

Tragfähigkeit von Fachwerkträgern

Autor(en): **Kohl, E.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht**

Band (Jahr): **2 (1936)**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-2675>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Tragfähigkeit von Fachwerkträgern.

Résistance des poutres réticulées.

Carrying Capacity of Trussed Steel Work.

Dr. Ing. E. Kohl,

Professor an der Technischen Hochschule, Hannover.

Es soll versucht werden, einige grundsätzliche Fragen, die für die Beurteilung der Tragfähigkeit eines stählernen Fachwerkträgers von Bedeutung sind, an einem einfachen Beispiel zu entwickeln.

1. Laststellung unveränderlich.

Das Tragwerk nach Fig. 1 stellt einen einfachen Balken dar, dessen Untergurtstab U_3 und Diagonalstäbe D_2 und D_5 aus $\text{I}_L 70 \cdot 70 \cdot 7$ bestehen, während die übrigen Stäbe aus $\text{I}_L 90 \cdot 90 \cdot 9$ gebildet sind. Unter Vernachlässigung der geringen Stabkräfte aus Eigengewicht ergeben sich aus einer Einzellast P in Punkt 3 die Stabkräfte S_0 der nachstehenden Tabelle I.

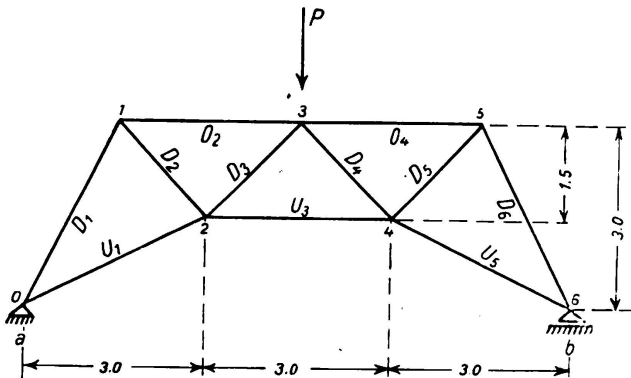


Fig. 1.

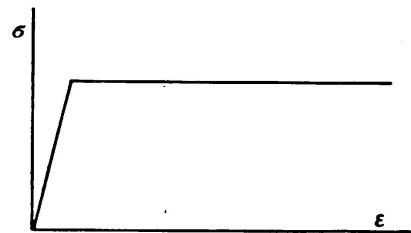


Fig. 2.

Unter Berücksichtigung eines Nietabzuges für Lochdurchmesser 20 mm in den Zugstäben, unter Zugrundelegung der Streckgrenze mit $\sigma_s = 2,4 \text{ t/cm}^2$ und der Knickspannung σ_k nach den Vorschriften der Deutschen Reichsbahn betragen die Grenzstabkräfte, mit denen die Tragfähigkeit des Einzelstabes als erschöpft angesehen werden soll,

$$S_{Gr} = F_n \cdot \sigma_s \text{ für Zugstäbe}$$

$$S_{Gr} = F \cdot \sigma_k \text{ für Druckstäbe.}$$

Ihre Größe ist aus Spalte 2 der Tabelle zu entnehmen. In Spalte 3 ist der Grenzwert P_{Gr} der Last P errechnet, bei welcher der Grenzwert der Stabkraft bei unbegrenzter Gültigkeit des *Hook'schen* Gesetzes im Einzelstabe auftreten würde.

Tabelle I.

Stab	Stabkraft S_0	Grenzstabkraft S_{Gr} für		Grenzlast P_{Gr}
		Zug	Druck	
U_1	$+ 0,3727 P$	$+ 70 t$	$- 43,4 t$	$70/0,3727 = 188 t$
U_3	$+ 1,5 P$	$+ 41,8 t$	$- 19,5 t$	$41,8/1,5 = 27,9 t$
O_2	$- 1,0 P$	$+ 70 t$	$- 53 t$	$53 t$
D_1	$- 0,7453 P$	$+ 70 t$	$- 43,4 t$	$43,4/0,7453 = 58,2 t$
D_2	$+ 0,9427 P$	$+ 41,8 t$	$- 39 t$	$41,8/0,9427 = 44,4 t$
D_3	$- 0,707 P$	$+ 70 t$	$- 69,8 t$	$69,8/0,707 = 98,6 t$

Maßgebend für die Tragfähigkeit des vorliegenden Balkens ist der kleinste Wert $P_{Gr} = 27,9 t$, bei welcher Last im Untergurtstab U_3 die Streckgrenze erreicht wird. Nimmt man gelenkigen Anschluß in sämtlichen Knotenpunkten an, und wird den weiteren Überlegungen die Spannungs-Dehnungslinie nach Fig. 2 zugrunde gelegt, so ist mit Erreichen der Streckspannung in *einem* Stabe eindeutig die Tragfähigkeit des Balkens erschöpft, da unbegrenzte Längenänderung des Stabes U_3 ohne Laststeigerung möglich ist.

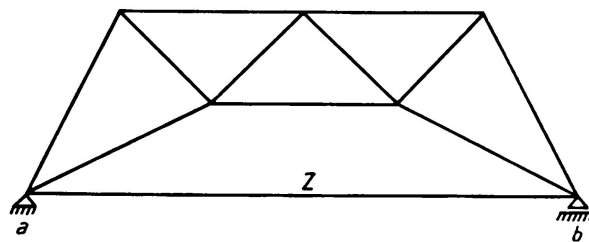


Fig. 3a.

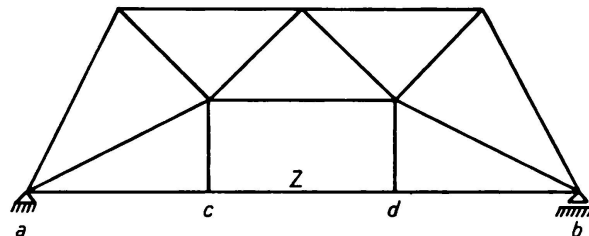


Fig. 3b.

