

# rapport général

Autor(en): **Lardy, P.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht**

Band (Jahr): **4 (1952)**

PDF erstellt am: **23.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-5026>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# A

## Thèmes d'ordre général

### General questions

### Allgemeine Fragen

# II

## Progrès des méthodes de calcul

### Development of the methods of calculation

### Entwicklung der Berechnungsmethoden

Rapport général — General report — Generalbericht

PROF. DR. P. LARDY

Secrétaire-général de l'A.I.P.C., Ecole Polytechnique Fédérale, Zurich

#### INTRODUCTION

L'évolution dans le domaine constructif entraîne automatiquement un progrès des méthodes de calcul ou, plus généralement, des méthodes d'investigation du jeu des forces.

Ce progrès, cependant, n'accuse pas une allure régulière et ne suit l'évolution des constructions qu'avec un certain décalage. Une des raisons, et non des moindres, est le fait que l'ingénieur est placé, parfois, devant des problèmes que l'analyse mathématique rigoureuse proprement dite n'est pas à même de résoudre.

Aussi bien, l'ingénieur se trouve dans l'obligation, aujourd'hui plus que jamais, de rechercher de nouveaux moyens d'investigation et d'établir des méthodes et des critères qui, sans avoir le caractère de solutions rigoureuses au sens mathématique, ne garantissent pas moins une approximation suffisamment exacte du jeu des forces à déterminer.

Cette constatation n'enlève rien de leur valeur, nous tenons à y insister particulièrement, aux solutions mathématiques rigoureuses, quand elles sont possibles et acces-

sibles, tant qu'elles n'exigent pas une ampleur de calculs disproportionnée avec le but à atteindre. Les solutions rigoureuses de la théorie de l'élasticité s'imposent, dans un grand nombre de cas, par trois avantages marqués :

Elles sont d'une portée générale, par opposition, p. ex., aux méthodes expérimentales qui ne traitent que des cas particuliers;

Elles fournissent une image étonnamment fidèle du jeu des forces, pourvu que les charges de l'ouvrage correspondent à son domaine d'utilisation.

Elles servent de critère pour juger de l'efficacité des méthodes de calcul approchées et permettent d'en déterminer le degré d'approximation aussi bien que l'étendue du domaine d'application.

Ces méthodes d'analyse mathématique, cependant, ne sont pas à même, à elles seules, de résoudre d'une manière suffisamment simple de multiples problèmes nouveaux, aussi bien pour les constructions métalliques qu'avant tout dans le domaine du béton armé.

Dès que le problème sort du cadre simple et classique d'un "cas fondamental," l'ingénieur est amené à considérer des moyens d'investigation mieux adaptés à son but. Sans vouloir établir des catégories trop rigides, nous en citerons trois :

Les méthodes numériques et graphiques de la statique appliquée;

Les méthodes de calculs approchés;

Les méthodes expérimentales.

Les deux premières ressortissent, en fin de compte, au domaine de l'analyse mathématique, mais elles diffèrent des méthodes classiques à solution rigoureuse aussi bien par leur portée que par leur technique particulière de calcul. Il en est dont l'origine se situe, non pas dans les mathématiques, mais dans la statique elle-même, et dont l'idée fondamentale, d'essence purement statique, donne lieu à des méthodes de calcul nouvelles. Ceci revient à dire que, dans certains cas, l'ingénieur se substitue au mathématicien et crée, en quelque sorte, son propre langage mathématique.

Quant aux méthodes expérimentales, dont l'essor a été remarquable depuis un certain nombre d'années, elles remplacent, dans une large mesure, le calcul par l'observation et présentent, par là-même, des possibilités d'investigation d'une tout autre nature.

Les méthodes expérimentales sur modèles jouissent actuellement d'une grande faveur qui, cependant, paraît exagérée dans la mesure où la tendance de les considérer comme moyen d'investigation de portée générale se fait jour. En effet, les méthodes expérimentales sont précisément caractérisées par le fait que leur domaine d'application est, en général, limité à la résolution de cas particuliers.

