

Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 2 (1933-1934)

Artikel: Schubwiderstand und Schubsicherung im Eisenbetonbau
Autor: Ertl, Hermann
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-3397>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 01.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SCHUBWIDERSTAND UND SCHUBSICHERUNG IM EISENBETONBAU.

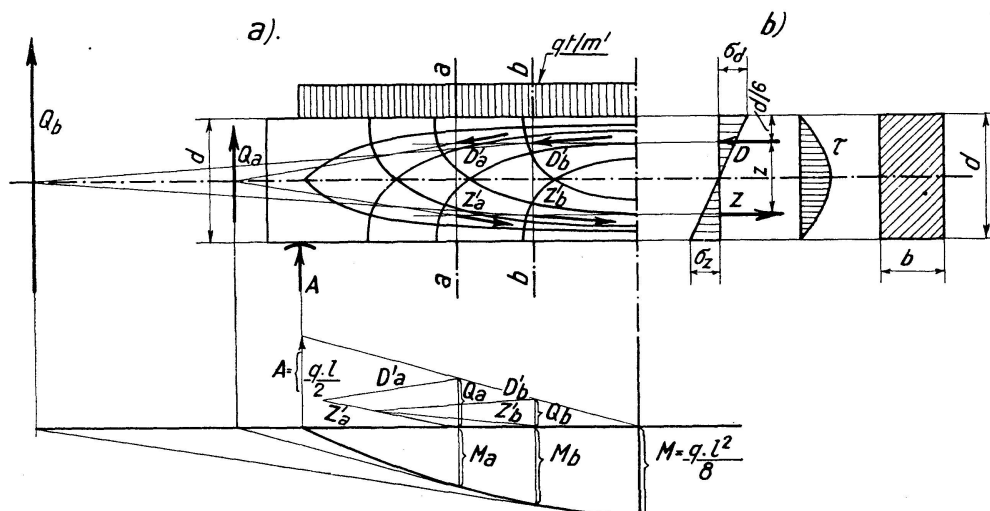
LA RÉSISTANCE ET LES MESURES CONSTRUCTIVES CONTRE LE CISAILLEMENT DANS LES CONSTRUCTIONS EN BÉTON ARMÉ.

RESISTANCE AND SAFEGUARD AGAINST SHEAR IN REINFORCED CONCRETE STRUCTURES.

Dr. techn. Ing. HERMANN ERTL, Techn. Hochschule, Wien.

Die Neigung der Druckmittelkraft.

Beim eingehenden Studium der Versuche über den Schubwiderstand von Eisenbetonbalken fällt auf, daß die Schrägbewehrung zur vollen Schubsicherung nicht in der Stärke notwendig ist, wie man theoretisch erwarten würde.



*Inclinaison de l'effort de traction et de l'effort de compression moyen dans la poutre homogène.
Neigung der Zug- und Druckmittelkraft im einheitlichen Balken.
Slope of mean tension and compression forces in homogenous beam.*

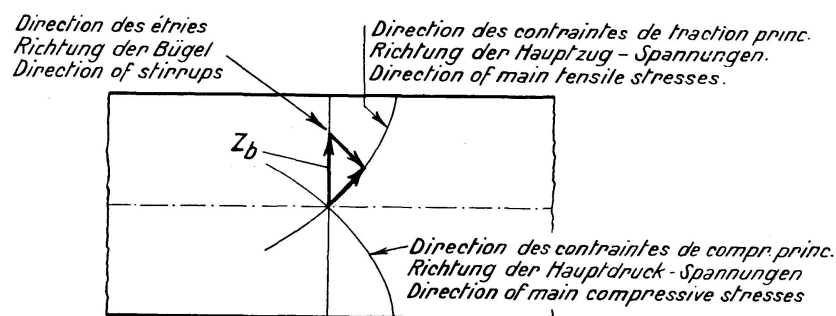
Fig. 1.

Diese Tatsache wird damit erklärt, daß sich der Balken mit ungenügender Schubsicherung nach der Rißbildung mehr oder weniger in einen Bogenträger mit Zugband umwandelt. Untersucht man für den Bruchzustand das Gleichgewicht an einem längs einem Riß abgetrennten Balkenteil, so muß die Druckmittelkraft, damit Gleichgewicht herrscht, geneigt angenommen werden, da die bis zur Streckgrenze beanspruchten Schrägeisen nicht die ganze Querkraft übertragen können. Die Neigung der Druckmittelkraft ist aber noch nicht gleichbedeutend mit einer Bogenwirkung des Balkens.

In der Abb. 1 ist ein Balken mit Rechteckquerschnitt, der gleichförmig belastet ist, dargestellt. Es sind die Hauptspannungslinien eingezeichnet. Für einen lotrechten Schnitt a a ist die Verteilung der waagrechten und lotrechten Spannungen aus der Abb. 1 b zu ersehen. Vereint man die oberhalb

der Nulllinie liegenden Spannungen zur Mittelkraft D'_a und ebenso die unterhalb liegenden zu Z'_a , so müssen sich beide in der Nulllinie schneiden. Der Schnittpunkt muß auf der Mittelkraft Q_a aller links vom Schnitt angreifenden Kräfte liegen. Daraus folgt, daß die Druckmittelkraft keineswegs waagrecht angenommen werden darf, sondern daß sie je nach der Größe der Querkraft mehr oder weniger geneigt ist (vergleiche Schnitt aa und bb). Ihr Angriffspunkt liegt im oberen Drittel der Druckzone. Wenn man gegen das Auflager schreitet, bleibt er immer in derselben Höhenlage, nur die Neigung der Druckkraft nimmt zu, während die Größe abnimmt. Eine Gewölbewirkung ist trotz der Neigung der Druckkraft nicht vorhanden.

Auch beim Eisenbetonbalken mit aufgerissener Zugzone und Schrägrissen wird man eine geneigte Druckkraft annehmen müssen, um das Gleichgewicht zwischen inneren und äußeren Kräften herzustellen. Der Vorgang,



Les contraintes de traction principales équilibrées par des étriers et le béton au commencement de la fissuration.

Aufnahme der Hauptzugspannungen beim Auftreten der ersten Risse durch Bügel und Beton.

Accommodation of main tensile stresses with first appearance of cracks with stirrups and concrete.

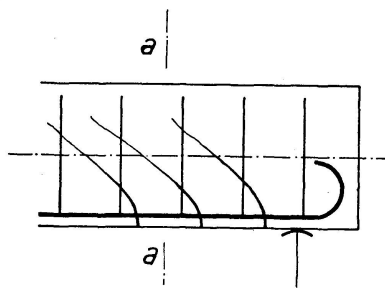
Fig. 2.

die ganze Querkraft den Schrägeisen und Bügeln zuzuweisen, ist daher als zu weitgehend zu bezeichnen. Es folgt auch, daß man dem Beton nicht eine unveränderliche Querkraft überweisen kann, sondern daß er befähigt ist, einen Anteil aufzunehmen, der der Größe der Querkraft verhältnismäßig ist. Im Gegensatz zu allen bisherigen Ansichten kann man dem Beton am Auflager eine größere Querkraft zuweisen als im Feld. Daß dieser Gedanke noch nicht ausgesprochen wurde, erscheint umso verwunderlicher, als er durch die Versuchsergebnisse vollauf bestätigt wird, ja sogar unmittelbar daraus hervorgeht.

Zum Beispiel war der Balken 1031 aus Heft 48 des D. A. f. E. so gebaut, daß die nach den Schubspannungen verteilte Schrägbewehrung ungefähr 2,8 mal stärker beansprucht war, als die Zugbewehrung unter derselben Last. Da die Bruchlast nicht im selben Verhältnis hinter der des vollgesicherten Balkens zurückblieb, mußte der Beton einen entsprechenden Anteil der Querkraft übertragen, der sich zu 0,56 der Gesamtschubkraft ergibt. Der Balken war durch 16 Einzellasten, die eine gleichförmig verteilte Last ersetzten, beansprucht. Der Bruchriß ist aber nicht am Auflager, wo die größten Querkräfte zu übertragen waren, aufgetreten, sondern in einer Entfernung von 0,7 bis 0,9 m davon. Der Beton konnte also am Auflager die größere Querkraft besser übertragen.

Der Balken 1032, gleichfalls aus Heft 48, war so schubbewehrt, daß dem Beton eine unveränderliche Querkraft, entsprechend einer Schubspannung von $4,5 \text{ kg/cm}^2$, zugewiesen wurde. Dieser Balken hatte trotz stärkerer Schubbewehrung als der Balken 1031 eine kleinere Höchstlast (92 t gegen 96 t). Der Bruch trat im Balkenteil ohne Schrägbewehrung ein; der Beton konnte die ihm im Feld zugewiesenen $4,5 \text{ kg/cm}^2$ nicht aufnehmen. Beim Balken 1031 waren dagegen am Auflager dem Beton $7,46 \text{ kg/cm}^2$ zugewiesen, die aber noch bis zu einer höheren Bruchlast übertragen wurden. Beide Balken sind durch Überwinden des Schubwiderstands gebrochen, so daß für den Unterschied in der Bruchlast nur die verschiedene Schrägbewehrung maßgebend war. Unter der Bruchlast stiegen beim Balken 1031 die dem Beton überwiesenen Schubspannungen am Auflager auf $\tau_o = 21 \text{ kg/cm}^2$ an, hingegen beim Balken 1032 an der Bruchstelle und am Auflager nur auf $\tau_o = 12,1 \text{ kg/cm}^2$.

Aus den Auswertungen der Versuche des D.A.f.E. durch Herrn Professor MÖRSCH¹⁾ ist zu ersehen, daß man bei nicht voll auf Schub gesicherten Balken gezwungen ist, um Gleichgewicht zwischen inneren und äußeren Kräften herzustellen, eine Neigung der Druckkraft anzunehmen.



*Les étriers formant treillis après la fissuration du béton.
Fachwerkwirkung der Bügel in aufgerissenem Beton.
Truss-effect of stirrups in cracked concrete.*

Fig. 3.

Diese als schädlich bezeichnete Neigung ist aber, wie man sieht, auf alle Fälle auch beim gleichartigen Balken vorhanden. Sie ist auch beim rechnungsmäßig voll auf Schub gesicherten Balken vorhanden. Nimmt man die Druckkraft dort waagrecht an, so ergibt sich, daß die Schrägeisen und Bügel gleich stark ausgenützt sind, wie die Zügeisen unter dem Größtmoment. Da aber die Druckmittelfkraft geneigt ist, wird die Spannung in den Schrägeisen und Bügeln nicht voll ausgenützt.

Tatsächliche Hauptzugspannungen.

