

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 2 (1936)

**Artikel:** Considération critiques sur la théorie de la plasticité

**Autor:** Kazinczy, G. v.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-3005>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 08.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Considérations critiques sur la théorie de la plasticité.  
 Kritische Betrachtungen zur Plastizitätstheorie.  
 Critical observations on the theory of plasticity.

Oberbaurat Dr. v. Kazinczy,  
 Budapest.

En 1914 j'ai publié un article dans une revue hongroise<sup>1</sup> où, le premier, j'émettais l'avis qu'il fallait aussi tenir compte de la déformation permanente de l'acier dans la détermination de la résistance effective des systèmes hyperstatiques. Cette résistance effective est plus grande que celle que l'on obtient d'après la théorie de l'élasticité, c'est pourquoi il faut tenir compte de la déformation permanente dans le calcul pratique des ouvrages. Depuis lors, ce problème a été discuté, étudié et contrôlé par des essais. Nous voulons donner ici un aperçu critique de toute la question.

La nouvelle méthode de calcul est désignée par différents noms. Par *théorie de la plasticité* on entend une méthode de calcul qui tient aussi compte des déformations permanentes, contrairement à la théorie de l'élasticité qui n'est basée que sur les déformations élastiques. On emploie souvent, en allemand, l'expression «méthode de la charge supportable» (Traglastverfahren), mais cette désignation est équivoque car plusieurs auteurs, par ex. *Stüssi*, entendent par «charge supportable» la plus grande charge qui peut être supportée alors que *F. Bleich*, *Maier-Leibnitz* et moi-même, dans mes publications antérieures, nous entendons par là une charge «pratiquement» supportable. Pour prendre position il faut d'abord préciser quelques principes fondamentaux. *A quoi sert le calcul des ouvrages?*: à rendre ces derniers propres à l'emploi. Par suite des inexactitudes du calcul, de l'exécution, du matériau et de la charge, il faut dimensionner nos ouvrages avec une certaine «sécurité» vis-à-vis de la ruine. J'ai démontré au Congrès de Vienne<sup>2</sup> que la grandeur de la sécurité était une question d'économie. D'une part, il faut construire aussi économiquement que possible et, d'autre part, de telle sorte qu'en tenant compte de la probabilité, les dommages éventuels ne soient pas plus grands que l'économie réalisée en réduisant les dimensions des éléments de construction. La sécurité doit donc être d'autant plus grande que les dommages peuvent être eux-mêmes plus importants. C'est la raison pour laquelle nous nous contentons d'une sécurité de 1,6 à 1,8 là où la ruine n'apparaît d'abord que sous forme d'un fléchissement inadmissible alors que nous choisissons une sécurité de 3 là où, sans aucun signe annonciateur, la rupture se produit subitement par sollicitation excessive d'un élément (p. ex. par flambage). Les éléments de construction rendus inutilisables par une grande

déformation doivent avoir une sécurité suffisante par rapport à la déformation inadmissible mais non pas par rapport à la rupture. Afin d'établir une règle générale pour la grandeur du fléchissement admissible on pourrait considérer comme limite (charge limite, charge pratiquement supportable) la charge à partir de laquelle le fléchissement croît rapidement. Dans les essais de F. Stüssi et C. F. Kollbrunner<sup>3</sup> (fig. 1) je considérerais 1,71 t et non 2,35 t comme charge limite pour la poutre sur deux appuis. A ce point de vue les conclusions tirées des essais sont un peu différentes en ce sens que, dans tous les cas et

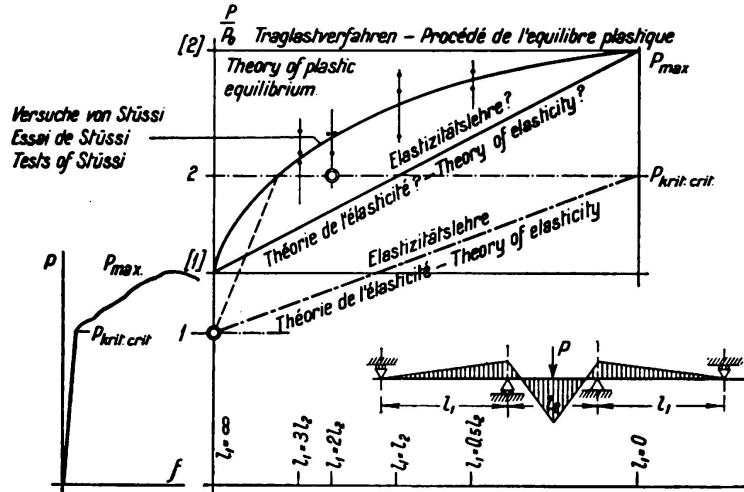


Fig. 1.

même dans les cas extrêmes, la charge limite (et non pas la vraie charge supportable) est double pour une poutre élastiquement encastrée. (Poutre simple sur deux appuis  $P_T = 1,71$  t;  $P_v = 2,35$  t; poutre continue  $l = 120 - 60 - 120$ ,  $P_T = 3,46$  t;  $P_v = 3,82$  t;  $P_T =$  charge limite,  $P_v =$  charge supportable;

$\frac{3,46}{1,71} = 2,02$ ;  $\frac{3,82}{2,35} = 1,62$ .) Il y a exception lorsque la compressibilité de l'encastrement est grande car, dans ce cas, les fléchissements élastiques croissent si rapidement, lorsque la limite d'écoulement est atteinte au milieu de la poutre, que la valeur inadmissible est atteinte avant l'apparition de l'écoulement sur les appuis intermédiaires. La fig. 2 représente, pour différents degrés d'encastrement, les lignes de fléchissement d'une poutre idéalement plastique soumise à une charge uniformément répartie. On constate que dans certains cas particuliers il faut tenir compte des déformations.

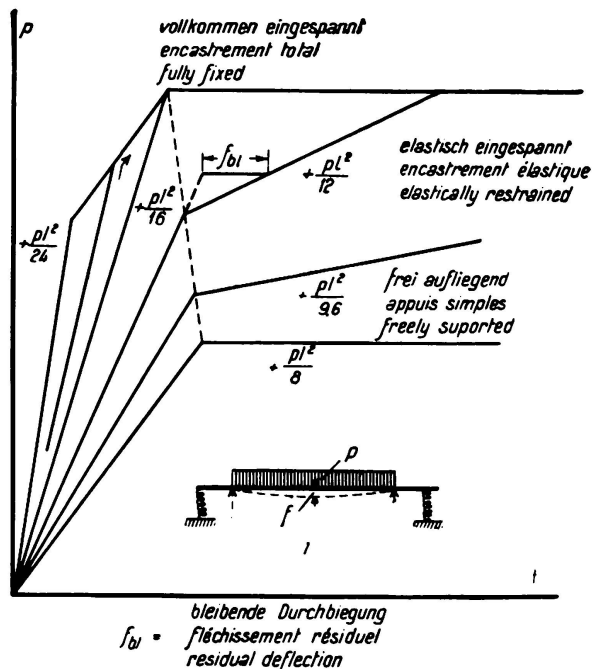


Fig. 2.

