la longueur et F_z la section du tirant. Il faut distinguer les deux cas suivants:

a) le tirant a une section constante sur toute la longueur de 9 m (fig. 3a),
b) le tirant est constitué de 2 ⌊70 · 70 · 7 en a—c et b—d et F_z est la section c—d (fig. 3b).

Lorsque l'on admet pour le système hyperstatique, comme limite de la résistance, la charge pour laquelle la tension atteint la limite d'écoulement dans *une* barre, le tirant est déterminant, dans les rapports de sections que nous avons choisis, pour autant que sa section ne dépasse pas une certaine valeur. A l'intérieur de ce domaine la capacité de résistance du système dépend de la section du tirant seulement. Cette dépendance de la charge limite P'_{Gr} de la section F_z du tirant est donnée par la relation

$$Z = F_z \cdot \sigma_s{}^1 = \frac{34{,}5\, P'_{Gr}}{50{,}64 + l_z \dfrac{F_c}{F_z}} \quad \text{pour le cas a}$$

$$Z = F_z \cdot \sigma_s = \frac{34{,}5\, P'_{Gr}}{60{,}54 + l_z \dfrac{F_c}{F_z}} \quad \text{pour le cas b}$$

d'où pour $l_z = 9$ m et $l_z = 3$ m et pour $F_c = 31$ cm² il résulte que

$$P'_{Gr} = 19{,}40 + 3{,}52\, F_z \quad \text{pour le cas a} \tag{1a}$$

$$P'_{Gr} = 6{,}47 + 4{,}21\, F_z \quad \text{pour le cas b} \tag{1b}$$

Lorsque le tirant est faible on peut voir que la résistance de la poutre simple est réduite par l'adjonction d'un tirant car lorsque $F_z \longrightarrow 0$, $P'_{Gr} \longrightarrow 19{,}4$ t ou $P'_{Gr} \longrightarrow 6{,}47$ t alors que l'on avait 27,9 t pour la résistance de la poutre simple. Ce n'est que pour $F_z = 2{,}42$ cm² ou $F_z = 5{,}1$ cm² (fig. 5) que le système hyperstatique avec tirant possède la même résistance que le système sans tirant avec ailleurs les mêmes sections. En croyant renforcer la poutre par un tirant on l'a sensiblement affaiblie dans notre cas. Il est possible que la résistance réelle puisse s'abaisser encore au-dessous de celle de la poutre simple tant que sa section est maintenue invariable. Nous avons ici une contradiction dont il faut chercher l'explication dans la définition de la résistance.

Ces considérations nous conduisent nécessairement à la conclusion que la résistance d'un système une fois statiquement indéterminé n'est en aucun cas détruite lorsqu'*une* barre est sollicitée jusqu'à la limite d'écoulement. Pour la détermination de la résistance ou de la charge de rupture l'échelle admise pour les treillis isostatiques n'est plus utilisable pour les constructions hyperstatiques. Comme après l'atteinte de la tension d'écoulement dans une barre en surnombre, la déformation seule est déterminée par les membres du système stable restant et ne peut croître infiniment, une rupture ou une grande déformation inadmissible ne sont pas possibles aussi longtemps qu'*une* barre au moins du système isostatique restant n'a pas atteint la limite d'écoulement, c'est-à-dire que jusqu'à ce moment, la charge peut croître sans danger de rupture. En général, ainsi que l'a démontré *Grüning* dans son écrit connu „Die Tragfähig-

[1] On n'a fait aucune réduction de la section et le tirant est une barre fixée à ses extrémités par un boulon unique.

keit statisch unbestimmter Tragwerke aus Stahl bei beliebig häufig wiederholter Belastung", la limite de la résistance d'un système n fois statiquement indéterminé est caractérisée par l'apparition de la tension d'écoulement dans au moins n + 1 barres.

