Sensitivité de la sécurité des constructions par rapport aux types de comportements structuraux

Einfluss des Tragverhaltens auf die Tragwerksicherheit

Sensitivity of Structural Reliability to different Types of Structural Behaviour

J.-C. DOTREPPE
Chargé de Recherches au FNRS
Université de Liège
Liège, Belgique

D. FRANGOPOL
Assistant
Institut des Constructions
Bucarest, Roumanie

1. INTRODUCTION.

L'idée de base du rapport introductif de DICKE [2], est de promouvoir les méthodes de calcul basées sur le concept probabiliste de la sécurité, qui soient accessibles à l'ingénieur praticien. Les coefficients de sécurité utilisés dans de telles méthodes doivent tenir compte de la dispersion inhérente aux actions et aux caractéristiques structurales, mais aussi du type de comportement de la structure.

L'objet de cette étude est d'examiner, du point de vue probabiliste, deux comportements structuraux particuliers, à savoir celui du type "chaîne" et celui du type ductile. En s'inspirant des travaux de MOSES et TICHY [10], [11], de ROSENBLUETH [12] et des auteurs [3], [5 à 7], on propose, pour chacun de ces deux types de comportement, des modèles probabilistes permettant de déterminer les valeurs des coefficients reliant la sécurité d'une section (ou d'un élément) à la sécurité d'ensemble de la structure. On se propose aussi d'examiner la sensitivité de ces coefficients vis-à-vis de différents paramètres qui ne peuvent pas être considérés par une approche classique déterministe.

On arrive ainsi à mettre à la portée des commissions de rédaction de codes un ensemble de résultats, qui peuvent constituer une base de départ pour l'établissement des valeurs définitives des coefficients envisagés.

2. COMPORTEMENT DU TYPE "CHAINE".

Ce type de comportement est caractéristique des constructions dont la ruine d'un élément (ou d'une section) amène la ruine d'ensemble de la structure. Ceci est valable pour le dimensionnement à la ruine des structures isostatiques, puisqu'il n'y a pas de possibilité d'adaptation plastique entre sections. On peut aussi y assimiler le dimensionnement élastique puisque, dans ce cas, on considère que la structure est mise hors service lorsque l'on atteint la sollicitation limite dans une section. Les constructions en grands panneaux sont des exemples de structures présentant un comportement du type "chaîne".

Soit N le nombre d'éléments (sections critiques) d'une telle structure. Appelons C_i et S_i les variables aléatoires représentant respectivement la capacité portante et l'effet des actions dans l'élément i. Si $R_i = C_i - S_i$ désigne la réserve de sécurité de l'élément en cause, et si E_i est l'événement $R_i = C_i - S_i > 0$, la probabilité d'apparition de l'événement

$$E = E_1 \cap E_2 \cap \ldots \cap E_i \cap \ldots \cap E_N$$

représente la probabilité de survie $P_{(+)}$ qui mesure le degré de sécurité de la structure.

Le calcul de cette probabilité est pratiquement impossible [8]. Néanmoins, il existe des modèles permettant de trouver les bornes d'un intervalle qui encadre sa valeur exacte [1] , [3] :

$$\prod_{i=i}^{N} P_{(+)i} \leq P_{(+)} \leq \min (P_{(+)i}) \qquad (3)$$

Ces bornes sont beaucoup plus faciles à calculer.

La borne inférieure s'obtient en faisant l'hypothèse que les réserves de sécurité R_i des éléments sont statistiquement indépendantes. Dans ce cas, les coefficients de corrélation entre les réserves de sécurité sont tous nuls:

$$\rho(R_i, R_j) \equiv 0 \text{ si } i \neq j.$$

La borne supérieure s'obtient en supposant qu'il existe une corrélation positive parfaite entre les réserves de sécurité R_i des éléments. Dans ce cas, les coefficients de corrélation entre les réserves de sécurité sont tous égaux à l'unité :