Eine geringere Spannung in den Schrägeisen tritt auch ein, weil die Größe der schiefen Hauptzugspannungen rechnerisch überschätzt wird. Es wird nämlich bei ihrer Berechnung der Einfluß der Querspannungen, die von der äußern Belastung herrühren (s. Abb. 4 u. 6), vernachlässigt. Die Hauptzugspannung in der Nulllinie ist nicht gleich der Schubspannung, sondern wird durch die Berücksichtigung der Querspannungen kleiner. Der Einfluß der Querspannungen auf die Beanspruchung der Bügel und Schrägeisen ergibt sich wie folgt.

¹⁾ E. Mörsch, Der Eisenbetonbau, 1. Bd., 2. H., S. 1–244, 6. Aufl, Konrad Wittwer, Stuttgart, 1929.

Im Eisenbetonbalken, der noch keine Risse hat, werden im Eisen die n -fachen ($n = \text{Verhältnis der Dehnmaße}$) Spannungen herrschen wie im umgebenden Beton in derselben Richtung. Die Spannung in den Schrägeisen beträgt in der Nulllinie $\sigma_{es} = n \sigma_1$, wenn σ_1 die Hauptzugspannung ist. Die Bügel hingegen werden gedrückt und zwar beträgt ihre Spannung $\sigma_{eb} = n \sigma_y$, wenn σ_y die von der Belastung herrührende Querspannung ist (s. Abb. 4). Mit dem Fortschreiten der Belastung bilden sich Risse. Mit ihrem Auftreten muß allmählich eine Umordnung der Spannungen einhergehen, damit das Tragglied im Gleichgewicht bleibt. Der Druckbeanspruchung der Bügel überlagert sich Zug, da die Hauptzugspannungen durch sie und durch zusätzliche Druckspannungen im Beton aufgenommen werden müssen (s. Abb. 2). Aus der Abbildung kann man auch entnehmen, daß die zusätzliche Betondruckspannung ebenso groß ist, wie die bereits vorhandene. Es tritt eine ziemlich erhebliche Umlagerung der Spannungen ein.

In der Abb. 3 ist das rechte Ende eines Balkens, der nur durch Bügel und Längseisen bewehrt ist, dargestellt. In einem lotrechten Schnitt $a-a$,

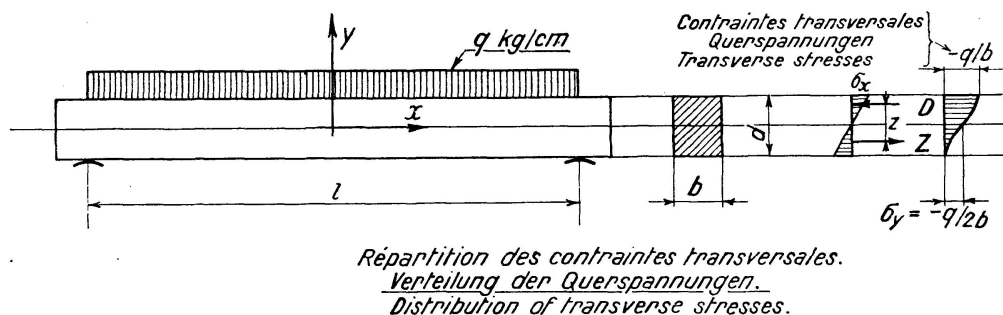


Fig. 4.

der durch Schrägrisse gekreuzt ist, muß die Summe aller Schubspannungen nach wie vor der Rißbildung gleich der Querkraft sein. Vor der Rißbildung bestimmt diese Schubspannung nach der Gleichung 1 (s. später) die Größe der Hauptspannungen. Nach der Rißbildung sind Hauptzugspannungen unmöglich. Es müssen sich, damit Gleichgewicht möglich ist, die Hauptdruckspannungen verdoppelt haben. Die zwischen den Rissen liegenden Betonteile bilden Streben, die ungefähr unter 45° geneigt und auf Druck beansprucht sind. Ihre Druckspannung ist aus Gleichgewichtsgründen gleich der doppelten Schubspannung. Die Kräfteverteilung nach der Rißbildung ist ähnlich der eines Ständerfachwerks mit gegen die Mitte steigenden Streben. Die gesamte Zugkraft, die die Bügel aufzunehmen haben, ist $\sqrt{2}$ mal größer als die der Schrägeisen.

Der versuchstechnische Nachweis, daß durch die Querspannungen eine wesentliche Entlastung der Schubbewehrung eintritt, ist daraus gegeben, daß, solange der Beton zur vollen Kräfteübertragung herangezogen wird, Druckspannungen in den Bügeln sind. Diese Erscheinung wurde nahezu immer dort, wo Dehnungsmessungen an Bügeln vorgenommen wurden, festgestellt und als besondere Merkwürdigkeit hingestellt. Da nur unter geringen Lasten volle Mitwirkung des Betons vorhanden ist, konnten auch nur geringe Werte einer Stauchung der Bügel festgestellt werden. Würde die Last ohne Rißbildung bis zur Höchstlast weitersteigen, so ist es klar, daß im selben Verhältnis die Druckkraft in den Bügeln steigen würde. Bei eintretender Rißbildung kommt in die Bügel Zug. Ihre tatsächliche Beanspruchung muß

sich aus diesen beiden Kräften zusammensetzen und ist daher geringer als die Zugkraft ohne Berücksichtigung der Querspannungen.

Es ist ein Balken auf zwei Stützen mit Rechteckquerschnitt, durch gleichförmig verteilte Last beansprucht, vorausgesetzt. Die Hauptspannungen sind durch die bekannte Beziehung gegeben:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_x^2} \quad (1)$$

In der Nulllinie ergibt sich, wenn q die äußere Belastung je Längeneinheit, z der Hebelarm der Innenkräfte und b die Breite des Rechteckbalkens ist (s. Abb. 4):

$$\tau_{ox} = \frac{q x}{z b}, \quad \sigma_x = 0, \quad \sigma_y = -\frac{q}{2b} \text{ (Druckspannung).}$$

Die Hauptspannungen in der Nulllinie sind:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_y}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{4} + \tau_{ox}^2} = \frac{q}{4b} \left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{16x^2}{z^2}} \right)$$

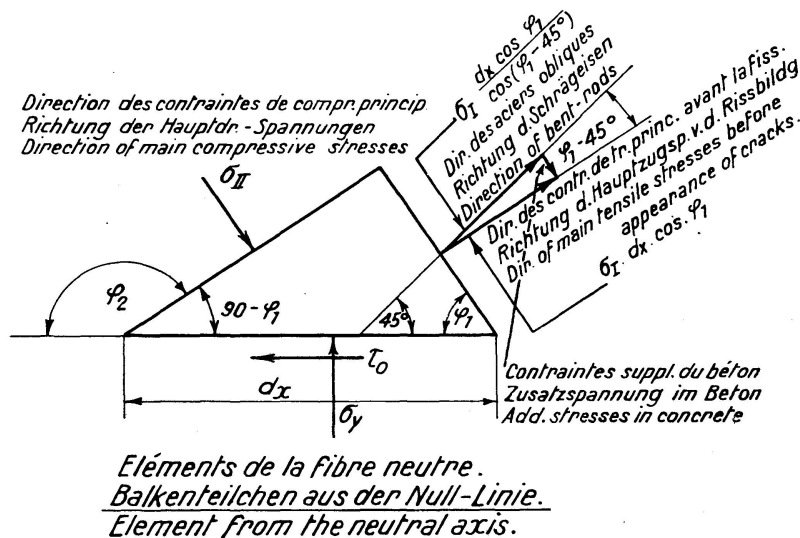


Fig. 5.

Die Richtungen der Hauptspannungen sind durch:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{2\tau_{ox}}{\sigma_y - \sigma_x} = +\frac{4x}{z} \text{ gegeben.}$$

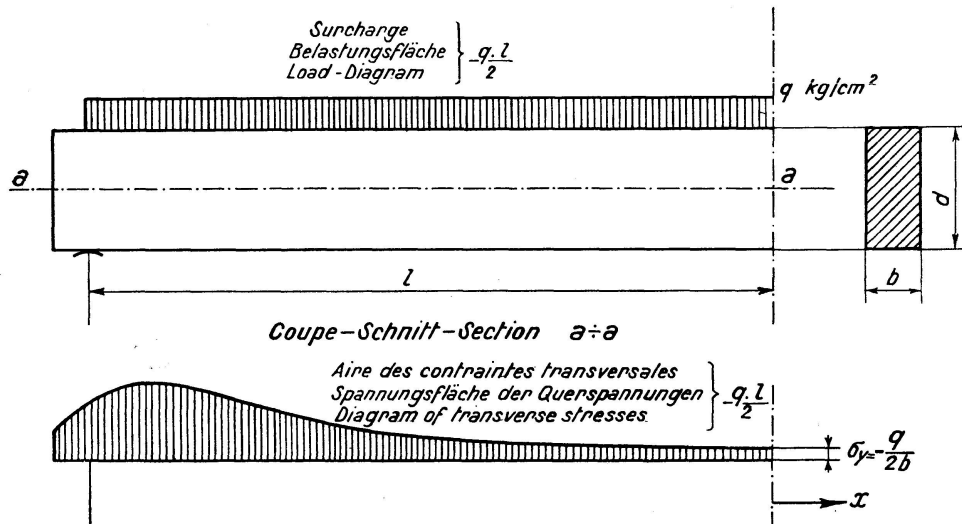
Die Neigung der Hauptzug- und -druckspannungen gegen die Waagrechte ergibt sich für:

$$\begin{array}{cccc} x = & 0, & z, & 2z, & 3z, \\ \varphi_{1,2} = & 0^\circ, 90^\circ; & 38^\circ, 128^\circ; & 41^\circ, 131^\circ; & \approx 45^\circ, 135^\circ \end{array}$$

Die Hauptdruckspannungen sind dort, wo die Schubspannungen klein sind, steiler als unter 45° , die Hauptzugspannungen daher flacher geneigt (Balkenmitte). Dasselbe ist unter Einzellasten der Fall, weil dort die Querspannungen entsprechend größer sind. Dies wird sich beim Auflager der Balken auswirken. Entgegen verschiedenen Angaben im Schrifttum soll man daher am Auflager kurzer und hoher Träger eher flacher als unter 45° auf-

biegen. Dies wird durch die Tatsache bestätigt, daß bei im Verhältnis zur Spannweite hohen Trägern die Neigung der Risse steiler ist.