Afin de déterminer la résistance de notre poutre en treillis avec tirant, il faut fixer la relation qui existe entre les efforts dans les barres du système

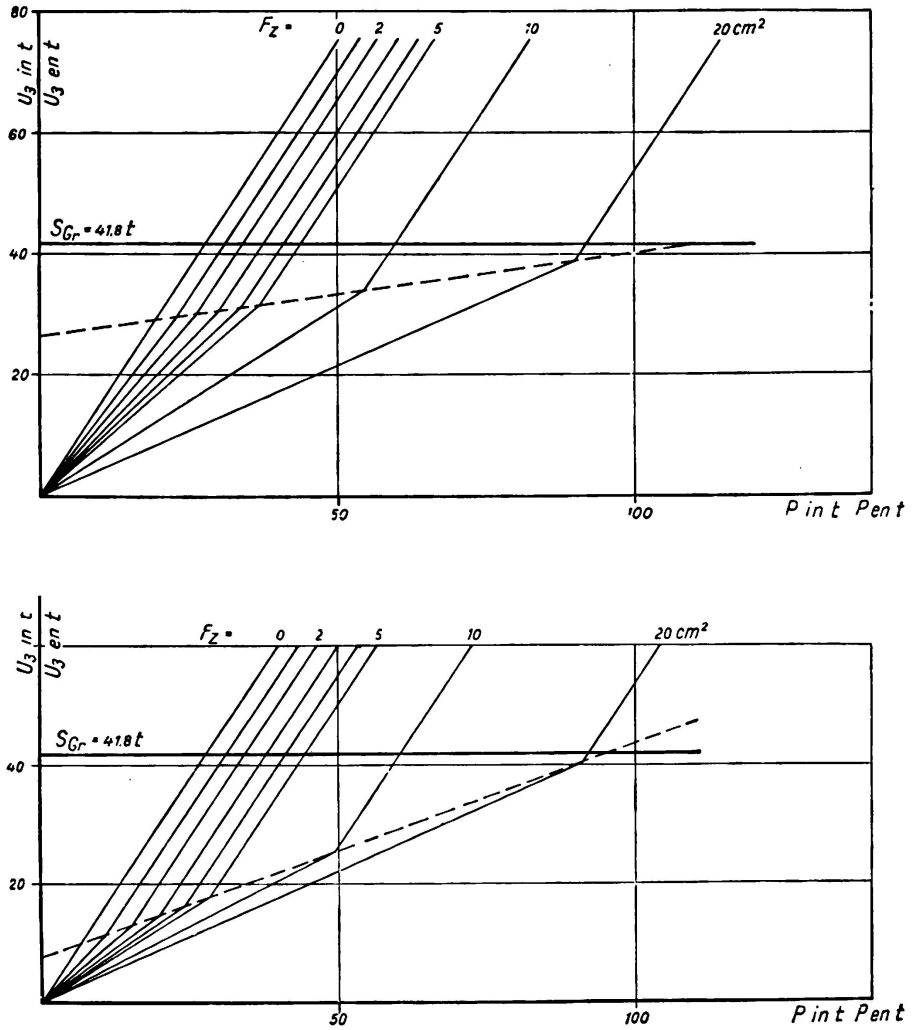

Fig. 4.

Effort dans la barre U_3 en fonction de la charge P et de la section du tirant F_z.

isostatique et la force extérieure P en tenant compte d'une force $F_z \cdot \sigma_s$ dans le tirant, constante et indépendante de P. On a

$$S = S_o - S_a \cdot F_z \cdot \sigma_s \tag{2}$$

La fig. 4 représente l'allure de l'effort dans la barre U_3 en rapport avec P et pour différentes valeurs de F_z. Pour une validité illimitée de la loi de *Hooke* on aurait:

$$U_3 = 1{,}5\,P - 2 \cdot \frac{34{,}5\,P}{50{,}64 + l_z \cdot \frac{F_c}{F_z}}.$$

A partir du moment où le tirant s'écoule, les efforts dans les barres croissent plus fortement et pour U_3 on a:

$$U_3 = 1{,}5\ P - 2\ F_z \cdot \sigma_s = 1{,}5\ P - 4{,}8 \cdot F_z.$$

Les points de rupture sont déterminés par:

$$U_3 = 26{,}4 + 0{,}137\ P \quad \text{pour le cas a,}$$
$$U_3 = 7{,}36 + 0{,}362\ P \quad \text{pour le cas b.}$$

L'effort limite dans la barre U_3 est de 41,8 t de telle sorte que l'on peut lire dans la fig. 4 sur l'axe des abscisses, pour chaque valeur de F_z, la charge limite qui amène la tension en U_3 jusqu'à la limite d'écoulement.