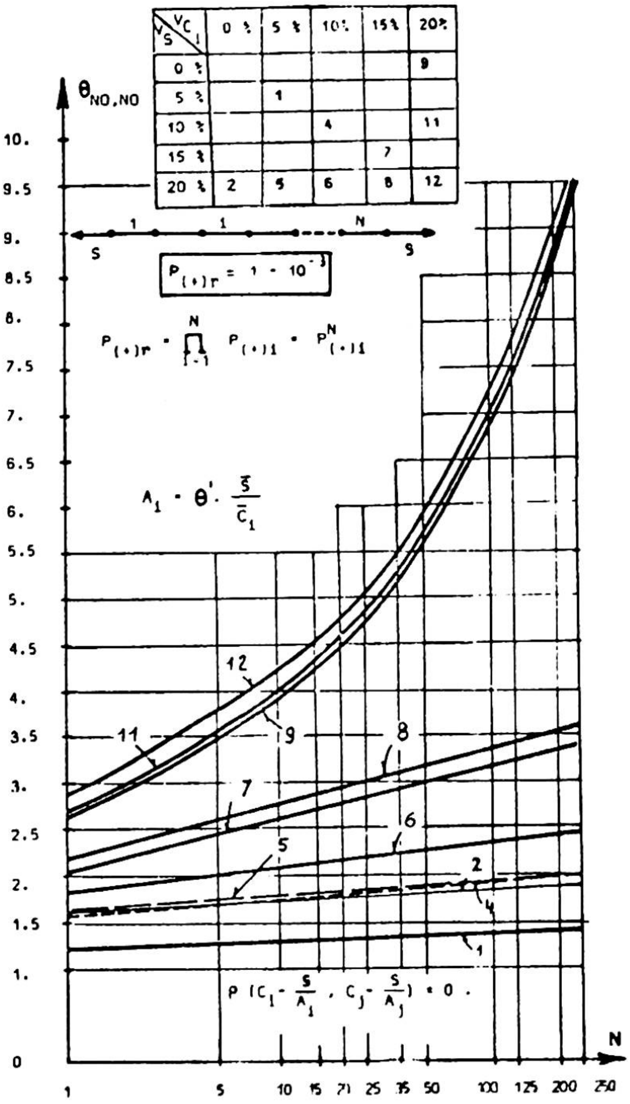
$$\rho(R_i , R_j) \equiv 1$$

Puisque le degré de dépendance corrélative entre les variables n'est généralement pas connu, il est recommandable de se placer du côté de la sécurité et d'utiliser la borne inférieure.

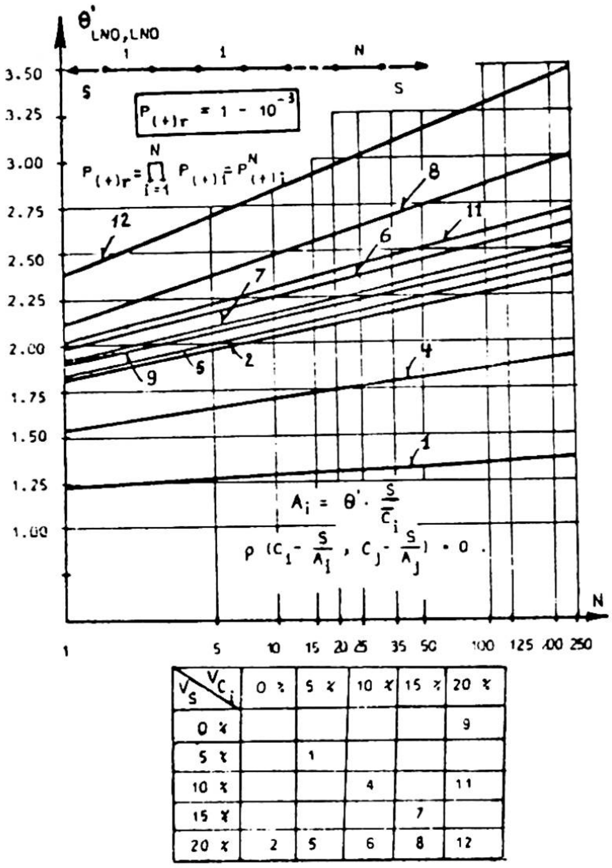
En général, on impose que la probabilité de survie de la structure soit au moins égale à une valeur de référence $P_{(+)r}$, acceptée à priori. Le problème consiste alors à trouver, à partir de cette sécurité d'ensemble de la structure, un modèle donnant la sécurité de chacun des éléments, et permettant ainsi leur dimensionnement.

On utilise dans ce but le modèle classique d'une chaîne, constituée de N maillons identiques, de section A_i (supposée non aléatoire), soumise à traction par l'action aléatoire S [4], [11], [12]. En identifiant $P_{(+)}$ à la borne inférieure définie en (3), donc en se plaçant du côté de la sécurité , il résulte que chaque élément (schématisé par un maillon) doit avoir une probabilité de survie égale à $\sqrt[N]{P_{(+)r}}$.

A la figure 1 [5], on a représenté la variation, en fonction du nombre d'éléments N, du coefficient central de sécurité θ nécessaire à chaque élément pour assurer une probabilité de survie $P_{(+)r} = 1 - 10^{-3}$ de la structure.



