

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: Les méthodes de calcul des sections de béton armé sollicitées à la flexion

Autor: Friedrich, E.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-3015>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

IIa 2

Les méthodes de calcul des sections de béton armé sollicitées à la flexion.

Berechnungsverfahren von auf Biegung beanspruchten Eisenbetonquerschnitten.

The Calculation of Reinforced Concrete Sections Subject to Bending.

Dr. techn. Ing. E. Friedrich,
Dresden.

A. — Les prescriptions allemandes et autrichiennes.

I. Les prescriptions de la commission allemande pour le béton armé.

1° — La résistance.

D'après les prescriptions allemandes de 1932, § 17, il faut calculer les sections de béton armé soumises à la flexion en admettant que les allongements sont proportionnels à la distance du point considéré à l'axe neutre; il n'est tenu aucun compte de la collaboration du béton du côté tendu (calcul d'après le

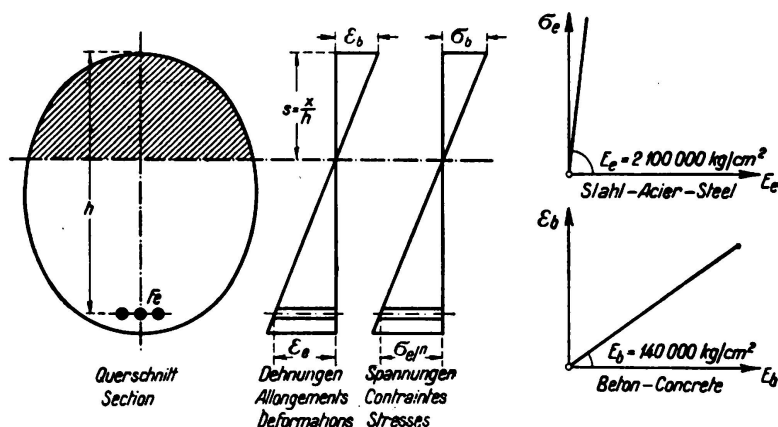


Fig. 1.
Prescriptions allemandes.

stade IIb), fig. 1. Pour le rapport des modules d'élasticité de l'acier et du béton, il faut admettre $n = 15$. La relation existant entre la contrainte et l'allongement est considérée comme linéaire aussi bien pour l'acier que pour le béton (loi de Hooke).

Dans ce qui suit nous entendrons par résistance

$$T = \frac{M \cdot h}{J_i} \quad (J_i = \text{moment d'inertie idéal}).$$

L'expression $\frac{J_1}{h}$ est indépendante de la forme de la section et correspond, pour les sections homogènes, au moment résistant W . Elle représente la somme de la contrainte du béton augmentée de $\frac{1}{n}$ fois la tension des fers. On obtient une représentation très expressive de la résistance des sections de béton armé en reportant T en fonction de la distance de la fibre neutre $s = \frac{x}{h}$. Il sera bien de choisir la division de l'axe des abscisses de telle façon que les valeurs successives $\frac{1}{s}$ soient également distantes. Le calcul actuel d'après le stade IIb fournit pour la résistance dans le domaine du béton :

$$T = \frac{W_b}{s} \quad (W_b = \text{résistance sur cubes du béton})$$

et dans le domaine de l'acier :

$$T = \frac{\sigma_s}{n} \frac{1}{1-s} \quad (\sigma_s = \text{limite d'étirement de l'acier}).$$

La courbe de résistance (courbe de $T-s$) est, dans le système de coordonnées choisi, une droite dans le domaine du béton et une hyperbole dans le domaine de l'acier.¹