Nous ne pensons pas qu'il soit utile de créer une opposition entre les méthodes expérimentales et analytiques, si différentes l'une de l'autre, et qui, à cause de la diversité de leurs possibilités, sont prédestinées à se compléter.

L'ingénieur ne peut que se louer de cette diversité de moyens d'investigation qui sont à sa disposition et dont le développement ne fait que croître. Il peut choisir judicieusement la méthode appropriée à chaque problème et ne craindra pas, le cas échéant, d'associer la méthode analytique à celle expérimentale, ce qui lui permettra d'établir des comparaisons d'une grande utilité et d'asseoir ses résultats sur une base d'autant plus solide qu'elle est l'effet d'un recoupement par des voies essentiellement différentes.

Nous ne voudrions pas omettre de souligner ici la valeur considérable des méthodes expérimentales sur les ouvrages terminés. Sans faire partie des méthodes de calcul proprement dites, leur utilité est double: d'une part, elles permettent une

vérification des hypothèses et bases de calcul et, d'autre part, elles fournissent des indications précieuses et indispensables pour mieux adapter les méthodes d'investigation aux ouvrages futurs.

Les contributions au thème AII ne donnent pas une image très complète du développement des méthodes de calcul, ce qui, d'ailleurs, n'enlève rien à leur valeur. Il y en a, parmi elles, qui illustrent très clairement certains points particuliers fort intéressants auxquels nous nous attacherons dans les chapitres suivants.

Que les auteurs des contributions veuillent bien trouver ici l'expression de notre gratitude qui va également à tous ceux qui, lors de la discussion du thème AII au Congrès, voudront bien témoigner leur intérêt à ce domaine si fondamental et captivant de la science de l'ingénieur.

## 1. MÉTHODES ANALYTIQUES DE LA THÉORIE DE L'ÉLASTICITÉ ET DE LA PLASTICITÉ

Dans notre Rapport général sur les dalles, voûtes et parois en béton armé, lors du Congrès de Liège en 1948, nous avons donné un aperçu sur le développement de la théorie de l'élasticité bidimensionnelle et formulé quelques conclusions quant aux méthodes analytiques. Nous indiquerons très brièvement quelques points importants de l'évolution de la théorie de l'élasticité sans prétendre épuiser le sujet.

### *Choix approprié du système de coordonnées*

Il est essentiel de souligner l'importance fondamentale que présente une adaptation judicieuse du système de coordonnées à la résolution des problèmes de la théorie de l'élasticité, définis par une ou plusieurs équations aux dérivées partielles accompagnées de conditions aux limites. Il s'agit, en l'occurrence, d'exprimer le contour d'un domaine par une valeur constante des coordonnées. C'est ainsi que les coordonnées polaires ont été utilisées dès le début pour les problèmes se rapportant à la circonférence, à l'anneau circulaire, au secteur circulaire, etc.; ils forment un cas particulier de la grande famille des coordonnées curvilignes à trajectoires orthogonales, parmi lesquelles nous citerons encore les coordonnées elliptiques-hyperboliques.

Des progrès ont été réalisés depuis quelques années par l'introduction de nouveaux systèmes de coordonnées. Citons les coordonnées bipolaires introduites par Föppl et permettant de résoudre les problèmes où figurent l'anneau circulaire excentrique, le demi-plan troué d'un cercle, etc.

Le Professeur Favre et l'auteur de ces lignes ont introduit et généralisé l'emploi des coordonnées cartésiennes obliques pour les dalles et parois minces obliques sur la base des équations de la théorie de l'élasticité convenablement transformées.

Citons également les "coordonnées polaires généralisées" de Grammel fournissant une approximation du contour des dalles et parois carrées par une courbe continue, définie par un seul paramètre.

Il est clair que l'introduction de nouveaux systèmes de coordonnées est appelée, à l'avenir, à traiter des problèmes aujourd'hui encore insolubles.

### *Orthogonalisation de systèmes de fonctions*

Les fonctions orthogonales, en particulier les fonctions trigonométriques, sont un moyen efficace pour établir des solutions rigoureuses. Les progrès dans ce domaine restent très modestes, l'orthogonalisation de familles de fonctions étant une opération très laborieuse.