Le degré de sécurité désiré peut être introduit de deux façons différentes dans le dimensionnement: en multipliant la charge par le coefficient de sécurité ou en introduisant comme contrainte admissible la contrainte limite, divisée par le coefficient de sécurité. La deuxième méthode est la plus courante. Le rapport entre la contrainte limite et la contrainte admissible représenterait donc

le coefficient de sécurité, ce qui serait exact si les contraintes croissaient suivant une ligne droite jusqu'à la charge limite, mais ce n'est souvent pas le cas, surtout dans les systèmes hyperstatiques (égalisation des efforts). Si nous calculions avec des contraintes multipliées par le coefficient de sécurité, l'égalisation des tensions serait plus compréhensible, car cette égalisation ne se produit qu'au-dessus de la contrainte admissible et ne détermine par conséquent que la sécurité et non pas la sollicitation effective.

Pour déterminer théoriquement la charge limite des poutres hyperstatiques on s'est basé, par suite de difficultés mathématiques, sur un matériau ayant des propriétés idéales, c'est-à-dire ayant un diagramme idéalisé des contraintes-allongements. On a admis d'autre part que la section restait plane au cours de la déformation et que la plastification se propageait progressivement à partir des bords vers l'intérieur de la poutre. Suivant cette théorie, une section soumise à la flexion ne peut continuer à se déformer, sans accroissement du moment, que lorsqu'elle est plastique jusqu'à l'axe neutre. Ce n'est donc que sous l'effet d'une flexion infiniment grande qu'une section peut devenir une articulation plastique. Cela ne se présentera jamais dans l'acier, à cause de la solidification de ce dernier; pour cette raison, certains savants ont étudié dernièrement l'apparition de la déformation plastique et tout spécialement les cas où le champ de tension n'est pas régulier et où la plastification ne se propage pas d'une façon continue, c'est-à-dire les cas où les parties faiblement sollicitées entravent la déformation

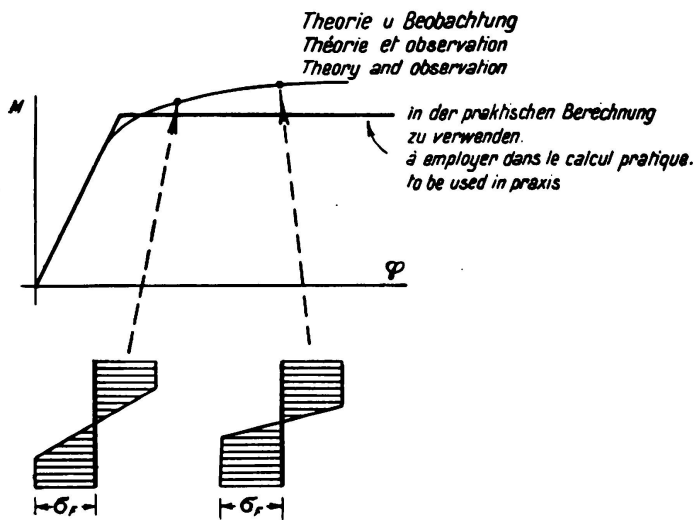


Fig. 3.

des parties plastifiées, (travaux de W. Kuntze<sup>4</sup> et W. Prager<sup>5</sup>, J. Fritsche<sup>6</sup>: nouvelle théorie de la plasticité). L'observation n'a cependant pas justifié cette dernière théorie. Le retard de l'écoulement n'est pas suffisant pour produire la plastification de la poutre en une fois jusqu'à l'axe neutre. On peut le constater aussi dans l'ouvrage de Nádai intitulé: «Bildsamer Zustand der Werkstoffe», p. 127, fig. 230: la plastification se propage régulièrement vers l'intérieur. Par contre on peut observer dans les poutres en I que les lignes de cession apparaissent en une fois sur la moitié d'une aile. Rinagl<sup>7</sup> affirme qu'il est faux de considérer de la sorte ce retard à l'écoulement; il faut l'attribuer à une limite supérieure d'écoulement qui se présente toujours dans la flexion mais qui n'apparaît qu'imparfaitement dans un essai de traction. Je ne partage pas l'opinion de M. le Prof. Rinagl car j'ai pu observer moi-même un retard à l'écoulement dans des barres de treillis soumises à un champ de tension irrégulier, j'en parlerai plus loin. D'après toutes ces théories, la prise en considération des propriétés effectives du matériau conduit à des calculs trop compliqués. Or nous devons trouver une méthode simple de calcul car notre but

des parties plastifiées, (travaux de W. Kuntze<sup>4</sup> et W. Prager<sup>5</sup>, J. Fritsche<sup>6</sup>: nouvelle théorie de la plasticité). L'observation n'a cependant pas justifié cette dernière théorie. Le retard de l'écoulement n'est pas suffisant pour produire la plastification de la poutre en une fois jusqu'à l'axe neutre. On peut le constater aussi dans l'ouvrage de Nádai intitulé: «Bildsamer Zustand der Werkstoffe», p. 127, fig. 230: la plastification se propage régulièrement vers l'intérieur. Par contre on peut observer dans les poutres en I que les lignes de cession apparaissent en une fois

final est le dimensionnement des ouvrages et non pas le contrôle théorique de résultats d'essais. On peut y arriver en admettant, même pour la flexion, une transition nette de l'état élastique à l'état plastique. *Maier-Leibnitz*<sup>8</sup> a montré comment on pouvait résoudre des problèmes simples avec la vraie théorie des moments-déformations; une méthode pratique ne pourra se baser que sur l'inter-