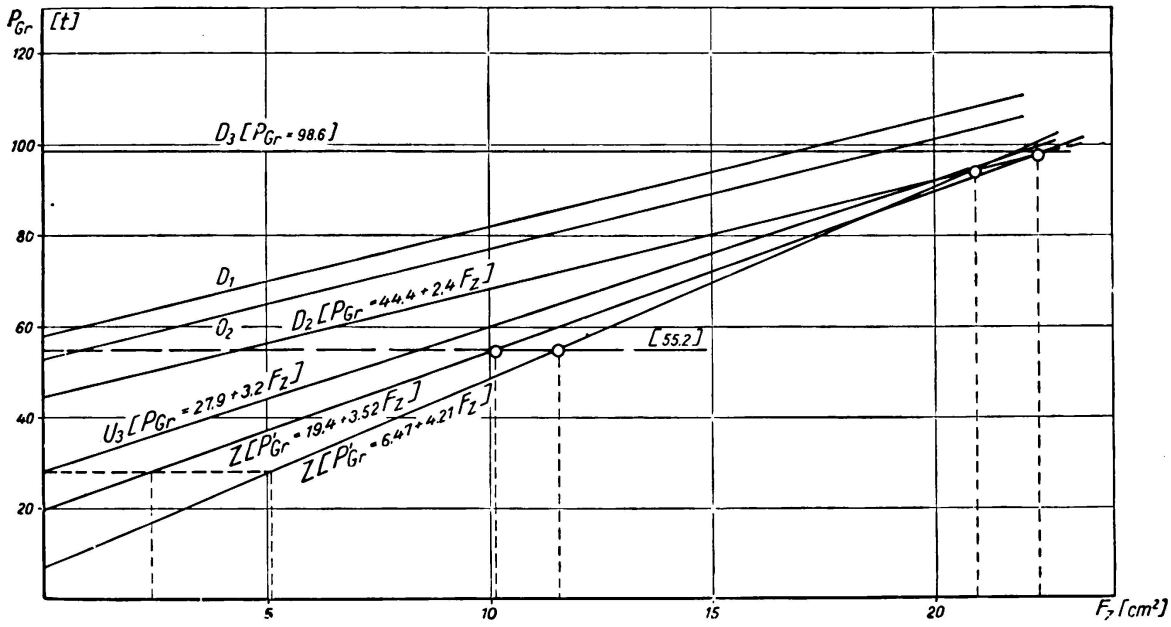

Fig. 5.

Charges limites P_{Gr} en fonction de la section du tirant F_z.

La fig. 5 permet de voir mieux et en même temps pour toutes les barres ces relations. Les charges limites P_{Gr} sont tirées pour les différentes barres de:

$$S = S_o - S_a \cdot F_z \cdot \sigma_s = S_{Gr} \tag{3}$$

ce qui donne en fonction de F_z

$$\begin{aligned}
&\text{pour } U_1\ (S_a = +1{,}49067): && P_{Gr} = 188 + 9{,}6\ F_z \\
&\text{pour } U_3\ (S_a = +2\ ): && P_{Gr} = 27{,}9 + 3{,}2\ F_z \\
&\text{pour } O_2\ (S_a = -1\ ): && P_{Gr} = 53 + 2{,}4\ F_z \\
&\text{pour } D_1\ (S_a = -0{,}7453\ ): && P_{Gr} = 58{,}2 + 2{,}4\ F_z \\
&\text{pour } D_2\ (S_a = +0{,}9427\ ): && P_{Gr} = 44{,}4 + 2{,}4\ F_z \\
&\text{pour } D_3\ (S_a = 0\ ): && P_{Gr} = 98{,}6
\end{aligned} \tag{4}$$

Les équations 4 sont aussi bien valables pour le cas a que pour le cas b. Dans la fig. 5 ces charges limites sont représentées pour toutes les barres du système en fonction de la section du tirant. Pour toutes les barres cette charge limite croît (cependant pas dans la même mesure) avec la section F_z du tirant, à l'exception de la barre D_3 dont l'effort ne dépend pas du tirant.

Jusqu'à une certaine valeur de F_z on obtient la plus petite charge limite pour U_3 à part le tirant; la résistance est donc limitée par l'équation

$$P_{Gr} = 27{,}9 + 3{,}2\ F_z \tag{5}$$

ce qui correspond pour $F_z = 0$ acec la résistance de la poutre simple.