- FIG. 1 -



- FIG. 2 -

On a effectué diverses combinaisons des coefficients de variation de l'action V_S et des capacités portantes des éléments V_{C_i}. Les variables S et C_i sont supposées avoir une loi de distribution normale, si bien que $\theta = \theta'_{NO,NO}$.

La figure 2 [5] donne la variation du même coefficient, mais dans le cas où les variables ont une distribution logarithmique-normale. On remarque cette fois que le coefficient central de sécurité $\theta'_{LNO,LNO}$ varie linéairement avec le logarithme népérien du nombre d'éléments (N est indiqué en abscisse à l'échelle logarithmique).

L'examen des figures précédentes permet de mettre en évidence la sensitivité du coefficient central de sécurité θ vis-à-vis des différents paramètres considérés. On remarque que ce coefficient augmente avec le nombre d'éléments et avec la dispersion de l'action et des capacités portantes. Il est aussi influencé par le type de distribution (comparer les figures 1 et 2); il augmente avec la probabilité de survie à assurer à la structure.

3. COMPORTEMENT DU TYPE DUCTILE.

Ce type de comportement est caractéristique des structures en acier doux ou en béton faiblement armé, dans lesquelles les sections présentent une ductilité suffisante pour qu'une adaptation plastique entre sections puisse avoir lieu.

La sécurité d'une telle structure vis-à-vis d'un mode de ruine particulier dépend de la capacité portante des N sections critiques associées à ce mode. Le modèle qui permet de déterminer la sécurité des sections critiques, en fonction de la probabilité de survie de l'ensemble de la structure, est formé de N barres parallèles identiques, de section A_i (supposée non aléatoire), soumises à traction par l'action aléatoire S.

La probabilité de survie de ce système s'écrit :

$$P_{(+)} = P\left(\sum_{i=1}^{N} A_i C_i > S\right) \tag{4}$$

où $A_i C_i$ représente la capacité portante de la i-ème barre. Si toutes les capacités portantes des barres sont des variables aléatoires indépendantes caractérisées par la même espérance mathématique et la même variance, le coefficient de variation de la capacité portante du système vaut [11], [9] :

$$V_{\sum\limits_{i=1}^{N} A_i C_i} = \frac{V_{C_i}}{\sqrt{N}} \tag{5}$$

Ce coefficient est donc $\sqrt{N}$ fois plus petit que le coefficient de variation de la capacité portante d'une barre.

Dans ces conditions, la figure 3 [5] représente la variation, en fonction du nombre de sections critiques N, du coefficient central de sécurité, $\theta''_{NO,NO}$, nécessaire à chaque section critique (schématisée par une barre) pour assurer la probabilité de survie $P_{(+)r} = 1 - 10^{-3}$ de la structure (schématisée par l'ensemble des barres). On a effectué diverses combinaisons des coefficients de variation de l'action V_S et des capacités portantes des sections critiques V_{C_i}. Les variables S et C_i sont supposées avoir une loi de distribution normale.
Dans le cas où ces variables obéissent à une loi logarithmique-normale, le coefficient central de sécurité $\theta''_{LNO,LNO}$ est donné à la figure 4 [5] pour une probabilité de survie identique.

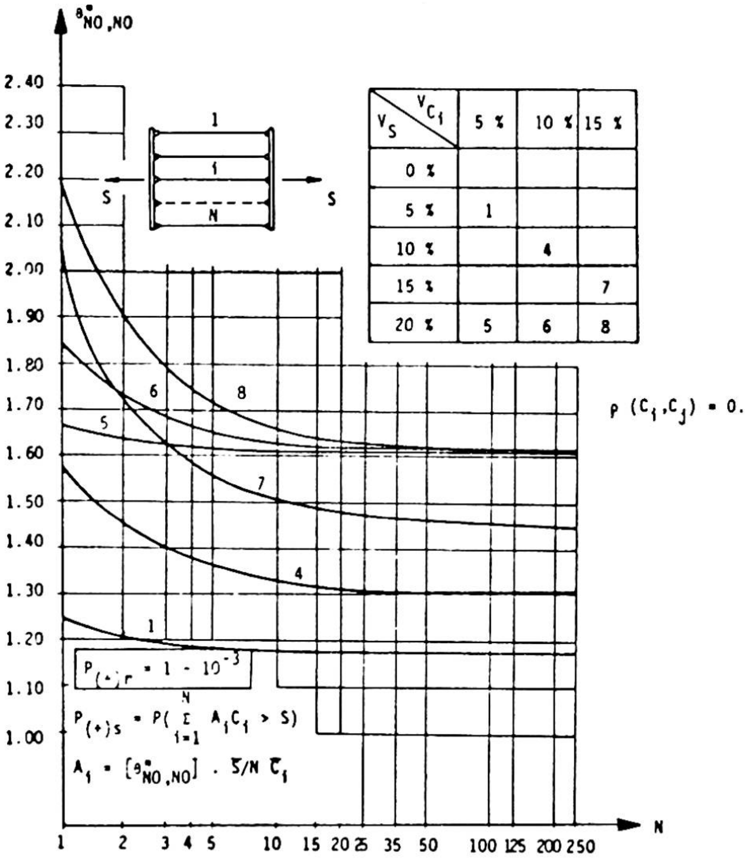
L'analyse des figures 3 et 4 montre que la diminution du coefficient θ'' est surtout accentuée dans le domaine des faibles valeurs de N ($N < 5$).
Il faut aussi noter que, lorsque N devient important ($N > 10$), ces coefficients sont nettement plus sensibles, pour une même valeur de N, à une variation de V_S que de V_{C_i}.