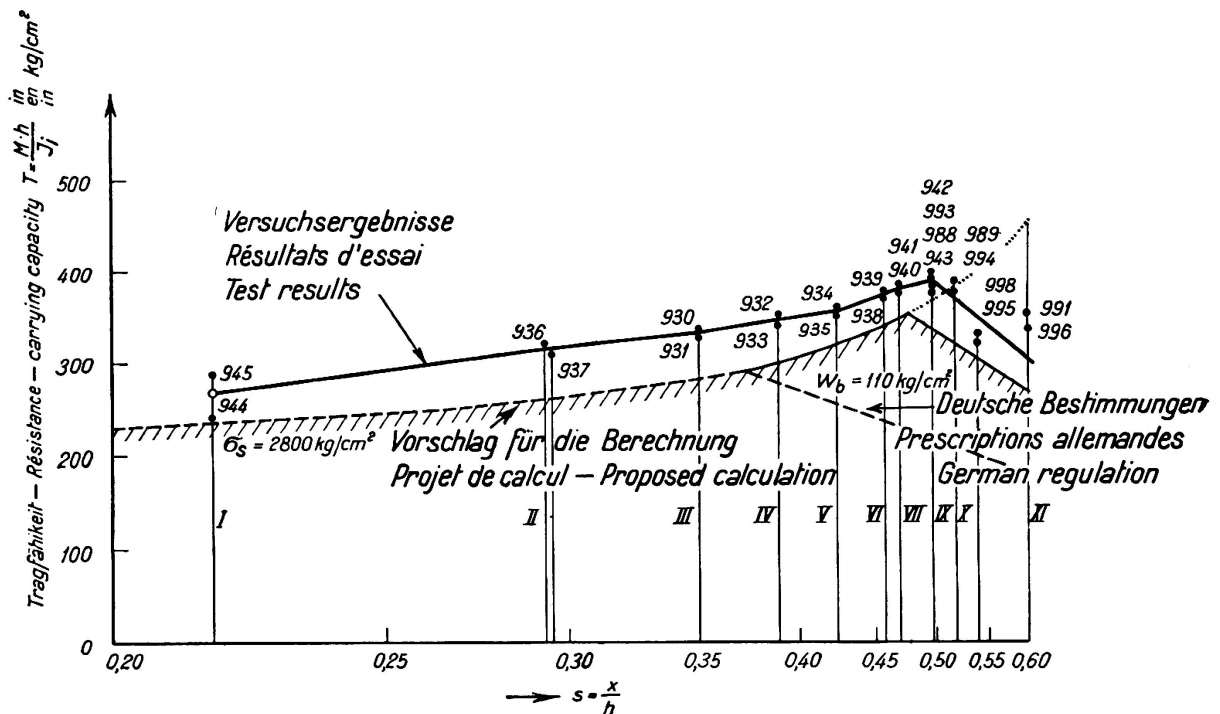


Fig. 2.

Courbes de résistance d'après les essais et le calcul (trait discontinu) et d'après le projet pour l'acier St. 37 (bord hachuré).

¹ E. Friedrich: „Über die Tragfähigkeit von Eisenbetonquerschnitten.“ Beton und Eisen, 1936, fasc. 9.

2° — Comparaison avec les essais.

A la fig. 2 nous donnons les essais effectués avec des sections rectangulaires armées d'acier 37; autant que cela était possible, nous avons maintenu la résistance sur cubes du béton à $W_b = 110 \text{ kg/cm}^2$ et la limite d'étirement de l'acier était $\sigma_s = 2800 \text{ kg/cm}^2$. Les sections furent modifiées de telle sorte que la résistance pouvait être donnée pour un grand domaine de s . A la fig. 2 nous avons comparé entre elles les résistances obtenues par calcul (trait discontinu, prescriptions allemandes) et les résistances déterminées par des essais. La comparaison montre:

- a) Dans le domaine où la limite d'étirement de l'acier détermine la rupture:
 - α) Les valeurs d'essai se trouvent toujours d'environ 10 % plus hautes que les valeurs obtenues par le calcul.
 - β) L'allure de la courbe de résistance est semblable, d'après le calcul et d'après l'essai. On ne peut pas relever la contrainte admissible dans le domaine de l'acier, entre autre à cause du danger de fissuration. Il n'y a pas de motif pour modifier la méthode de calcul dans le domaine a.
- b) Dans le domaine où la résistance du béton détermine la rupture:
 - α) On constate tout d'abord que la courbe de résistance suit, jusqu'à un pourcentage d'armature beaucoup plus élevé (à la fig. 2 jusqu'à de plus grandes valeurs de s), la courbe de résistance de l'acier.
 - β) La résistance obtenue par les essais se trouve, dans tout le deuxième domaine beaucoup plus haut que ne l'indiquent les calculs.