Werden die beiden Lagerpunkte a und b nun durch ein Zugband Z verbunden (Fig. 3), so wird damit das Kräftespiel und das Tragvermögen grundsätzlich geändert. Nach den Regeln der Statik für die Berechnung statisch unbestimmter Systeme wird die Stabkraft im Zugband, wenn S_a die Stabkräfte aus $X_a = -1$ am statisch bestimmten System sind, $Z = X_a = \delta a_0 / \delta a_a$.

Der Zähler wird

$$EF_c \sum S_0 S_a s \frac{F_c}{F} = 34,5 P$$

und der Nenner

$$EF_c \sum S_a^2 s \frac{F_c}{F} = 50,64 + l_z \cdot \frac{F_c}{F_z},$$

wenn l_z die Länge und F_z der Querschnitt des Zugbandes ist.

Es sollen die Fälle unterschieden werden, daß

- a) das Zugband auf 9 m Länge gleichbleibenden Querschnitt hat (Fig. 3 a).
- b) das Zugband im Bereich a—c und b—d aus 2 \perp 70 · 70 · 7 besteht und F_z der Querschnitt im Bereich c—d ist (Fig. 3 b).

Sieht man nun auch für das statisch unbestimmte Tragwerk als Grenze der Tragfähigkeit diejenige Last an, bei welcher *ein* Stab die Spannung der Streckgrenze erreicht, so ist bei den gewählten Querschnittsverhältnissen das Zugband maßgebend, sofern sein Querschnitt nicht einen bestimmten Wert überschreitet, und innerhalb dieses Bereiches hängt das Tragvermögen allein vom Querschnitt des Zugbandes ab. Diese Abhängigkeit der Grenzlast P'_{Gr} vom Querschnitt F_z des Zugbandes ist gegeben durch die Bedingung

$$Z = F_z \cdot \sigma_s^1 = \frac{34,5 P'_{Gr}}{50,64 + l_z \frac{F_c}{F_z}} \quad \text{für Fall a}$$

$$Z = F_z \cdot \sigma_s = \frac{34,5 P'_{Gr}}{60,54 + l_z \frac{F_c}{F_z}} \quad \text{für Fall b}$$

woraus mit $l_z = 9$ m bzw. $l_z = 3$ m und $F_c = 31$ cm² folgt

$$P'_{Gr} = 19,40 + 3,52 F_z \quad \text{für Fall a} \quad (\text{Gl. 1 a})$$

$$P'_{Gr} = 6,47 + 4,21 F_z \quad \text{für Fall b} \quad (\text{Gl. 1 b})$$

Wird das Zugband sehr schwach gewählt, so zeigt sich, daß die Tragfähigkeit des einfachen Balkens durch Anordnung eines Zugbandes gemindert werden kann, denn mit $F_z \rightarrow 0$ geht $P'_{Gr} \rightarrow 19,4$ t bzw. $P'_{Gr} \rightarrow 6,47$ t gegenüber 27,9 t Tragfähigkeit des einfachen Balkens; und erst mit $F_z = 2,42$ cm² bzw. $F_z = 5,1$ cm² (Fig. 5) würde das statisch unbestimmte Tragwerk mit Zugband wieder das gleiche Tragvermögen besitzen wie das System ohne Zugband mit sonst gleichen Querschnitten. Durch die vermeintliche Verstärkung durch ein Zugband erhalte ich also unter Umständen eine erhebliche Schwächung des Trägers. Es ist aber nicht denkbar, daß die tatsächliche Tragfähigkeit noch unter die des einfachen Balkens sinken kann, sofern dessen Querschnitte unverändert beibehalten werden. Hier liegt ein offensichtlicher Widerspruch vor, der nur in der Definition der Tragfähigkeit seine Erklärung finden kann.

Die vorstehenden Überlegungen führen zwangsläufig zu dem Schluß, daß die Tragfähigkeit eines einfach statisch unbestimmten Systems keinesfalls erschöpft ist, wenn *ein* Stab bis zur Streckgrenze beansprucht wird. Zur Beurteilung der Tragfähigkeit oder der Bruchlast ist der für das statisch bestimmte Fachwerk festgelegte Maßstab nicht auf statisch unbestimmte Konstruktionen anwendbar. Da nach Erreichen der Streckspannung in einem überzähligen Stab die *Formänderung* allein und eindeutig durch die Glieder des verbleibenden *stabilen* Tragwerkes bestimmt ist und somit nicht unbegrenzt wachsen kann, ist ein Bruch oder unzulässig große Formänderung nicht möglich, solange nicht wenigstens

¹ Ein Abzug für Querschnittsschwächung ist nicht gemacht und Ausbildung des Zugbandes als Augenstab angenommen.

ein Stab des verbleibenden statisch bestimmten Systems ebenfalls die Spannung der Streckgrenze erreicht; d. h. bis zu diesem Augenblick kann eine Laststeigerung ohne Bruchgefahr vorgenommen werden. Allgemein ist, wie Grüning in seiner bekannten Schrift „Die Tragfähigkeit statisch unbestimmter Tragwerke aus Stahl bei beliebig häufig wiederholter Belastung“ nachgewiesen hat, die Grenze der Tragfähigkeit eines n -fach statisch unbestimmten Systems durch Eintreten der Streckspannung in mindestens $n + 1$ Stäben gekennzeichnet.

