

Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 22 (1962)

Artikel: Contribution expérimentale au calcul plastique des poutres hyperstatiques en béton armé
Autor: Tolaccia, S.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-18813>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Contribution expérimentale au calcul plastique des poutres hyperstatiques en béton armé

*Versuche zum Problem der plastischen Berechnung von statisch unbestimmten
Stahlbetonträgern*

*Experimental Contribution to the Plastic Design of Statically Indeterminate
Reinforced Concrete Beams*

S. TOLACCIA

Ingénieur Civil des Constructions, Assistant à l'Université de Liège

Introduction

Ce mémoire se subdivise en trois parties:

- un rappel des fondements de la théorie des rotules plastiques et un bref exposé des méthodes principales du calcul à la ruine des ossatures hyperstatiques en béton armé;
- l'exposé des résultats essentiels des essais d'orientation effectués par l'auteur, qui avaient pour but d'étudier dans quelle mesure on peut étendre aux ossatures en béton armé la théorie des rotules plastiques;
- les conclusions qui peuvent être tirées de ces essais.

1. Calcul à la ruine des systèmes hyperstatiques

1.1. Fondements

La méthode de calcul des ossatures hyperstatiques en acier doux selon la théorie des rotules plastiques est bien connue [1]. Cette théorie repose sur l'hypothèse fondamentale d'un diagramme moment-courbure à palier indéfini, et sur l'observation suivante: dès que le moment fléchissant atteint la valeur M_p dans une section déterminée d'une ossature hyperstatique, il s'y maintient à cette valeur; on ne change rien au système en introduisant dans la section

envisagée une rotule réelle, et, aux lèvres de la coupure ainsi obtenue, une paire de moments constants, égaux à M_p . La distribution des moments à la ruine est plus favorable que la distribution élastique.

La charge de ruine, ou charge limite, peut se calculer soit par la méthode cinématique, soit par la méthode statique. Le plus souvent, on emploie simultanément les deux méthodes.

Dans la méthode cinématique, on donne, au mécanisme de ruine, un petit déplacement virtuel, compatible avec les liaisons du système. En égalant le travail virtuel des forces extérieures au travail dissipé dans les rotules plastiques, on obtient la charge de ruine qui correspond au mécanisme de ruine choisi. La charge de ruine réelle est la plus petite des charges de ruine calculées par la méthode des mécanismes.

Dans la méthode statique, on se donne un diagramme des moments statiquement admissible arbitraire, et on calcule la charge de ruine correspondante. La charge de ruine réelle est la plus grande des charges de ruine calculées par la méthode statique. Par diagramme des moments statiquement admissible, on entend un diagramme des moments en équilibre avec les charges extérieures, pour lequel le moment dans une section quelconque ne dépasse pas le moment plastique correspondant. Pour un système quelconque et un chargement donné, il existe une infinité de diagrammes des moments statiquement admissibles. Il n'y en a qu'un qui assure la compatibilité des déformations: le diagramme des moments réel.

Le comportement à la ruine d'une ossature hyperstatique est essentiellement influencé par la loi moment-courbure des éléments qui composent l'ossature.

Pour une poutre en béton armé à section rectangulaire et à faible pourcentage d'acier, il a l'allure représentée en trait continu à la fig. 1. On admet que la loi est linéaire entre les points qui représentent le début de la fissuration (M_f, κ_f), le début de l'écoulement de l'acier (M_1, κ_1) et la rupture (M_0, κ_0), qui se produit, en L_2 , lorsque le raccourcissement proportionnel du béton atteint la valeur: $\epsilon'_{br} = 3,5 \cdot 10^{-3}$. En négligeant la résistance à la traction du

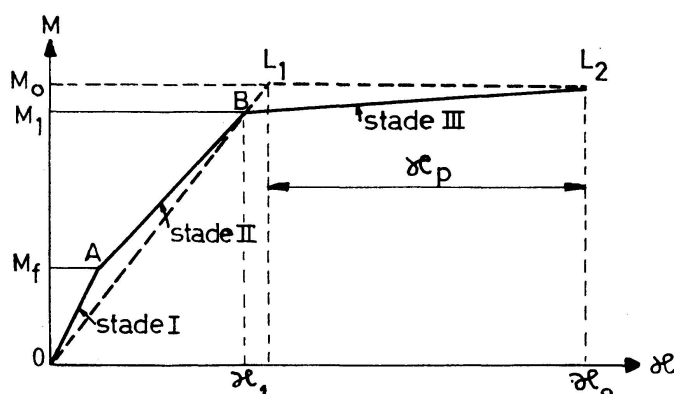


Fig. 1. Lois moment-courbure idéalisées.

béton, le diagramme idéalisé à palier, tracé en traits discontinus sur la figure, constitue une bonne approximation, M_1 étant, en général, pratiquement égal à M_0 .

La loi moment-courbure évolue, avec le pourcentage d'acier, comme indiqué à la fig. 2. L'allure de ces diagrammes, déduits d'une étude théorique de Sahlin [2], est confirmée par les essais de laboratoire [3]. Lorsque le pourcentage mécanique augmente, la longueur du palier diminue de plus en plus. Pour le pourcentage critique (pourcentage mécanique pour lequel la limite élastique des armatures tendues et le raccourcissement de rupture du béton sont atteints simultanément), il disparaît complètement. Pour les pourcen-

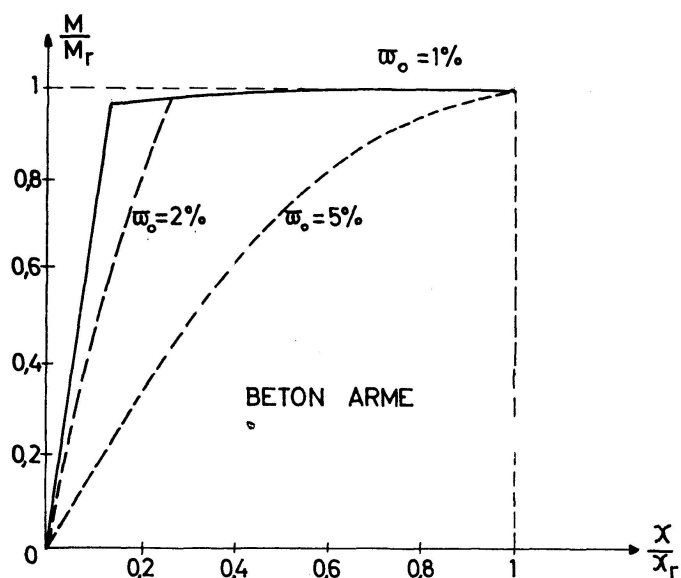


Fig. 2. Evolution, en fonction du pourcentage d'acier, de la loi moment-courbure d'une poutre armée d'acier à palier.

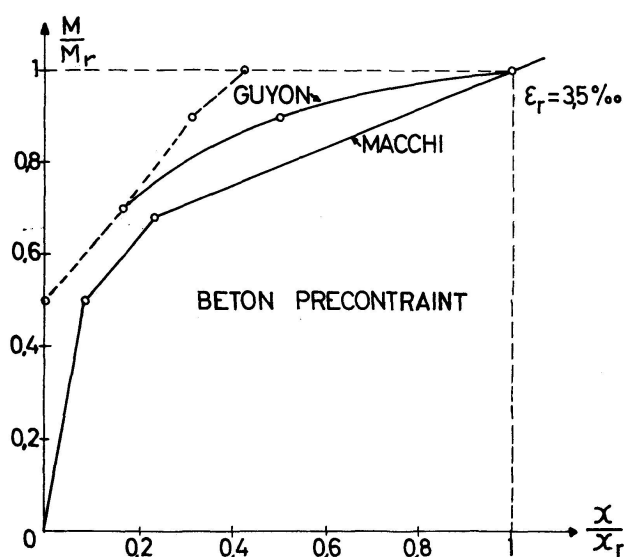


Fig. 3. Lois moment-courbures théoriques relatives au béton précontraint.

tages mécaniques élevés, la loi moment-courbure linéaire simplifiée ($0 \leq L_1 \leq L_2$, fig. 1) n'est plus acceptable: il peut apparaître des déformations anélastiques importantes, avant que l'écoulement de l'acier soit atteint.

La loi moment-courbure des poutres armées d'aciers écrouis et celle des poutres en béton précontraint ne présentent pas non plus de palier. La fig. 3 donne les diagrammes théoriques admis par GUYON [4] et MACCHI [5]. Les courbes en traits continus ont été calculées à partir du principe de conservation des sections planes et de lois tensions-dilatations du béton bien définies. En négligeant l'effet des déformations élastiques et en tenant compte du fait que, entre les fissures, la rigidité correspond à la section non fissurée, GUYON admet finalement la loi en traits discontinus.

1.2. Méthodes de calcul

1.2.0.

Les poutres composant une ossature métallique sont, en général, prismatiques. Le moment résistant, ou moment plastique, est donc le même le long d'une même poutre. De ce fait, dans une poutre donnée, les rotules plastiques apparaissent aux sections de moment maximum, qui sont bien définies. Le mécanisme de ruine d'une ossature métallique est donc unique, et il ne peut être choisi arbitrairement.

Pour une poutre en béton armé, on peut faire varier le moment résistant d'une section déterminée, sans que la résistance et la rigidité flexionnelle des autres sections de la poutre en soient affectées. Pour les ossatures en béton armé, on peut, par conséquent, choisir librement, dans une certaine mesure, les sections où apparaissent les rotules plastiques. Ce choix arbitraire du mécanisme de ruine constitue un avantage inhérent aux constructions en béton armé. Les méthodes de calcul en tirent parti.

La théorie des rotules plastiques admet une loi moment-courbure à palier indéfini. Les figs. 2 et 3 montrent que cette théorie n'est éventuellement applicable qu'aux poutres à faible pourcentage mécanique dont l'acier des armatures présente un palier. Il faut cependant faire une restriction: le palier du diagramme moment-courbure n'étant pas indéfini, la possibilité de déformation des rotules plastiques est limitée; on doit, par conséquent, vérifier que les rotations anélastiques aux différentes rotules plastiques ne dépassent pas les valeurs admissibles. La charge limite d'une ossature hyperstatique en béton armé peut alors être calculée par l'une des méthodes ci-après.

1.2.1. Méthode du Professeur Baker [6]

Pour illustrer cette méthode, considérons comme exemple de système hyperstatique simple, une poutre continue (fig. 4).

Adoptons un certain nombre de sections (les sections d'appui, par exemple) où l'on désire que les rotules plastiques se forment. Ces sections sont appelées

sections critiques. Leur nombre doit être tel qu'en remplaçant les rotules plastiques par des rotules réelles on obtienne un système de référence iso-statique.

Si on adopte des moments $\bar{X}_i$ (notation de BAKER) arbitraires dans les sections critiques, le diagramme des moments à la ruine (fig. 4 b) est statiquement déterminé.