II. Les prescriptions autrichiennes.

Les prescriptions autrichiennes essayent d'éliminer l'insuffisance du calcul. D'après le projet établi par le Conseiller *F. von Emperger* et le Chef de Section *Haberkalt*, la limite des domaines de l'acier et du béton est ainsi relevée qu'elle correspond à une contrainte admissible de $15 \div 25 \%$ plus élevée que la contrainte admissible actuelle. Cependant on a maintenu les contraintes admissibles, d'où il résulte que la courbe de résistance fait un saut à la limite d'armature. On a deux inconvénients:

- a) Il peut se présenter des cas où la résistance obtenue par calcul décroît pour un accroissement de l'armature.
- b) Du fait que la limite d'armature a été rendue dépendante du pourcentage d'armature, ce projet n'est valable que pour des sections rectangulaires.

A la fig. 3, nous avons reporté la courbe de résistance obtenue d'après les prescriptions autrichiennes.

B. — Nouvelle proposition pour le calcul des sections de béton armé soumises à la flexion.

Dans la construction de béton armé, aussi bien pour les charpentes que pour les ponts, on s'efforce à éviter les goussets aux appuis et les armatures de compression.

Nous exposerons un projet permettant de satisfaire à ces exigences tout en conservant la même sécurité effective, c'est-à-dire en tenant compte des résultats des essais.

I. Dans le domaine où la limite d'étirement de l'acier détermine la rupture.

Les prescriptions de calcul en usage jusqu'à ce jour doivent être maintenues dans ce domaine. Lorsque la résistance sur cubes exigée est maintenue, on peut négliger le contrôle de la contrainte du béton.

II. Dans le domaine où la résistance du béton détermine la rupture.

1° — Principes de calcul.

a) La détermination de la fibre neutre.

Pour les moments faibles, on se trouve dans le stade IIb qui se conforme au calcul usuel, c'est-à-dire que le béton se fissure dans la zone tendue. Lorsque la