4. CONCLUSIONS.

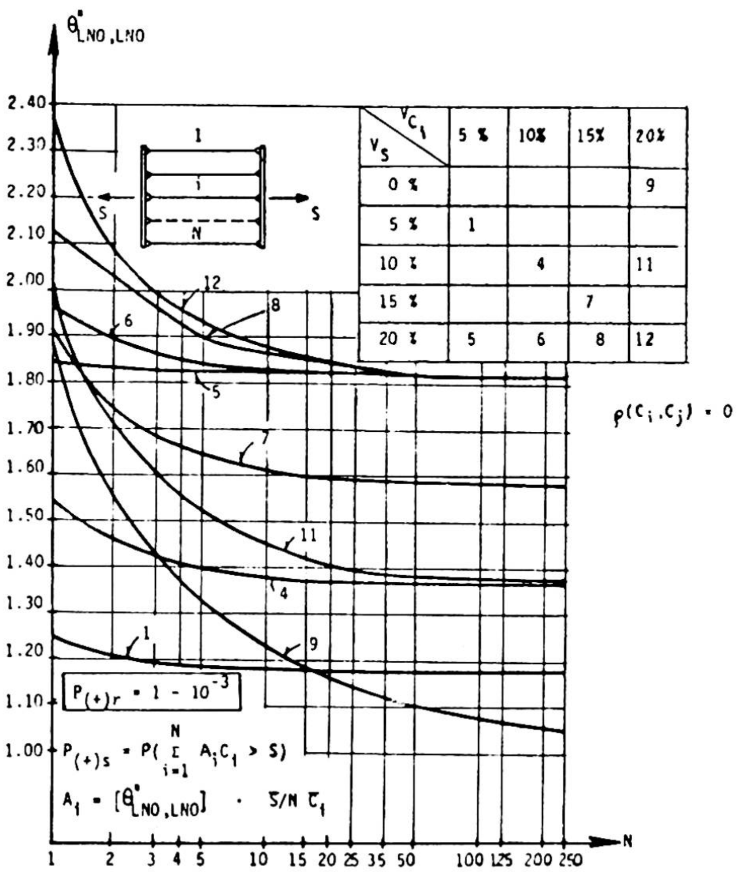
Cette étude nous permet de tirer les conclusions suivantes :

1. La sécurité d'un élément qui fait partie d'une structure présentant un comportement du type "chaîne" est toujours supérieure à la sécurité d'ensemble de la structure. Le danger de ruine est maximum quand les réserves de sécurité des éléments qui composent la structure sont des variables aléatoires indépendantes.

Le coefficient θ' qui est une fonction croissante de N, V_S, V_{C_i} et $P_{(+)r}$



- FIG. 3 -



- FIG. 4 -

permet de trouver la sécurité d'un élément en fonction de la sécurité d'ensemble de la structure. Ce coefficient conduit parfois à une estimation trop pessimiste du danger de ruine; c'est le cas lorsqu'il existe une corrélation positive importante entre les capacités portantes des éléments.

2. Dans le cas d'une structure présentant un comportement du type ductile, la sécurité d'une section critique associée à un mécanisme de ruine est toujours inférieure à la sécurité de la structure vis-à-vis de l'apparition du mécanisme considéré. La probabilité d'occurrence de ce mécanisme est minimum quand les capacités portantes des sections critiques sont statistiquement indépendantes. Le coefficient θ", qui est une fonction croissante de V_S, V_{C_i}, $P_{(+)r}$, diminue lorsque le nombre N de sections critiques augmente. Ce coefficient est parfois trop optimiste; c'est le cas lorsqu'il existe une corrélation positive importante entre les capacités portantes des sections critiques.