Zur Berechnung der gesamten, schiefen Hauptzugkraft Z_s vom Auflager bis zur Feldmitte, die die Schrägeisen aufzunehmen haben, sind jene Seitenkräfte der Hauptzugspannungen zu nehmen, die in ihre Richtung fallen. Die andere Seitenkraft, die in der Richtung der schiefen Hauptdruckspannungen wirkt, wird vom Beton aufgenommen (s. Abb. 5, die ein aus der Balkennulllinie herausgeschnittenes, unendlich kleines Balkenteilchen darstellt). Die Richtung der zusätzlichen Betondruckspannung soll mit der vor der Reißbildung vorhandenen Hauptdruckspannung zusammenfallen.



Répartition probable des contraintes transversales dans la fibre neutre d'une poutre chargée par une charge constante.

Wahrscheinliche Verteilung der Querspannungen in der Nulllinie eines Balkens mit Gleichlast.
Probable distribution of transverse stresses in neutral axis of beam uniformly loaded.

Fig. 6.

Dann ergibt sich:

$$Z_s = \int_0^{l/2} \frac{\sigma_1 b \cos \varphi_1}{\cos(\varphi_1 - 45^\circ)} dx = b \sqrt{2} \int_0^{l/2} \sigma_1 \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \varphi_1} dx$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{\operatorname{tg} 2 \varphi} \pm \sqrt{\frac{1}{\operatorname{tg}^2 2 \varphi} + 1} = \frac{z}{4x} + \sqrt{\frac{z^2}{16x^2} + 1}$$

$$Z_s = \frac{q \sqrt{2}}{4} \int_0^{l/2} \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{16x^2}{z^2}}}{1 + \frac{z}{4x} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{16x^2}{z^2}}\right)} dx$$

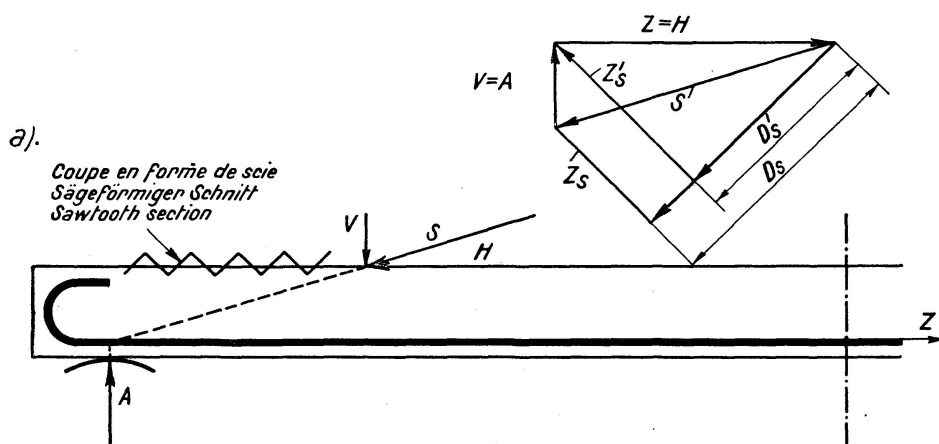
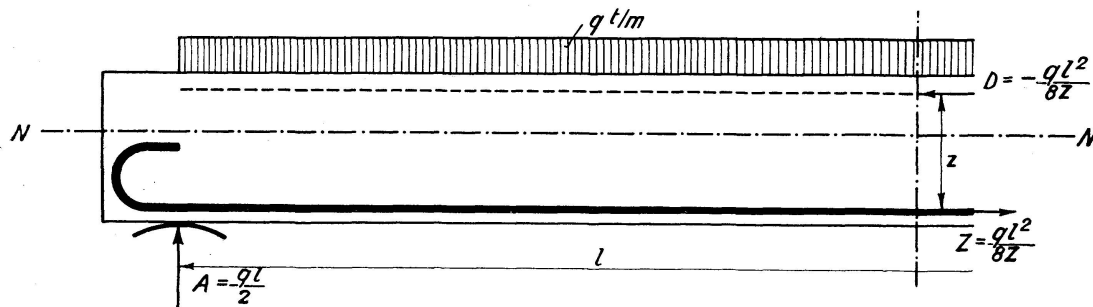
Die Lösung dieses Integrals durch Zerlegen und Einführen neuer Unbekannter ergibt:

$$Z_s = \frac{qz\sqrt{2}}{32} \left[-\frac{1}{3} - \frac{4l}{z} - \frac{2l^2}{z^2} - \frac{8l^3}{3z^3} + \frac{2l}{z} \sqrt{1 + \frac{4l^2}{z^2}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \sqrt{\left(1 + \frac{4l^2}{z^2}\right)^3} + \ln \left(\frac{2l}{z} + \sqrt{1 + \frac{4l^2}{z^2}} \right) \right]$$

Da bei allen nicht wandartigen Trägern $\frac{4l^2}{z^2}$ gegenüber 1 sehr groß ist, kann man 1 vernachlässigen. Es vereinfacht sich daher der Ausdruck für Z_s auf

$$Z_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{ql^2}{8z} - \frac{ql}{4} - \frac{qz}{48} + \frac{qz}{16} \ln \frac{4l}{z} \right)$$

Die beiden letzten Glieder in der Klammer sind gegen die zwei ersten klein, außerdem heben sie sich zum Teil gegenseitig auf. Der durch ihre Vernachlässigung entstehende Fehler ist bedeutungslos. Man bekommt



Les efforts dans la fibre neutre d'une poutre en béton armé avec armature inférieure (non armée au cisaillement).

*Die Kräfte in der Nulllinie eines Eisenbetonbalkens mit Zugbewehrung (ohne Schubbewehrung).
Forces in the neutral axis of a r.c. beam, reinforced against tension, not against shear.*

Fig. 7.

schließlich für die gesamte schiefe Zugkraft vom Größtmoment bis zum Auflager den einfachen Ausdruck:

$$Z_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{ql^2}{8z} - \frac{ql}{4} \right).$$

Der zweite Teil in der Klammer stellt den Abzug dar, der sich durch Berücksichtigung der Querspannungen ergibt. Er ist je nach dem Verhältnis von l/z gegenüber dem ersten Ausdruck größer oder kleiner.

Der Einfluß der Querspannungen auf die Schubsicherung.

Die Beziehung, daß die Querspannung in der Nulllinie halb so groß wie die äußere Belastung ist, gilt nur für Balkenteile, die entsprechend weit vom

Auflager entfernt sind (siehe Lösung der Elastizitätstheorie, Balken auf zwei Stützen). Praktisch gilt sie bereits, wie sich aus Versuchen an Glasstäben durch MESNAGER ergeben hat, ungefähr in einer Entfernung von 2 bis 3 mal der Balkendicke.

Gegen das Auflager hin müssen die Querspannungen zunehmen, da von unten der Auflagerdruck wirkt und sich nach oben verteilen muß. Ihre Verteilung mag ähnlich der in Abb. 6 eingezeichneten sein, die für einen waagrechten Schnitt in der Nulllinie gilt. Die beiden durch lotrechte Striche gekennzeichneten Flächen müssen gleich groß sein. Die obere stellt die äußere Belastung dar, die untere die Summe aller Querspannungen.

Eine genaue rechnerische Verfolgung der Verteilung der Querspannungen und damit der Größe der schiefen Hauptzugspannungen läßt sich nur schwer durchführen. Wohl aber kann man durch Zusammenfassen der Kräfte auf einem waagrechten Schnitt in der Nulllinie des Balkens die gesamte Wirkung der Querspannungen erhalten.

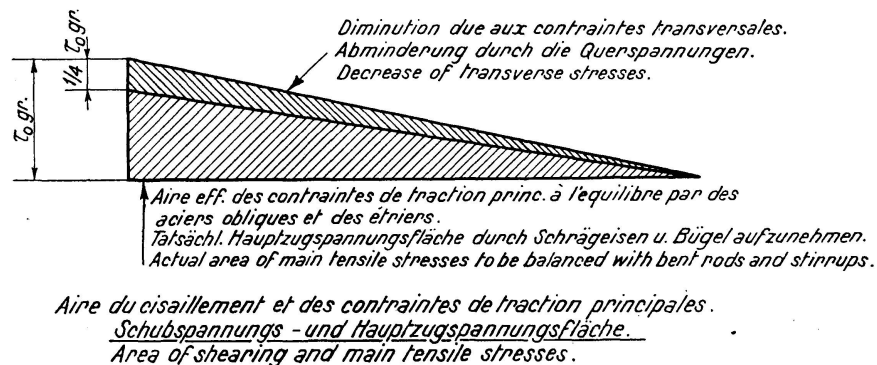


Fig. 8.

Die Abb. 7 stellt die linke Hälfte eines Balkens auf zwei Stützen dar. Er ist durch gleichförmig verteilte Last beansprucht. Durch den Schnitt NN in der Nulllinie wird der untere Teil des Balkens abgetrennt. An diesem greifen, wie aus der Abb. 7a ersichtlich ist, die Kräfte A , Z und die schräge Kraft S an, die miteinander im Gleichgewicht stehen müssen. Es muß daher S durch den Schnittpunkt von A und Z gehen. Die Größe von S ergibt sich aus dem Krafteck. In der Nulllinie kann man S in eine waagrechte Kraft H und in eine lotrechte Kraft V zerlegen, wobei $H = Z$ und $V = A$ sein muß.

Bei der üblichen Ableitung der Kräfte, die die Schrägeisen aufzunehmen haben, hat man den Einfluß von V vernachlässigt und nur die Summe aller schiefen Hauptzugspannungen auf einem unter $\pm 45^\circ$ geneigten, sägeförmigen Schnitt gebildet (s. Abb. 7a). Man kommt damit zum selben Ergebnis, wie wenn man H im Krafteck in die unter 45° geneigten Kräfte D'_s und Z'_s zerlegen würde. Nachdem aber in der Nulllinie S wirkt, muß man S in D_s und Z_s zerlegen²⁾. Es ergibt sich:

$$Z_s = \frac{1}{\sqrt{2}}(Z - A) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{ql^2}{8z} - \frac{ql}{2}\right).$$

²⁾ Die Zerlegung in Kräfte, die unter $\pm 45^\circ$ geneigt sind, ist eine Näherung, die nur für nicht wandartige Träger brauchbar ist. (Aus der Ableitung auf S. 151 zu ersehen.) Bei wandartigen Trägern wird D_s steiler und Z flacher geneigt sein. Es ergibt sich damit eine etwas geringere Abminderung der schrägen Zugkraft.

Der zweite Ausdruck in der Klammer gibt den Summeneinfluß der Querspannungen nach Abb. 6 auf die schiefe Hauptzugkraft an. Dieses Ergebnis steht in Übereinstimmung mit dem vorher durch Integration gefundenen.