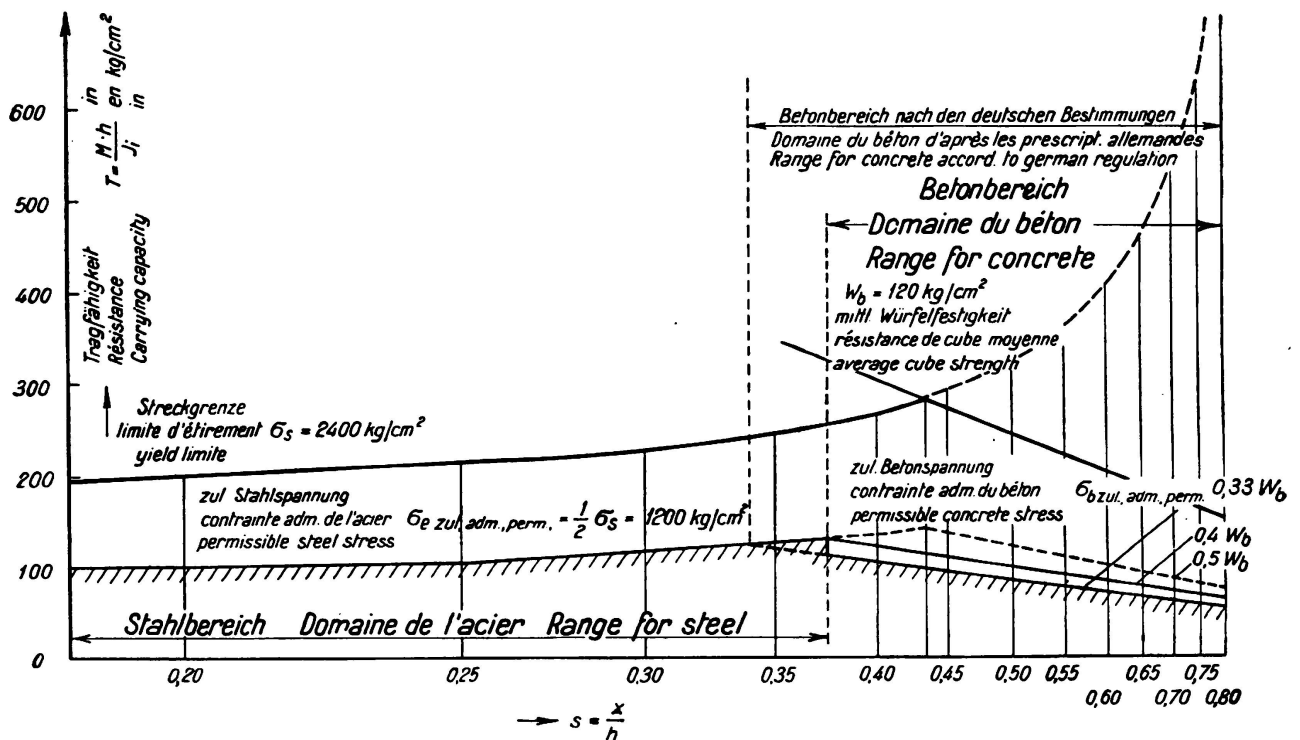


Fig. 3.

Courbes de résistance d'après les prescriptions autrichiennes.

fibre extrême du béton a atteint la résistance à la compression (on doit admettre ici la résistance sur prismes σ_p), la rupture de la poutre (admise par le calcul usuel) ne se produit pas encore, mais le stade IIb se transforme en un nouveau stade IIc caractérisé par le fait que le béton devient plastique du côté comprimé. La fibre neutre est conservée, c'est pourquoi la distance de cette fibre neutre se calculera de la façon la plus simple d'après la méthode usuelle.¹

$$s^2 + 2s\varphi - 2\psi = 0 \tag{1}$$

(où $\varphi = \frac{f}{b \cdot h}$, $\psi = \frac{\gamma}{b \cdot h^2}$ avec $f = n F_o + n F'_e$,

on obtient $\gamma = n F_o h + n F'_e h'$).

b) La courbe contraintes-allongements de l'acier.

Le calcul est basé sur la loi de *Hooke* (fig. 4)

$$\sigma_s = E_e \cdot \varepsilon_e$$

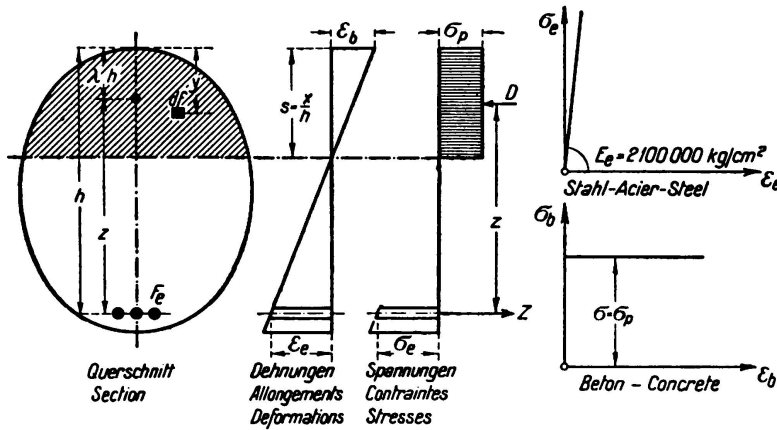


Fig. 4. Hypothèses de calcul d'après le projet pour le calcul dans le domaine de rupture du béton.

c) La courbe contraintes-allongements du béton.

La loi de la plasticité

$$\sigma_p = \text{const. (indépendant de } \varepsilon)$$

sert de base au calcul.

d) Hypothèse de Navier.