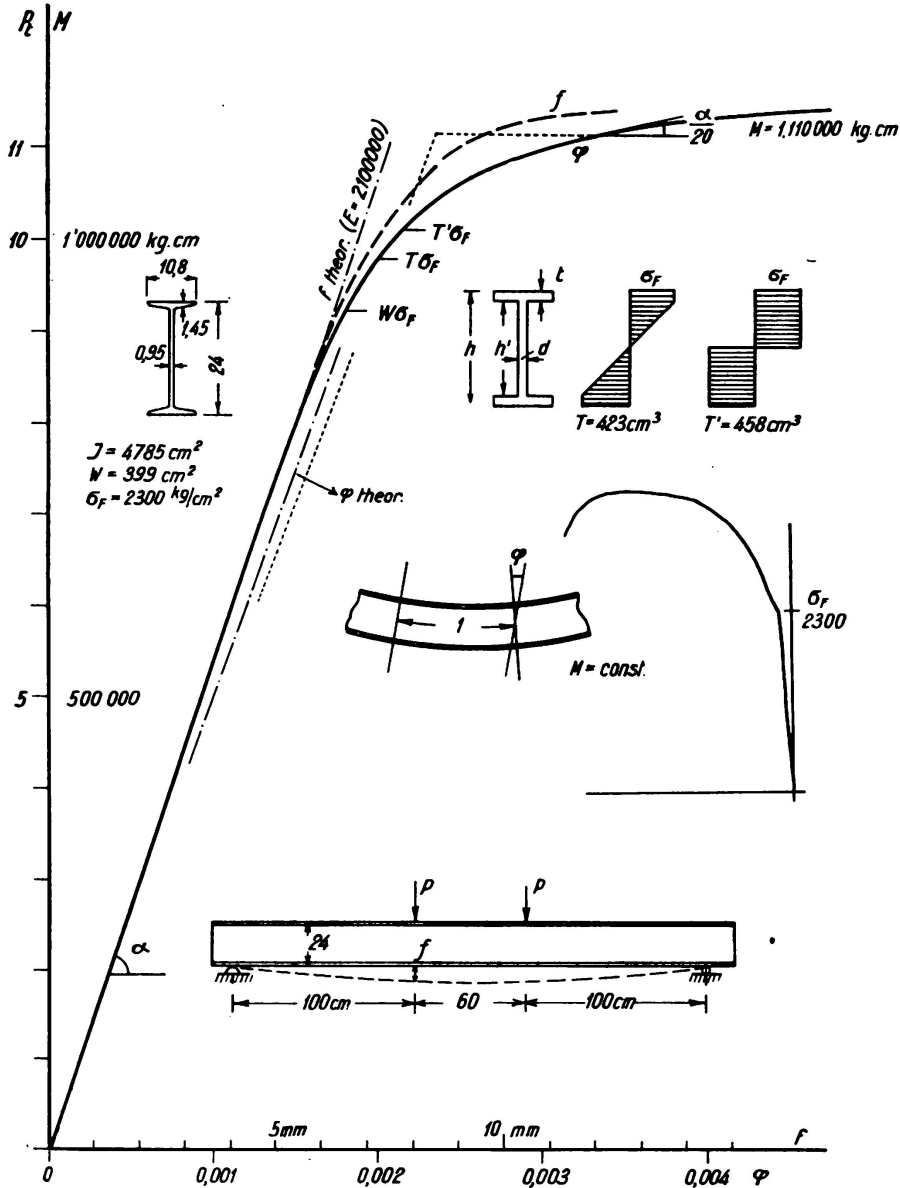


Fig. 4.

prétation simplifiée (fig. 3). *Maier-Leibnitz* propose de considérer comme moment limite le moment pour lequel la courbe des moments-déformations présente la plus forte courbure. Quant à moi, je proposerais plutôt de considérer comme moment limite celui pour lequel le fléchissement permanent est 20 fois plus grand que le fléchissement élastique. Pour étudier cette question, j'ai chargé une poutre en I, NP hongrois 24 ( $W = 399 \text{ cm}^3$ ), jusqu'au-dessus de la limite d'écoulement et j'avais recouvert la poutre de laque afin de mieux pouvoir observer l'écoulement. Le diagramme des fléchissements est pratiquement une

droite jusqu'à  $\sigma = 2250 \text{ kg/cm}^2$  (fig. 4). Les lignes de cession apparaissent pour  $2500 \text{ kg/cm}^2$  dans l'aile tendue alors qu'on a déjà pu les observer pour  $\sigma = \frac{M}{W} = 2120 \text{ kg/cm}^2$  dans l'aile comprimée, probablement par suite d'une irrégularité locale. Pour  $\frac{M}{W} = 2800 \text{ kg/cm}^2$  fut atteint le degré de déformation

que j'ai introduit comme caractéristique du moment-limite. Après l'essai, la poutre fut soigneusement examinée, puis photographiée (fig. 5). Dans la partie de la poutre soumise à un moment maximum constant, une moitié environ de la surface des ailes était recouverte de lignes de cession. Contrairement à la théorie,

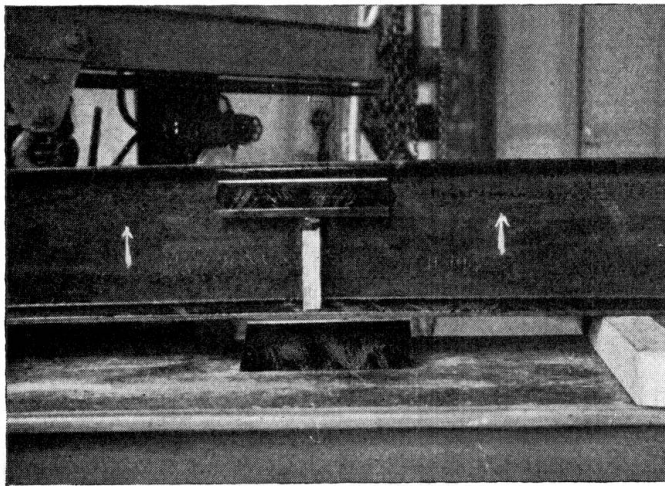


Fig. 5.

ces lignes de cession s'étendaient jusqu'aux environs de l'axe neutre. Après l'essai, on a obtenu une limite d'écoulement de  $2300 \text{ kg/cm}^2$  sur une éprouvette de traction prélevée sur l'extrémité non chargée de la poutre. On peut conclure, à partir de cet essai, que le moment limite ne peut pas être déterminé théoriquement mais empiriquement. Il est probable que la limite d'écoulement et le moment limite n'ont entre eux aucune relation simple car la forme de la section et les propriétés du

matériau jouent également un rôle. Une fois ces moments limites déterminés empiriquement pour certaines sections et certaines sortes d'acier, rien ne s'oppose plus à l'application de cette nouvelle méthode. (v. Kazinczy<sup>9</sup>, Kist<sup>10</sup>, Fritsche<sup>11</sup> et Kuntze<sup>4</sup> ont donné des méthodes de calcul pour les moments limites mais toutes les valeurs ainsi obtenues sont plus petites que celles obtenues au cours de mes essais.) Lorsque l'on s'est décidé à calculer avec la ligne idéalisée du fléchissement (diagramme des  $M-\varphi$ ) le calcul des ouvrages se fait de la façon suivante :

1° — *Systèmes isostatiques soumis à la flexion.*

La limite de capacité n'est pas atteinte lorsque l'écoulement se produit dans la fibre extrême mais lorsque la « poutre » arrive à l'écoulement. Le « moment supportable » n'est pas  $M = W \cdot \sigma_F$  mais  $M = T \cdot \sigma_F$  où  $T$  est environ de 6 à 20 % plus grand que  $W$ ;  $T$  doit être provisoirement déterminé par des essais.

2° — *Poutres réticulées isostatiques.*

Le calcul reste comme il était jusqu'à présent. On peut négliger les contraintes secondaires résultant de la rigidité des attaches. Le flambage des barres comprimées, même dans le plan de la poutre, se calculera avec toute la longueur théorique de la barre. Les barres comprimées, doivent posséder un plus grand

degré de sécurité que les barres tendues car tout dépassement de la charge de flambage peut entraîner la ruine de l'ouvrage.