Lorsque l'on a $F_z = 20{,}6\ cm^2$ on obtient la même charge limite $P_{Gr} = 93{,}9$ t pour les barres D_2 et U_3; pour des valeurs plus grandes de F_z la limite d'écoulement est plus vite atteinte en D_2 lorsque la charge croît encore. La validité de l'équation 4 est interrompue avec $F_z = 22{,}3\ cm^2$ dans le cas a et avec $F_z = 20{,}9\ cm^2$ dans le cas b car pour $P = 97{,}9$ t ou 94,5 t la tension d'écoulement dans le tirant et dans les diagonales D_2 et D_5 est atteinte en même temps. Un relèvement de la résistance ou de la sécurité, fondé sur l'indétermination statique, ne se produit pas. Un agrandissement de la section du tirant ne change rien car pour des valeurs $F_z > 22{,}3\ cm^2$ ou $F_z > 20{,}9\ cm^2$ les deux diagonales D_2 et D_5 s'écoulent d'abord. Les autres barres constituent alors un système labile. Le rapport de la résistance relevée P_{Gr} du système hyperstatique à l'apparition de la tension d'écoulement dans le tirant déterminée par la valeur limite P'_{Gr} est

$$\frac{27{,}9 + 3{,}2\ F_z}{19{,}4 + 3{,}52\,F_z} \text{ pour le cas a et } \frac{27{,}9 + 3{,}2\ F_z}{6{,}47 + 4{,}21\,F_z} \text{ pour le cas b.}$$

Les résultats du calcul sont donnés à la fig. 6.

La propriété d'«équilibrage des tensions» dans les systèmes hyperstatiques ne se présente pas dans tous les cas et dans toutes les circonstances; il faut admettre pour cela un surplus de section dans certaines barres très déterminées. Dans notre exemple on n'a aucun relèvement pratique de la résistance pour une section du tirant au-dessus de 20 cm^2 car une charge de 90 à 95 t élève en même temps dans plusieurs barres les tensions jusqu'à la limite d'écoulement.

Si la barre D_3, dont l'effort ne dépend pas de Z, était constituée de 2 $\lfloor$ 70 · 70 · 7, son effort limite serait porté à environ 39 t seulement et la charge limite à $\frac{39}{0{,}707}$ = environ 55,2 t. Lorsque $F_z = 10{,}15\ cm^2$ ou $11{,}55\ cm^2$ (fig. 5) la résistance est atteinte par l'apparition simultanée de l'effort de flambage dans les deux diagonales D_3 et D_4 et de la tension d'écoulement dans le tirant. Dans ce cas aussi un agrandissement de la section du tirant ne peut pas relever la résistance car pour D_3 et D_4 la charge limite $P_{Gr} = 55{,}2$ t reste déterminante.

Il reste encore à discuter s'il faut aussi s'attendre à un relèvement de la résistance du treillis hyperstatique lorsqu'une barre comprimée atteint en premier la valeur de la tension critique. Au contraire de ce qui se passe pour une barre tendue qui dans un système hyperstatique peut encore être un membre important lorsqu'elle a atteint la limite d'écoulement, une barre comprimée ne joue plus aucun rôle dès qu'elle flambe effectivement. Le flambage d'une barre comprimée suppose un fléchissement déterminé ainsi qu'un déplacement de noeud qui ne peuvent se produire dans un système isostatique sans être influencés par les autres barres. Dans les systèmes hyperstatiques, le déplacement des extrémités d'une barre comprimée est soumis aux conditions de déformation du système stable restant, qui opposent une résistance au fléchissement de la barre. La

condition de flambage pour une barre comprimée d'un treillis hyperstatique est nettement différente de la condition de flambage de la barre seule; *Grüning* l'a démontré dans l'écrit que nous avons cité plus haut (p. 28).