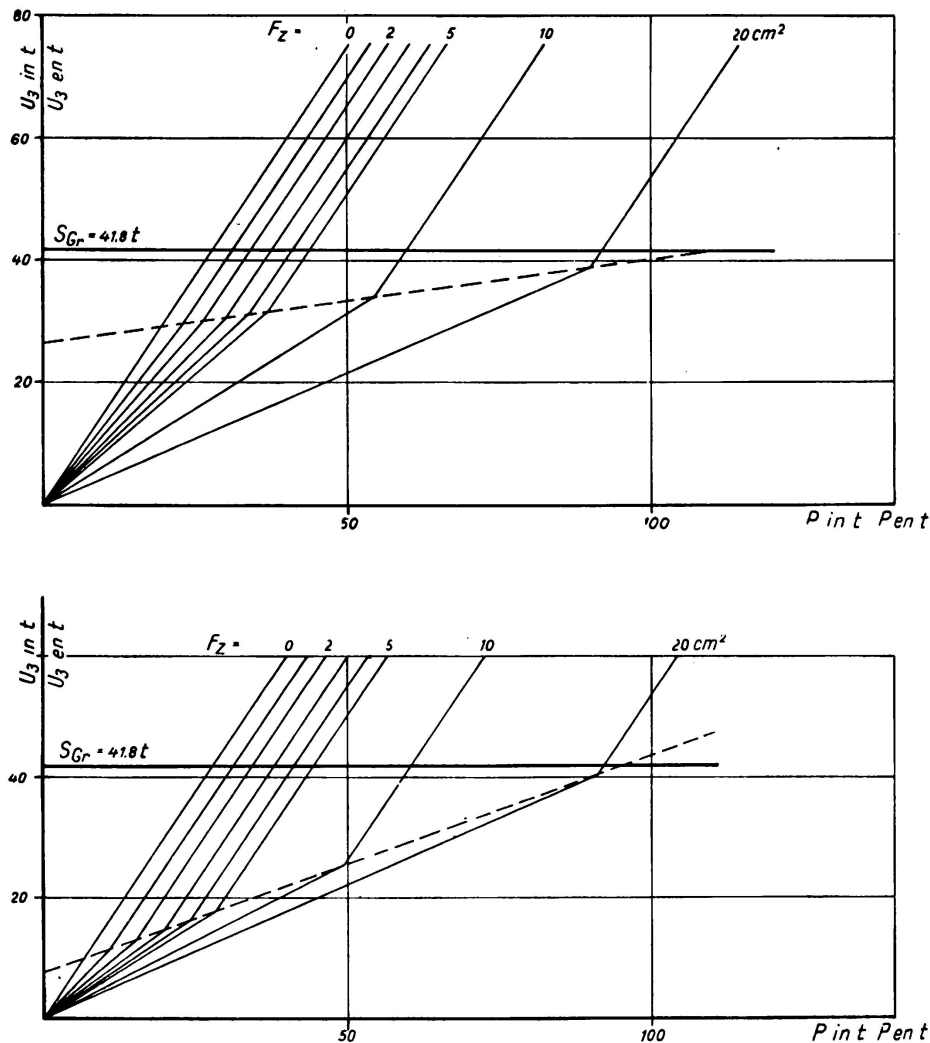


Fig. 4.

Stabkraft U_3 in Abhängigkeit von der Belastung P und vom Zugbandquerschnitt F_z .

Um nun die tatsächliche Grenze der Tragfähigkeit für den vorliegenden Fachwerkträger mit Zugband zu bestimmen, ist die Abhängigkeit der Stabkräfte des statisch bestimmten Systems von der äußeren Last P festzustellen unter Berücksichtigung einer konstanten von P weiterhin unabhängigen Kraft $F_z \cdot \sigma_s$ im Zugband. Es wird allgemein

$$S = S_0 - S_a \cdot F_z \cdot \sigma_s \quad (\text{Gl. 2})$$

Für den Untergurtstab U_3 ist der Verlauf der Stabkraft in Abhängigkeit von P für verschiedene Werte F_z in Fig. 4 dargestellt. Bei unbeschränkter Gültigkeit

des *Hook'schen* Gesetzes würde

$$U_3 = 1,5 P - 2 \cdot \frac{34,5 P}{50,64 + l_z \cdot F_c / F_z}$$

Mit dem Augenblick, in dem das Zugband gestreckt wird, wachsen die Stabkräfte stärker an, für U_3 gilt dann

$$U_3 = 1,5 P - 2 \cdot F_z \cdot \sigma_s = 1,5 P - 4,8 \cdot F_z$$

Die Brechpunkte sind festgelegt durch die Gleichungen

$$U_3 = 26,4 + 0,137 P \text{ für Fall a}$$

$$U_3 = 7,36 + 0,362 P \text{ für Fall b}$$

Die Grenzstabkraft für U_3 beträgt 41,8 t, so daß aus Fig. 4 auf der Abszissenachse zu jedem Wert von F_z die Grenzlast abgelesen werden kann, die die Spannung in U_3 bis zur Streckgrenze hebt.