3° — *Le calcul des rivets d'attache.*

Le calcul se fait comme jusqu'à présent, c. à d. que l'on répartit la charge totale uniformément sur tous les rivets. Ici, la pratique et l'expérience ont complètement justifié la théorie de plasticité. Il faudrait dimensionner les rivets ou les soudures d'attache à partir de l'effort admissible maximum de la barre et non pas à partir de l'effort calculé; en cas d'excès de charge ce n'est alors pas l'attache mais la barre qui s'écoulera. L'égalisation des contraintes secondaires dans les barres mêmes justifie la rigidité des attaches.

4° — *Le calcul des poutres continues.*

Pour la poutre constituée d'un seul profilé de laminage (section constante) on détermine dans chaque ouverture les moments  $M_0$ , comme dans la poutre simple, et l'on place la ligne de référence de façon telle que les moments positifs et négatifs soient égaux. La poutre est à dimensionner pour le plus grand des moments ainsi obtenus.

Le calcul d'après la théorie de la plasticité n'a plus beaucoup de sens pour les poutres dont les sections sont adaptées à l'allure des moments au moyen de semelles. Si, pour des raisons d'extrême économie, on veut, malgré tout, employer la nouvelle méthode, il faut tracer la ligne de référence de telle sorte que les frais d'exécution soient minima. On peut admettre comme règle que les moments négatifs peuvent être réduits à volonté tandis qu'un écoulement au milieu de la travée est toujours lié à de grands fléchissements.

Lorsque la charge est mobile, on détermine d'abord les valeurs limites des moments d'après la théorie de l'élasticité et l'on peut ensuite déplacer à volonté la ligne de référence dans le sens d'une égalisation des moments.<sup>12 13</sup>

Un résultat des plus importants de la théorie de la plasticité est que l'on peut négliger les affaissements d'appuis. Par contre, il faut toujours tenir compte des effets de la compressibilité élastique des appuis.

On peut négliger les contraintes de laminage et de retrait mais non les contraintes produites par un échauffement irrégulier en cours de service.<sup>13</sup>

Si l'on calcule avec une égalisation plus poussée des moments, il est bien de rendre la membrure comprimée plus forte afin que l'écoulement se produise dans la membrure tendue et ceci principalement lorsque l'on désire cette égalisation par écoulement au milieu de la travée.

5° — *Systèmes composés de barres rigides.*

Bien des savants ont indiqué que la limite d'écoulement pouvait être atteinte en  $n$  points d'un portique  $n$  fois statiquement indéterminé sans que pour autant le système soit inutilisable. On peut considérer le problème comme si, en ces points, existaient des articulations sur lesquelles agissent des moments de grandeur constante. Autrefois je partageais cette manière de voir<sup>14</sup> mais j'ai partiellement changé d'avis. Pour qu'un tel système devienne instable il

faut introduire assez d'articulations pour qu'il soit une chaîne cinématique. Les articulations agissent dans une direction déterminée. L'articulation plastique n'agit donc comme articulation que dans une seule direction alors que dans les autres directions elle agit comme un élément absolument élastique. Les articulations plastiques qui ont un sens de rotation opposé à celui qu'elles devraient avoir dans une chaîne cinématique ne peuvent donc pas être considérées comme articulations. Il peut ainsi arriver que la limite d'écoulement soit dépassée en plus de  $n$  points dans un système  $n$  fois statiquement indéterminé, sans que le système soit instable.

Un système en portique résiste avec sécurité à une surcharge donnée lorsqu'un diagramme quelconque de moments, compatible avec les conditions d'équilibre des forces extérieures, ne dépasse en aucun point la valeur  $M = T \cdot \sigma_{adm}$ . On peut

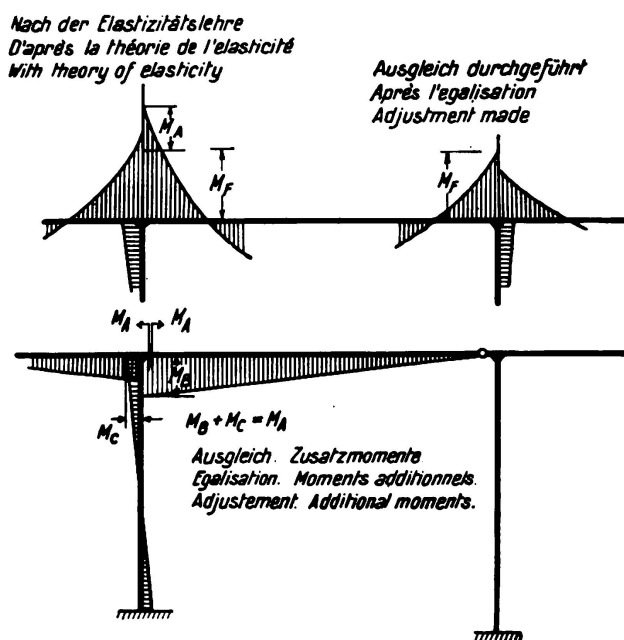


Fig. 6.

les éléments les plus importants. Le fléchissement dangereux d'un montant peut être évité par un écoulement inoffensif de la poutre en son point d'encastrement.

#### 6° — Les poutres réticulées.

Les poutres réticulées, extérieurement hyperstatiques, seront dimensionnées comme les poutres et les portiques. Les phénomènes de plastification apparaissent dans une partie d'une barre. Seules les barres tendues peuvent servir à l'égalisation car le flambage réduit à un minimum la résistance des barres comprimées, ainsi que je l'ai déjà exposé à Liège.<sup>9</sup> E. Chwalla<sup>15</sup> a étudié dernièrement ce problème et ses essais ont montré que la résistance à la compression décroît très rapidement. Dans les poutres réticulées, intérieurement hyperstatiques, il arrive assez souvent qu'il soit impossible d'utiliser complètement toutes les barres d'après la théorie de l'élasticité. Ainsi par exemple dans la poutre de la fig. 7, la théorie de l'élasticité ne permet pas d'utiliser complètement le système

adopter une méthode plus exacte, analogue à celle du Prof. Cross. On détermine d'abord les moments d'après la théorie de l'élasticité. Aux endroits où les moments doivent être réduits on se représente la poutre sectionnée et l'on introduit, pour l'égalisation, des moments additionnels «déchargeants». Aux endroits où la réduction est déjà réalisée on introduit des articulations, mais là seulement où l'on peut s'attendre à un accroissement des moments (fig. 6). Le grand avantage de la théorie de la plasticité réside en ce que nous pouvons régler les moments et préserver les endroits exposés contre tout excès de sollicitation. Dans un cadre, les montants sont en général



partiel B. La théorie de la plasticité offre ici des avantages économiques car elle permet l'utilisation complète de toutes les barres. Le calcul de ces systèmes est en général très simple. On élimine les barres en excès et l'on introduit à leur place les forces connues  $F \cdot \sigma_{adm}$ . Il faut éliminer les barres tendues fortement sollicitées, c. à d. celles qui, les premières, deviennent plastiques. Lorsque pour

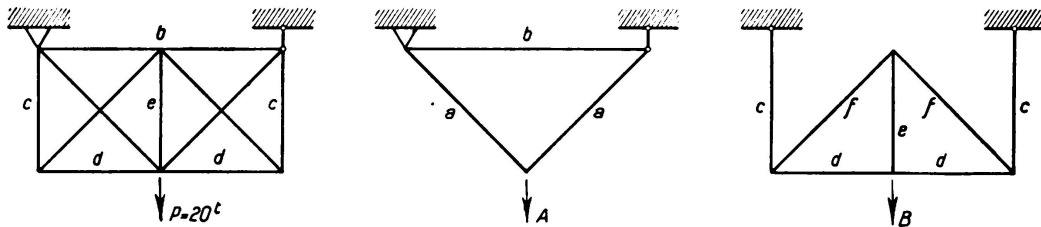


Fig. 7.

cela des considérations simples ne suffisent pas, il faut avoir recours à la théorie de l'élasticité. Le choix des sections doit être tel que seules les barres tendues s'écoulent et que jamais une barre comprimée ne flambe.