Dans le calcul on admet que les sections restent planes.

e) Equilibre.

En chaque section l'équilibre doit régner entre les forces extérieures et les forces intérieures.

2° — Le calcul.

D'après les hypothèses données sous 1° il est possible de calculer les sections de béton armé. On obtient la compression D à partir de l'équation :

$$D = \int_{F_w} \sigma_p \cdot df = \sigma_p \cdot \int_{F_w} df = \sigma_p \cdot F_w,$$

où F_w est la surface de béton agissante.

La force de traction est :

$$Z = F_e \cdot \sigma_e.$$

Comme l'équilibre doit régner, on peut poser l'équation :

$$Z = D$$

ou
$$F_e \cdot \sigma_e = F_w \cdot \sigma_p,$$

d'où
$$\sigma_e = \sigma_p \cdot \frac{F_w}{F_e} \tag{2}$$

Le moment statique de la surface de béton agissante par rapport à la fibre supérieure est:

$$S_w = \int_0^{F_w} y \cdot df,$$

d'où l'on peut tirer la distance du centre de gravité $\lambda \cdot h$ de la surface de béton agissante:

$$\lambda \cdot h \cdot F_w = S_w.$$

Le bras de levier des forces intérieures est:

$$z = h - \lambda \cdot h = h \frac{h \cdot F_w - S_w}{h \cdot F_w}.$$

Le moment des forces intérieures doit être égal au moment extérieur M , d'où:

$$\begin{aligned} D \cdot z &= M \\ \sigma_p \cdot F_w \cdot h \cdot \frac{h \cdot F_w - S_w}{h \cdot F_w} &= M \\ \frac{S_w}{h} - F_w + \frac{M}{h \cdot \sigma_p} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

L'équation (1) donne la position de la fibre neutre. On peut tirer de l'équation (3) le moment de rupture M .

3° — Comparaison avec les essais.

Il faut vérifier à l'aide des formules données sous 2° les essais indiqués à la fig. 2 et effectués avec des poutres rectangulaires armées d'acier 37.

Pour les sections rectangulaires on a:

$$\begin{aligned} F_w &= s \cdot b \cdot h \\ S_w &= s^2 \cdot h^2 \cdot \frac{b}{2}. \end{aligned}$$

Afin de comparer la méthode de calcul indiquée ici avec la méthode usuelle, il est nécessaire de calculer la valeur:

$$T = \frac{M \cdot h}{J_i}$$

Pour les sections rectangulaires à armature simple on a:

$$\frac{J_i}{h} = bh^2 \frac{\left(1 - \frac{s}{3}\right) \cdot s^2}{2}$$

et en partant de l'équation (3)

$$T = \frac{M \cdot h}{J_i} = 2 \frac{\sigma_p}{s} \cdot \frac{1 - s/2}{1 - s/3}.$$

A la fig. 2 nous avons aussi reporté le nouveau projet de calcul (bord hachuré). En outre nous avons représenté à la fig. 5 une deuxième série d'essais effectués avec de l'acier à haute résistance (acier Isteg $\sigma_s = 4100 \text{ kg/cm}^2$). Au cours des essais on a déterminé une résistance sur prismes $\sigma_p = 94 \text{ kg/cm}^2$. La comparaison avec le calcul usuel montre que le nouveau projet présente une bien meilleure