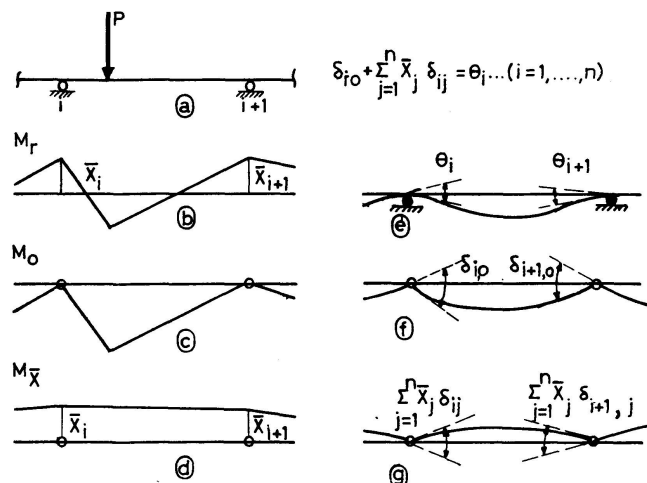


Fig. 4.

On peut le décomposer en deux diagrammes des moments M_0 et $M_{\bar{X}}$, dus respectivement, dans le système de référence isostatique, aux charges extérieures et aux moments de rupture arbitraires $\bar{X}_i$ appliqués aux lèvres des coupures.

Le principe de superposition permet de calculer les rotations θ_i requises aux différentes rotules plastiques, afin que la distribution arbitraire des moments puisse être atteinte:

$$\delta_{i0} + \sum_{j=1}^n \bar{X}_j \delta_{ij} = -\theta_i \quad (i=1, \dots, n).$$

n est le degré d'hyperstaticité du système. Le signe sommation contient, en général, un petit nombre de termes (3 au maximum pour les poutres continues).

Les δ_{i0} et δ_{ij} sont donnés par les relations bien connues:

$$\delta_{ij} = \int \frac{M_i M_j}{EI} ds; \quad \delta_{i0} = \int \frac{M_i M_0}{EI} ds.$$

M_i , M_j et M_0 sont les moments, dans le système isostatique de référence, dus respectivement: à la paire de moments $\bar{X}_i$ en i , à la paire de moments $\bar{X}_j$ en j et aux charges extérieures.

1.2.2. Méthode de Macchi [5]

Dans cette méthode, qui est applicable quelle que soit la forme de la loi moment-courbure, on se donne également un diagramme des moments à la

ruine statiquement admissible arbitraire (M_r , fig. 5b), mais on le décompose en un diagramme des moments élastique (M_e , fig. 5c) et un diagramme des moments de redistribution (M_d , fig. 5d) dû aux rotations anélastiques des rotules plastiques.

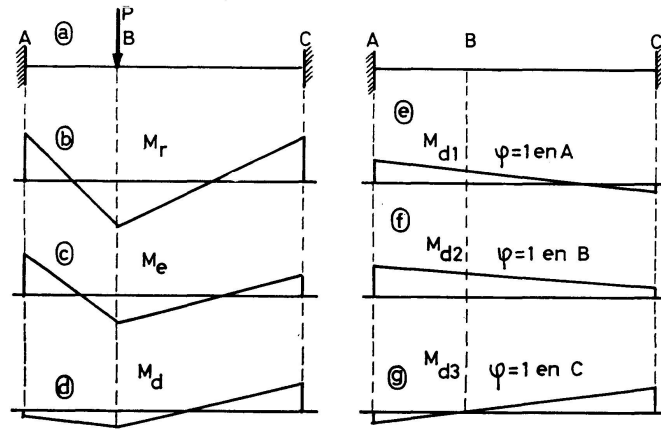


Fig. 5.

A partir des lois moments-rotations expérimentales, on peut calculer les distorsions concentrées $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, etc. qui naissent dans les différentes sections critiques A, B, C , etc., sous l'effet des déformations anélastiques dues à la distribution arbitraire des moments à la ruine.

Soient M_{d1}, M_{d2}, M_{d3} , etc., les moments qui naissent dans le système hyperstatique considéré, lorsqu'on introduit une distorsion (ou rotation) unitaire, respectivement dans les sections critiques A, B, C , etc. Si on impose les distorsions $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, etc., au système hyperstatique considéré, les moments de redistribution imposés ($\bar{M}_d$) qui résultent de ce fait sont donnés par:

$$\bar{M}_d = \varphi_1 M_{d1} + \varphi_2 M_{d2} + \varphi_3 M_{d3} + \dots$$

Si le diagramme des $\bar{M}_d$ est à peu près égal au diagramme des moments de redistribution arbitraire ($M_d = M_r - M_e$), le diagramme des moments à la ruine arbitraire (M_r) est le diagramme des moments à la ruine réel. Sinon, on adopte un autre diagramme des moments à la ruine, jusqu'à ce qu'il en soit ainsi.

1.2.3. Comparaison des deux méthodes

La méthode du Professeur BAKER est réellement une méthode de dimensionnement. En effet, la répartition statiquement admissible arbitraire des moments à la ruine que l'on se donne dans cette méthode coïncide, en général, avec la répartition réelle. Il en est toujours ainsi lorsque, le diagramme moment-rotation étant à palier, les rotations anélastiques requises aux différentes rotules plastiques sont inférieures aux rotations admissibles. La compatibilité des déformations totales est alors automatiquement satisfaite. Il faut cepen-

dant insister sur le fait que cette méthode n'est applicable que lorsque la loi moment-rotation à palier constitue une bonne approximation.

La méthode de MACCHI est d'application plus générale car elle admet une loi moment-rotation de forme quelconque. C'est cependant une méthode de vérification. Lorsque le diagramme moment-rotation est à palier, on peut calculer directement les rotations anélastiques requises aux différentes rotules plastiques, comme dans la méthode de Baker.

2. Essais

2.1. But des essais

Toutes les méthodes de calcul d'un système hyperstatique se ramènent à la vérification de la compatibilité des déformations par intégration des courbures, la loi moment-courbure devant être déterminée expérimentalement. Elles ne diffèrent que par le procédé de calcul. Nous pensons que l'on contribue utilement au calcul à la rupture des ossatures en béton armé en établissant expérimentalement jusqu'à quel point on peut admettre une loi moment-rotation à palier, lors du calcul d'une ossature hyperstatique.

Les essais d'orientation que nous avons effectués (au Laboratoire de Résistance des Matériaux et de Stabilité des Constructions de l'Université de Liège) avaient pour objet d'étudier dans quelles limites on peut étendre aux poutres

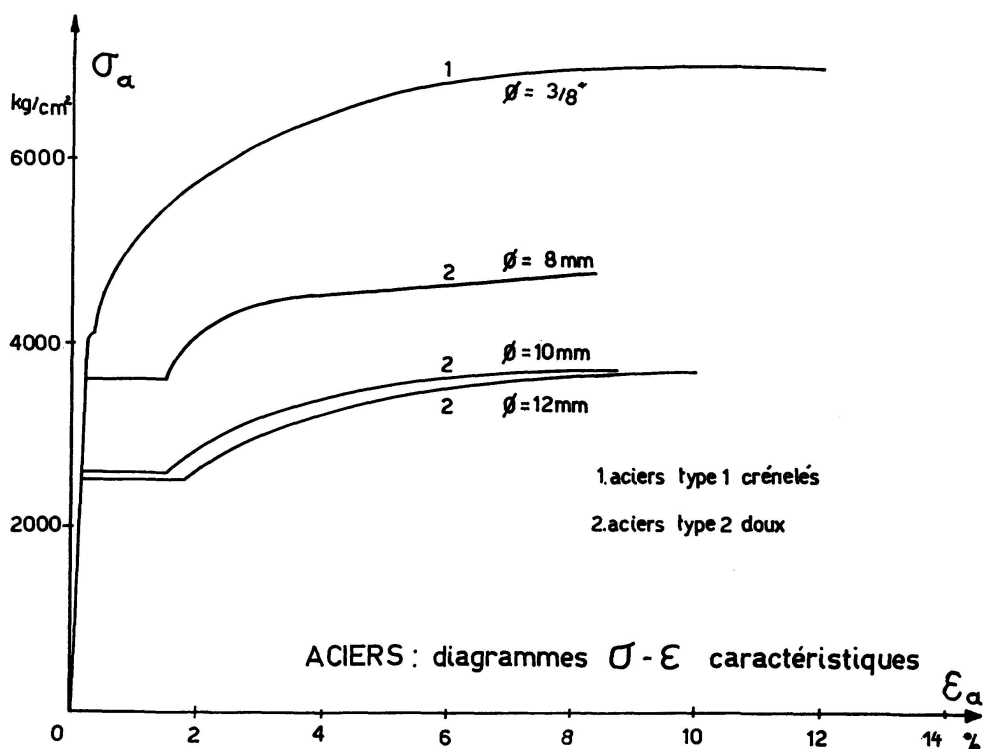


Fig. 6. Diagrammes tensions-dilatations caractéristiques des aciers employés.

hyperstatiques en béton armé la théorie des rotules plastiques. Nous nous sommes limités à l'effet des variables que nous considérons comme principales, à savoir: le pourcentage d'acier, le type d'acier (lisse ou crénelé) et sa nature (à palier ou écroui).

2.2. Programme d'essais

La première partie du programme (fig. 7) comporte l'essai de poutres à pourcentages mécaniques faibles armées d'acier à palier (fig. 6, acier du type 2).