Man muß nur berücksichtigen, daß vorher die Querspannung $\sigma_y = -\frac{q}{2b}$, wie sie für den mittleren Balkenteil gilt, zur Abminderung der Hauptzugspannungen herangezogen wurde. In ihrer Summe waren die Querspannungen dem halben Auflagerdruck gleich. Jetzt wurde der ganze Auflagerdruck berücksichtigt, daher ergibt sich die Abminderung doppelt so groß.

Da sich der Einfluß der Querspannungen in der Balkenmitte und gegen das Auflager hin mehr geltend macht, als in den übrigen Balkenteilen und auch das Eigengewicht nicht denselben günstigen Einfluß wie die Verkehrslast hat, wird man, um sich auf der Seite einer größeren Sicherheit gegen die Wirkung der Hauptzugspannungen zu bewegen, nicht $\frac{ql}{2}$, sondern etwa $\frac{3}{4}$ davon, das ist $\frac{3ql}{8}$ in Abzug bringen. Es ist dann:

$$Z_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{ql^2}{8z} - \frac{3ql}{8} \right)$$

Für ein mittleres Verhältnis der Balkenstützweite zum Hebelarm der Innenkräfte von 12, entsprechend einem l/d von ungefähr 10 wird:

$$Z_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{12ql}{8} - \frac{3ql}{8} \right) = \frac{9}{8\sqrt{2}} ql.$$

Bei Vernachlässigung der Querspannungen ist für $l/z = 12$

$$Z'_s = \frac{12}{8\sqrt{2}} ql, \text{ daher ist } Z_s = \frac{3}{4} Z'_s.$$

Bei dem oben genannten Verhältnis $l/z = 12$ ergibt sich die tatsächliche schräge Zugkraft nur mit $\frac{3}{4}$ des bisher angenommenen rechnungsmäßigen Werts. Bei Balken, die im Verhältnis zur Stützweite höher sind, ist der tatsächliche Wert der Schrägkraft noch geringer. Da aber hohe Balken andererseits mehr durch Schub als durch Biegung gefährdet sind, kann die größere Sicherheit nur willkommen sein. Bei niederen Balken hingegen ist die tatsächliche Schrägkraft größer als $\frac{3}{4} Z'_s$. Diese Balken sind aber mehr durch das Moment gefährdet; es tritt die Wirkung der Schubkräfte in den Hintergrund. Eine etwas geringere Sicherheit gegen sie wird daher nicht schädlich sein.

Daraus folgt, daß die Schubsicherung von Eisenbetonbalken mit $\frac{3}{4}$ der Schubspannungsfläche durchzuführen ist, und zwar wird die Abminderung nach Abb. 8 überall verhältnismäßig der Größe der Schubspannungen durchzuführen sein.

Ein Vergleich zwischen der Größe der schiefen Hauptzugkraft nach der üblichen Berechnung und der bei Berücksichtigung der Querspannungen ergibt die in Tafel 1 zusammengestellten Werte. Dort sind die Hundertsätze, um welche für verschiedene d/l die Hauptzugkraft nach der üblichen Berechnung zu groß gerechnet wird, angegeben, wenn sie mit Berücksichtigung der Querspannungen nach der oben vorgeschlagenen Formel berechnet wird. Man sieht, daß bei hohen Balken die Überschätzung eine ziemlich erhebliche ist. Selbst bei äußerst schlanken Balken ist noch immer eine Überschätzung

von ungefähr 15 % vorhanden.

Diese Überlegungen gelten für den Rechteckbalken; für den Plattenbalken kann man genau dieselben anstellen. Sie müssen, falls nur die Querspannungen in der Nulllinie dieselbe Größe wie beim Rechteckbalken haben, zu demselben Ergebnis führen.

Für alle praktisch vorkommenden Fälle von Plattenbalken ist das Verhältnis $\Delta Q/Q < \frac{1}{2}$. ΔQ ist jener Teil der Querkraft, der im Druckgurt übertragen wird. Es wird in der Rippe der größere Teil der Querkraft übertragen. Die Querspannungen in der Nulllinie sind daher auch größer als beim Rechteckbalken. Ihr günstiger Einfluß auf die Größe der Hauptzugspannungen ist beim Plattenbalken größer als beim Rechteckbalken. Wenn die Ergebnisse dieses unmittelbar auf jenen übertragen werden, so bewegt man sich auf der Seite einer größeren Sicherheit gegen die Wirkung der schiefen Hauptzugkräfte. Da beim Plattenbalken unter sonst gleichen Umständen die Gefährdung durch Schub größer ist, wird die erhöhte Sicherheit wünschenswert sein.

Tafel 1:

Größe der schiefen Hauptzugkraft Z'_s ohne und Z_s mit Berücksichtigung der Querspannungen.

$$Z'_s = \frac{ql^2}{\sqrt{2}8z}; \quad Z_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{ql^2}{8z} - \frac{3ql}{8} \right).$$

d/l	$Z'_s \sqrt{2}$	$Z_s \sqrt{2}$	$\frac{Z'_s - Z_s}{Z_s} 100$
$l = 6,4d \doteq 8z$	$q \cdot l$	$ql - \frac{3ql}{8} = \frac{5ql}{8}$	60 %
H. 48 d. D. A. f. E. $l = 7,7d \doteq 9,2z$	$\frac{9,2ql}{8}$	$\frac{9,2ql}{8} - \frac{3ql}{8} = \frac{6,2ql}{8}$	48 %
$l = 8d \doteq 10z$	$\frac{10ql}{8}$	$\frac{10ql}{8} - \frac{3ql}{8} = \frac{7ql}{8}$	43 %
$l = 10d \doteq 12,5z$	$\frac{12,5ql}{8}$	$\frac{12,5ql}{8} - \frac{3ql}{8} = \frac{9,5ql}{8}$	32 %
$l = 12d \doteq 15z$	$\frac{15ql}{8}$	$\frac{15ql}{8} - \frac{3ql}{8} = \frac{12ql}{8}$	25 %
$l = 15d \doteq 18,7z$	$\frac{18,7ql}{8}$	$\frac{18,7ql}{8} - \frac{3ql}{8} = \frac{15,7ql}{8}$	19 %
$l = 20d \doteq 25z$	$\frac{25ql}{8}$	$\frac{25ql}{8} - \frac{3ql}{8} = \frac{22ql}{8}$	14 %

Die Ableitung, die hier für den Balken auf zwei Stützen durchgeführt wurde, läßt sich auf jedes beliebige Einspannverhältnis übertragen, wenn nur statt $\frac{ql^2}{8}$ der Unterschied zwischen dem größten Feldmoment für Vollast und dem entsprechenden Stützmoment und statt $3ql/8$ $\frac{3}{4}$ der auf dieser Balkenstrecke liegenden Belastung eingesetzt wird. Man kann daher bei der Ermittlung der Schrägbewehrung für den teilweise eingespannten, bzw. Durchlaufbalken ebenso vorgehen, wie es früher für den freiaufliegenden geschildert wurde. Man darf von der Schubspannungsfläche $\frac{1}{4}$ verhältnismäßig der Größe der jeweiligen Schubspannung abziehen.

Die gesamte rechnerische Schrägbewehrung aus der Schubspannungsfläche ergibt sich zu:

$F_{es} = 1/\sqrt{2} (F_{em} + F_{e1})$, wobei F_{em} der im Feld und F_{e1} der über der Stütze erforderliche Zugeisenquerschnitt ist. Da die Hauptzugkraft wie früher ausgeführt nur ungefähr $\frac{3}{4}$ davon ist, so wird

$$F_{es} \cong 0,5 (F_{em} + F_{e1}).$$

Zur vollen Schubsicherung eines Balkens durch Schrägeisen genügt es, die Hälfte der Zugeisen im Feld und über der Stütze abzubiegen.

Der günstige Einfluß der Querspannungen kann sich naturgemäß in seiner ganzen Größe nur dort auswirken, wo die Belastung des Balkens an der entgegengesetzten Seite erfolgt, als die Stützung. Bei den gewöhnlich vorliegenden Fällen diese an der Unterseite, jene an der Oberseite. Das trifft zum Beispiel bei Mauerbalken, Deckenbalken, Platten usw. zu. Unterzüge

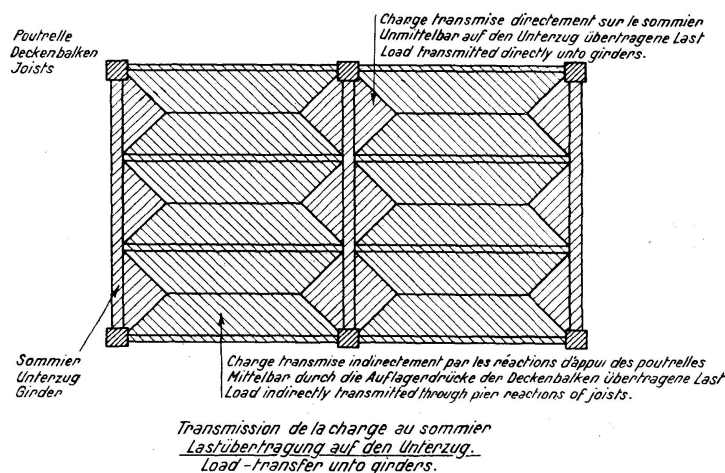


Fig. 9.

bekommen den größeren Teil ihrer Belastung durch die Auflagerdrücke der Deckenträger, der geringere Teil wird durch die Platte unmittelbar übertragen (s. Abb. 9). Der Teil, der durch die Deckenträger eingetragen wird, hat zum größten Teil keine Querspannungen im Feld zur Folge. Da die Unterstützung immer auf der Balkenunterseite wirkt, wird der günstige Einfluß der Querspannungen beim Auflager trotzdem voll zur Geltung kommen.

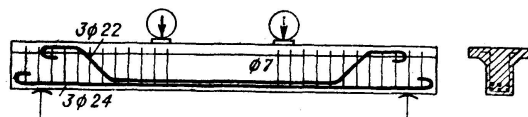
Die Berechnung solcher Unterzüge wird gewöhnlich so durchgeführt, daß das Eigengewicht des Balkens sowie die unmittelbar durch die Platte übertragene Last zu den Einzellasten der Auflagerdrücke der Deckenbalken dazugeschlagen wird. Auf das Größtmoment hat dieser Vorgang nahezu keinen Einfluß. Die Querkräfte werden jedoch im Feld über- und an der Stütze unterschätzt. Die Berücksichtigung der Querspannungen in der vorhin angegebenen Art gleicht diese Näherung wieder aus, so daß es auch für derart belastete Träger statthaft ist, die Schubspannungsfläche in der angegebenen Weise zu vermindern.

Gleichgewicht im aufgerissenen Balken.