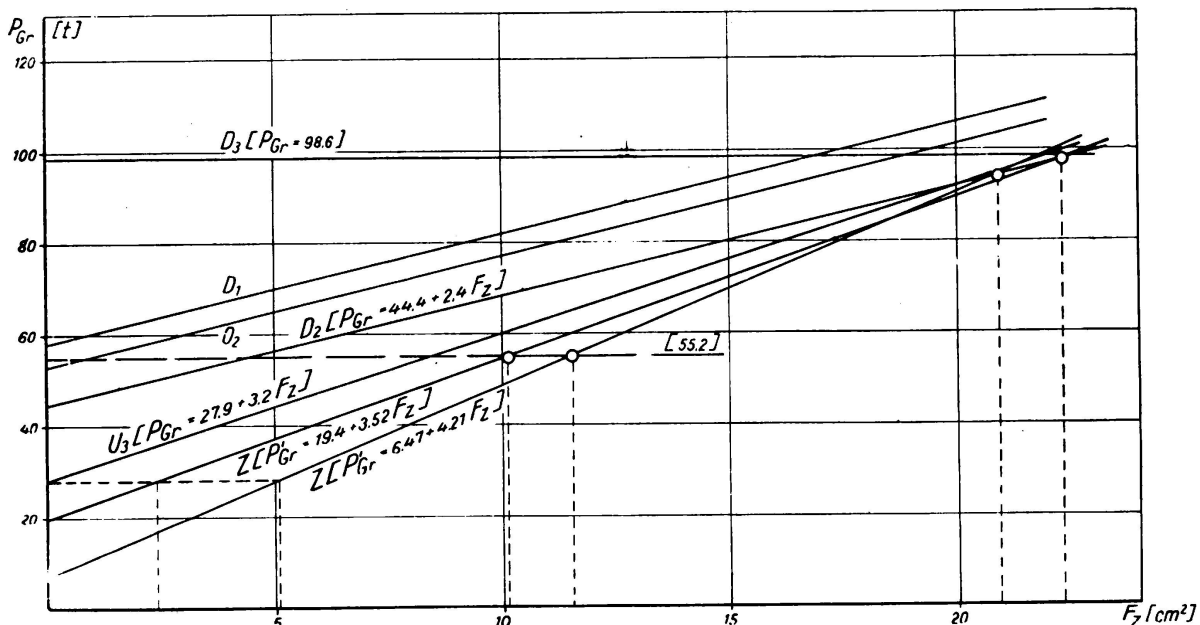


Fig. 5.

Grenzlasten P_{Gr} in Abhängigkeit vom Zugbandquerschnitt F_z .

Noch besser und zwar gleichzeitig für alle Stäbe lassen sich die Verhältnisse an Hand der Fig. 5 übersehen. Die Grenzlasten P_{Gr} für die einzelnen Stäbe werden aus

$$S = S_0 - S_a \cdot F_z \cdot \sigma_s = S_{Gr} \quad (\text{Gl. 3})$$

gewonnen. Sie ergeben sich in Abhängigkeit von F_z

$$\begin{aligned} \text{für } U_1 \quad (S_a = + 1,49067) : P_{Gr} &= 188 + 9,6 F_z \\ \text{für } U_3 \quad (S_a = + 2) : P_{Gr} &= 27,9 + 3,2 F_z \\ \text{für } O_2 \quad (S_a = - 1) : P_{Gr} &= 53 + 2,4 F_z \\ \text{für } D_1 \quad (S_a = - 0,7453) : P_{Gr} &= 58,2 + 2,4 F_z \\ \text{für } D_2 \quad (S_a = + 0,9427) : P_{Gr} &= 44,4 + 2,4 F_z \\ \text{für } D_3 \quad (S_a = 0) : P_{Gr} &= 98,6 \end{aligned} \quad (\text{Gl. 4})$$

Die Gleichungen 4 gelten sowohl für Fall a als auch für Fall b. In Fig. 5 sind diese Grenzlaster für alle Stäbe des Systems als Funktion des Zugbandquerschnittes dargestellt. Für alle Stäbe wächst die Grenzlast — allerdings nicht in gleichem Maße — mit dem Zugbandquerschnitt F_z , mit Ausnahme von D_3 , dessen Stabkraft von der Anordnung eines Zugbandes unabhängig ist.

Bis zu einem bestimmten Wert von F_z ergibt sich die kleinste Grenzlast nächst dem Zugband für den Untergurtstab U_3 ; somit ist das Tragvermögen begrenzt durch die Gleichung

$$P_{Gr} = 27,9 + 3,2 F_z \quad (\text{Gl. 5})$$

und stimmt mit $F_z = 0$ mit dem des einfachen Balkens überein.

Mit $F_z = 20,6 \text{ cm}^2$ besteht für die Stäbe D_2 und U_3 die gleiche Grenzlast $P_{Gr} = 93,9 \text{ t}$; für größere Werte von F_z wird bei weiterer Laststeigerung in D_2 die Streckgrenze früher erreicht. Die Gültigkeit der Gleichungen 4 hört allerdings auf mit $F_z = 22,3 \text{ cm}^2$ im Fall a und mit $F_z = 20,9 \text{ cm}^2$ im Fall b, da bei $P = 97,9 \text{ t}$ bzw. $94,5 \text{ t}$ die Streckspannung im Zugband und in den Diagonalen D_2 und D_5 gleichzeitig auftritt. Eine in der statischen Unbestimmtheit begründete erhöhte Tragfähigkeit bzw. Sicherheit ist nicht vorhanden. Daran läßt sich auch durch Vergrößerung des Zugbandquerschnittes nichts ändern, denn für Werte $F_z > 22,3 \text{ cm}^2$ bzw. $> 20,9 \text{ cm}^2$ werden die beiden Diagonalstäbe D_2 und D_5 als erste gestreckt. Die restlichen Stäbe bilden nur mehr ein labiles System.

Das Verhältnis der erhöhten Tragfähigkeit P_{Gr} des statisch unbestimmten Systems zu dem durch Auftreten der Streckspannung im Zugband gekennzeichneten Grenzwert P'_{Gr} ist

$$\frac{27,9 + 3,2 F_z}{19,4 + 3,52 F_z} \text{ für Fall a, } \frac{27,9 + 3,2 F_z}{6,47 + 4,21 F_z} \text{ für Fall b.}$$

Das Ergebnis der Zahlenrechnung ist in Fig. 6 wiedergegeben.