La série *A* comprend 4 poutres isostatiques sollicitées par deux forces égales agissant aux tiers de la portée, et la série *B*, 4 poutres sur trois appuis, à travées égales, chargées au milieu d'une travée. Les caractéristiques géométriques des sections sont les mêmes pour toutes les poutres: base: 10 cm, hauteur totale: 16 cm, hauteur utile: 14 cm. Le diamètre des barres est donné à la figure. Il faut remarquer que les étriers, dont le pas est de 5 cm, réalisent un frettage. Les poutres des séries *A* et *B* repérées par le même chiffre ont le même pourcentage d'acier et ont été bétonnées simultanément; elles ont donc,

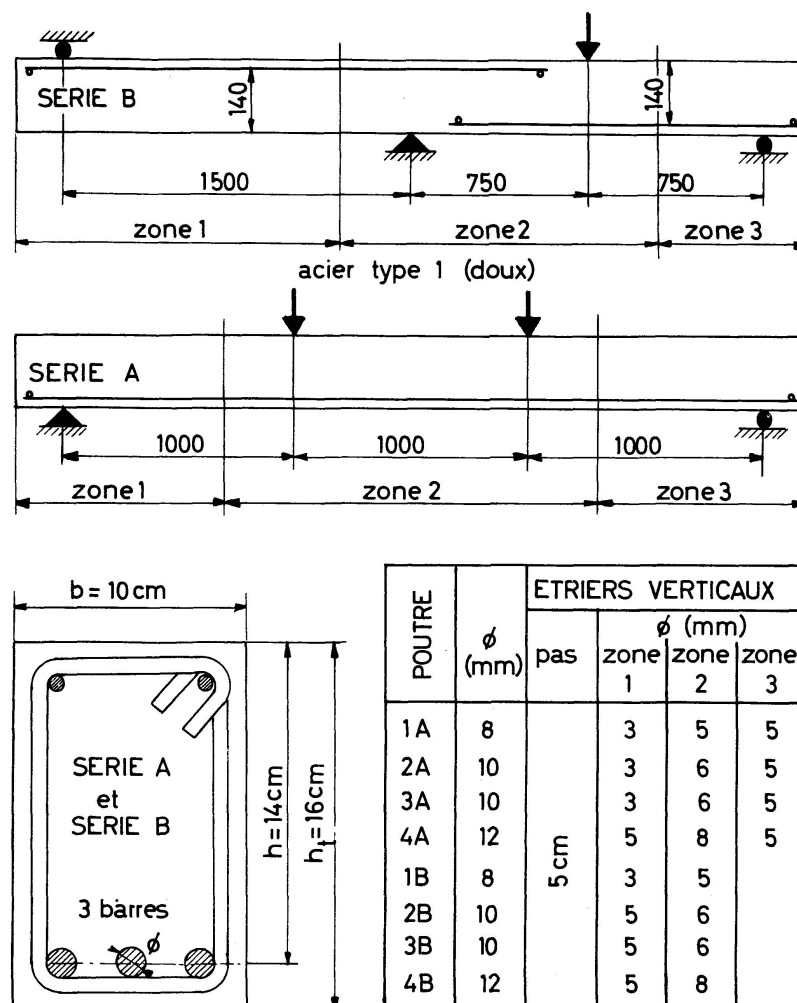


Fig. 7. Caractéristiques géométriques des poutres armées d'aciers à palier.
Poutres séries A et B: données géométriques.

en principe, la même valeur du moment de rupture. Dans la partie centrale (zône 2) des poutres isostatiques, on a prévu le même frettage que celui assuré par les étriers dans les endroits (zône 2) des poutres hyperstatiques où se développent les rotules plastiques.

La deuxième partie du programme (fig. 8) comporte l'essai de poutres hyperstatiques armées d'aciers crénelés écrouis (fig. 6, acier du type 1): 3 poutres sur trois appuis et 2 poutres encastrées élastiquement. Le calcul organique (hauteur utile, quantité d'acier) a été fait de telle sorte que le moment de rupture théorique calculé à partir de la limite élastique à 0,2% soit le même pour toutes les poutres. Les étriers, placés à 45°, n'assurent plus ici aucun frettage.

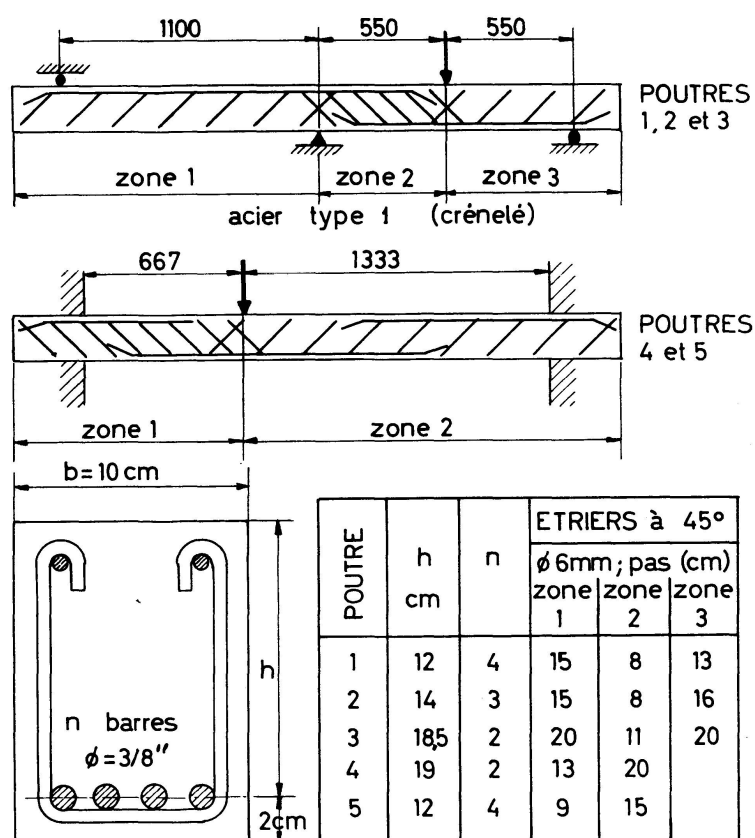


Fig. 8. Caractéristiques géométriques des poutres armées d'aciers écrouis.

Poutres 1 à 5: données géométriques.

2.3. Dispositifs expérimentaux et appareils de mesure

Les dispositifs d'essais des poutres armées d'aciers à palier sont schématisés à la fig. 9a. Dans le cas des poutres sur trois appuis, la détermination directe du diagramme des moments a été faite en mesurant les réactions hyperstatiques au moyen d'appuis dynamométriques. Ces dynamomètres sont constitués par des cylindres à parois minces soumis à compression et munis de 8 jauges ohmiques de 60 ohms montés en pont complet (fig. 10). Ces cellules

sont très sensibles: si ϵ est le raccourcissement proportionnel du cylindre, et η le coefficient de Poisson, la lecture au pont de mesure vaut:

$$2\epsilon(1 + \eta).$$

On a également relevé:

- les flèches (comparateurs au $1/100$ mm);
- la rotation des sections situées à 15 cm de part et d'autre des sections critiques, ainsi que la rotation des sections d'appuis (clinomètres donnant la seconde d'arc);

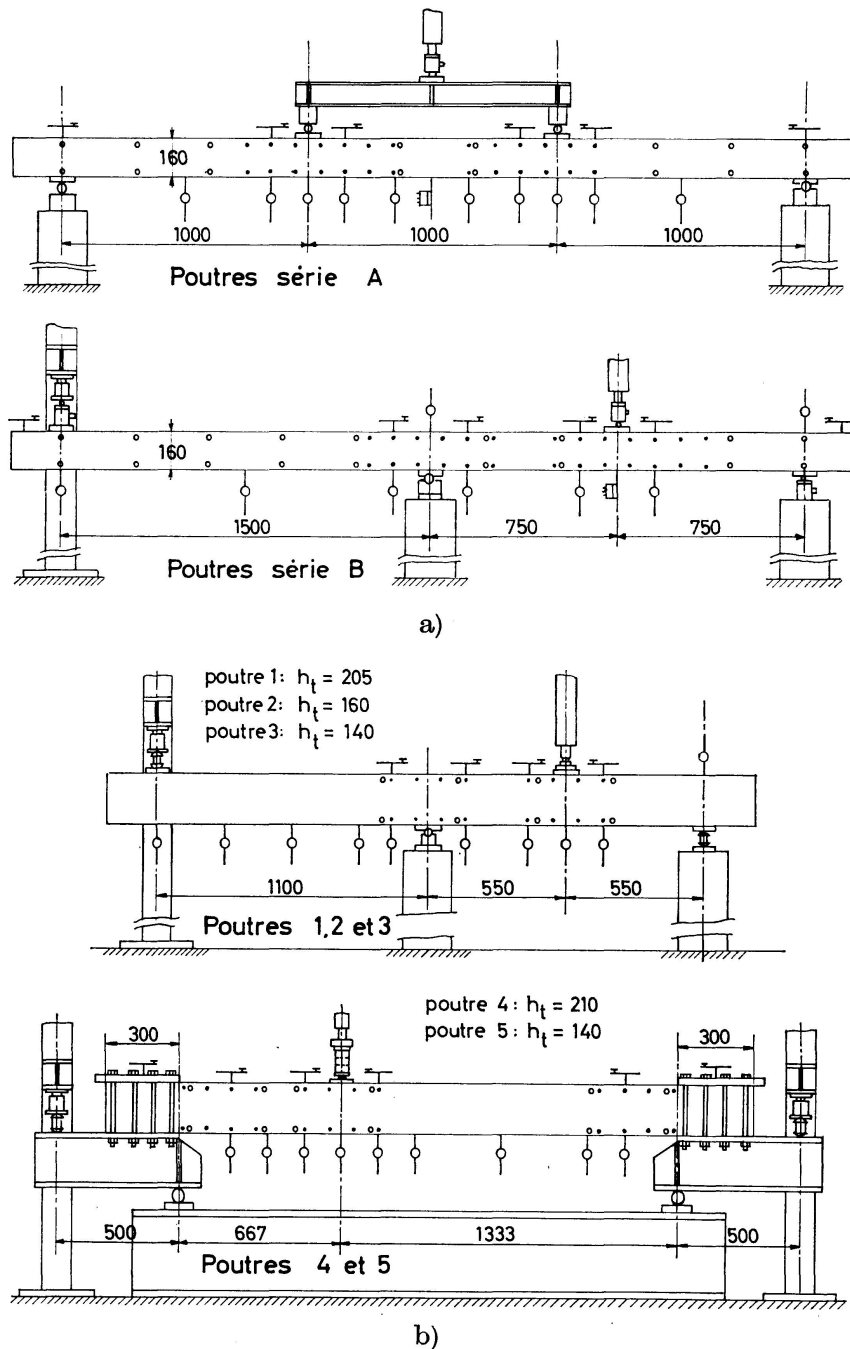


Fig. 9a et Fig. 9b. Dispositifs expérimentaux et appareils de mesure.

- la distribution des allongements ou raccourcissements à 2 cm des bords supérieur et inférieur, en vue de déterminer la distribution des courbures (bases de mesure: 10 ou 30 cm, comparateur au $\frac{1}{1000}$ mm);
- les déformations unitaires, au voisinage des sections critiques, des armatures et du béton comprimé (jauges ohmiques);
- la distribution et l'ouverture des fissures (microscope permettant d'apprécier le $\frac{1}{50}$ mm).

Le dispositif d'essais des poutres sur trois appuis armées d'aciers écrouis crénelés (fig. 9b) est le même que précédemment. L'encastrement élastique des poutres 4 et 5 a été obtenu en boulonnant les poutres à des profilés métalliques comme indiqué à la figure. Les moments d'encastrement également ont été mesurés par des appuis dynamométriques, et la déformabilité de ces encastrements au moyen de clinomètres.