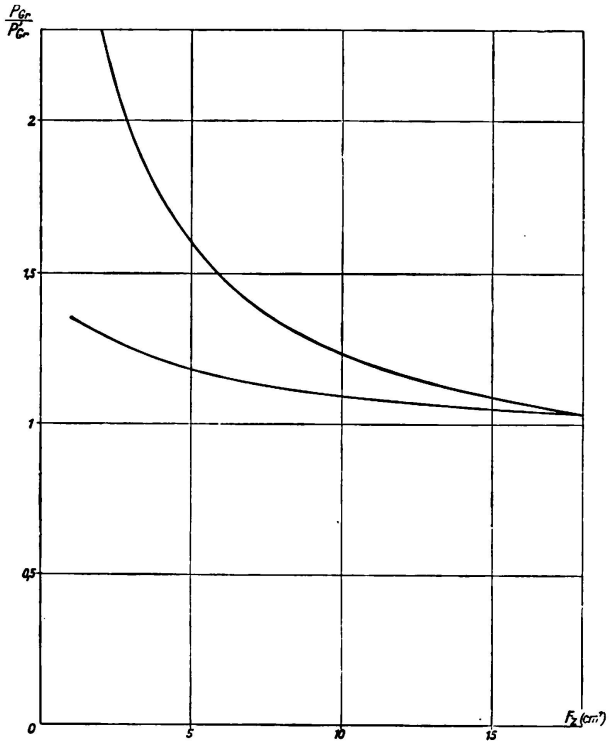

Fig. 6.

2° — *Position variable de la charge.*

Il nous faut encore étudier le cas où une charge P peut aussi agir au point 2 afin de répondre à la question de savoir quelle est la section minima que peut avoir le tirant pour relever la résistance de la poutre simple à une valeur déterminée P_{Gr} = (charge utile × coefficient de sécurité). On se basera sur le système de la fig. 3b. Les efforts S_o dans les barres de la poutre sans tirant ainsi que les charges limites pour les différentes barres sont donnés au tableau II.

Tableau II:

Barre	Effort S_o dans la barre	Charge limite P_{Gr}
U_1	+ 0,4969 P	141 t
U_3	+ 1,0 P	41,8 t
U_5	+ 0,2485 P	282 t
O_2	— 1,333 P	39,7 t
O_4	— 0,666 P	79,5 t
D_1	— 0,9938 P	43,6 t
D_2	+ 1,257 P	33,25 t
D_3	+ 0,4713 P	148 t
D_4	— 0,4713 P	148 t
D_5	+ 0,6285 P	66,5 t
D_6	— 0,4969 P	87,2 t

L'effort dans le tirant est de:

$$Z = X_a = \frac{29{,}57\ P}{60{,}54 + \frac{93}{F_z}}$$

La limite d'écoulement sera atteinte dans le tirant pour

$$P'_{Gr} = 7{,}55 + 4{,}91\ F_z \tag{6}$$

et aussi longtemps que le tirant, en tant que barre la plus sollicitée, s'écoulera le premier, les charges limites pour les barres U_3, O_2, D_1 et D_2 seront déterminées par les équations suivantes, représentées à la fig. 7 (on ne tient pas compte des autres barres car leurs efforts restent bien en dessous de la limite d'écoulement)

$$\begin{aligned} &\text{pour } U_3: && P_{Gr} = 41{,}8 + 4{,}8\ F_z \\ &\text{pour } O_2: && P_{Gr} = 39{,}7 + 1{,}8\ F_z \\ &\text{pour } D_1: && P_{Gr} = 43{,}6 + 1{,}8\ F_z \\ &\text{pour } D_2: && P_{Gr} = 33{,}25 + 1{,}8\ F_z \end{aligned} \tag{7}$$

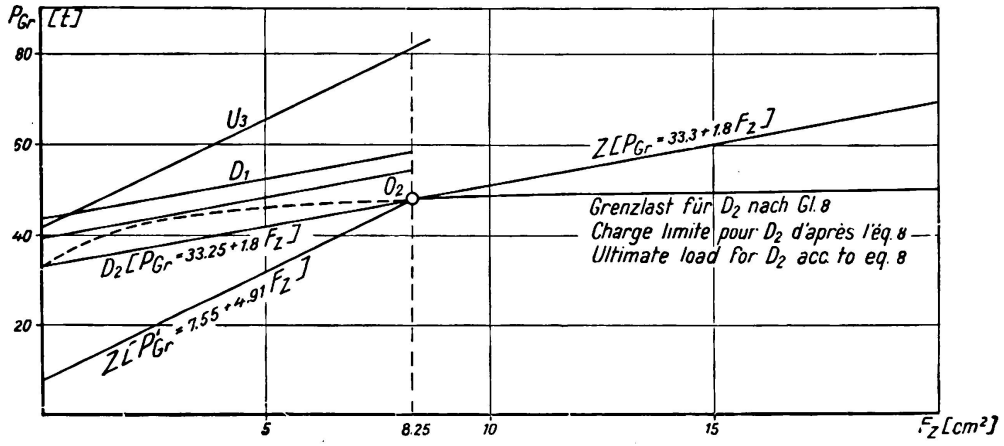

Fig. 7.