Malgré cela, il est utile d'insister sur l'avantage qu'il y aurait d'établir des familles de fonctions orthogonales une fois pour toutes en indiquant sous formes de tableaux

les coefficients d'orthogonalisation. Avec les machines à calculer actuelles, l'ampleur d'un tel travail peut être limité à des proportions raisonnables.

### *Emploi des imaginaires*

Dans les problèmes de dalles encastrées, de parois minces à bords libres, de problèmes de valeurs propres, etc., on est souvent conduit à des solutions rigoureuses en donnant des valeurs complexes à certains paramètres et en utilisant comme solutions les parties réelles et imaginaires des fonctions complexes ainsi établies.

C'est là une façon fort originale de satisfaire à certaines conditions aux limites qui exigent que l'intégrale ainsi que certaines dérivées d'ordre pair et impair s'annulent sur les bords. On est conduit, pour les valeurs propres des paramètres, à des équations transcendantes qui ont l'avantage d'être résolues une fois pour toutes pour le genre de problèmes considéré.

Cette idée est appelée à être généralisée à d'autres problèmes.

### *Problèmes particuliers*

Le calcul des dalles a été systématisé par M. Pucher qui vient de publier un recueil contenant des tables et planches des surfaces d'influence des grandeurs caractéristiques. Ces calculs ont été établis une fois pour toutes et permettent de prendre facilement en compte un nombre quelconque de charges concentrées.

Des progrès ont été en outre réalisés dans la solution de problèmes se rapportant aux dalles, parois et voiles minces. Il s'agit avant tout de cas particuliers d'importance et de portée limitée.

### *Contributions*

M. T. van Langendonck, dans son mémoire "L'emploi de fonctions orthogonales spéciales pour la solution du problème de la torsion," établit l'intégrale de l'équation de Laplace au moyen de séries de puissances (polynômes harmoniques) et déduit une famille de fonctions orthogonales de ces polynômes pour le contour considéré. Cette méthode est appliquée au problème de la torsion des sections en losange ainsi qu'à la recherche des contraintes de cisaillement dans les pièces fléchies.

La méthode est efficace; il eût cependant été intéressant que l'auteur tire des conclusions de son procédé et qu'il indiquât de manière plus détaillée la généralisation à laquelle il fait allusion pour résoudre les problèmes plus généraux soumis à l'équation biharmonique du quatrième ordre.

M. A. Kuhelj publie un mémoire intitulé "Beitrag zur Elastizitätstheorie der Schalen" et établit les équations fondamentales de la théorie des voiles minces sur la base très générale de la géométrie différentielle classique en utilisant l'écriture vectorielle. Les première et deuxième "formes fondamentales" de Gauss y jouent un rôle essentiel. L'auteur retrouve les expressions pour les déformations et les efforts intérieurs et établit des formules approchées dans le cas de constructions très minces.

L'intérêt principal de ce travail réside dans le fait que la théorie des voiles minces est mise en rapport direct avec la géométrie, ce qui permet de prendre en compte de manière immédiate certaines propriétés géométrique caractéristiques des voiles considérés.

M. Å. Holmberg présente, dans son mémoire "An approximate method for treatment of some plate bending problems," deux exemples de dalles rectangulaires

traités par un calcul approché qui consiste à ne satisfaire qu'en un point du bord aux conditions aux limites.

## 2. MÉTHODES NUMÉRIQUES DANS LA STATIQUE APPLIQUÉE

Pour les raisons que nous avons exposées dans l'Introduction, il est indispensable que l'ingénieur dispose, à côté des méthodes de l'analyse mathématique, de méthodes de calcul numériques adaptées au problème particulier à résoudre. Il suffit de considérer le calcul d'une poutre, dont le moment d'inertie ainsi que les charges sont discontinus ou varient suivant des lois qui ne sont pas susceptibles d'une interprétation mathématique simple, pour se rendre compte que les moyens habituels de l'analyse mathématique ne sont plus adaptés au problème.