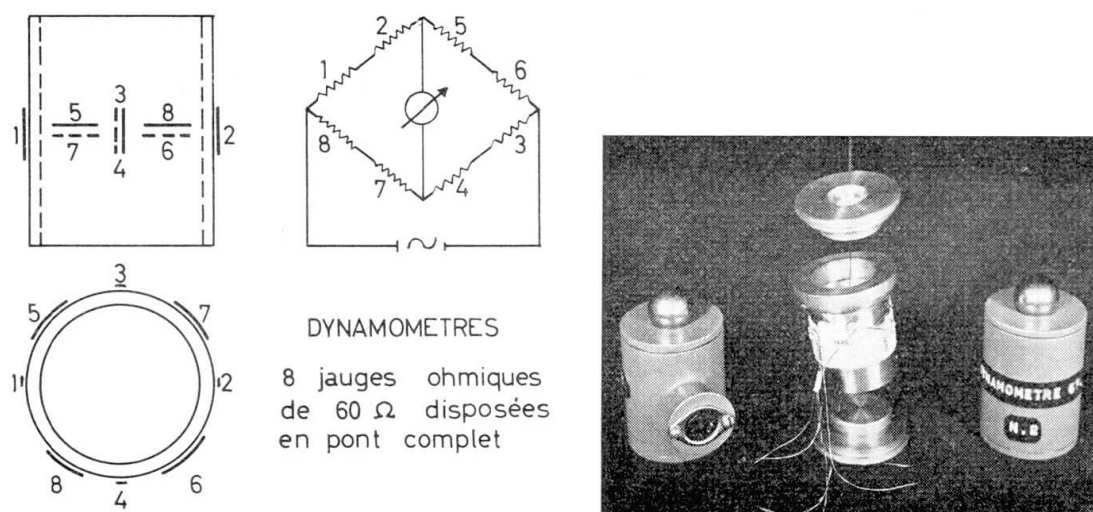


Fig. 10. Cellules dynamométriques.

Tableau I

Poutres N°	b cm	h cm	A cm ²	$\sigma_{0,2}$ kg/cm ²	σ_r kg/cm ²	$\sigma'_{cyl.}$ kg/cm ²	$\bar{\omega}_0$ %	$\bar{\omega}$	$\frac{M_0}{b h^2}$ kg/cm ²	M_0 kgm
1A, 1B	10	14	1,51	3450	4620	255	1,080	0,146	36,0	705
2A, 2B,	10	14	2,36	2590	3880	255	1,680	0,171	32,0	850
3A, 3B	10	14	3,39	2450	3790	255	2,420	0,233	40,5	1040
4A, 4B	10	14	1,32	4200	6870	215	0,713	0,139	29,8	1020
1	10	18,5	1,98	4365	6870	185	1,420	0,333	54,2	1063
2	10	14	2,64	4040	6600	185	2,200	0,480	69,0	994
3	10	19	1,32	4030	6510	245	0,695	0,114	28,5	1028
4	10	12	2,64	4040	6590	245	2,200	0,362	73,0	1050

2.4. Moments de rupture

Les valeurs des moments de rupture les plus probables ont été calculées par la méthode statistique proposée par BAUS [7] (tableau I). Compte tenu des écarts expérimentaux, nous avons préféré nous en tenir à cette méthode, qui donne des résultats qui coïncident sensiblement avec ceux donnés par la méthode du Comité Européen du Béton.

2.5. Charges limites

Si le moment de rupture M_0 a la même valeur pour toutes les sections critiques (c'est le cas de nos essais), et si la redistribution complète des moments a lieu, la charge limite d'une poutre sur trois appuis chargée au milieu d'une travée (fig. 11) vaut:

$$P_l = \frac{6 M_0}{l};$$

celle d'une poutre bi-encastée chargée au milieu d'une travée (fig. 12):

$$P_l = \frac{9 M_0}{l}.$$

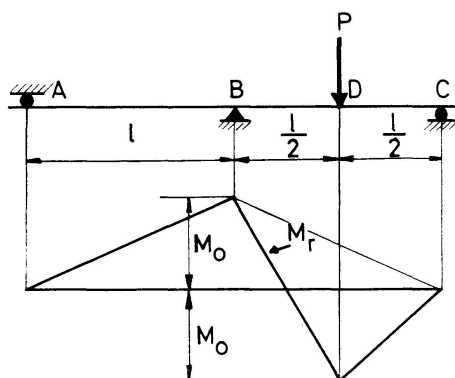


Fig. 11.

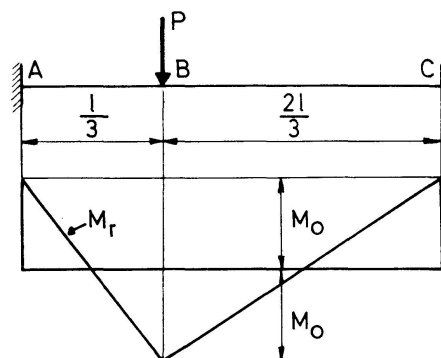


Fig. 12.

Fig. 11 et Fig. 12. Distribution des moments admises par la théorie des rotules plastiques.

2.6. Résultats des essais

2.6.1. Poutres armées d'aciers lisses à palier

Courbures. La figure 13 donne la distribution des courbures et leurs valeurs moyennes (dans la partie centrale) pour la poutre 1 A, dont le moment maximum atteint a été de 700 kgm. La fig. 14 donne les lois moments-courbures moyennes et moments-courbures maxima pour les poutres sollicitées en flexion pure (série A).

Ces figures montrent que la courbure est loin d'être uniforme dans le tiers central (moment constant): la courbure locale peut être notablement supérieure à la courbure moyenne, dès l'écoulement de l'acier.

La rupture d'une ossature en béton armé survient, en général, par excès de déformation du béton comprimé dans une section critique: elle dépend donc de la courbure locale dans cette section, et en fin de compte, pour les poutres à faible pourcentage mécanique, de l'ouverture maximum des fissures. La redistribution des moments dépend, elle, des déformations anélastiques totales qui se produisent au voisinage des sections critiques, c'est-à-dire à la fois de l'ouverture et de la répartition des fissures. Par suite du caractère aléatoire de la fissuration, les lois moments-rotations et les rotations plastiques admissibles doivent être déduites d'essais. Les calculs théoriques ne peuvent donner qu'un ordre de grandeur.

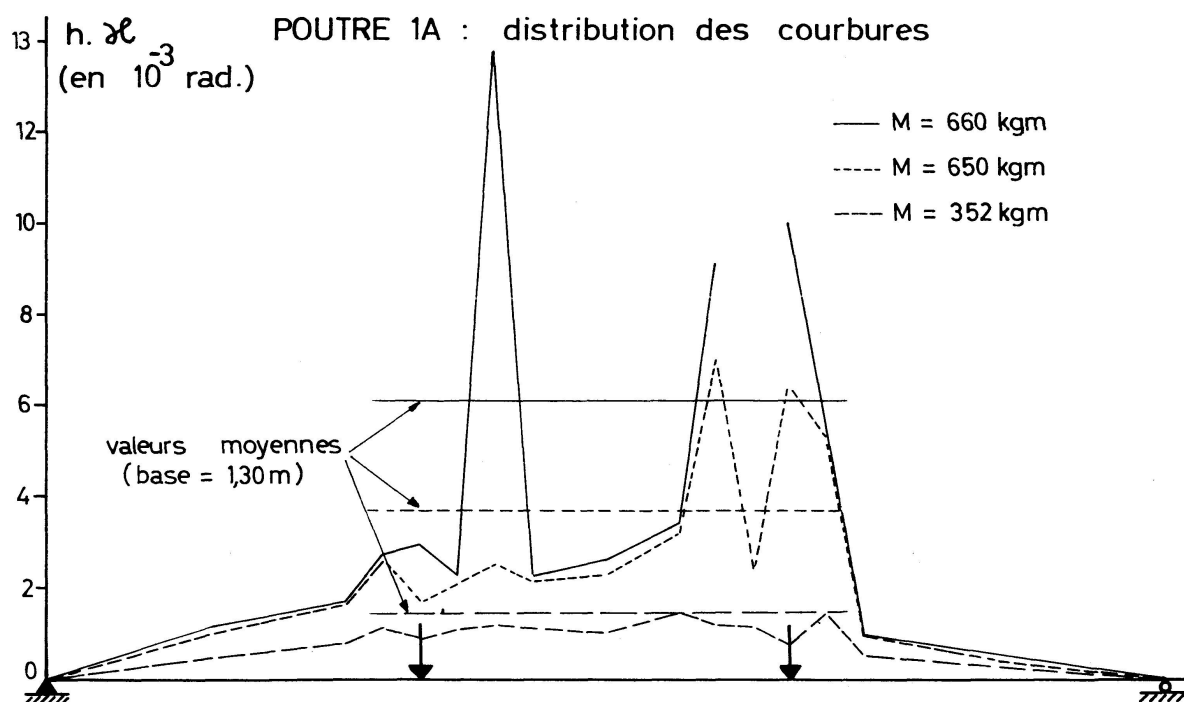


Fig. 13. Répartition des courbures dans une poutre faiblement armée (acier à palier) sollicitée en flexion pure.

La fig. 14 montre que, pour les poutres des séries *A* et *B*, l'hypothèse d'un diagramme moment-courbure à palier constitue une bonne approximation. La longueur de ce palier étant appréciable, on doit s'attendre à ce que l'application de la théorie des rotules plastiques aux poutres de la série *B* donne des résultats satisfaisants.

Moments. L'évolution théorique et expérimentale de la répartition des moments dans les poutres sur trois appuis de la série *B* est donnée aux figs. 15 et 16.

D'après la théorie rigide-plastique, les moments dans les sections critiques *B* et *D* sont égaux au moment de rupture; la droite en traits d'axes donne la charge de ruine en fonction de M_0 .