Lorsque la charge est mobile il faut employer des méthodes spéciales comme par exemple celle de Melan.<sup>16</sup>

Pour contrôler les considérations théoriques sur la théorie de la plasticité dans les poutres réticulées, j'ai exécuté quelques essais dont je voudrais dire quelques mots ici. J'ai essayé deux types de poutres réticulées intérieurement hyper-

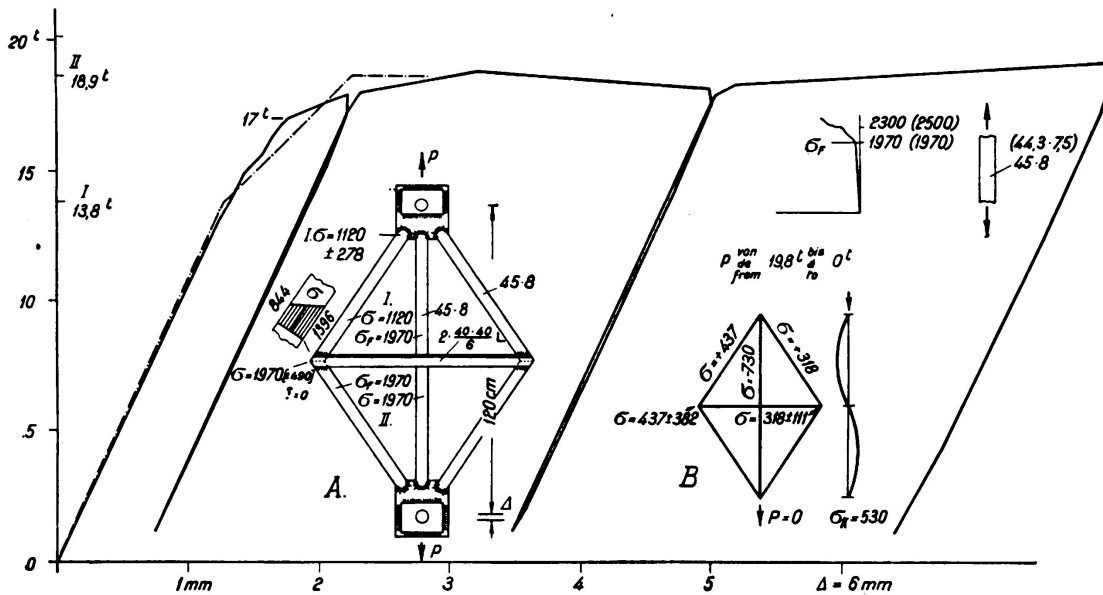


Fig. 8.

statiques, à savoir, des poutres soudées et des poutres rivées alors que G. Grüning et E. Kohl<sup>17</sup> ont exécuté leurs essais sur des poutres extérieurement hyperstatiques. Les barres tendues les plus sollicitées étaient des barres à œillets; ces essais ne permettaient donc pas de tirer des conclusions pour les assemblages ordinaires dans les noeuds. La forme des poutres d'essai, avec leurs dimen-

sions, et les résultats obtenus sont donnés à la fig. 8. Pour un matériau idéalement plastique, le comportement de ces poutres serait celui de la fig. 9. On peut concevoir la poutre en question comme la combinaison des deux systèmes A et B. Les résistances des deux systèmes A et B sont portées en ordonnées, en fonction des allongements contraints. Désignons par  $P_I$  la « première charge limite » et par  $P_{II}$  la « deuxième charge limite » (= limite de résistance). Après la décharge, les deux systèmes ne restent pas sans contraintes (forces résiduelles de la fig. 9).

L'étude de la résistance du matériau choisi a montré que l'acier était très doux et que le domaine d'écoulement s'étendait fortement avec l'accroissement de la contrainte. La limite d'écoulement est d'abord atteinte dans la barre tendue verticale (première charge limite). Pour un accroissement de la charge les contraintes restent constantes dans cette barre verticale et ne croissent que dans les autres barres jusqu'à ce que ces dernières s'écoulent également (deuxième charge limite).

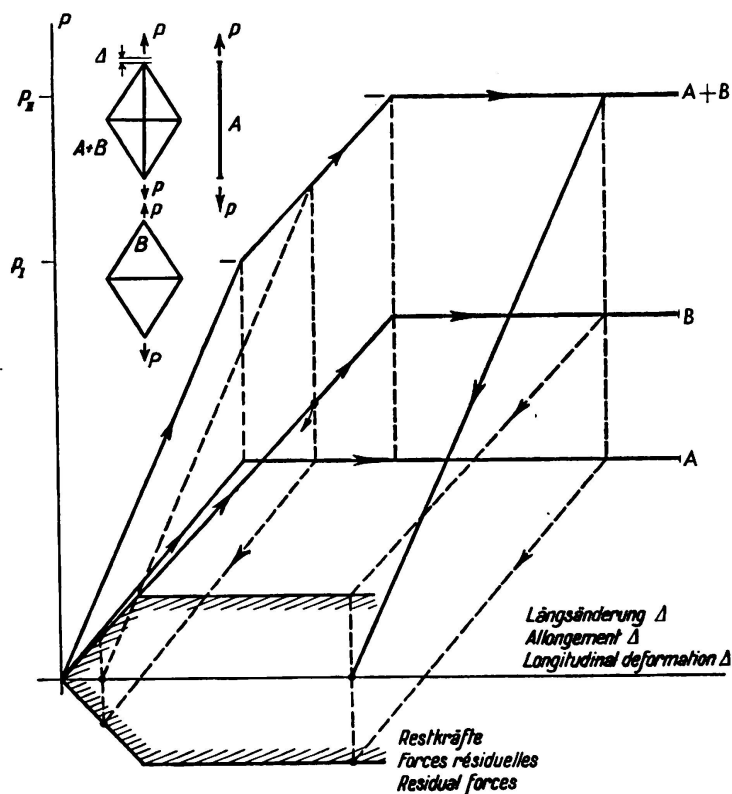


Fig. 9.

que pour 17 t. L'éprouvette a subi des déformations importantes, cependant seules de très courtes parties de la barre se sont écoulées (fig. 10). L'allongement plastique est ainsi concentré en certains points où il atteint toujours un pourcent constant. Il faut se représenter l'allongement d'une barre suivant la fig. 11 où  $k_I$  et  $k_{II}$  sont différents allongements contraints. Les lignes e représentent des allongements élastiques et les lignes p des allongements plastiques. La limite de résistance (deuxième limite de charge) concorde bien avec la valeur théorique, preuve que les contraintes de retrait provoquées par la soudure sont sans influence sur la résistance. Elles n'influencent que le commencement de l'égalisation des forces.