Die als „Selbsthilfe“ oder „Spannungsausgleich“ bezeichnete Eigenschaft statisch unbestimmter Tragwerke tritt nicht in jedem Fall und unter allen Umständen ein; Voraussetzung dafür ist ein Querschnittsüberschuß in ganz bestimmten zugeordneten Stäben. Im vorliegenden Beispiel ist bei einem Zugbandquerschnitt von etwa 20 cm^2 ab praktisch eine erhöhte Tragfähigkeit nicht vorhanden, da eine Last von 90 bis 95 t die Spannung in mehreren Stäben fast gleichzeitig in die Streckgrenze hebt.

Würde der Stab D_3 , dessen Stabkraft von Z unabhängig ist, aus $2 \text{ L } 70 \cdot 70 \cdot 7$ gebildet, so würde seine Grenzstabkraft nur rd. 39 t und die Grenzlast $39/0,707 = \text{rd. } 55,2 \text{ t}$ betragen, und bereits mit $F_z = 10,15 \text{ cm}^2$ bzw. $11,55 \text{ cm}^2$ (Fig. 5) ist die Tragfähigkeit durch gleichzeitiges Eintreten der Knickspannung in den beiden Diagonalen D_3 und D_4 und der Fließspannung im Zugband erschöpft. Eine Vergrößerung des Zugbandquerschnittes kann auch hier das Tragvermögen nicht weiter erhöhen, da für D_3 und D_4 die Grenzlast $P_{Gr} = 55,2 \text{ t}$ maßgebend bleibt.

Es bleibt noch die Frage zu erörtern, ob eine erhöhte Tragfähigkeit des

statisch unbestimmten Fachwerkes auch dann zu erwarten ist, wenn ein Druckstab als erster Stab den kritischen Spannungswert erreicht. Im Gegensatz zum Zugstab, der im statisch unbestimmten System noch ein wichtiges Bauglied darstellen kann, wenn seine Spannung bereits die Streckgrenze erreicht hat, scheidet ein Druckstab vollkommen aus, sobald er tatsächlich ausknickt. Das Ausknicken des Druckstabes hat eine bestimmte Ausbiegung und Knotenpunktverschiebung zur Voraussetzung, die sich beim statisch bestimmten System ohne Beeinflussung durch die übrigen Stäbe ausbilden kann. Beim statisch unbestimmten Fachwerk ist aber die Verschiebung der Endpunkte des Druckstabes wieder den Formänderungsbedingungen des verbleibenden stabilen Systems unterworfen, die der

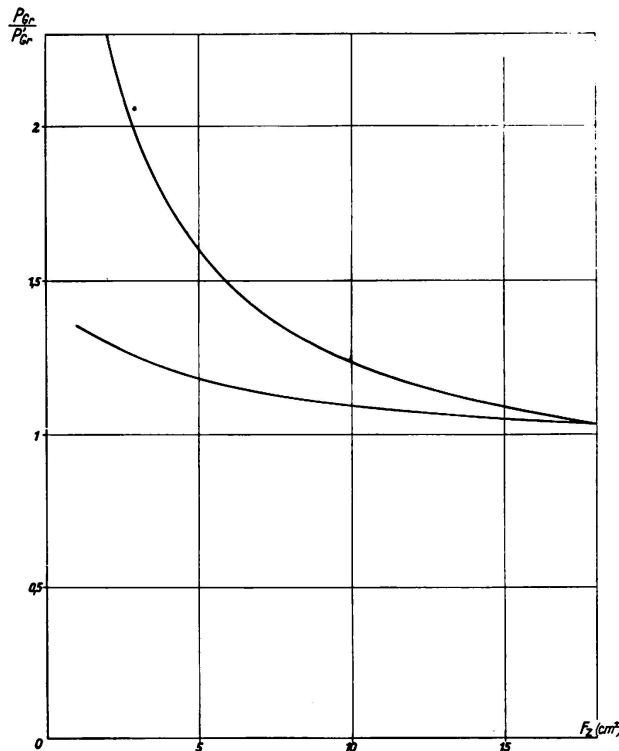


Fig. 6.

Ausbiegung des Stabes einen Widerstand entgegensetzen. Die Knickbedingung für einen Druckstab in einem statisch unbestimmten Fachwerk ist von der Knickbedingung des Einzelstabes wesentlich verschieden, worauf *Grüning* in seiner oben genannten Schrift, S. 28, bereits hingewiesen hat.

2. Laststellung veränderlich.

Es soll noch der Fall untersucht werden, daß die Last P auch in Punkt 2 angreifen kann, um dann die Frage zu beantworten, welchen Mindestquerschnitt ein Zugband erhalten müßte, um die Tragfähigkeit des einfachen Balkens auf einen bestimmten Wert P_{Gr} (= Gebrauchslast \times Sicherheitsfaktor) zu erhöhen. Dabei werde das System nach Fig. 3b zugrunde gelegt. Die Stabkräfte S_0 des Balkens ohne Zugband und die Grenzlasten für die Einzelstäbe sind in Tabelle II angegeben.

Tabelle II.

Stab	Stabkraft S_0	Grenzlast P_{Gr}
U_1	+ 0,4969 P	141 t
U_3	+ 1,0 P	41,8 t
U_5	+ 0,2485 P	282 t
O_2	- 1,333 P	39,7 t
O_4	- 0,666 P	79,5 t
D_1	- 0,9938 P	43,6 t
D_2	+ 1,257 P	33,25 t
D_3	+ 0,4713 P	148 t
D_4	- 0,4713 P	148 t
D_5	+ 0,6285 P	66,5 t
D_6	- 0,4969 P	87,2 t