On est dès lors, en songeant aux discontinuités des données du problème, conduit à des méthodes de calcul elles-mêmes "de caractère discontinu," en tout premier lieu au "calcul aux différences finies," où les expressions différentielles sont remplacées par celles définies avant le passage à la limite.

Nous reviendrons au thème 3 à des applications de ce calcul qui peut rendre de précieux services à l'ingénieur à condition qu'il soit complété par des considérations sur l'exactitude du résultat.

Si le calcul aux différences, en tant que calcul analytique approché, peut être considéré comme une méthode numérique adaptée à certains problèmes de la statique appliquée, il en est cependant d'autres dont la caractéristique essentielle est que leur origine est située dans la statique appliquée. Leur technique de calcul découle des notions fondamentales de la statique et, pour cette raison, ces méthodes présentent un haut degré d'adaptation aux problèmes considérés.

Le Prof. Stüssi de l'E.P.F. à Zurich a créé une méthode de calcul basée sur "l'équation du polygone funiculaire" et en a démontré l'efficacité par un grand nombre d'applications très variées de problèmes aux limites. L'auteur part de la relation générale (relation entre une fonction et sa deuxième dérivée) qui permet de déterminer le polygone funiculaire pour un système de charges données, ce qui conduit à un système d'équations linéaires ternaires dont la résolution numérique définit le polygone funiculaire cherché.

L'idée est généralisée pour des charges continues et discontinues par l'introduction de "charges de nœuds" qui entraînent un haut degré d'exactitude du résultat final.

Si la méthode du Prof. Stüssi présente certaines analogies avec le calcul aux différences, il y a cependant un point fondamental qui la caractérise et la distingue clairement: la méthode, basée sur la construction du polygone funiculaire, est rigoureusement exacte et les équations qui en découlent représentent le problème tel quel, tandis que le calcul aux différences ne donne, par définition, qu'une solution approchée.

Indiquons les applications aux problèmes suivants:

Résolution de l'équation différentielle générale du second ordre, avec différents cas de conditions aux limites (problèmes de déformations du second ordre, problèmes d'oscillations, problèmes de valeurs propres);

Résolution de l'équation différentielle du quatrième ordre par combinaison de deux polygones funiculaires;

Application aux dalles et parois par combinaison de deux groupes de polygones funiculaires.

Par son haut degré d'exactitude et par son adaptation aux problèmes statiques dans des conditions très générales, la méthode du polygone funiculaire est appelée à

rendre de grands services à l'ingénieur. Elle peut être qualifiée d'autochtone, puisqu'aussi bien son idée fondamentale que sa technique de calcul est inspirée de la statique appliquée exclusivement.

M. W. J. Van der Eb, dans sa contribution "Some special cases of buckling," traite deux cas de flambement, l'un de poutres à barres accouplées, l'autre de poutres supportées latéralement par des appuis élastiques. Au moyen du calcul aux différences, l'auteur établit des tableaux et des graphiques pour les applications pratiques.

### 3. AUTRES MÉTHODES (MÉTHODES DE CALCULS APPROCHÉS, MÉTHODE DE RELAXATION, CALCUL À LA RUPTURE, STATIQUE EXPÉRIMENTALE, ETC.)

#### *Méthodes de calculs approchés*

L'emploi des méthodes de calculs approchés, par opposition aux méthodes dites rigoureuses, est souvent chose très délicate. Il est nécessaire de donner à une telle méthode des bases solides, ce qui exige l'évaluation de l'ordre de grandeur de l'approximation aussi bien que la détermination de son domaine d'application. Elle ne sera efficace qu'en mesure où il sera possible de pousser l'approximation aussi loin que l'exige la nature du problème.

Ces considérations sur la qualité de l'approximation sont d'autant plus nécessaires que les méthodes de calculs approchés sont indispensables là où les solutions rigoureuses restent encore inaccessibles.

Ces méthodes sont de nature fort variée. Des progrès ont été réalisés pour quelques problèmes particuliers de dalles, de parois et de voiles minces, pour des problèmes particuliers de stabilité (flambement, déversement), où l'on constate un emploi fréquent du calcul aux différences.