Für die Berechnung der schiefen Hauptzugkraft mit Berücksichtigung der Querspannungen war ein einheitlicher Balken ohne Rißbildung vorausgesetzt. Es ist zu erwarten, daß bei Aufnahme aller Hauptzugspannungen

durch entsprechend verteilte Eiseneinlagen, auch nach der Rißbildung, ein standfestes Tragwerk entsteht. Aber auch, wenn keine Schrägbewehrung vorhanden ist, bleibt das Tragwerk nach der Rißbildung standfest. Voraussetzung ist nur, daß die Zugeisen unter dem Größtmoment in unverminderter Stärke bis über das Auflager hinausgeführt und dort entsprechend verankert sind. Denn der Eisenbetonbalken ohne Schubsicherung verwandelt sich durch die Rißbildung in einen Bogen mit Zugband³⁾. Zur Übertragung der Querkräfte sind keine schiefen Hauptzugspannungen erforderlich, da sie durch Druckspannungen im Beton übertragen werden. Die Summe der Schubspannungen in einem lotrechten Schnitt muß nach wie vor der Rißbildung gleich der Querkraft sein. Der wirksame Querschnitt ist durch die Rißbildung verkleinert worden, die Schubspannungen müssen daher größer geworden sein. Sie rufen aber keine Hauptzugspannungen hervor, da sie die Seitenkräfte von Lotspannungen im betrachteten Schnitt sind.

Aus den Ausführungen auf Seite 146 ist zu entnehmen, daß die Druckmittelkraft beim einheitlichen Balken eine bestimmte Neigung hat. Die lotrechte Seitenkraft derselben (s. Abb. 1) ist gleich der halben Querkraft. Bei der Bogenwirkung muß die ganze Querkraft durch eine Neigung der Druckkraft aufgenommen werden. Die Neigung derselben wird größer und es verkleinert sich der Hebelarm der Innenkräfte gegen das Auflager. Letz-



Série 30, N° 12 (du Comité all. pour béton armé). Les dispositions constructives contre le cisaillement basées sur la poutre triangulée se sont montrées suffisantes.
Reihe 30, Heft 12 (deutscher Ausschuss f. E beton). Die Schubsicherung nach dem einfachen Strebenwerk erwies sich als ausreichend.
Series 30, N° 12 (of German Committee on R.C.) The measures against shear according to  - truss proved sufficient.

Fig. 10.

teres ist das kennzeichnende Merkmal der Bogenwirkung. Es wird im Schrifttum betont, daß eine Neigung der Druckkraft unzulässig ist, da dadurch die Formänderungen anders werden. Die Voraussetzungen zur Berechnung der überzähligen Größen von standunbestimmten Tragwerken sind dann nicht mehr erfüllt. Das Unzulässige ist aber nicht die Neigung der Druckkraft, denn die tritt auf alle Fälle ein, sondern die Bogenwirkung.

Sie kann überall dort nicht auftreten, wo die Zugeisen entsprechend der Momentenbedeckung aufgebogen werden, da sie ein Unverständlichbleiben der waagrechten Innenkräfte voraussetzt. Die Anpassung an die Momentenlinie wird durch Verminderung des Hebelarms bewerkstelligt. Beim Balken auf zwei Stützen wird bei Aufbiegungen nach der Momentenlinie immer reichliche Schubsicherung vorhanden sein. Beim Durchlaufbalken müssten hingegen $1/\sqrt{2}$ der für das Feldmoment und für das Stützmoment erforderlichen Zugeisen abgebogen werden, um die übliche volle Schubsicherung zu erhalten. Wenn beim Durchlaufbalken nach der Momentenlinie aufgebogen wird, so ist keine volle Schubsicherung vorhanden. Es kann aber auch keine Bogenwirkung eintreten, da die Bewehrung der Momentenlinie angepaßt ist. Eine Neigung der Druckkraft wird aber selbstverständlich vorhanden sein. Ein, bei Vernachlässigung der Querspannungen, nicht voll auf

³⁾ R. Saliger, «Der Eisenbeton», S. 350, 5. Aufl., Alfred Kröner, Leipzig 1925.

Schub gesicherter Durchlaufbalken, bei dem aus obigen Gründen keine Bogenwirkung eintreten kann, müßte vorzeitig durch Überwinden des Schubwiderstands brechen. Die Versuche an solchen Durchlaufbalken (s. unter Schubversuche, Heft 58 des D. A. f. E.) bestätigen dies nicht, was die Richtigkeit der entlastenden Wirkung der Querspannungen auf die Schrägbewehrung bestätigt.

Am Auflager macht sich der Einfluß der Querspannungen stärker geltend. Mit der Annahme, daß er sich in der Nulllinie auf eine Länge von $1,5z$ gleichmäßig verteilt, ist dort die mittlere Querspannung und die Schubspannung:

$$\sigma_y = \frac{ql}{3zb} \quad \text{und} \quad \tau_0 = \frac{ql}{2zb}$$

Damit sind die Neigungen der Hauptspannungen 36° (Zug) und 126° (Druck). Die Größe der schiefen Hauptzugspannung ist mit diesen Werten:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_y}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{4} + \tau_0^2} = \frac{ql}{6bz} (\sqrt{10} - 1)$$

Die tatsächliche Hauptzugspannung am Auflager ist daher wesentlich kleiner als die Schubspannung und beträgt nur den ungefähr 0,7 Teil. Die Unstimmigkeit zwischen Rechnung und Versuch, daß an der Stelle der größten rechnungsmäßigen Hauptzugspannungen, also im Auflagerquerschnitt, keine oder erst viel später schiefe Risse auftreten, findet durch diese Überlegung eine zwanglose Erklärung.

Schubversuche.

Über den Schubwiderstand von Eisenbetonbalken sind zahlreiche Versuche durchgeführt worden. Es sind aber offenbar bei weitem noch nicht alle Fragen der Schubsicherung eindeutig durch sie geklärt, da die Meinungen über den Grad der erforderlichen Schubsicherung in der Fachwelt sehr verschieden und widersprechend sind.

Am umfangreichsten sind die Versuche des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton, über welche in 6 Heften berichtet wird.

Heft 10, 1. Teil.

Die Balken waren durch 2 überaus starke Rundeisen 40 mm bewehrt. Bei den Balken mit 20 cm breiter Rippe traten bei $\sigma_e = 1200 \text{ kg/cm}^2$ ein $\sigma_b = 80 \text{ kg/cm}^2$ und ein $\tau_0 = 15 \text{ kg/cm}^2$ auf. Diese Bewehrung gewährleistet keine genügende Verankerung der Zugeisen. Sie sprengt die Balkenköpfe und die Eiseneinlagen geben nach. Dadurch öffnet sich ein Riß in den äußeren Balkenteilen und es sieht aus, als ob der Balken durch Überwinden des Schubwiderstands gebrochen wäre. Die eigentliche Bruchursache ist aber die Überwindung des Verbunds, also der Verankerungsfestigkeit der Eisen. Aus diesen Versuchen lassen sich daher keine Schlüsse über den Schubwiderstand ziehen.

Heft 12, 2. Teil.

Die Versuchskörper waren durch schwächere Eisen in größerer Anzahl aber vom gleichen Gesamtquerschnitt bewehrt. Es sollten Schrägbewehrungen von verschiedener Stärke, verschiedener Verteilung und Neigung erforscht werden. Da nach dem Versuchsbericht bei keinem Balken der Bruch

durch Überwinden des Schubwiderstands eingetreten ist, waren alle Schubbewehrungen ausreichend. Ein Vergleich über ihre Güte läßt sich nicht durchführen. Bemerkenswert ist noch, daß bei der Versuchsreihe 30 die Schubsicherung durch das einfache Strebenwerk nach Abb. 10 ausreichend ist. Heft 20, 3. Teil.

Die kennzeichnenden Balkenformen aus Heft 10 und 12 wurden auf ihr Verhalten unter gleichförmig verteilter Last (8 gleiche Einzellasten in gleichen Abständen) geprüft. Da die Spannweite gegenüber der Trägerhöhe größer gewählt wurde, trat die Wirkung der Momente in den Vordergrund; der Hundertsatz der durch Strecken der Zugeisen gebrochenen Balken vergrößerte sich. Bei allen Versuchskörpern war das Verhältnis $F_{es} : F_e \geq 1 : \sqrt{2}$, so daß über die Mindestschrägbewehrung kein Aufschluß erhalten wird. Kein Versuchskörper ist durch Überwinden des Schubwiderstands gebrochen und es gilt daher dasselbe wie für Heft 12.

Heft 48, 4. Teil.

Die Abmessungen der Versuchskörper wurden vergrößert. Die Bewehrung hatte bei allen Balken ungefähr 37 cm^2 Querschnitt. Die Belastung erfolgte durch 16 Einzellasten in gleichen Abständen und sollte eine gleichförmig verteilte ersetzen. Es wurden 5 Balken mit nach Stärke und Verteilung verschiedener Schrägbewehrung geprüft. Der Balken 1024 ohne Schubsicherung ist durch Überwindung des Schubwiderstands gebrochen. Die Balken 1025 mit rechnungsmäßig halber und 1026 mit voller Schubsicherung erschöpften beide ihre Tragkraft durch Strecken der Eisen unter dem Größtmoment, wobei zu beachten ist, daß beim Balken 1025 sich schon der Beginn einer Zerstörung des Balkenkopfs durch Überwinden des Verbunds zeigte. Die Verankerung von 4 R. E. 29 mm im unbewehrten Beton lag bei der gewählten Querschnittsform schon an der Grenze.

Die Bruchursache bei Balken 1031 (bei einer Eisenspannung $\sigma_e = 1000 \text{ kg/cm}^2$ trat rechnungsmäßig in den Schrägeisen eine Spannung $\sigma_{es} = 2800 \text{ kg/cm}^2$ auf, und 1032 (nach den alten preussischen Verordnungen mit kg/cm^2 entworfen) war Erschöpfen des Schubwiderstands. Bei Berücksichtigung der tatsächlichen Hauptzugspannungen, wie es auf Seite 163 beschrieben wird, kommt man zu Spannungen in den Schrägeisen, die etwas über der Streckgrenze liegen. Nimmt man diese als maßgebend an, so mußten bei Balken 1031 20 t der 96 t betragenden Höchstlast durch gewölbeartiges Abspannen auf die Auflager übertragen werden. Am Auflager ergibt sich dadurch eine waagrechte Zugkraft von ungefähr 24 t. Solange sich diese Kraft durch die Rundhaken mit der Bogenkraft im Beton ausgleichen kann, ist Gleichgewicht vorhanden. Als im Balkenkopf der waagrechte Querriß entstand, gaben die Zugeisen nach und es war die Übertragung der 24 t nicht mehr möglich. Der waagrechte Querriß muß als die ausschlaggebende Bruchursache angesehen werden. Als Folge dieses Risses mußte in dem Maß, als die Bogenwirkung ausgeschaltet wurde, die Querkraft durch die Schrägeisen übertragen werden. Sie konnten dieser vermehrten Beanspruchung nicht mehr widerstehen und es trat der Schrägbruch durch Erweitern eines schon vorhandenen Risses ein. Über den reinen Schubwiderstand können nur Balken Aufschluß geben, bei denen keine Gewölbewirkung möglich ist.