Die Kraft im Zugband beträgt

$$Z = X_a = \frac{29,57 P}{60,54 + \frac{93}{F_z}}$$

Die Streckgrenze im Zugband wird erreicht mit

$$P'_{Gr} = 7,55 + 4,91 \cdot F_z \quad (\text{Gl. 6})$$

und solange das Zugband als höchst beanspruchter Stab zuerst gestreckt wird, sind die Grenzlasten für die Stäbe U_3 , O_2 , D_1 und D_2 — die übrigen Stäbe können unberücksichtigt bleiben, da ihre Stabkräfte weit unterhalb der Grenzwerte liegen — bestimmt durch die Gleichungen (dargestellt in Fig. 7):

$$\begin{aligned} \text{für } U_3: P_{Gr} &= 41,8 + 4,8 F_z \\ \text{für } O_2: P_{Gr} &= 39,7 + 1,8 F_z \\ \text{für } D_1: P_{Gr} &= 43,6 + 1,8 F_z \\ \text{für } D_2: P_{Gr} &= 33,25 + 1,8 F_z \end{aligned} \quad (\text{Gl. 7})$$

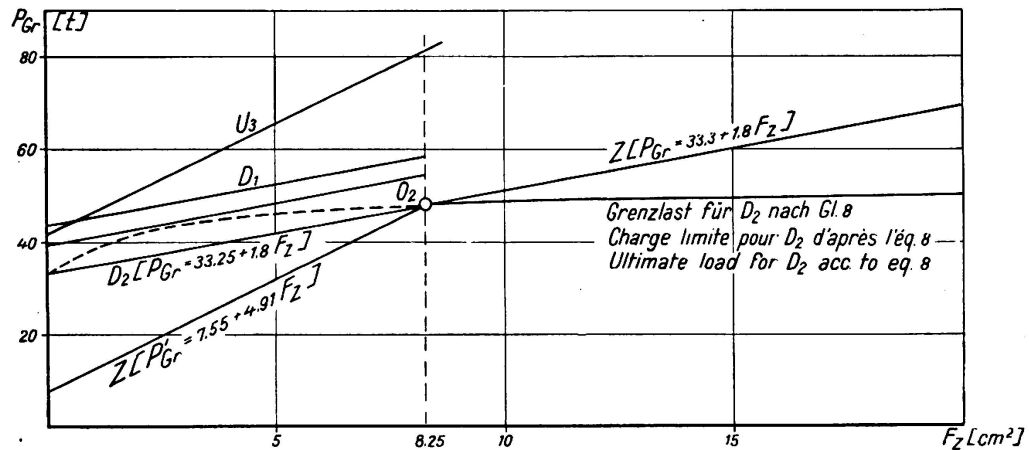


Fig. 7.

$P = 48,05$ t ergibt bei $F_z = 8,25$ cm² im Zugband und in D_2 gleichzeitig die Streckspannung. Für $F_z < 8,25$ cm² ist die Tragfähigkeit begrenzt durch die letzte der Gl. 4; für $F_z > 8,25$ cm² verlieren die Gl. 7 ihre Gültigkeit, da D_2 nunmehr der höchstbeanspruchte Stab ist und als solcher zuerst gestreckt wird. Die Grenzlast für D_2 als Funktion von F_z wird aus der Stabkraft im unbestimmten System

$$D_2 = 1,257 P - 0,9427 \cdot \frac{29,57 P}{60,54 + \frac{93}{F_z}} = S_{Gr} = 41,8$$

zu
$$P'_{Gr} = \frac{60,54 F_z + 93}{1,15 F_z + 2,8} \quad (\text{Gl. 8})$$

berechnet; der Verlauf ist in Fig. 7 dargestellt. Die Grenzlast für D_2 ist mit wachsendem F_z nur wenig veränderlich, sie wächst von 48,05 t bei $F_z = 8,25$ cm² auf 50,4 t bei $F_z = 20$ cm².

Wenn $F_z > 8,25$ cm², gelten für die übrigen Stabkräfte von dem Augenblick an, wo D_2 gestreckt wird, Gleichgewichtsbedingungen, die für das durch Fortlassen des Stabes D_2 entstehende statisch bestimmte System unter der Last P in Punkt 2 und der Doppelkraft $F_{D_2} \cdot \sigma_s$ in den Punkten 1 und 2 aufzustellen sind. Diese Kräfte können auch durch Überlagerung der Stabkräfte S_0 (nach Tab. II) mit einem Selbstspannungszustand aus

$$S = S_0 + (F_{D_2} \cdot \sigma_s - D_{2o}) \cdot \frac{S_a}{D_{2a}} \quad (\text{Gl. 9})$$

berechnet werden.

Die so ermittelten Stabkräfte sind

$$\begin{aligned} U_1 &= + 66 - 1,49 P \\ U_3 &= + 88,8 - 1,666 P \\ U_5 &= + 66 - 1,74 P \\ O_2 &= - 44,4 \\ O_4 &= - 44,4 + 0,666 P \\ D_1 &= - 33,2 \\ D_2 &= + 41,8 \\ D_3 &= + 0,4713 P \\ D_4 &= - 0,4713 P \\ D_5 &= + 41,8 - 0,6285 P \\ D_6 &= - 33,2 + 0,4969 P \\ Z &= - 44,4 + 1,333 P \end{aligned} \quad (\text{Gl. 10})$$