Citons spécialement le développement remarquable de la méthode de relaxation, appliquée à la résolution de systèmes d'équations linéaires de la statique ou à ceux obtenus par le calcul aux différences. Cette méthode, due à Southwell, possède des avantages marqués sur les autres méthodes procédant par approximations successives (voir le mémoire de l'auteur sur le calcul des barrages-poids).

On peut adapter la méthode de relaxation à diverses structures de systèmes d'équations linéaires et établir dans chaque cas la technique de calcul appropriée. Le point le plus important, mais aussi le plus délicat, est celui de la convergence rapide du calcul. De sérieux progrès ont été réalisés précisément dans cette direction, de même que dans l'adaptation de la méthode aux équations harmoniques et biharmoniques de la théorie de l'élasticité, transformées par le calcul aux différences en systèmes d'équations linéaires de structure spéciale et caractéristique.

De nouvelles possibilités de calculs numériques ont été créées par les machines à calculer modernes, qui permettent d'affronter actuellement la solution numérique de problèmes inaccessibles aux moyens habituels. Leurs possibilités sont loin d'être épuisées par les solutions de cas particuliers. Nous voyons, au contraire, les machines à calculer mises au service de problèmes plus généraux, dont les solutions, calculées une fois pour toutes et mises en tables, constitueraient en quelque sorte des archives auxquelles l'ingénieur pourrait se référer à tout instant. Citons comme exemples: l'orthogonalisation de certaines familles de fonctions, l'élaboration numérique de certaines fonctions fondamentales, l'établissement systématique de fonctions d'influence générales ou en rapport avec le calcul de relaxation, et bien d'autres!

L'auteur de ce rapport traite, dans son mémoire "L'influence de l'élasticité du sol sur les contraintes des barrages-poids," le problème délicat de l'altération des contraintes dans les barrages-poids et le sol de fondation quand l'élasticité de ce dernier

est prise en compte. Renonçant à élaborer numériquement la solution mathématique rigoureuse qui met en connexion un triangle et le demi-plan, l'auteur exprime les équations du problème au moyen du calcul aux différences et utilise la méthode de relaxation, dont la technique a été adaptée à la structure particulière des équations biharmoniques. Les résultats soulignent l'importance que prend l'élasticité du sol de fondation dans la répartition des contraintes et démontrent l'efficacité de méthodes numériques appropriées à des problèmes inaccessibles à toute autre solution analytique.

M. C. D. Williams, dans "The limit of stress in the compression flanges of beams," indique une méthode de calcul pour déterminer la limite des compressions dans les ailes de poutres, méthode appelée à remplacer les résultats empiriques. Partant d'une nouvelle définition de l'état d'équilibre stable, l'auteur procède par approximations successives conduisant à la ligne élastique caractéristique. La distribution des charges sur la poutre, le mode de fixation des extrémités ainsi que les variations de la section de la poutre sont pris en compte.

M. K. Bentley présente une étude, "Lateral stability of beams," sur le déversement des poutres. Il généralise le problème en ne négligeant pas le rapport des moments d'inertie des axes principaux et en traitant également le cas de déformations plastiques. L'auteur établit, pour différents cas d'encastrement, les formules pour les charges critiques de déversement et montre que celles-ci englobent les résultats connus établis dans des conditions moins rigoureuses. Il conclut à la concordance des résultats théoriques et expérimentaux décrits en fin de mémoire.

M. J. Dutheil remplace, dans son mémoire "Théorie de l'instabilité par divergence d'équilibre," la notion classique de "bifurcation d'équilibre" par celle de "divergence d'équilibre." L'auteur insiste sur le fait que la définition classique d'instabilité a un caractère abstrait et ne tient pas compte des conditions réelles. Il étudie le flambement et le déversement en introduisant une notion nouvelle, la "préflèche conventionnelle," qu'il définit par plusieurs conditions. La sécurité au flambement est déterminée par une probabilité. L'auteur obtient, par sa théorie, un raccordement du flambement à la flexion simple et ramène le déversement au flambement en milieu élastique. La vérification expérimentale établit une concordance satisfaisante entre la théorie et les nombreux essais effectués au Laboratoire de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics.