Heft 58, 5. Teil.

Zur Prüfung kamen 4 Versuchskörper verschiedener Bauart. Die Herstellung erfolgte nacheinander. Die Länge war bei allen Balken gleich und

betrug 6,45 m; die Stützweite war 4,8 m, so daß ein Kragarm von 1,4 m übrig blieb, der zur Erzielung eines Stützmomentes belastet wurde. Es waren somit ähnliche Verhältnisse wie im Endfeld eines Durchlaufbalkens gegeben. Da beim Balken 1076 noch eine erhebliche Gewölbewirkung auftreten konnte, verhielt er sich gleich wie der Balken des Heft 48 mit halber, rechnungsmäßiger Schubsicherung.

Die drei folgenden Balken haben durchwegs gleiche äußere Abmessungen (s. Abb. 11). Die Balkendicke wurde von 50 cm im Feld auf 70 cm über der Stütze erhöht. Die Balken 1107 und 1116 waren im bügellosen Teil so bewehrt, daß die rechnungsmäßigen Spannungen in den Schräg-eisen doppelt so groß als die der Zugeisen unter dem Größtmoment waren. Beide sind nach den Angaben des Versuchsberichts durch Schrägrisse gebrochen (s. Abb. 11). Bei Balken 1107 konnte noch eine geringe Gewölbe-wirkung eintreten, da zwei R. E. 16 mm aus dem Feld gerade bis über die Stütze geführt wurden. Bei Balken 1116 war eine solche ausgeschlossen, da alle untern Eisen aufgebogen, bzw. ein R. E. 18 mm schon vor der Stütze verankert wurde. Er ist daher zur Beurteilung des reinen Schubwiderstands

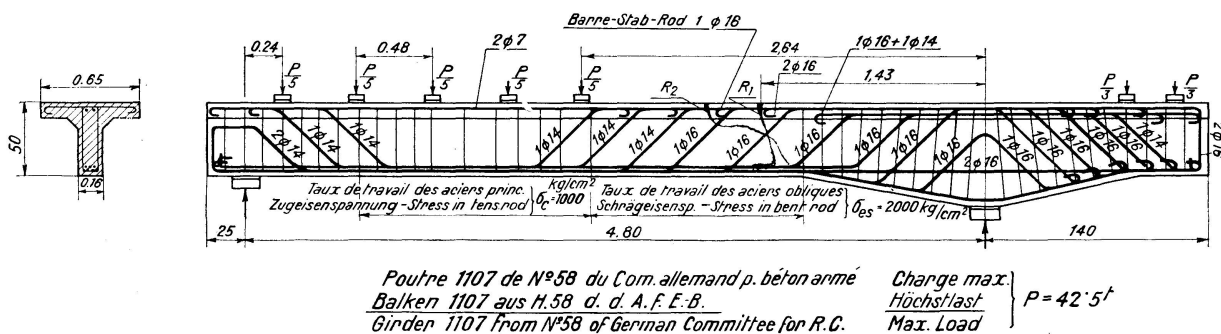


Fig. 11.

besonders geeignet. Die Höchstlast betrug bei Balken 1116 47 t, bei Balken 1107 42,5 t gegenüber 50 t beim rechnungsmäßig voll auf Schub gesicherten Balken 1115. Ein Blick auf die Bruchrisse zeigt, daß sie dort aufgetreten sind, wo die über der Stütze benötigten Zugeisen noch im Bereich der Stützmomente verankert wurden. Und zwar bei Balken 1107 mit der kleineren Bruchlast, dort wo 1 bzw. 2 R. E. 16 mm in einem Querschnitt verankert waren. Die Momentendeckung springt an der Stelle des Bruchrisses in die Momentenlinie ein. Die Überlängen der Eisen waren etwas zu kurz. Es bildeten sich die Risse R_1 und R_2 (s. Abb. 11). Der Stab 10, der im Betonkeil zwischen R_1 und R_2 verankert war, wurde dadurch für die Spannungsaufnahme in R_1 unwirksam. Der Riß R_1 entstand in einer Entfernung von 1,43 m vom Auflager. Dort waren nur die Stäbe 3, 4 und 17 a, b wirksam, deren Querschnitt nach dem Versuchsbericht 4,48 cm² betrug. Das Moment M an dieser Stelle war unter der Bruchlast von 42,5 t $M = 5,7$ tm. Da der Hebelarm der Innenkräfte $z = 41,6$ cm war, ergibt sich eine Eisenspannung von:

$$\sigma_e = \frac{M}{z F_e} = 3060 \text{ kg/cm}^2 \text{ und eine Betonspannung von:}$$

$$\sigma_b = 106 \text{ kg/cm}^2.$$

Für obige Stäbe liegt die Streckgrenze nach dem Versuchsbericht bei ungefähr 2800 kg/cm². Man sieht, daß der vorzeitige Bruch weniger auf

ein Überwinden des Schubwiderstands als vielmehr auf ein Strecken der Zugeisen an der Stelle der geringsten Momentendeckung zurückzuführen ist. Derselbe Querschnitt beim Balken 1116 mit 47 t Bruchlast zeigt auch eine bessere Momentendeckung; sie war aber noch nicht ausreichend, um das Strecken an dieser Stelle zu verhindern; sie konnte es nur verzögern.

Für ein Strecken der Zugeisen an der Stelle der geringsten Momentendeckung spricht auch das Eintreten einer Druckzerstörung, trotzdem die rechnerische Betondruckspannung nicht annähernd an die Würfelfestigkeit heranreicht.

Der Balken 1115 mit rechnerungsmäßig voller Schubsicherung hatte im betrachteten Balkenteil nur zwei weit auseinander liegende Endhaken von 14 bzw. 16 mm Durchmesser. Auch ist die Momentendeckung an dieser Stelle weitaus besser, da die überwiegende Zahl aller Eisen von Schrägaufbiegungen herkommen und daher eine vollkommene Verankerung erreicht ist.

Ein Vergleich der Balken 1115 und 1116 zeigt, daß letzterer trotz rechnerisch halber Schubsicherung, weniger günstiger Momentendeckung wie der Vergleichsbalken und der Unmöglichkeit einer Bogenwirkung, nur eine um 6 v. H. kleinere Bruchlast hatte. Balken 1116 hat somit

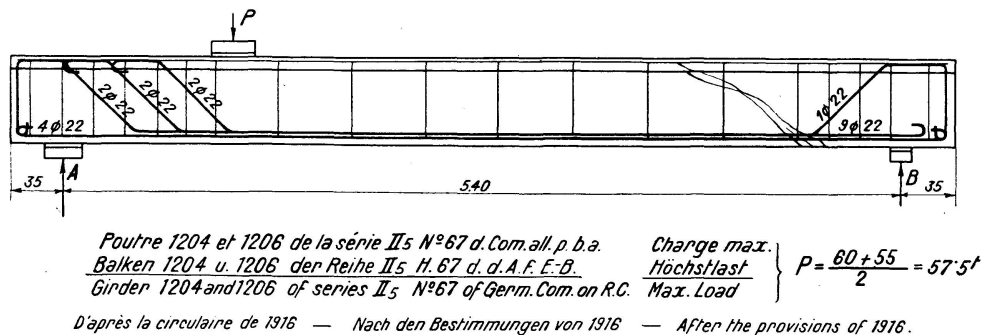


Fig. 12.

erwiesen, daß eine Schubsicherung nach der üblichen Rechnung, auch bei Ausschluß einer Bogenwirkung, weit überbemessen und daher in vielen Fällen auch unzweckmäßig ist.

Heft 67, 6. Teil.

Aus den angeführten Versuchen geht hervor, daß es nicht notwendig ist, die gesamten Schubspannungen durch Schrägeisen und Bügel aufzunehmen, um den Bruch durch Strecken der Eisen an der Stelle der geringsten Momentendeckung herbeizuführen. Die neuen Versuche sollten aber nicht einer näheren Erforschung über die Größe der Schubsicherung, die genügt, daß mit Sicherheit der Bruch durch Überwinden des Widerstands der Zugeisen eintritt, dienen, sondern beweisen, daß die Bestimmungen vom Jahre 1916, die keine Schubsicherung in den Balkenteilen verlangten, in denen $\tau_0 \leq 4 \text{ kg/cm}^2$ ist, zu konstruktiven Mängeln führen können. Diesem Zweck dienten vor allem die Gruppen I und II.

Es hat sich bei allen Balken, die nach den Bestimmungen von 1916 bewehrt waren, eine kleinere Bruchlast ergeben als bei den voll gesicherten Balken. Der Unterschied war jedoch nur bei den Balken der Gruppe II₅ (s. Abb. 12) erheblich. Sie trugen nur 57,5 t im Mittel gegenüber 75 t der voll gesicherten Balken. Allerdings ist festzustellen, daß die Verhältnisse für die alten Bestimmungen ungünstig gewählt waren. Die Balken wurden

für das Spannungsverhältnis 1000/40 statt wie üblich 1200/40 bemessen. Außerdem lag die mittlere Streckgrenze der Bewehrung bei 3250 kg/cm². Der Bewehrungsstahl muß als hochwertig bezeichnet werden und hätte nur in Verbindung von besserem Beton verwendet werden sollen. (Die Würfel-festigkeit betrug nur 140 bis 150 kg/cm².) Durch die Wahl der niederen zulässigen Beanspruchung und des hochwertigen Stahls war eine um rund 50 v. H. größere Bruchlast zu erwarten als unter normalen Verhältnissen, für die die Bestimmungen gelten sollten. Es wurde daher auch der Schubwiderstand des Betons um das gleiche Maß stärker beansprucht als nach den alten Bestimmungen vorgesehen war.