Ihre Größe ist von F_z unabhängig. Da aber die Grenzlast für D_2 vom Zugbandquerschnitt abhängt, beginnt die Gültigkeit der Gl. 10 erst für die Werte $F_z > 8,25$ cm² und $P \geq P'_{Gr}$ nach Gl. 8. Diejenige Grenzlast, bei welcher auch das Zugband gestreckt wird, die also für die Beurteilung der Tragfähigkeit bei $F_z > 8,25$ cm² maßgebend ist, erhält man aus der letzten der Gl. 10

$$- 44,4 + 1,333 P_{Gr} = F_z \cdot \sigma_s$$

zu
$$P_{Gr} = 33,3 + 1,8 F_z \quad (\text{Gl. 11})$$

Aus den Gl. 10 ist weiter auf die Grenzlasten für die übrigen Stäbe zu schließen. Die Stabkräfte in O_2 , D_1 und D_2 sind konstant und unabhängig von P . Die kleinsten Werte P_{Gr} ergeben sich für die Untergurtstäbe und zwar

$$\begin{aligned} \text{für } U_1 \text{ aus } +66 - 1,49 \quad P_{Gr} &= -43,4 \text{ zu } P_{Gr} = 73,5 \text{ t} \\ \text{für } U_3 \text{ aus } +88,8 - 1,666 \quad P_{Gr} &= +41,8 \text{ zu } P_{Gr} = 65 \text{ t} \\ \text{für } U_5 \text{ aus } +66 - 1,74 \quad P_{Gr} &= -43,4 \text{ zu } P_{Gr} = 63 \text{ t} \end{aligned}$$

$P = 63 \text{ t}$ ist somit die höchst tragbare Last, wie auch immer der Zugbandquerschnitt F_z gewählt wird, sofern nur

$$33,3 + 1,8 F_z \geq 63$$

oder

$$F_z \geq 16,5 \text{ cm}^2.$$

Eine Vergrößerung des Zugbandquerschnittes verhindert nicht, daß bei $P = 63 \text{ t}$ gleichzeitig in D_2 und U_5 die Streckspannung auftritt.

Das Zugband soll nun, um die oben gestellte Frage zu beantworten, so bemessen werden, daß das Tragvermögen des einfachen Balkens von $27,9 \text{ t}$ auf 45 t bzw. auf 60 t erhöht wird, und die Bemessung soll nach dem Grundsatz gleicher Sicherheit im oben dargelegten Sinne erfolgen, wenn die Last sowohl in Punkt 3 als auch in Punkt 2 angreifen kann.

Bei der Grenzlast von 45 t ist den Fig. 5 und 7 bzw. den Gl. 5 und 7 der erforderliche Querschnitt

$$F_z = 5,35 \text{ cm}^2 \text{ bei Last in Punkt 3}$$

$$F_z = 6,5 \text{ cm}^2 \text{ bei Last in Punkt 2}$$

zu entnehmen, wovon der größere Wert für die Bemessung maßgebend ist. Würde die Tragfähigkeit mit Eintreten der Streckung im Zugband als erschöpft angesehen werden, so sind die erforderlichen Querschnitte (nach Fig. 5 und 7; Gl. 1b und 6) $F_z = 9,15 \text{ cm}^2$ bzw. $F_z = 7,65 \text{ cm}^2$.

Soll die Last auf 60 t gesteigert werden, so bedingt Laststellung in Punkt 3 einen Zugbandquerschnitt von 10 cm^2 (gegenüber $12,7 \text{ cm}^2$ nach Gl. 1b) und Laststellung in Punkt 2 ein $F_z = 14,8 \text{ cm}^2$. Letzterer Querschnitt ist maßgebend. Würde auch hier die Tragfähigkeit als beendet angesehen werden, sobald ein Stab in die Streckgrenze kommt, so stellt sich heraus, daß eine Tragfähigkeit bis zu 60 t durch Anordnung eines Zugbandes in der vorgesehenen Weise gar nicht zu erreichen ist, denn bei Laststellung in Punkt 2 bleibt der Grenzwert für D_2 (s. Fig. 7) nach Gl. 8 stets kleiner als 60 t .

3. Begrenzung der Tragfähigkeit durch die Formänderung.

Die Gleichungen 4 für die Grenzlasten, unter denen die Grenzstabkräfte auftreten, gelten unabhängig von der Ausbildung des Zugbandes nach Fig. 3a oder 3b. Ein und dieselbe Grenzlast hebt bei einem bestimmten F_z die Spannung im Untergurtstab U_3 bis zur Streckgrenze, sodaß die Tragfähigkeit beider Systeme die gleiche ist. Es erhebt sich die Frage, ob tatsächlich unabhängig von der Ausbildung des Zugbandes beide Systeme in Bezug auf ihr Tragvermögen gleich zu bewerten sind. Um die Frage zu beantworten, muß der Formänderungs-

zustand untersucht werden. Solange lediglich im Zugband die Streckspannung vorhanden ist, wird die Formänderung des Trägers eindeutig durch die Längenänderungen der Stäbe des verbleibenden stabilen Systems bestimmt. Die Abstandsänderung $a-b$ beträgt für System 3a

$$E F_c \Delta a b = \sum S \cdot S_a \cdot s \frac{F_c}{F},$$

wobei die Summe über alle Stäbe mit Ausnahme des Zugbandes zu erstrecken ist. Mit

$$S = S_0 - S_a F_z \sigma_s$$

wird

$$E F_c \Delta a b = \delta_{a_0} - F_z \sigma_s \cdot \sum S_a^2 \cdot s \frac{F_c}{F}$$

$$E F_c \Delta a b = 34,5 P - 121,5 F_z.$$

Wird die Belastung bis zur Tragfähigkeitsgrenze von U_3 gesteigert, so wird mit $P = 27,9 + 3,2 F_z$

$$E F_c \Delta a b = 963 - 11,1 F_z$$

und mit $E = 2100 \text{ t/cm}^2$, $F_c = 31 \text{ cm}^2$

$$\Delta a b = 1,48 - 0,017 F_z \text{ (in cm)}. \quad (\text{Gl. 12})$$

Für System 3b ergibt die entsprechende Rechnung für die Abstandsänderung $c-d$

$$\Delta c d = 1,48 - 0,0536 F_z \text{ (in cm)}. \quad (\text{Gl. 13})$$

Die zulässige Dehnung im Streckbereich, d. h. die Dehnung, bei der Dauerbruch zu erwarten ist, liegt nicht genau fest. Da es sich hier nur um grundsätzliche Überlegungen handelt, möge sie zu 5‰ angenommen werden; dann ist die größte zulässige Längenänderung des Zugbandes

$$\begin{aligned} \text{bei } l_z = 9 \text{ m Länge } \Delta l &= 4,5 \text{ cm} \\ \text{bei } l_z = 3 \text{ m Länge } \Delta l &= 1,5 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Wie ersichtlich, ist die bei der Grenzlast vor Streckung von U_3 tatsächlich auftretende Abstandsänderung $\Delta a b$ bzw. $\Delta c d$ kleiner als die innerhalb des Streckbereiches zulässige Längenänderung, sodaß die Formänderung für die Beurteilung der Tragfähigkeit in beiden Fällen keine Rolle spielt.