Pour déterminer la grandeur des contraintes de retrait j'ai fait exécuter d'autres

Les contraintes secondaires théoriques, indiquées à la fig. 8 disparaissent avec l'écoulement; c'est du moins la conception actuelle. A la décharge, la poutre réticulée se comporte tout-à-fait élastiquement; les contraintes résiduelles sont représentées à la fig. 8. La barre verticale ne peut pas supporter les contraintes résiduelles de  $730 \text{ kg/cm}^2$  car c'est un plat qui flambe déjà pour  $530 \text{ kg/cm}^2$ . Ce flambage pouvait être observé sur l'éprouvette. Les premières lignes de cession ont été observées aux environs du milieu de la barre verticale pour  $P = 14 \text{ t}$ ; l'écoulement proprement dit n'a cependant commencé dans cette barre

éprouvettes sur lesquelles j'ai observé, lors du soudage et du refroidissement, les allongements en différents points; j'ai pu déterminer des contraintes de retrait de  $900 \text{ kg/cm}^2$ . Je n'ai pu observer aucun retard à l'écoulement, c.à.d. aucune limite supérieure d'écoulement. L'écoulement a commencé dans les barres obliques soumises à de fortes contraintes secondaires lorsque les contraintes moyennes avaient atteint la limite d'écoulement. Ces essais semblent justifier la nouvelle théorie de la plasticité. Par contre, aucun des essais exécutés n'a permis d'observer l'ancienne condition d'écoulement. Je reviendrai sur ces essais d'une façon beaucoup plus détaillée dans une revue technique.

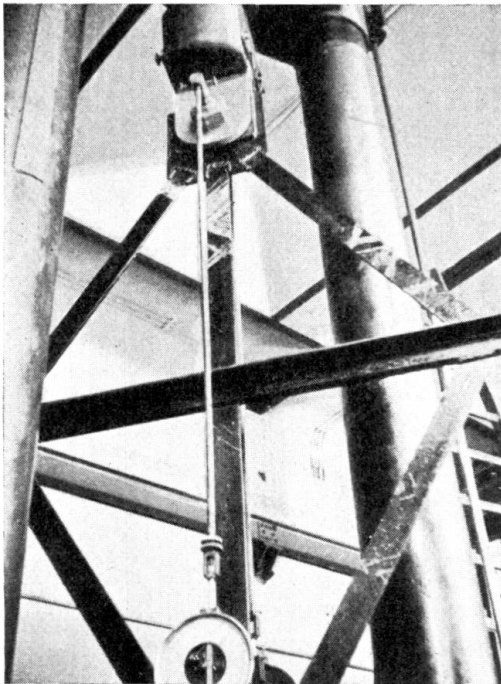


Fig. 10.

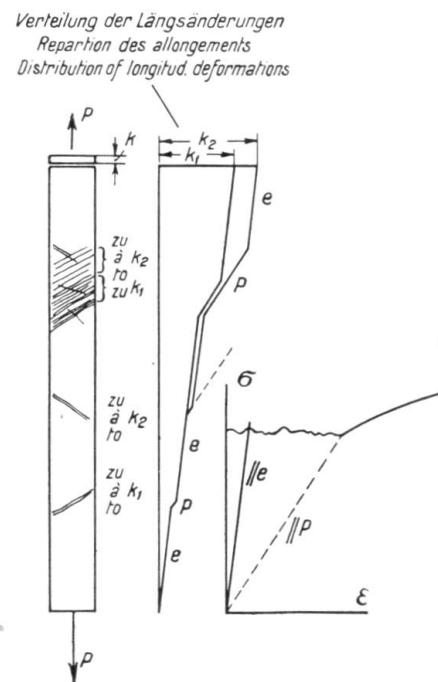


Fig. 11.

J'ai fait construire une autre poutre semblable mais rivée (fig. 12). J'ai utilisé des fers plats à plus haute limite d'étirement et c'est pourquoi la charge maxima était plus grande que pour la poutre soudée (20,4 t contre 19,1 t). Lors de la première mise en charge on a pu observer un tassement du rivetage. Lors des autres mises en charge le système se comportait élastiquement. Malgré les trous de rivets, l'écoulement pouvait se présenter dans les sections pleines.

Ces essais ont permis, de tirer les conclusions suivantes: Dans les poutres réticulées soudées hyperstatiques, les contraintes de retrait n'influencent que le commencement de l'égalisation des moments et pas du tout la grandeur de la charge critique. Il faut ajouter que les contraintes de retrait relèvent les contraintes principales dans les barres tendues et les réduisent dans les barres comprimées. (Choix du mode d'exécution.)

Dans les poutres réticulées rivées hyperstatiques l'allongement plastique débute dans les assemblages et le frottement augmente un peu la force nécessaire à cette plastification. Un relèvement de la limite d'écoulement au bord du trou ou une

solidification de l'acier par suite du rivetage pourraient avoir une influence semblable. Lorsque les barres sont courtes, un faible tassement des liaisons suffit à produire une égalisation des forces. Les attaches doivent toujours être assez fortes pour que la limite d'écoulement soit atteinte dans la barre pleine. La limite de résistance d'une poutre réticulée rivée est à peu près celle que donne la théorie de la plasticité pour les sections non affaiblies par des trous de rivets en admettant qu'aucune barre comprimée ne flambe. En tenant compte des grandes déformations plastiques on obtient la limite pratique de résistance en déduisant les trous de rivets et en tenant compte de l'égalisation des forces. La sécurité