$P = 48{,}05$ t engendre pour $F_z = 8{,}25$ cm² la tension d'écoulement en même temps dans le tirant et dans D_2. Lorsque $F_z < 8{,}25$ cm², la résistance est limitée par la dernière équation de (4); pour $F_z > 8{,}25$ cm² l'équation 5 n'est plus valable car D_2 est alors la barre la plus sollicitée et connue telle s'écoule la première. On calcule la charge limite pour D_2 en fonction de F_z en partant de l'effort dans la barre du système hyperstatique

$$D_2 = 1{,}257\ P - 0{,}9427 \cdot \frac{29{,}57\ P}{60{,}54 + \frac{93}{F_z}} = S_{Gr} = 41{,}8$$

et l'on obtient

$$P'_{Gr} = \frac{60{,}54\ F_z + 93}{1{,}15\ F_z + 2{,}8} \tag{8}$$

Cette courbe est représentée à la fig. 7. La charge limite pour D_2 ne varie que peu avec un F_z croissant; elle croît de 48,05 t pour $F_z = 8{,}25$ cm² à 50,4 t

pour $F_z = 20$ cm². Lorsque $F_z > 8{,}25$ cm² on a pour toutes les autres barres, à partir du moment où D_2 s'écoule, des conditions d'équilibre qui sont à établir pour la charge P au point 2 et pour les deux charges $F_{D2} \cdot \sigma_s$ aux points 1 et 2 pour le système isostatique résultant de l'écoulement de la barre D_2. Ces charges peuvent être calculées par adjonction à l'effort S_o (tableau II) d'un état de tensions résiduelles:

$$S = S_o + (F_{D2} \cdot \sigma_s - D_{2o}) \frac{S_a}{D_{2a}} \tag{9}$$

Les efforts calculés ainsi sont

$$\begin{aligned}
U_1 &= +\ 66 \quad - 1{,}49\ P \\
U_3 &= +\ 88{,}8 - 1{,}666\ P \\
U_5 &= +\ 66 \quad - 1{,}74\ P \\
O_2 &= -\ 44{,}4 \\
O_4 &= -\ 44{,}4 + 0{,}666\ P \\
D_1 &= -\ 33{,}2 \\
D_2 &= +\ 41{,}8 \\
D_3 &= +\ 0{,}4713\ P \\
D_4 &= -\ 0{,}4713\ P \\
D_5 &= +\ 41{,}8 - 0{,}6285\ P \\
D_6 &= -\ 33{,}2 + 0{,}4969\ P \\
Z &= -\ 44{,}4 + 1{,}333\ P
\end{aligned} \tag{10}$$

Leur grandeur est indépendante de F_z. Mais comme la charge limite pour D_2 dépend de la section du tirant, la validité de l'équation (10) ne commence que pour des valeurs $F > 8{,}25$ cm² et $P \geqq P'_{Gr}$ d'après l'équation 8. La charge limite pour laquelle le tirant s'écoule, et qui permet de déterminer la résistance pour $F_z > 8{,}25$ cm², s'obtient en partant de la dernière des équations (10)

$$-\ 44{,}4 + 1{,}333\ P_{Gr} = F_z \cdot \sigma_s$$

et l'on obtient:

$$P_{Gr} = 33{,}3 + 1{,}8\ F_z \tag{11}$$

De l'équation (10) on peut tirer les charges limites pour toutes les autres barres. Les efforts dans les barres O_2, D_1 et D_2 sont constants et indépendants de P. Les plus petites valeurs de P_{Gr} s'obtiennent pour les barres de la membrure inférieure à savoir:

pour U_1 de $+\ 66 \quad - 1{,}49\ P_{Gr} = -\ 43{,}4$ d'où $P_{Gr} = 73{,}5$ t
pour U_3 de $+\ 88{,}8 - 1{,}666\ P_{Gr} = +\ 41{,}8$ d'où $P_{Gr} = 65$ t
pour U_5 de $+\ 66 \quad - 1{,}74\ P_{Gr} = -\ 43{,}4$ d'où $P_{Gr} = 63$ t

$P = 63$ t est donc la plus grande charge supportable quelle que soit la section F_z du tirant et pour autant que

$$33{,}3 + 1{,}8\ F_z \geqq 63$$

ou

$$F_z \geqq 16{,}5 \text{ cm}^2.$$

Un agrandissement de la section du tirant n'empêchera pas les barres D_2 et U_5 de s'écouler pour $P = 63$ t.