Würde man das Zugband bis auf einen mittleren Teil von nur 10 cm Länge aus 2 \perp 70 · 70 · 7 bilden, so behalten die Gl. 4 weiter ihre Gültigkeit, und die Abstandsänderung der Endpunkte des Zugbandes von $l_z = 10 \text{ cm}$ würde mit

$$\sum S_a^2 s \frac{F_c}{F} = 65,33$$

$$\Delta = 1,48 - 0,0713 F_z \text{ (in cm)}. \quad (\text{Gl. 14})$$

Die innerhalb des Streckbereiches zulässige Längenänderung beträgt aber nur 0,05 cm und wird durch die tatsächliche Formänderung u. U. wesentlich überschritten, bevor die Spannung in U_3 an die Streckgrenze herankommt. Es besteht dann die Möglichkeit, daß der zuerst gestreckte Stab reißt, bevor ein

anderer Stab an der Lastaufnahme stärker beteiligt wird. Ein Ausgleich der Stabkräfte kann nicht oder nur unvollkommen eintreten. Bestätigt wird diese Überlegung durch Versuche, die in Hannover mit einem durchlaufenden Fachwerkträger aus Stahl durchgeführt wurden.²

Die Beurteilung der Tragfähigkeit statisch unbestimmter Systeme nach den oben erläuterten Gesichtspunkten hat zur Voraussetzung, daß die Längenänderungen in den gestreckten Stäben innerhalb bestimmter Grenzen des Streckbereiches bleiben, eine Voraussetzung, die im allgemeinen erfüllt sein dürfte.

4. Temperaturänderungen (Elastische Stützung).

Nimmt man außer der Last P in Punkt 3 einen Temperaturunterschied von $\pm t^\circ$ des Zugbandes gegenüber den übrigen Fachwerkstäben an, so wird dadurch zwar die Grenzlast P'_{Gr} des Zugbandes beeinflusst; im Falle einer Temperaturerhöhung bzw. -erniedrigung von 15° im Zugband wird z. B. für System 3a

$$P'_{Gr} = 19,4 + 3,52 F_z \pm 3,06.$$

Die Gleichungen 4 behalten aber ihre Gültigkeit; der Einfluß der Temperatur macht sich lediglich in der Größe der Formänderungen bemerkbar. Wie aus einer einfachen Überlegung erhellt, kann aber die Längenänderung der gestreckten Stäbe unbegrenzt zunehmen, sofern ein wiederholter Wechsel der Temperatur des Zugbandes angenommen wird. Die Last P bleibe etwas unterhalb der durch Gl. 4 für U_3 gekennzeichneten Grenzlast, und es werde eine Erwärmung der Fachwerkstäbe um t° gegenüber dem Zugband angenommen. Dann ändert sich an dem Gleichgewichtszustand nichts, das Zugband erfährt eine zusätzliche Verlängerung um $\varepsilon \cdot t \cdot l_z$. Tritt nun im Zugband eine Temperaturerhöhung ein, so wird der Stab U_3 in die Streckgrenze kommen, und bei den folgenden Schwankungen zwischen $-t^\circ$ und $+t^\circ$ werden stets das Zugband und der Untergurtstab U_3 abwechselnd neue zusätzliche Verlängerungen erfahren, die keinen Beschränkungen unterworfen sind. Es sei auch hier auf das Ergebnis der oben erwähnten Versuche² hingewiesen, bei denen durch Heben und Senken der äußeren Stützen der Einfluß ungleichmäßiger Temperatur in den Gurtungen verfolgt werden konnte.

Für den Fall, daß Temperaturänderungen berücksichtigt werden müssen, ist die Größe der Formänderungen bei Beurteilung der Tragfähigkeit mitbestimmend; die gleiche Bedeutung kommt elastischen Stützenverschiebungen zu. Dagegen sind unelastische Verschiebungen (Setzen des Baugrundes) ohne Einfluß auf das Tragvermögen.

Zusammenfassung.

Die Tragfähigkeit eines statisch unbestimmten Fachwerkträgers hängt im allgemeinen nicht von der kritischen Spannung des einzelnen Stabes ab, die beim

² Grüning-Kohl: Tragfähigkeitsversuche an einem durchlaufenden Fachwerkbalken aus Stahl. „Der Bauingenieur“ 1933, S. 67/72 (Versuchsreihe II).

statisch bestimmten System das Tragvermögen begrenzt. Einige grundsätzliche Fragen, die für die Beurteilung der Tragfähigkeit von Bedeutung sind, werden an einem Fachwerkträger mit Zugband erörtert. Für verschiedene Laststellungen wird die tatsächliche Grenzlast (Gebrauchslast \times Sicherheitsfaktor) in Abhängigkeit vom Zugbandquerschnitt ermittelt, und es werden dabei solche Verhältnisse aufgezeigt, bei denen eine in der statischen Unbestimmtheit begründete erhöhte Tragfähigkeit bzw. Sicherheit gegenüber statisch bestimmten Tragwerken nicht vorliegt.

Leere Seite
Blank page
Page vide