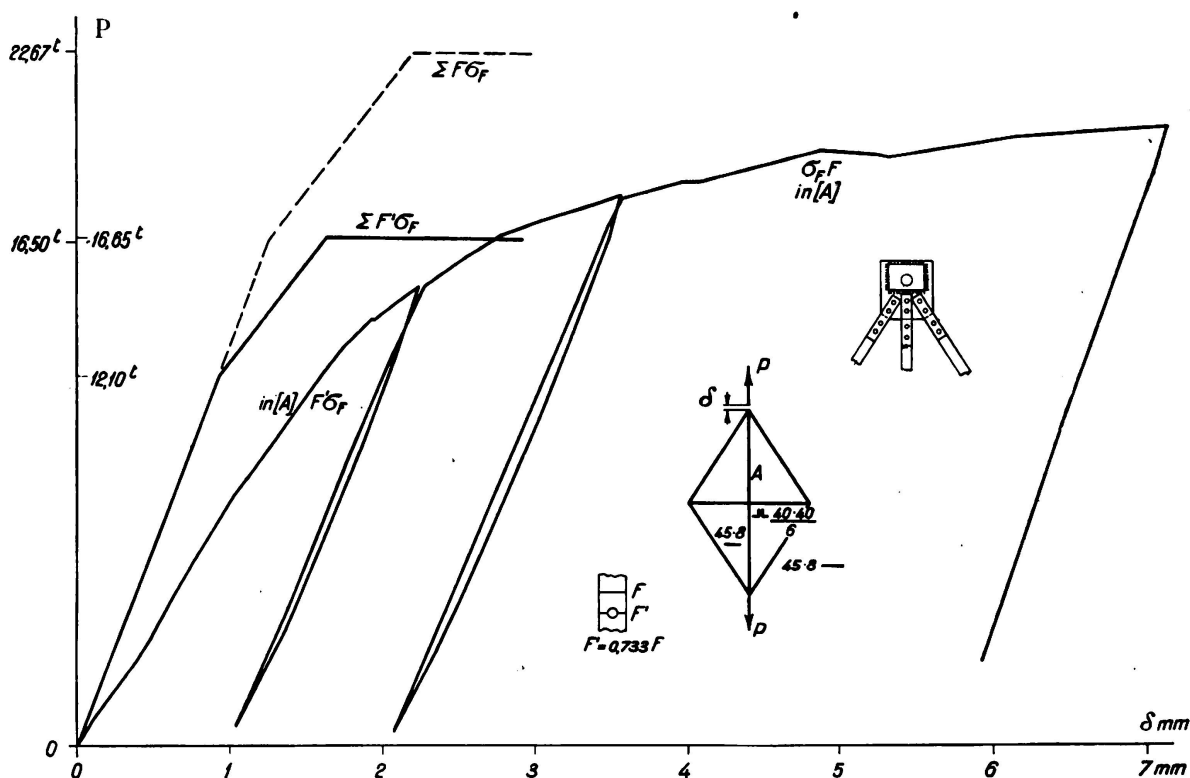


Fig. 12.

sera toujours plus grande que dans les systèmes soudés, calculés avec des sections pleines.

A côté des poutres réticulées, j'ai étudié également des poutres à âme pleine rivées. Les poutres sur deux appuis furent chargées aux tiers. On a mesuré l'angle de fléchissement de la poutre soumise en son milieu à un moment constant. Les résultats des essais sont indiqués à la fig. 13. Nous n'avons pas soustrait les trous de rivets dans le calcul de  $J$ . Le fléchissement mesuré est un peu plus grand que celui que l'on calcule avec  $E = 2100 \text{ t/cm}^2$  tandis que le fléchissement à la décharge joue bien (comportement élastique). Après un repos de 2 jours, la limite d'écoulement était de 6 % plus haute et la poutre se comportait tout-à-fait élastiquement. Avec l'hypothèse  $d\sigma/d\varepsilon = \frac{1}{20} E$ , j'ai trouvé 14 t pour la charge critique. La fig. 13 montre les résultats de la comparaison entre cette valeur et les différentes interprétations; la plus petite limite d'écoulement des cornières a été posée égale à  $2500 \text{ kg/cm}^2$ . De là on obtient une contrainte maxima de  $2720 \text{ kg/cm}^2$  dans la fibre extrême de la semelle. Pour

le calcul du moment supportable  $T \cdot \sigma_{adm}$  j'ai considéré l'état où la semelle a atteint la limite d'écoulement (fig. 13). Une autre inconnue se présente encore dans cet essai: comment faut-il tenir compte des trous de rivets? Pour cela j'ai exécuté un essai comparatif avec deux poutres de même section et du même matériau, l'une rivée, l'autre soudée. Les résultats sont rassemblés au tableau I.

Tableau I.

I-Poutre soudée			I-Poutre rivée $d = 16$ mm		
$\sigma_F$ kg/cm <sup>2</sup>	Section mm		Section mm	$\sigma_F$ kg/cm <sup>2</sup>	
2680	152,6 · 13	membrure comprimée	152 · 12,8	2680	
2620	155 · 7,7	membrure tendue	154 · 7,7	2590	
2750	60 · 60 · 6,1	4 L	60 · 60 · 6,1	2780	
4280	182 · 8,2	Ame	183 · 8,6	4060	
<b>1 513 000</b>		moment critique d'après les essais kgcm	<b>1 266 000</b>		
traction 1 180 000	compression 1 420 000	$W_{\sigma_F}$ ( $\sigma_F =$ membrure)	traction 1 170 000	compression 1 400 000	
		$W_{\sigma_F}$ sous déduction des trous de rivets	<b>965 000</b>	<b>1 135 000</b>	
		$W_{\sigma_F}$ sous déduction des trous de rivets même de l'âme	906 000	1 087 000	
<b>1 644 000</b>		$T_{\sigma_F}$ Section totale	<b>1 632 000</b>		
		$T_{\sigma_F}$ sous déduction des trous de rivets	<b>1 387 000</b>		
		$T_{\sigma_F}$ sous déduction des trous de rivets même de l'âme	<b>1 266 400</b>		
<b>1 513 000</b>		$T_{\sigma_F}$ des semelles et cornières + $W_{\sigma_F}$ de l'âme	avec déduction des trous de rivets <b>1 259 000</b>		

Nous avons également soumis à des essais une poutre rivée, continue sur trois appuis (fig. 15). Les fléchissements sont plus grands que ceux que l'on avait calculés, même lors de la décharge. Du milieu de la travée aux points d'application des forces, l'âme arrive à la limite d'écoulement sous l'effet des forces de

cisaillement (fig. 14). Le phénomène découvert théoriquement par Stüssi,<sup>18</sup> à savoir que les efforts de cisaillement doivent croître sensiblement lorsque