Dans "Method of elastic compatibility in the solution of beams of finite length on elastic foundations," M. S. P. Banerjee expose une méthode de calcul approché pour les poutres sur sol élastique en superposant deux systèmes de contraintes, le premier linéaire, se rapportant à la poutre supposée rigide, le second (contraintes "additionnelles") tenant compte de l'élasticité de la poutre. L'auteur obtient des expressions simples pour les flèches et les moments de flexion et illustre d'exemples sa méthode de superposition.

M. R. Pascal présente un mémoire, "Etude théorique, expérimentale et pratique des encastresments de flexion," dans lequel il part des équations de Boussinesq pour une charge concentrée au bord du demi-espace élastique. Il généralise ses calculs à l'étude de l'encastrement d'un solide prismatique dans le demi-espace et compare ses résultats à des essais sur caoutchouc et sur "plexiglas." L'auteur analyse la notion d'encastrement et traite des exemples choisis dans le domaine du génie civil.

### *Statique expérimentale*

Nous avons essayé, dans l'Introduction, de délimiter le rôle que joue la statique expérimentale comme moyen d'investigation du jeu des forces dans les ouvrages.



Cette méthode, pourtant ancienne, a pris ces dernières années un essor remarquable et se trouve être, aujourd'hui, un auxiliaire précieux de l'ingénieur.

L'évolution dans le domaine des essais sur modèles bénéficie avant tout des progrès réalisés dans le perfectionnement des méthodes et des instruments de mesure. De plus en plus, les mesures par moyens mécaniques sont remplacées par des méthodes électrique et optique.

D'autre part, les ouvrages réfractaires aux méthodes de calcul sont utilisés sur une grande échelle et exigent des recherches particulières.

A côté des méthodes et des instruments de mesure, le matériau utilisé à la confection du modèle joue un rôle prépondérant par ses propriétés élastiques et plastiques, par les variations de ces propriétés en fonction du temps ainsi que par les valeurs absolues de ses constantes d'élasticité caractéristiques.

Le point le plus délicat reste l'interprétation adéquate des mesures permettant de tirer des conclusions suffisamment sûres quant au comportement de l'ouvrage terminé.

M. M. Rocha, dans son mémoire "General review of the present status of the experimental method of structural design," présente une vue d'ensemble sur l'état actuel des méthodes de la statique expérimentale par essais sur modèles. Après une comparaison sur l'utilité respective des méthodes analytiques et expérimentales, l'auteur établit, de manière très générale, les bases de la similitude mécanique et formule les lois qui font passer du modèle à l'original. Des indications utiles sont données sur les matériaux appropriés à la confection des modèles, sur les échelles optimales, sur la manière d'appliquer les surcharges, sur les mesures effectuées, etc.

Les conclusions de M. Rocha ont un grand intérêt. Il insiste sur le fait que les questions de sécurité peuvent être étudiée sur le modèle, les déformations pouvant aisément être poussées au delà de la limite élastique et relève que, dans certains cas, l'échelle peut être choisie très réduite, ce qui entraîne une économie appréciable.

L'auteur donne quelques exemples très suggestifs des méthodes variées qui sont à sa disposition et qui requièrent, il ne faut pas l'oublier, une installation et un outillage très perfectionnés au service de spécialistes particulièrement qualifiés.

Sachons gré à M. Rocha de son exposé si détaillé et du fait qu'il préconise, comme nous nous plaisions à y insister dans l'Introduction, une synthèse entre les méthodes analytique et expérimentale.

MM. M. Rocha et F. Borges traitent trois exemples caractéristiques de la méthode par photoélasticité dans leur mémoire "Photoelasticity applied to structural design." Cette méthode expérimentale, qui donne directement les trajectoires des contraintes principales, est particulièrement adaptée à l'investigation d'éléments de béton armé, où les armatures suivent les trajectoires des contraintes de traction.

Bien que limitée aux états de contraintes bidimensionnels, la méthode photoélastique peut rendre de précieux services.