Pour répondre à la question posée plus haut, le tirant doit être dimensionné de telle façon que la résistance de la poutre simple soit portée de 27,9 t à 45 t ou 60 t et le dimensionnement doit se faire d'après le principe de la même sécurité, dans le sens que nous avons donné ci-dessus, lorsque la charge peut agir aussi bien au point 3 qu'au point 2.

Pour la charge limite de 45 t il faut tirer des fig. 5 et 7 ou des équations 5 et 7 la section nécessaire

$$F_z = 6{,}35 \text{ cm}^2 \text{ pour la charge au point 3}$$
$$F_z = 6{,}50 \text{ cm}^2 \text{ pour la charge au point 2}$$

où la valeur la plus grande est déterminante pour le dimensionnement. Si l'on admet que la résistance est détruite par l'apparition de l'écoulement dans le tirant, les sections nécessaires sont (d'après les fig. 5 et 7; les équations 1b et 6) $F_z = 9{,}15 \text{ cm}^2$ ou $F_z = 7{,}65 \text{ cm}^2$.

Si la charge doit monter à 60 t, la position de la charge au point 3 exige une section de 10 cm² pour le tirant (contre 12,7 cm² d'après l'équation 1b) et la position de la charge en 2 une section $F_z = 14{,}8 \text{ cm}^2$. Cette dernière section est nécessaire. Si l'on admet que la résistance prend fin avec l'apparition de l'écoulement dans une barre, on peut en conclure que l'on n'obtient pas un relèvement de la résistance jusqu'à 60 t par l'adjonction d'un tirant tel que nous avons prévu, car lorsque la charge est en 2 la charge limite pour D_2 (cf. fig. 7) reste d'après l'équation 8 constamment plus petite que 60 t.

3° — *Limitation de la résistance par la déformation.*

Les équations 4 pour les charges limites qui engendrent les efforts limites dans les barres sont valables d'après les équations 3a ou 3b indépendamment de l'adjonction du tirant. Une même charge limite amène la tension dans la barre U_3 jusqu'à la limite d'écoulement pour un F_z déterminé de telle sorte que la résistance des deux systèmes est la même. On peut se demander si vraiment les deux systèmes sont indépendants de l'adjonction d'un tirant au point de vue de leur résistance. Pour répondre à cette question il faut étudier la déformation des systèmes. Tant que la tension d'écoulement n'existera que dans le tirant, la déformation de la poutre sera déterminée par les allongements des barres du système stable restant. La variation de la distance a—b est pour le système 3a de

$$EF_c \, \Delta \, ab = \sum S \cdot S_a \cdot s \cdot \frac{F_c}{F}$$

où la sommation est à étendre à toutes les barres excepté le tirant. Avec

$$S = S_o - S_a \, F_z \, \sigma_s$$

on a:

$$EF_c \, \Delta \, ab = \delta_{ao} - F_z \, \sigma_s \cdot \sum S_a^2 \cdot s \, \frac{F_c}{F}$$

$$EF_c \, \Delta \, ab = 34{,}5 \, P - 121{,}5 \, F_z.$$

Si la charge croît jusqu'à la limite de la résistance de U_3 on a pour $P = 27{,}9 + 3{,}2\ F_z$

$$EF_c \cdot \Delta\ ab = 963 - 11{,}1\ F_z$$

et pour $E = 2100\ t/cm^2$ et $F_c = 31\ cm^2$

$$\Delta\ ab = 1{,}48 - 0{,}017\ F_z\ \text{(en cm)} \qquad (12)$$

Pour le système 3b les calculs correspondants donnent une variation de la distance c—d

$$\Delta\ cd = 1{,}48 - 0{,}0536\ F_z\ \text{(en cm)} \qquad (13)$$

L'allongement admissible dans le domaine d'écoulement, c'est-à-dire l'allongement que l'on peut attendre lors de la rupture à la fatigue, n'est pas exactement déterminé. Comme il s'agit ici de considérations fondamentales je l'admettrai de $5\,^0/_{00}$; le plus grand allongement admissible du tirant est donc

pour $l_z = 9$ m de longueur $\Delta\ l = 4{,}5$ cm
pour $l_z = 3$ m de longueur $\Delta\ l = 1{,}5$ cm

Ainsi que l'on peut le voir, l'allongement effectif Δ ab ou Δ cd, pour la charge limite avant l'écoulement de U_3, est plus petit que l'allongement admissible à l'intérieur du domaine d'écoulement de telle sorte que la déformation ne joue aucun rôle pour la détermination, dans les deux cas, de la résistance.