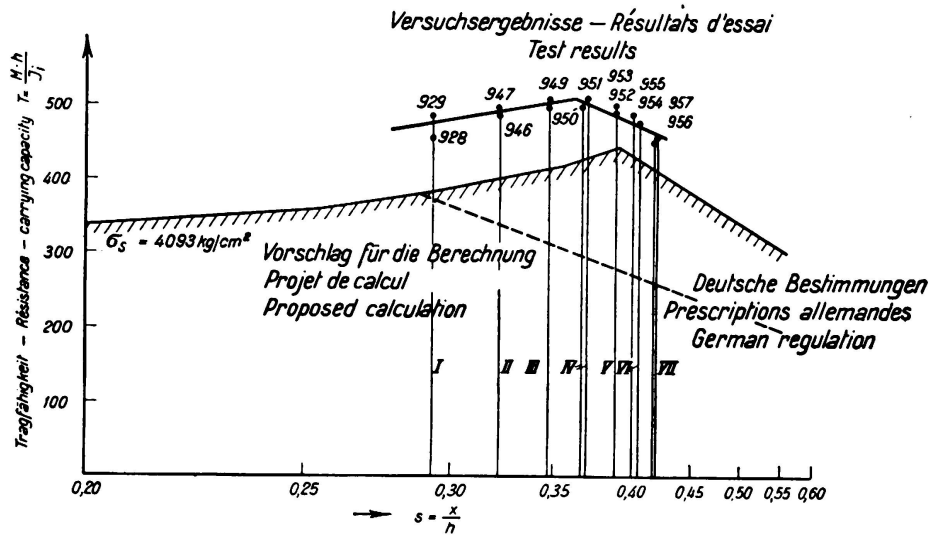


Fig. 5.

Courbes de résistance d'après le projet pour l'acier à haute résistance.

concordance. La fig. 6 représente la rupture de la poutre N° 957 (rupture dans le domaine du béton) et la fig. 7 la rupture de la poutre N° 947 (rupture dans le domaine de l'acier). Ces deux figures permettent de distinguer clairement les deux domaines.

C. — Propositions pour les prescriptions.

Maintenant que l'on a vu la manière permettant de faire concorder la résistance effective et la résistance obtenue par le calcul, nous allons faire des propositions pour les prescriptions.

1° — Contrainte de l'acier.

La contrainte admissible de l'acier doit être comme jusqu'à présent $\sigma_{e \text{ adm}} = \sigma_s/2$ s'il n'est pas nécessaire, par suite du danger de fissuration, de prendre une plus faible valeur comme admissible.

2° — Contrainte du béton.

Comme jusqu'à maintenant, il faut choisir une sécurité de trois vis-à-vis de W_b . Mais comme il faut introduire dans le calcul la résistance sur prismes comme contrainte du béton, il est nécessaire de réduire la contrainte admissible du béton par rapport aux prescriptions actuelles. En général on peut admettre comme résistance sur prismes 0,75 fois² la résistance sur cubes. On obtient ainsi comme contrainte admissible du béton $\sigma_{b \text{ adm}} = \frac{1}{4} W_b$.

² Coefficient de réduction de la résistance sur prisme pour une surcharge permanente immobile.

Pour $W_b = 120 \text{ kg/cm}^2$ on a $\sigma_{badm} = 30 \text{ kg/cm}^2$,
 „ $W_b = 160$ „ „ „ $\sigma_{badm} = 40$ „
 „ $W_b = 225$ „ „ „ $\sigma_{badm} = 56$ „