M. C. Benito, dans son mémoire "Nouvelle méthode d'analyse tridimensionnelle sur modèles réduits," expose une méthode originale appliquée à des modèles en gélatine. Le modèle, chargé à 20° C., est refroidi à 2° C. et coupé en tranches. En revenant à la température initiale, on mesure les déformations "libérées" et on en déduit les contraintes.

Deux exemples illustrent le procédé qui s'avère des plus délicats et exige les soins les plus minutieux.

M. J. G. Hageman présente, dans "Experimental and theoretical investigation of a flat slab floor," les résultats d'une analyse expérimentale très soignée sur un modèle de dalle-champignon et réalise ainsi un vœu exprimé lors du Congrès de Liège en 1948.

L'auteur base ses essais sur la récente théorie de M. A. M. Haas et expose en détail la technique des essais.

Dans ses conclusions, l'auteur indique les écarts avec la théorie et avec d'autres essais du même genre et montre, entre autre, que l'influence d'une charge isolée au centre d'un panneau ne va pas au delà du panneau considéré.

Les résultats de M. Hageman sont établis avec beaucoup de soins et ses indications présentent un intérêt indéniable pour le constructeur de dalles-champignon.

Dans le même ordre d'idées, MM. Kist, Bouma et Hageman donnent, dans leur exposé "Measurement of strains in a slab subjected to a concentrated load," les résultats d'essais sur une dalle chargée de manière concentrée et indiquent en particulier l'importance de la surface d'appui de la charge sur sa répartition, problème particulièrement important pour les tabliers de ponts.

## CONCLUSIONS

Dans ce rapport général, nous nous sommes assignés la tâche de dégager les grandes lignes de l'évolution des méthodes de calcul ou, plus généralement, des méthodes d'investigation du jeu des forces dans les ouvrages.

On constatera que des progrès sensibles ont été réalisés sur différents points et que l'évolution des méthodes d'investigation est en plein essor.

Cette évolution peut être, dans ses grandes lignes, caractérisée par un fait fondamental: elle s'oriente dans le sens d'une adaptation de plus en plus parfaite des moyens d'investigation aux problèmes considérés. Il s'agit là d'un processus d'adéquation qui va en s'intensifiant à mesure que le nombre et la complexité des nouveaux problèmes augmentent.

L'ingénieur doit s'efforcer de garder une vue d'ensemble sur la diversité des moyens à sa disposition. Il les coordonnera, le cas échéant, et évitera la spécialisation où il serait conduit par l'emploi abusif et unilatéral d'une seule et unique méthode.

C'est là, à notre avis, la seule façon possible de donner aux méthodes d'investigation du génie civil leur vraie valeur et de garantir, sur la base de la plus large objectivité, leur évolution et leurs progrès futurs.

## Résumé

Après une introduction où les différentes méthodes de calcul sont caractérisées et comparées dans ce qu'elles ont d'essentiel, l'auteur traite, dans les chapitres suivants, de l'évolution et des progrès réalisés dans les trois grands domaines définis par les sous-titres du thème AII. Les grandes lignes aussi bien que les points particuliers, où les progrès ont été le plus sensibles, sont mis en évidence et les contributions au thème AII sont sommairement analysées.

Le rapport se termine par des conclusions d'une portée générale.

## Summary

After an introduction in which different methods of calculation are described and compared in their essential features, the reporter considers the development and progress made in the principal fields coming under the sub-titles of theme AII. Importance is attached to the broad lines of development, as well as to those points which allow progress to be more clearly recognised. A short appreciation is given of the contributions submitted under theme AII.

The report concludes with some deductions of a general nature.

**Zusammenfassung**

Nach einer Einführung, in der die verschiedenen Berechnungsmethoden in ihren wesentlichen Zügen beschrieben und verglichen werden, behandelt der Verfasser in den folgenden Abschnitten die Entwicklung und die Fortschritte in den durch die Untertitel des Themas AII bezeichneten Hauptgebieten. Es wird Gewicht auf die grossen Linien, wie auch auf diejenigen Punkte der Entwicklung gelegt, welche die Fortschritte besonders deutlich erkennen lassen. Die Beiträge zum Thema AII werden kurz gewürdigt.

Der Bericht schliesst mit einigen Folgerungen von allgemeiner Tragweite.