D'après la théorie élasto-plastique, la répartition des moments (en traits

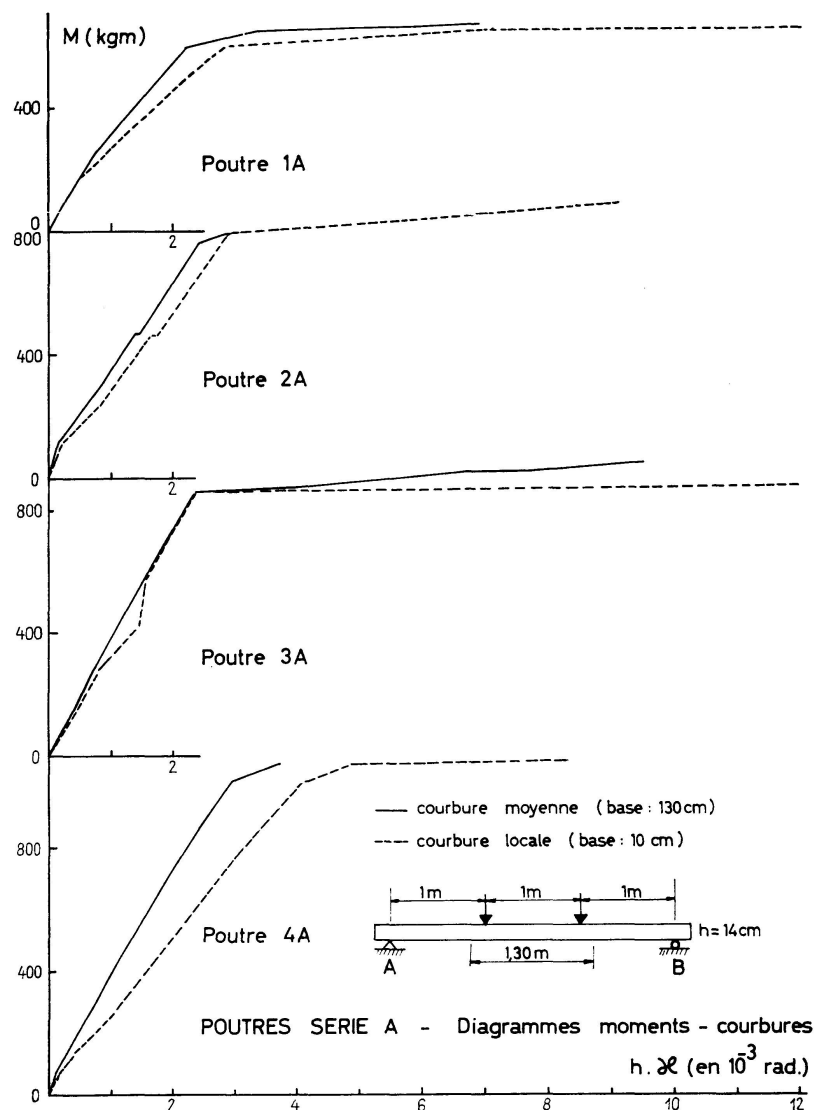


Fig. 14. Lois moments-courbures expérimentales.

discontinus) est d'abord élastique. La charge élastique maximum est atteinte dès que le moment en D vaut M_0 , où il se stabilise à cette valeur. Tout accroissement supplémentaire de la charge est repris uniquement par la section B , et les moments évoluent comme indiqué à la figure, jusqu'à ce que le moment en B soit égal à M_0 . La charge limite est alors atteinte.

Les courbes en traits continus donnent la répartition des moments réelle.

Ces diagrammes permettent d'observer que: pour la poutre 1 B (fig. 15a), la valeur expérimentale du moment de rupture est plus élevée que la valeur la plus probable. Les moments évoluent particulièrement bien comme l'indique la théorie des rotules plastiques. Par suite de l'écrouissage de l'acier, la charge de ruine effective peut dépasser la charge limite expérimentale (qui peut être déterminée de façon précise sur le diagramme). La redistribution des moments qui se produit avant que l'écoulement de l'acier soit atteint est, ici, assez faible, probablement par suite du petit diamètre des armatures.

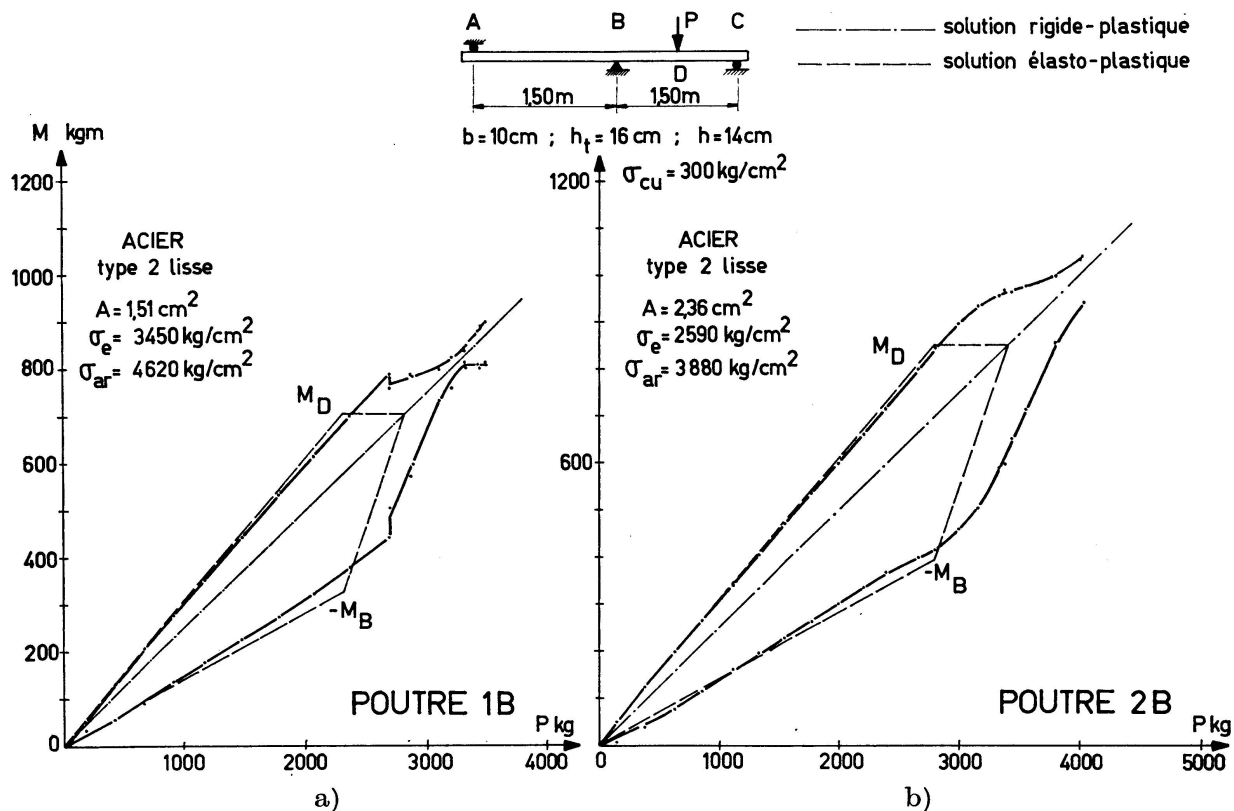


Fig. 15a et 15b. Evolutions (théorique et expérimentale) des moments dans les sections critiques des poutres 1 B et 2 B.

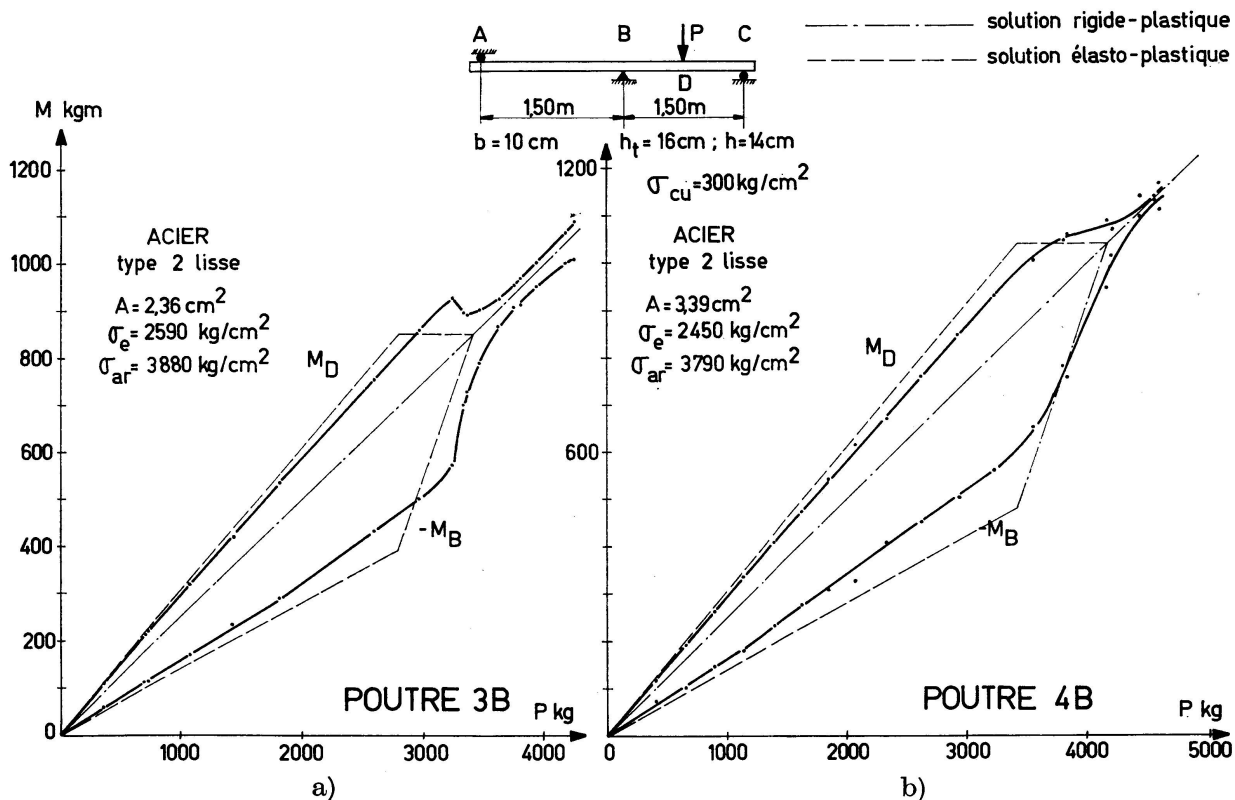


Fig. 16a et 16b. Evolutions (théorique et expérimentale) des moments dans les sections critiques des poutres 3 B et 4 B.

L'écroutissement de l'acier a également été atteint lors de l'essai de la poutre 2 B, mais de façon moins nettement marquée lors de l'essai de la poutre 3 B (fig. 16a), qui est en principe identique à la précédente.

Pour les poutres 3 B et 4 B, la redistribution des moments avant la formation de la première rotule plastique, est nettement marquée.

Flèches. Le diagramme flèche-charge d'une poutre sur trois appuis telle que celles des essais se compose, théoriquement, de trois segments de droite: le premier, valable lorsque toute la poutre se comporte encore élastiquement; le second, plus incliné, est valable dès qu'apparaît la rotule plastique en D; le troisième, horizontal, correspond à l'effondrement de la poutre, dès que la dernière rotule plastique se forme en B. L'intersection de ces droites permet de déterminer facilement, en principe, les valeurs caractéristiques de la charge pour lesquelles se forment les différentes rotules plastiques.

La fig. 17 donne l'enregistrement du diagramme flèche-charge des poutres 1 B à 4 B.