Der einfachste Weg um zu erforschen, ob volle Schubsicherung notwendig ist oder nicht, ist die Bestimmung der Spannungen in den aufgebogenen Eisen. Es wurden auch bei diesen Versuchen erstmalig Dehnungsmessungen an Schrägeisen vorgenommen. Leider ist über die Ergebnisse nichts veröffentlicht worden. Es wird nur hingewiesen, daß die Dehnung der Eisen mit der Zahl der Lastwechsel zunimmt und daß solche Versuche sich unter oftmaliger Wiederholung der Belastung über eine längere Zeit hin erstrecken müßten, um auch den Einfluß des Schwindens festzustellen. Dieser Schlußfolgerung kann nicht beigeprpflichtet werden. Hier, wo die Tragkraft der Balken mit teilweiser und voller Schubsicherung festgestellt werden soll, haben die Schwindspannungen keinen nennenswerten Einfluß, da die Bedeutung derselben im aufgerissenen Balken verschwindend ist. Für eine bestimmte Beurteilung der Anstrengung der Schrägeisen ist es nicht notwendig, den Versuch öfter zu wiederholen, als es bei einem gewöhnlichen Versuch geschieht. Denn entweder ist bei der Bruchlast die Streckgrenze der Schrägeisen erreicht, dann ist volle Schubsicherung notwendig und es werden die Querkkräfte nur durch Schrägeisen übertragen; oder aber sie wird nicht erreicht, dann wird eben trotz voller Schubsicherung die Querkkraft anders übertragen und es ist nicht notwendig, volle Schubsicherung auszuführen. Ein oftmaliger Lastwechsel kann darauf im Bruchzustand keinen Einfluß haben.

Gruppe III des Versuchsberichts beweist ganz eindeutig die konstruktiven Mängel von „schwimmenden“ Schrägeisen, sowie von Schrägeisen, die durch Zurückschlagen gewonnen werden und von nicht genügend verankerten. Da die Verankerung der Eisen in der durch Risse teilweise zerstörten Zugzone nur mangelhaft sein kann, können solche Eisen nicht die ihnen zugemuteten Kräfte übernehmen.

Versuche über den Schubwiderstand und Verbund⁴⁾.

Die Versuche dienten der Erforschung verschiedener Schrägbewehrungen. Da alle Balken bis auf zwei, die keine Schubsicherung hatten, rechnerisch voll gegen Schub gesichert waren, gaben sie keinen Aufschluß über die Mindest-Schrägbewehrung.

Von besonderer Bedeutung für die hier zu klärenden Fragen der Schubsicherung sind die Versuche, die eine Fortsetzung⁵⁾ der eben angeführten bilden. Es sind dies nämlich die einzigen Versuche, die durch eine planmäßige Erforschung der Frage über die Größe der notwendigen Schub-

⁴⁾ R. SALIGER, „Schubwiderstand und Verbund in Eisenbetonbalken auf Grund von Versuch und Erfahrung“. Julius Springer, Berlin 1913.

⁵⁾ R. SALIGER, Zschft. für Betonbau 1913, S. 157 u. 187 und 1914, S. 9.

sicherung gekennzeichnet sind. Die Versuchskörper waren so gebaut, daß keine ungewollte Bruchursache die Balken vorzeitig zerstörte. Es wurden vier verschiedene Balkenformen in je zwei Gleichstücken, einmal mit 16 cm und einmal mit 7,5 cm Rippenbreite, insgesamt 16 Balken geprüft. Die Abmessungen sind aus der Abb. 13a zu entnehmen. Die Bewehrung bestand bei allen Balken aus 12 R. E. 13 mm, wovon 0, 3, 6 und 9 Eisen schräg aufgebogen wurden. Die Prüfung der Versuchskörper ergab, daß nur die Balken mit 0 und 3 Schrägeisen durch Überwinden des Schubwiderstands gebrochen sind. Die Balken mit 6 und 9 Schrägeisen und 16 cm breiter Rippe sind durch Strecken der Eisen unter dem Größtmoment zerstört worden. Bei den Balken mit 7,5 cm Rippenbreite ist jedoch der Stegbeton durch die schiefen Hauptspannungen zerdrückt worden. Die Versuchsergeb-

Poutre 25 des essais sur la résistance au cisaillement du Prof. Saliger.
Influence de l'ensemble des contraintes transversales sur l'effort de traction oblique principal.
Balken 25 der Versuche über den Schubwiderstand von Prof. Saliger.
Einfluss der gesamten Querspannungen auf die schiefe Hauptzugkraft.
Girden 25 of Prof. Saliger's tests of shear resistance. Influence of the total transverse stresses on the oblique main tensile force.

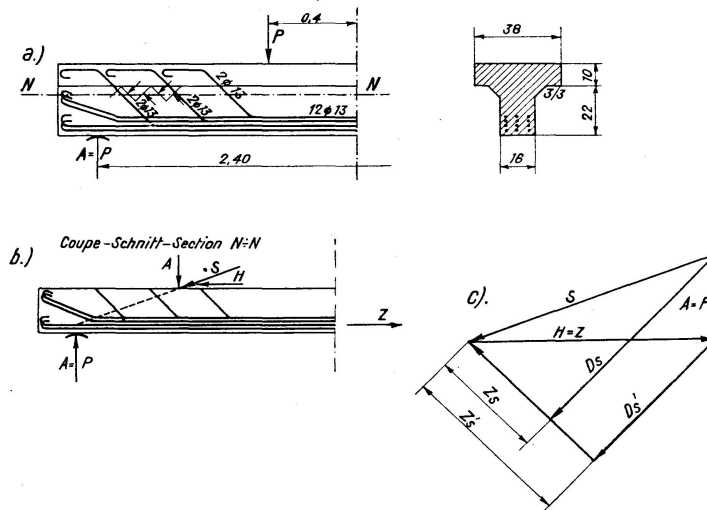


Fig. 13.

nisse sind am besten aus der Abb. 14 zu entnehmen, die eine Wiedergabe der Abb. 14 der Zeitschrift für Betonbau 1914, S. 11, ist. Man entnimmt daraus, daß gleiche Sicherheit im Balken gegen Erreichen der Streckgrenze in den Schrägeisen und in den Zugeisen dann vorhanden ist, wenn die gesamte Schrägbewehrung $F_{es} = 0,45 F_e$ ist, statt wie man aus der Schubspannungsfläche ermittelt $F_{es} = 0,707 F_e$. Dieses Ergebnis läßt sich ohne Zuhilfenahme einer Bogenwirkung allein durch den Einfluß der Querspannungen erklären.

In der Abb. 13a ist die eine Hälfte des Versuchskörpers dargestellt. Führt man in der Nulllinie einen waagrechten Schnitt bis zur Balkenmitte und trennt den unteren Teil durch einen lotrechten in der Balkenmitte ab, so bekommt man den in Abb. 13b dargestellten Körper. Auf ihn wirken im Bruchzustand, wenn die Zugeisen die Streckgrenze erreicht haben, folgende Kräfte:

$$Z = F_e \sigma_s = 15,6 \cdot 3480 = 54\,000 \text{ kg, und } A = P = 18\,000 \text{ kg.}$$

Auf der Schnittfläche in der Nulllinie wirkt die waagrechte Schubkraft H , die gleich Z ist. Mit diesen Kräften ist aber der abgetrennte Körper noch

nicht im Gleichgewicht. Es muß in der Nulllinie auch eine lotrechte Kraft wirken, die gleich A ist, da in der Balkenmitte keine Querkraft wirkt. Die Mittelkraft der Spannungen in der Nulllinie muß aus Gleichgewichtsgründen durch den Schnittpunkt von A und Z gehen. Die Schubkraft H kann als die Mittelkraft der gesamten unter $\pm 45^\circ$ geneigten Hauptzug- und -druckspannungen auf einem sägeförmigen Schnitt (s. Abb. 13 a) aufgefaßt werden (s. Abb. 13 c D'_s und Z'_s). Da in der Nulllinie nicht H sondern S wirkt, wird S in D_s und Z_s zerlegt. Mit den obigen Werten wird im Bruchzustand:

$$Z_s = \frac{1}{\sqrt{2}} (Z - A) = 1/\sqrt{2} (54 - 18) = 25,2 \text{ t.}$$

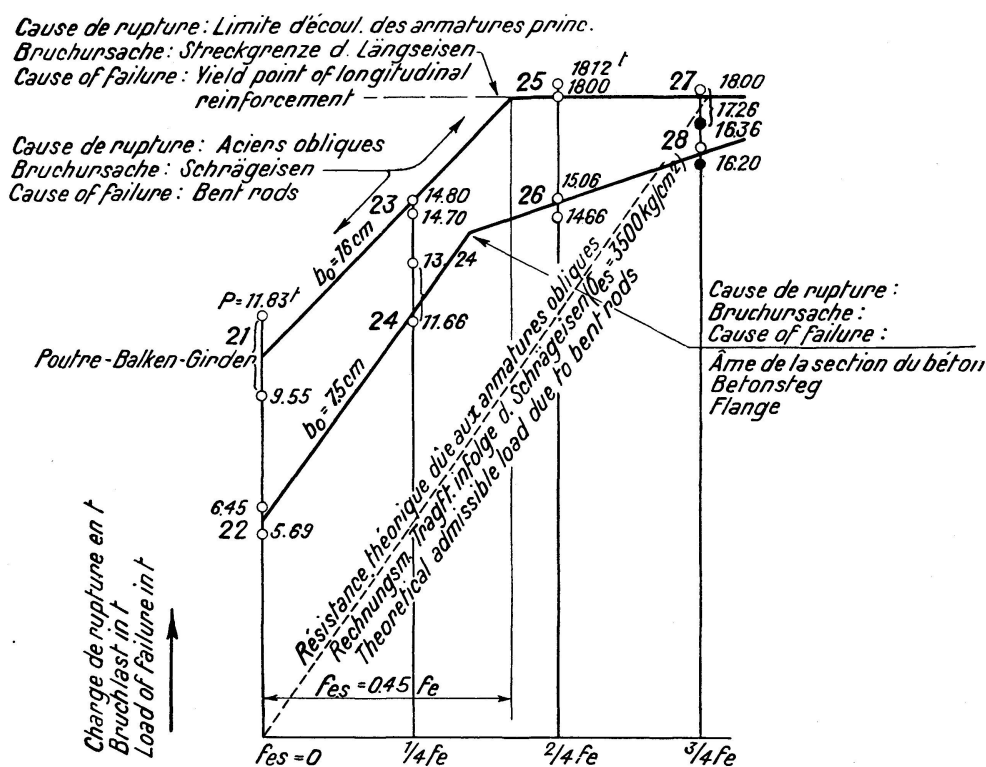


Fig. 14.

Aus den Versuchen hat sich $F_{es} = 0,45 F_e$ oder $Z_{es} = 0,45 Z_e = 24,3$ t ergeben. Die Übereinstimmung ist als gut zu bezeichnen. Dieses Ergebnis ist ein neuerlicher Beweis, daß der Einfluß der Querspannungen ein erheblicher ist. Die schiefen Hauptzugspannungen in der Nulllinie sind eben kleiner als die Schubspannungen.