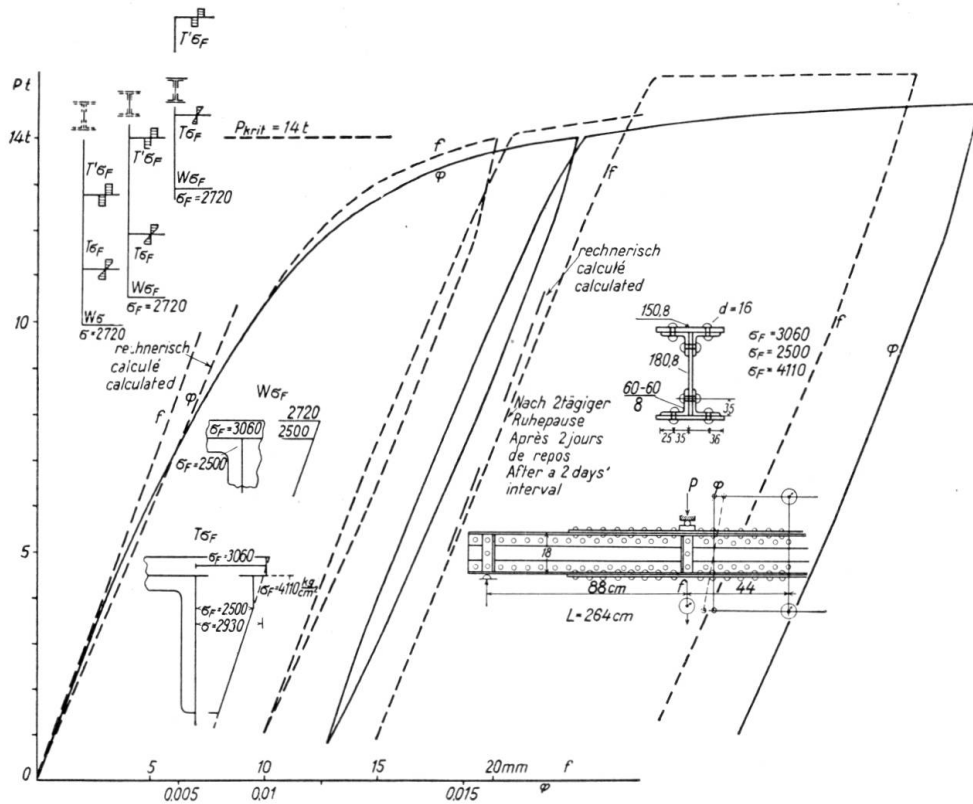


Fig. 13.

l'écoulement se propage du bord jusqu'à une certaine profondeur, est ainsi démontré par des essais, même s'il se présente à une échelle plus faible. Il faut

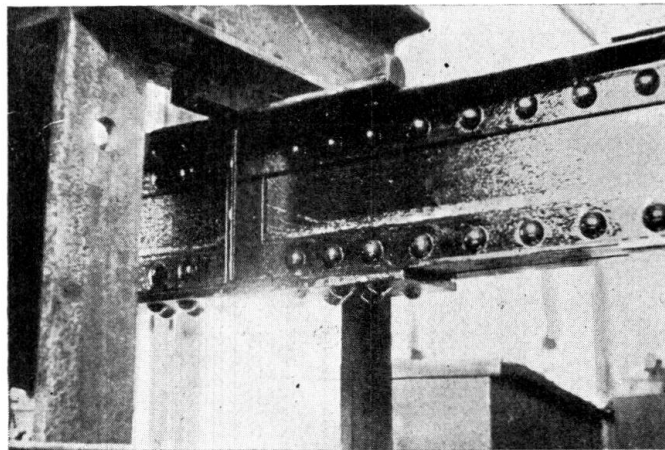


Fig. 14.

l'attribuer au fait qu'une courte partie seulement de la poutre est mise en danger par suite de la brusque décroissance des moments; les mouvements de cette

partie sont en outre entravés par les parties environnantes. Finalement j'ai trouvé que la charge maxima était égale à  $T' \cdot \sigma_F$  lorsque l'égalisation des moments était complète.

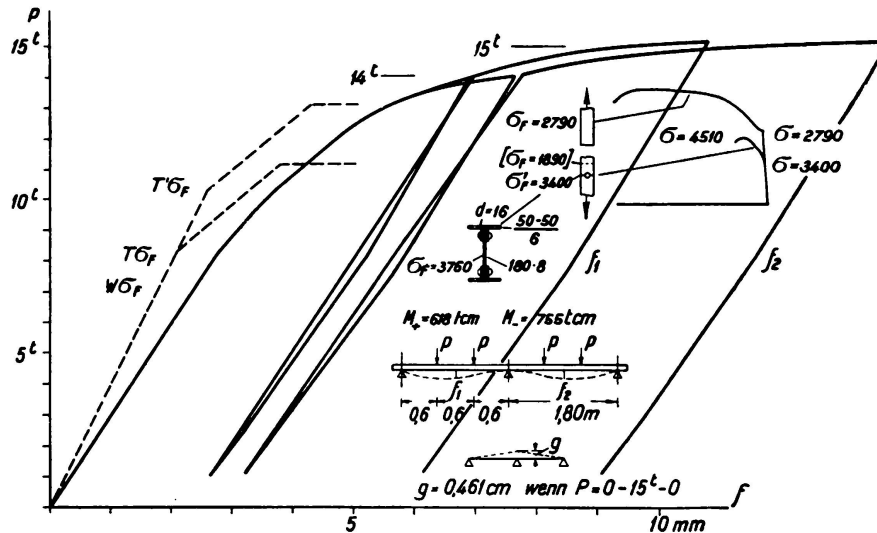


Fig. 15.

### Bibliographie.

- 1 v. Kazinczy: Essais effectués sur des poutres encastées, Betonszemle 1914 fasc. 4. 5 et 6.
- 2 v. Kazinczy: Compte-rendu de la II<sup>e</sup> réunion internationale pour la construction de ponts et charpentes, Vienne 1928, p. 249.
- 3 F. Stüssi et C. F. Kollbrunner: Beitrag zum Traglastverfahren. Bautechnik 1935, fasc. 21, p. 264.
- 4 W. Kuntze: Ermittlung des Einflusses ungleichförmiger Spannungen und Querschnitte auf die Streckgrenze. Stahlbau 1933, fasc. 7, p. 19.
- 5 W. Prager: Die Fließgrenze bei behinderter Formänderung. Forschungen auf dem Gebiete des Ingenieurwesens 1933.
- 6 J. Fritsche: Grundsätzliches zur Plastizitätstheorie. Stahlbau 1936, fasc. 9.
- 7 F. Rinagl: Sur les limites d'écoulement et les diagrammes de flexion. Publication préliminaire, p. 1599.
- 8 H. Maier-Leibnitz: Essais; signification et application des résultats, Publication préliminaire, p. 101.
- 9 G. v. Kazinczy: Congrès international de l'acier. Liège 1930.
- 10 N. C. Kist: Congrès international de l'acier, Liège 1930.
- 11 J. Fritsche: Die Tragfähigkeit von Balken aus Stahl mit Berücksichtigung des plastischen Verformungsvermögens. Der Bauingenieur 1930, fasc. 49—51.
- 12 G. v. Kazinczy: Die Weiterentwicklung der Plastizitätslehre. Technika 1931.
- 13 H. Bleich: Über die Bemessung statisch unbestimmter Stahltragwerke unter Berücksichtigung des elastisch-plastischen Verhaltens des Baustoffes. Der Bauingenieur 1932, fasc. 19/20, p. 261.
- 14 G. v. Kazinczy: Statisch unbestimmte Tragwerke unter Berücksichtigung der Plastizität. Der Stahlbau 1931, p. 58.
- 15 E. Chwalla: Le problème de la stabilité des barres composées soumises à la compression. II<sup>e</sup> vol. de Mémoires, p. 80.
- 16 E. Melan: Théorie des systèmes hyperstatiques, Publication préliminaire, p. 45.
- 17 G. Grüning et E. Kohl: Tragfähigkeitsversuche an einem durchlaufenden Fachwerkbalken aus Stahl. Der Bauingenieur 1933, fasc. 5/6, p. 67.
- 18 F. Stüssi: Über den Verlauf der Schubspannungen in auf Biegung beanspruchten Balken aus Stahl. Schweizerische Bauzeitung 1931, vol. 98, fasc. 1, p. 2.