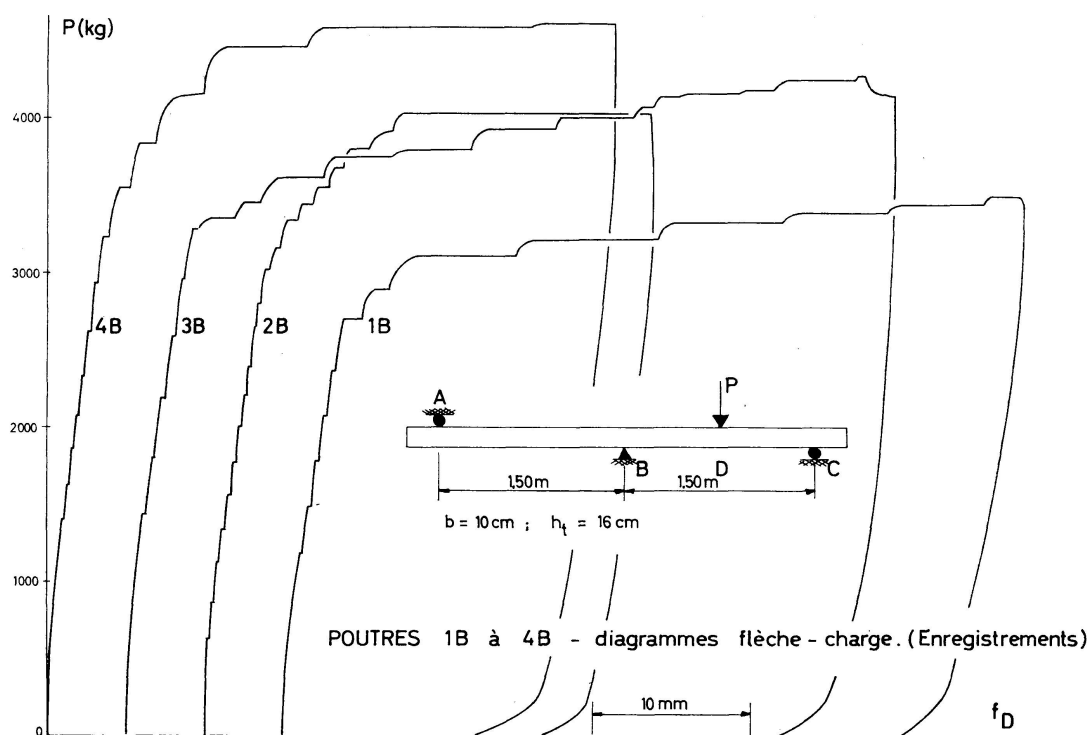


Fig. 17. Enregistrements flèches-charge (aciers à palier).

Conclusions. Les diagrammes moments-charge et flèches-charge précédents montrent que, pour des poutres à pourcentages mécaniques faibles armées d'aciers à palier, la distribution des moments évolue assez bien comme le prévoit la théorie des rotules plastiques. Par suite de l'écroutissement de l'acier, la charge de ruine peut dépasser la charge limite.

2.6.2. Poutres armées d'aciers crénelés écrouis

La fig. 18 montre que l'évolution réelle de la distribution des moments dans une poutre à faible pourcentage mécanique diffère essentiellement de l'évolution prévue par la théorie des rotules plastiques, par suite de l'écrouissage de l'acier.

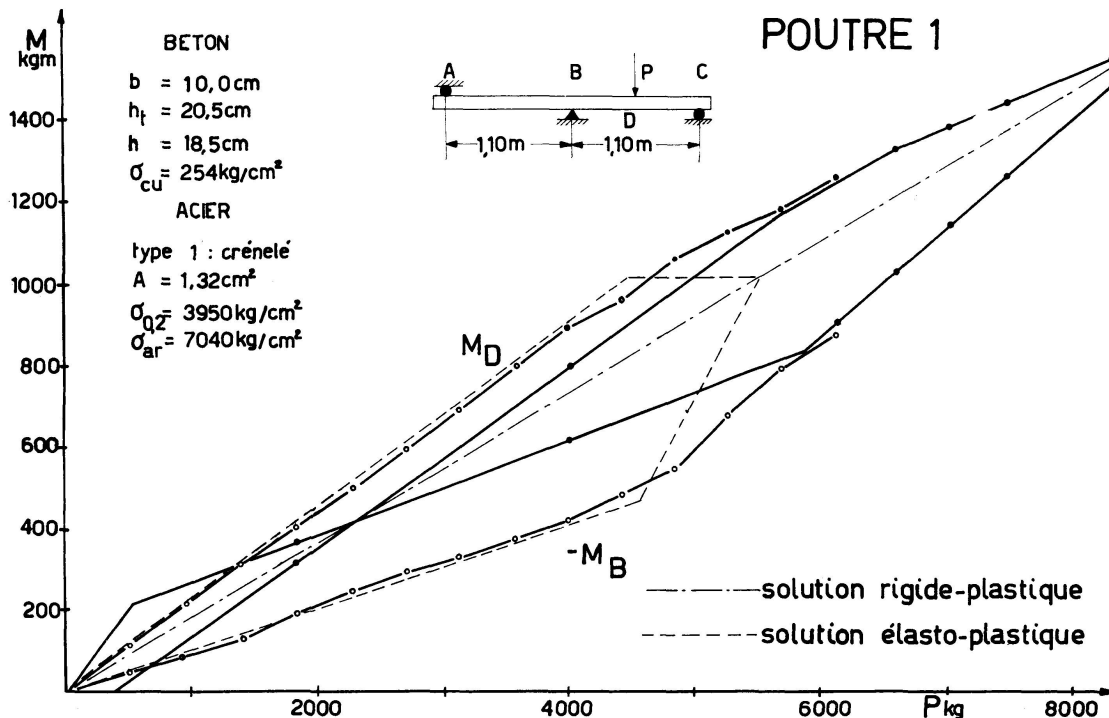


Fig. 18. Evolutions (théorique et expérimentale) des moments dans les sections critiques de la poutre 1.

Dès que le moment en D atteint le moment de rupture M_0 calculé à partir de la limite élastique à 0,2%, il apparaît des déformations anélastiques importantes, qui donnent lieu à une redistribution des moments. Les moments en B et D tendent bien à s'égaliser, comme l'indique la théorie rigide-plastique, mais pour une valeur du moment beaucoup plus élevée que M_0 . La ruine survient par éclatement du béton comprimé, et la charge de ruine est notablement plus élevée que la charge limite calculée par la théorie des rotules plastiques.

Lors de l'essai, après avoir atteint la valeur P^* de la charge, on a effectué un retour au zéro. La fig. 18 montre que la poutre s'est comportée élastiquement au déchargement et à la remise en charge, jusqu'à la valeur P^* .

Pour la poutre 1, la charge pour laquelle le moment M_0 est atteint en D est nettement marquée sur le diagramme flèches-charges (fig. 19).

Lors de l'essai de la poutre 2, une certaine redistribution des moments a eu lieu (fig. 21), mais la charge de rupture est inférieure à la charge limite. La rupture s'est produite, par éclatement du béton en D , avant que le moment M_0 soit atteint en B .

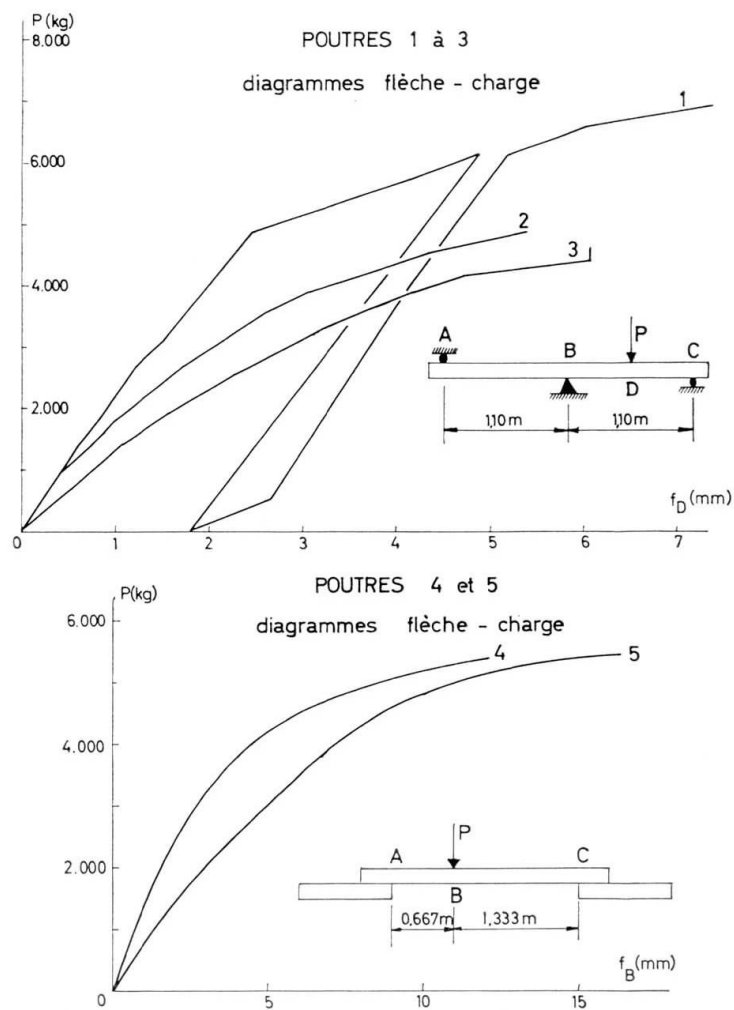


Fig. 19. Diagrammes flèche-charge (aciers écrouis).

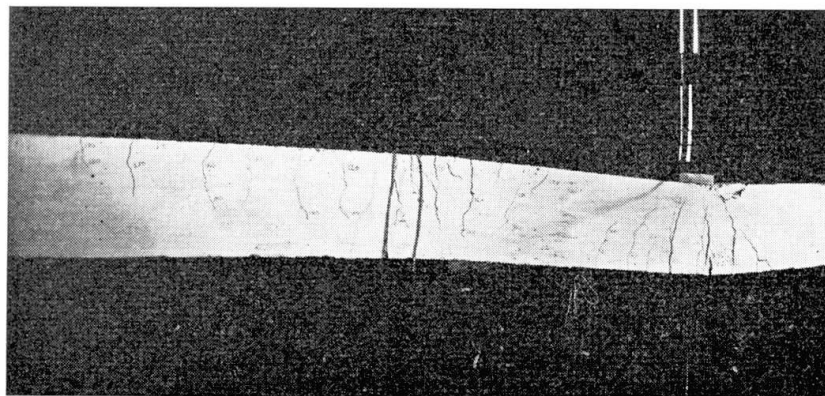


Fig. 20. Poutre 1 lors de la rupture.