In der Zeitschrift „Der Bauingenieur“, 1926 und 1931 sind die Ergebnisse von Schubversuchen des Herrn Prof. E. PROBST veröffentlicht. Sie zeigen deutlich, daß zur vollen Schubsicherung eine kleinere als die rechnungsmäßige Schubbewehrung genügt. Es kann daher auf obige Veröffentlichung verwiesen werden.

Weiters wurden noch Schubversuche mit Beton geringer Güte durchgeführt⁶⁾.

1. Es wurden die Versuchsbalken mit rechnermäßig voller und halber Schubsicherung des Hefts 48 wiederholt. Der verwendete Beton hatte nur die geringe Würfelfestigkeit von 72 und 110 kg/cm². Der Balken mit voller Schubsicherung und einer Betonfestigkeit von nur 72 kg/cm² wurde noch einmal mit einem Beton von 154 kg/cm² Würfelfestigkeit wiederholt.

Aus diesen Versuchen wird eine Überlegenheit der rechnermäßig vollen Schubsicherung gegenüber der halben in Abhängigkeit von der Betonfestigkeit abgeleitet. Da der Bruch bei den ersten beiden Balken durch Absprengen des Betons an den Abbiegestellen, beim Wiederholungsbalken durch Strecken der Eiseninlagen eingetreten ist, kann der Schubwiderstand nicht beurteilt werden. Es könnte höchstens der Schluß gezogen werden, daß bei Verwendung von so minderwertigem Beton in Verbindung mit hochwertigem Stahl (Streckgrenze $\sigma_s = 3600$ kg/cm²) die Eisendicke zu groß gewählt wurde, bzw. daß die Ausrundung der Abbiegestellen mit einem größeren Halbmesser durchzuführen wäre.

2. Es sind durch zwei Einzellasten in den Drittelpunkten der Spannweite belastete Balken geprüft worden. Hier seien nur die Balken mit voller und halber Schubsicherung erwähnt. Die Würfelfestigkeit des Betons betrug ungefähr 120 kg/cm². Die Bruchursache war wieder nicht das Überwinden des Schubwiderstands der Balken, so daß man auch diese Versuche nicht zur Klärung der erforderlichen Stärke der Schubbewehrung heranziehen kann.

Aus den amerikanischen Versuchen⁷⁾ geht hervor, daß bei den durchgeführten Dehnungsmessungen sich geringere Verlängerungen der Schrägisen ergaben, als man rechnermäßig erwarten könnte. Die auftretenden Spannungen sind wesentlich hinter den gerechneten zurückgeblieben. Bezüglich näherer Einzelheiten wird auf die unter 7) angegebene Fußnote verwiesen.

Zusammenfassend ergibt sich aus den Versuchen, daß man einen Vergleich über die Güte zweier Schubbewehrungen nur dann machen kann, wenn die Versuchskörper so gebaut sind, daß andere Bruchursachen als Überwindung des Schubwiderstands, bzw. im Grenzfall noch Standhalten der Schubbewehrung und Zerstörung durch die Wirkung des Größtmoments vermieden werden. Es sind daher alle Schlußfolgerungen über die Wirksamkeit dieser oder jener Schubbewehrung, wenn die vorgenannte Bedingung nicht erfüllt war, nicht stichhaltig. Bei Beachtung dieser Feststellung ergibt sich im besonderen, daß bei keinem Versuchskörper aller durchgeführten Versuche, bei welchen F_{es}/F_e größer als 0,35 (50 %ige rechnermäßige Schubsicherung) war, die Bruchursache in der rechnerisch viel zu schwachen Schubsicherung lag, falls nur die Schrägbewehrung gut aufgeteilt worden war. Diese Versuchsergebnisse wurden trotz strengerer Bedingungen, als sie bei baumäßigen Ausführungen größtenteils vorhanden sind, wie überstarke Zugbewehrung, hohe Streckgrenze des verwendeten Stahles und gegenüber der Spannweite große Trägerhöhe, also vermehrte Gefährdung durch die Schubkräfte, erhalten. Zu beachten ist, daß Eisendurchmesser, Ausrundung der Aufbiegungen und Verankerung so sind, daß auch bei Beton geringer Festigkeit der Verbund bis zur Höchstlast standhält.

⁶⁾ E. MÖRSCH, „Der Eisenbetonbau“, I. Bd., II. H. S. 196 u. f., 6. Aufl. K. Wittwer, Stuttgart 1929.

⁷⁾ E. PROBST, Zschrft. „Der Bauing.“ (1928), S. 202, 244 u. 936 und Heft. 61 des D. A. f. E.

Zusammenfassung.

1. Bei der Betrachtung des Gleichgewichts an einem durch einen Schnitt oder längs eines Risses abgetrennten Balkenteil muß man die Betondruckkraft entsprechend der in der Druckzone übertragenen Querkraft geneigt annehmen. Bei Abtrennung längs eines Risses muß der andere Teil der Querkraft durch die vom Riß getroffenen Schrägeisen oder Bügel übertragen werden.

2. Die Größe der schiefen Hauptzugspannungen in der Nulllinie wird bei Vernachlässigung der Querspannungen überschätzt. Die gesamten Querspannungen vermindern die schiefe Hauptzugkraft näherungsweise um $A/\sqrt{2}$ (A = Auflagerdruck der Belastung auf der betrachteten Feldseite). Voraussetzung ist, daß die Trägerhöhe gegenüber der Spannweite nicht zu groß ist ($l/d \geq 6$). Wenn Z_{em} die Zugkraft der Eisen an der Stelle des Größtmoments im Feld, Z_{e1} die an der Stütze ist, so ergibt sich die gesamte schräge Hauptzugkraft $Z_s = 1/\sqrt{2} \cdot (Z_{em} + Z_{e1} - A)$. Da die Verteilung der Querspannungen in der Nulllinie nicht genügend geklärt ist, wird hier aus Gründen einer größeren Sicherheit des Balkens der Vorschlag gemacht, in obiger Gleichung statt A nur $\frac{3}{4}A$ in Abzug zu bringen.

Für ein mittleres Verhältnis der Balkenstützweite zur Dicke, von $l/d = 10$, folgt, daß die Schubberechnung in der üblichen Weise durchzuführen ist, jedoch können die Querkkräfte bzw. die Schubspannungen auf $\frac{3}{4}$ ihres Werts ermäßigt werden. Es ist aber die Schubsicherung für den ganzen Balken durchzuführen. Bei Beachtung der Regel, daß der Querschnitt der Schubbewehrung (Schrägeisenfläche + 0,7 fache Bügelfläche) halb so stark wie der der erforderlichen Zugeisen im Feld und über der Stütze ist, und guter Verteilung derselben, wird die Schrägbewehrung der verhältnismäßig stärkste Teil des Balkens sein.

Résumé.

1. Lorsque l'on étudie l'équilibre d'une partie de poutre portant un sectionnement ou une fissure, on est amené, à considérer l'effort de compression dans le béton comme ayant une inclinaison résultant de l'intervention de l'effort de cisaillement dans la zone comprimée. Lorsqu'il s'agit d'une fissure, l'autre fraction de l'effort tranchant doit être supportée par les fers de cisaillement ou étriers intéressés par la fissure.

2. L'importance des contraintes principales obliques de traction, suivant la direction de l'axe neutre, est surestimée lorsque l'on néglige les contraintes transversale. L'ensemble des efforts transversaux réduit l'effort de traction oblique d'environ $A/\sqrt{2}$ (A = réaction d'appui sur le côté du panneau considéré). On suppose que la hauteur de la poutre n'est pas trop importante par rapport à sa portée ($l/d \geq 6$). Si Z_{em} désigne l'effort de traction du fer à l'endroit du moment maximum dans le panneau considéré et Z_{e1} l'effort correspondant à l'appui, on a pour l'effort oblique total de traction:

$$Z_s = 1/\sqrt{2} \cdot (Z_{em} + Z_{e1} - A)$$

Comme la répartition des efforts transversaux suivant l'axe neutre n'est pas suffisamment mise en lumière, et dans le but d'augmenter la sécurité de la poutre, l'auteur propose de faire figurer en déduction, dans l'équation ci-dessus, non pas A , mais bien $\frac{3}{4}A$ seulement.

Pour une valeur moyenne du rapport entre la portée de la poutre et son épaisseur ($l/d = 10$), il en résulte que le calcul au cisaillement doit être effectué de la manière habituelle; toutefois, les efforts tranchants ou de cisaillement peuvent être réduits aux $\frac{3}{4}$ de leur valeur. Cependant, le calcul de la sécurité doit être effectué pour toute la poutre. Si l'on observe la règle suivant laquelle la section des armatures de cisaillement (section des fers spéciaux de cisaillement plus 0,7 fois la section des étriers) est égale à la moitié de celle des fers de traction tant dans le panneau que sur les appuis, et si l'on assure une bonne répartition de cette armature, on peut être assuré que l'armature de cisaillement sera la partie relativement la plus forte de la poutre.

Summary.

1. In considering the equilibrium at the part of a beam separated by a cut or along a crack, the compression force on the concrete must be suitably assumed in accordance with the transverse force transmitted in the compression zone. In the case of separation along a crack, the other part of the transverse force must be transmitted by the inclined reinforcement or stirrup, which is affected by the crack.

2. The magnitude of the inclined main tensile stresses in the neutral line will be overestimated if the transverse stresses are neglected. The total transverse stresses reduce the inclined main tensile force approximately by $A/\sqrt{2}$, where A = abutment pressure of the load on the bay side under consideration. One reservation is that the height of the girder must not be too great in comparison to the span ($l/d \geq 6$). If Z_{em} is the tension in the reinforcement at the place of greatest moment in the bay, and Z_{e1} the tension at the support, we obtain the total inclined main tensile force

$$Z_s = 1/\sqrt{2} \cdot (Z_{em} + Z_{e1} - A).$$

Since the distribution of the transverse stresses in the neutral line is not sufficiently explained, the proposal is made here to subtract only $\frac{3}{4} A$ instead of A in the above equation, in order to obtain greater safety for the girder.

For an average ratio of girder span to thickness, $l/d = 10$, it follows that the calculation of the shear is to be made in the usual way, but the transverse forces, or the shearing stresses, may be reduced to $\frac{3}{4}$ of their value. Provision has, however, to be made for shear for the whole beam. By observing the rule that the cross-section of the shear reinforcement (cross-section of inclined reinforcement + 0.7 times the cross-section of the stirrups) is half as great as that of the reinforcement under tension in the bay and over the support, and that it is well distributed, the inclined reinforcement will be comparatively the strongest part of the girder.