Si l'on constitue le tirant de 2 ⌊ 70 · 70 · 7 jusque sur une partie centrale de 10 cm de longueur seulement, les équations (4) conservent leur validité et la variation de la distance des deux extrémités du tirant de $l_z = 10$ cm est pour

$$\sum S_a^2 \cdot s \cdot \frac{F_c}{F} = 65{,}33$$

de

$$\Delta = 1{,}48 - 0{,}0713\ F_z\ \text{(en cm)} \qquad (14)$$

L'allongement admissible à l'intérieur du domaine d'écoulement n'est que de 0,05 cm et sera, dans certains cas, nettement dépassé par la déformation réelle avant que la tension en U_3 atteigne la limite d'écoulement. Il est donc possible que la barre s'écoulant la première se brise avant qu'une autre barre participe plus fortement à la transmission des forces. L'équilibrage des efforts dans les barres ne peut pas ou qu'imparfaitement se produire. Ces considérations sont confirmées par des essais exécutés à Hannovre sur une poutre réticulée continue.[2]

La détermination de la résistance des systèmes hyperstatiques d'après les points de vue ci-dessus admet que les allongements des barres qui s'écoulent restent à l'intérieur de certaines limites du domaine d'écoulement. Cette admission doit en général être satisfaite.

4° — *Variations de température.* (Appuis élastiques.)

Si l'on admet à part la charge P au point 3 une variation de température de $\pm$ t° du tirant par rapport aux autres barres du treillis, la charge limite P'_{Gr} du tirant sera influencée; pour un relèvement ou un abaissement de température de 15° dans le tirant on aura pour le système 3a par exemple

$$P'_{Gr} = 19{,}4 + 3{,}52\ F_z \pm 3{,}06.$$

Les équations (4) conservent leur validité; l'influence de la température ne se fait sentir que dans la grandeur de la déformation. Une considération simple nous montre que l'allongement des barres qui s'écoulent peut croître sans limite dès que l'on admet une variation répétée de la température du tirant. Admettons que la charge P reste un peu au-dessous de la charge limite de U_3 d'après l'équation (4) et admettons un relèvement de la température des barres du treillis de t° par rapport au tirant. Rien n'est changé à l'état d'équilibre, le tirant subit un surplus d'allongement de $\varepsilon \cdot t \cdot l_z$. Si maintenant le tirant subit un relèvement de température, la barre U_3 atteint la limite d'écoulement et pour des oscillations entre — t° et + t° le tirant et la barre U_3 seront alternativement soumis à des allongements supplémentaires qui n'ont aucune limite. Nous nous appuyons ici sur les résultats des essais cités ci-dessus[2] au cours desquels on releva et on abaissa les appuis extérieurs, ce qui permit d'observer l'influence de températures différentes dans les membrures.

Pour le cas où des variations de température doivent être prises en considération, la grandeur des déformations doit servir aussi à la détermination de la résistance. Des déplacements élastiques des appuis ont la même signification. Par contre des déplacements inélastiques (affaissement du terrain) sont sans influence sur la résistance.

Résumé.

La résistance d'une poutre réticulée hyperstatique ne dépend pas en général de la tension critique des différentes barres qui déterminent la résistance dans les systèmes isostatiques. Quelques questions fondamentales qui sont importantes pour la détermination de la résistance sont discutées pour une poutre en treillis avec tirant. Pour différentes positions de la charge on a fixé la véritable charge limite (charge utile × coefficient de sécurité) en fonction de la section du tirant. On a montré ensuite différentes relations pour lesquelles un relèvement de la résistance ou de la sécurité par rapport aux systèmes isostatiques et basées sur des indéterminations statiques n'existent pas.

---

[2] *Grüning-Kohl:* Tragfähigkeitsversuche an einem durchlaufenden Fachwerkbalken aus Stahl. Der Bauingenieur 1933, p. 67/72 (Série d'essais II).