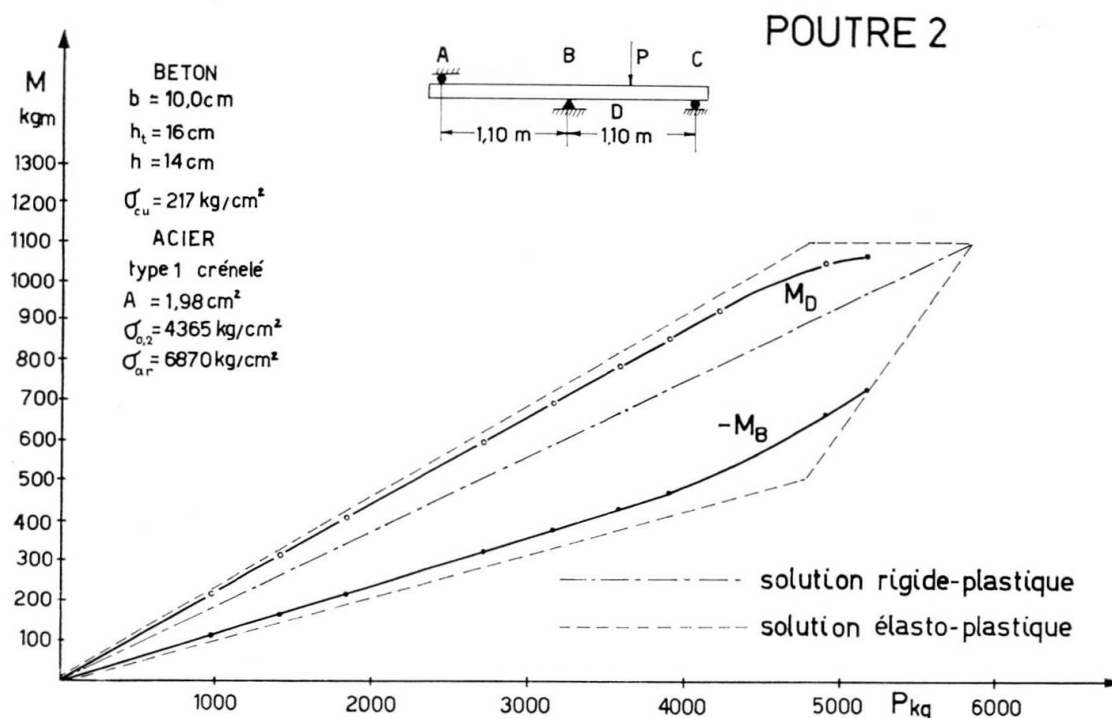


Fig. 21. Evolutions (théorique et expérimentale) des moments dans les sections critiques de la poutre 2.

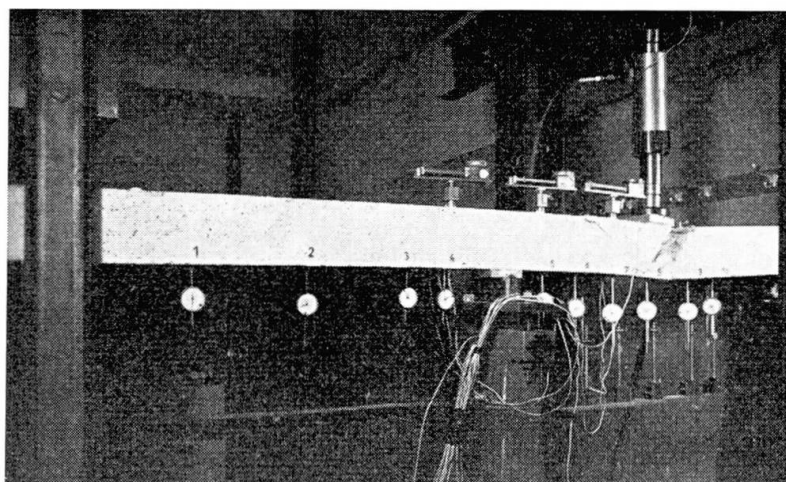


Fig. 22. Poutre 2 après rupture.

La poutre 3, qui est nettement à pourcentage mécanique élevé, n'a donné lieu à aucune redistribution des moments (fig. 23). La rupture (fig. 24) qui, par suite du frettage du béton (et, peut-être, à un défaut local) a été reportée en-dehors des sections de moment maximum, a présenté un caractère brusque.

La figure 25 donne une vue générale du montage d'essai des deux poutres encastrees élastiquement. Les moments et rotations d'encastrement ont été mesurés comme indiqué à la fig. 26. L'évolution élasto-plastique de la distribution des moments a été calculée en déduisant la rigidité des encastrements des diagrammes moments-rotations de la fig. 27, et en adoptant un module

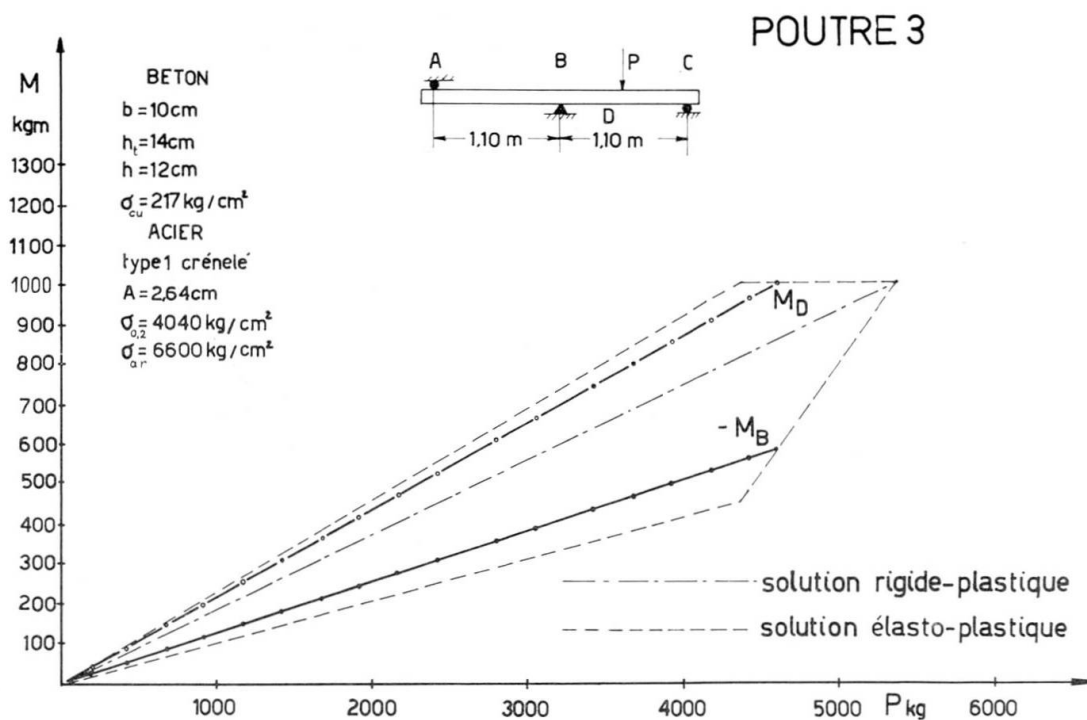


Fig. 23. Evolutions (théorique et expérimentale) des moments admis dans les sections critiques de la poutre 3.

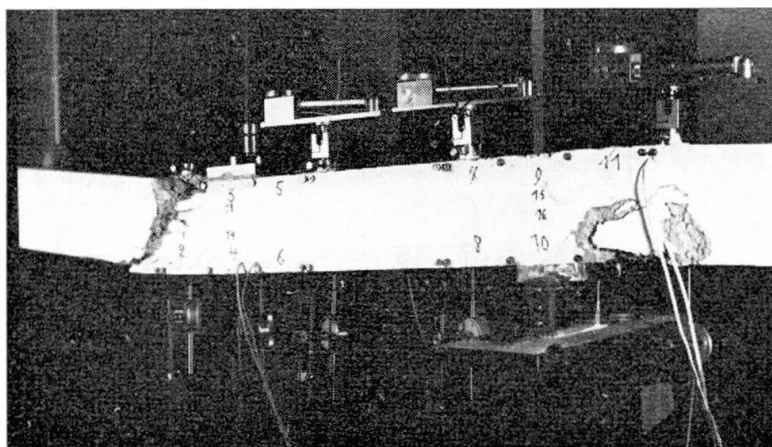


Fig. 24. Poutre 3 après rupture.

d'élasticité du béton égal à $200\,000\text{ kg/cm}^2$, et le moment d'inertie de la section pleine.

Pour un pourcentage mécanique faible (poutre 4), les moments dans les sections critiques A , B , et C tendent bien à s'égaliser (fig. 28), mais pour une valeur du moment plus élevée que M_0 . La charge de rupture dépasse notablement la charge limite calculée par la théorie des rotules plastiques.

Pour un pourcentage mécanique élevé (poutre 5), la rupture se produit avant l'égalisation des moments.

Conclusions. Les diagrammes moments-charges et flèches-charges précé-

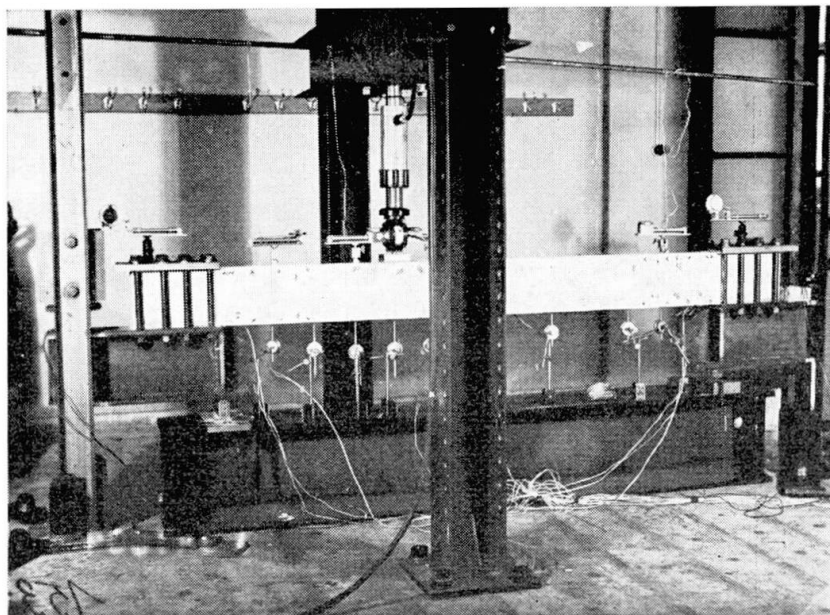


Fig. 25. Vue d'ensemble des dispositifs expérimentaux des poutres encastrées élastiquement.