En raison de la complexité des concepts théoriques et des calculs qui aboutissent à exprimer la sécurité au niveau d'une section en fonction de la sécurité d'ensemble de la structure, les raisonnements ont été effectués sur des modèles très schématiques. C'est pourquoi on ne doit pas conclure que les coefficients θ' et θ" présentés aux diagrammes précédents constituent des valeurs directement utilisables dans la pratique. Dans l'esprit des auteurs, elles doivent plutôt servir comme base de référence pour les commissions chargées de l'élaboration des codes de construction.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] CORNELL, C.A., Bounds on the Reliability of Structural Systems, Journ. Struct.Div., Proc.ASCE, Vol.93, N° ST1, Febr.,1967, pp. 171 - 200.

[2] DICKE, D., Achievement of Safety and Economy in Design and Construction, Rapport Introductif,10e Congr.AIPC, Tokyo, Sept.,1976, pp. 17 - 24.

[3] DOTREPPE,J-C. et FRANGOPOL, D., Modèles Stochastiques de Codification de la Sécurité des Constructions, VII.Internationaler Kongress über Anwendungen der Mathematik in den Ingenieurwissenschaften,Weimar, Juin, 1975.

[4] FRANGOPOL, D., Statistical Properties of the Structural Reliability in the Elastic and Elasto-Plastic Range, Revue Roumaine de Sciences Techniques, Série de Mécanique Appliquée,N° 5, Bucarest, 1974, pp. 879 - 889.

[5] FRANGOPOL, D., Modèles d'Analyse de la Sécurité et de l'Optimisation des Structures dans un Contexte Probabiliste, Service de Mécanique des Matériaux et de Statique des Constructions, Liège, Juin, 1974.

[6] FRANGOPOL, D., Optimisation Probabiliste des Structures, Séminaire sur la Sécurité des Constructions, St.Rémy-lès-Chevreuse, Novembre, 1974.

[7] FRANGOPOL, D.,et DOTREPPE, J-C., Considérations sur la Sécurité des Structures par rapport aux Différents Etats Limites de Comportement, Rapports Préliminaires, Tome I, Colloque Inter-Associations "Comportement en Service des Ouvrages en Béton", Liège, Juin, 1975, pp. 501 - 511.

[8] FRANGOPOL, D., Modèles Stochastiques pour l'Analyse de la Sécurité des Structures, Constructii, N° 3, Bucarest, 1975, pp. 6-12. (en roumain)

[9] FRANGOPOL, D., Structural Systems Reliability Analysis, 2nd International Conference on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, Aachen, September, 1975, pp. 131 - 140.

[10] MOSES, F., et TICHY, M., Safety Analysis for Tall Buildings, State of Art Report N° 5, Technical Committee N° 10, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh, August, 1972, pp. 993 - 1005.

[11] MOSES, F., Reliability of Structural Systems, Journal of the Structural Div.,Proc. ASCE, Vol. 100, N° ST9, Sept., 1974, pp. 1813 - 1820.

[12] ROSENBLUETH, E., Reliability Levels and Limit States Design, Inelasticity and Non-Linearity in Struct. Concr.,Univ.of Waterloo Press,1972,pp.3-46.

RESUME

On utilise des modèles probabilistes pour analyser l'influence de divers paramètres sur la sécurité des structures présentant un comportement de type "chaîne" ou de type ductile. On aboutit à des coefficients probabilistes qui relient la sécurité d'un élément à la sécurité d'ensemble de la structure. Les résultats montrent leur sensitivité vis-à-vis des différents paramètres.

ZUSAMMENFASSUNG

Anhand von Wahrscheinlichkeitsmodellen wird der Einfluss verschiedener Parameter auf die Sicherheit von Tragwerken, welche dem "Kettentyp" oder dem duktilen Typ entsprechen, untersucht. Man findet Koeffizienten, welche den Zusammenhang der Sicherheit des Einzelteils zur Systemsicherheit ausdrücken. Die Ergebnisse zeigen ihre Empfindlichkeit auf die verschiedenen Parameter.

SUMMARY

Probabilistic models are used for the analysis of the influence of various parameters on the reliability of structures presenting a "weakest-link" or ductile type behaviour. Both cases lead to probabilistic coefficients which link the element reliability to the structure reliability. The results show their sensitivity to the different parameters.