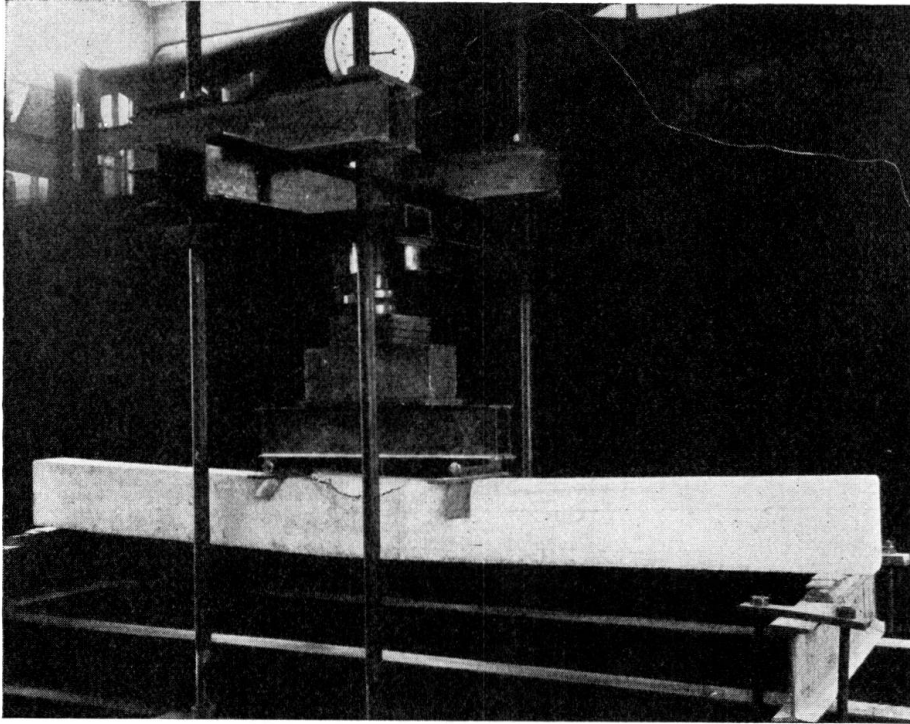


Fig. 6.

Rupture de la poutre No. 957 (rupture due à l'écrasement du béton).

3° — La limite d'armature pour des sections rectangulaires.

En égalant la résistance dans le domaine de l'acier à la résistance dans le domaine du béton, on obtient la limite d'armature.

La résistance dans le domaine de l'acier est:

$$\frac{M \cdot h}{J_i} = \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{1-s};$$

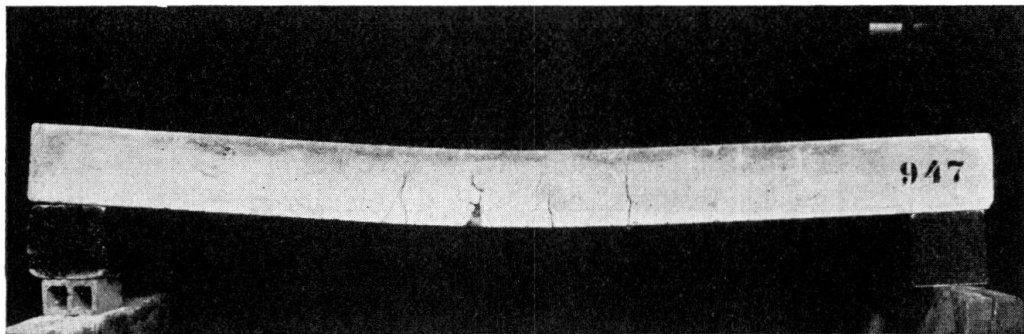


Fig. 7.

Rupture de la poutre No. 947 (rupture due à l'étirement des fers).

et la résistance dans le domaine du béton :

$$\frac{M \cdot h}{J_i} = 2 \cdot \frac{\sigma_p}{s} \cdot \frac{1 - s/2}{1 - s/3}$$

Posons :

$$k = \frac{\sigma_s}{n \sigma_p},$$

on obtient alors s_G

$$s_G = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3(1+3k)}{3+k}} \quad (4)$$

Remarque finale.

Il existe de nombreuses propositions ayant pour but de faire concorder le calcul et l'essai. Si ces propositions doivent être admises pour les prescriptions, il est nécessaire de les contrôler objectivement par des essais. Notre proposition semble suffisamment justifiée pour la détermination de la limite d'armature dans les sections rectangulaires. Nous avons entrepris des essais pour l'acier à haute résistance.

Dans ces séries d'essais, nous avons pris aussi des poutres avec armature de compression afin de déterminer la variation de résistance des sections rectangulaires avec et sans armature de compression.

Notre proposition entraîne une utilisation plus régulière des matériaux. Il est souvent possible d'éviter ainsi les goussets aux appuis et les armatures de compression; on a ainsi une meilleure adaptation du béton aux exigences modernes de la construction (par exemple en construction de charpentes une vue inférieure plane des planchers en béton armé sur plusieurs appuis, des poutres d'épaisseur constante en construction de ponts, etc.). En même temps on a des avantages économiques car il est possible de réduire les coffrages et les fers.