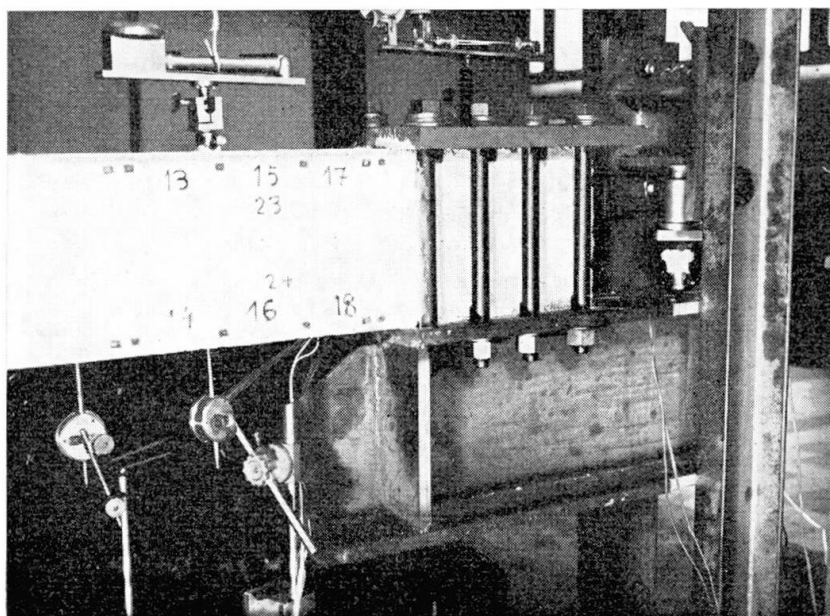


Fig. 26. Détail des encaastrements élastiques.

dents montrent que le comportement des poutres armées d'aciers crénelés écroûs diffère essentiellement de celui prévu par la théorie des rotules plastiques.

Pour un pourcentage mécanique faible, il y a une nette tendance à l'égalisation des moments dans les sections critiques; la charge de ruine est notablement plus élevée que la charge limite.

Pour un pourcentage mécanique élevé, la charge limite n'est pas atteinte.

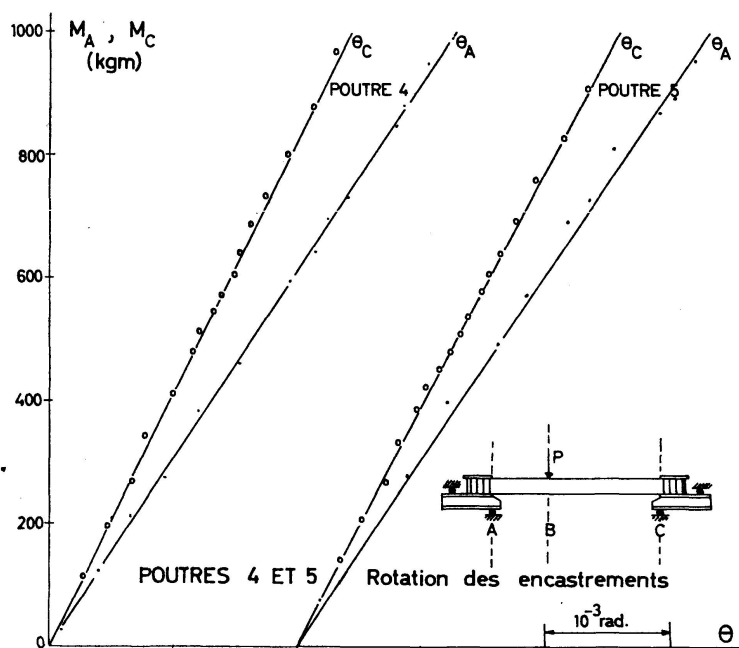


Fig. 27. Lois moments-rotations des encastrements élastiques.

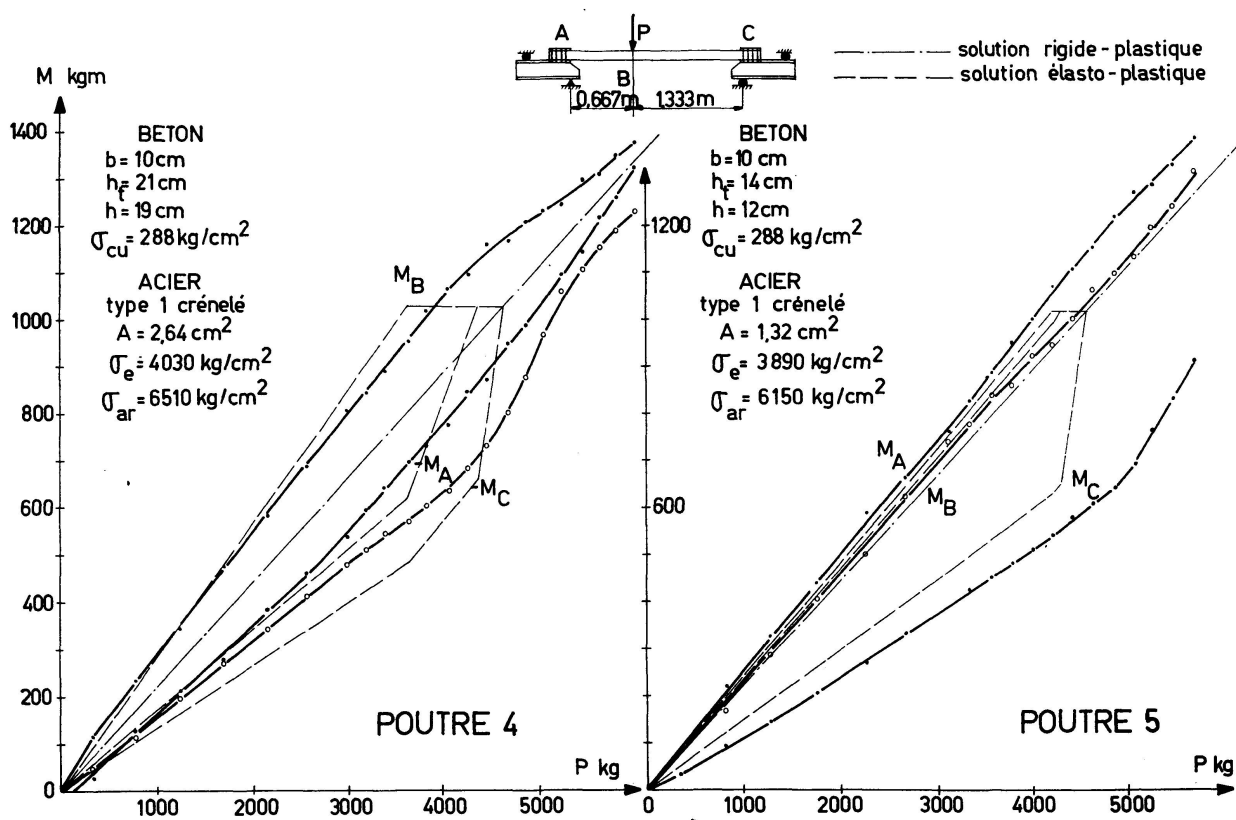


Fig. 28. Evolutions (théorique et expérimentale) des moments dans les sections critiques des poutres 4 et 5.

2.7. Résumé

Les résultats essentiels de cette étude expérimentale sont repris aux tableaux II et III.

Tableau II

Poutre N°	$\bar{\omega}$	M_{0th} kgm	M_{0exp} kgm	M ($w = 0,2$ mm) kgm	w_{max} mm	$\frac{M_{0exp}}{M_{0th}}$
1A	0,146	705	700	611	2,5	0,99
2A	0,171	850	770	728	2,5	0,91
3A	0,171	850	780	730	2,0	0,92
4A	0,233	1040	1084	1012	1,9	1,04

Tableau III

Poutre N°	$\bar{\omega}$	M_0 kgm	l m	P_e kg	P_l kg	P_r kg	P_s kg	P ($w = 0,1$ mm) kg	P ($\epsilon'_b = 3,5 \cdot 10^{-3}$) kg	ϵ'_{bmax} 10^{-3}	w_{max} mm	$\frac{P_l}{P_e}$	$\frac{P_r}{P_l}$
1 B	0,146	705	1,5	2.310	2.820	3.490	840	2080	2890	10,3	4,0	1,22	1,24
2 B	0,171	850	1,5	2.790	3.400	4.040	1160	2000	4040	3,5	5,8	1,22	1,19
3 B	0,171	850	1,5	2.790	3.400	4.250	1160	2960	3450	5,8	2,5	1,22	1,25
4 B	0,233	1040	1,5	3.410	4.160	4.600	1270	2070	3830	5,4	4,0	1,22	1,10
1	0,139	1020	1,1	4.570	5.560	8.350	1780	?	7040	8,2	6,5	1,22	1,50
2	0,334	1063	1,1	4.760	5.800	5.020	1250	3140	3900	4,5	0,5	1,22	0,87
3	0,480	994	1,1	4.710	5.420	4.610	1030	3420	4610	3,3	0,2	1,22	0,84
4	0,114	1028	2,0	3.610	4.620	6.000	1670	1685	4670	7,3	2,0	1,28	1,30
5	0,362	1015	2,0	4.210	4.570	5.670	1090	2660	4630	4,7	1,6	1,09	1,24

Les armatures des poutres 1 B à 4 B sont en acier lisse à palier; celles des poutres 1 à 5, en acier crénelé écroui.

$\bar{\omega}$ est le pourcentage mécanique;

M_0 le moment de rupture le plus probable;

l la portée d'une travée;

P_e la charge élastique maximum, calculée avec le moment M_0 ;

P_l la charge limite calculée par la théorie des rotules plastiques, calculée avec le moment M_0 ;

P_r la charge maximum atteinte;

P_s la charge de service calculée par la théorie classique des tensions admissibles;

w l'ouverture des fissures;

ϵ'_b le raccourcissement unitaire du béton.

La théorie des rotules plastiques permet de calculer la charge limite d'une ossature. On doit en plus s'assurer que, sous les charges de service, aucune rotule plastique n'est formée, et que l'ouverture des fissures n'est pas excessive.

Le tableau III montre que, pour les poutres de nos essais, la charge de service peut être même notablement plus élevée que celle calculée par la théorie classique des tensions admissibles.

3. Conclusions

Les conclusions essentielles qu'on peut tirer de nos essais d'orientation sont:

1. La théorie des rotules plastiques permet de prévoir l'évolution de la distribution des moments, dans les poutres en béton armé, lorsque le pourcentage mécanique est faible, si l'acier des armatures présente un palier. Le «pourcentage mécanique faible» en question doit se déterminer expérimentalement; il dépend, notamment, du degré de redistribution admis par la distribution arbitraire des moments à la ruine, et de la forme du diagramme des moments au voisinage des sections critiques.
2. La théorie des rotules plastiques (et les méthodes qui admettent un diagramme moment-rotation à palier), ne permet pas de prévoir l'évolution de la distribution des moments lorsque les poutres sont armées d'aciers écrouis. Pour ce type de poutres, les méthodes (celle de MACCHI notamment) qui vérifient la compatibilité des déformations par intégration du diagramme des courbures (la loi moment-courbure étant déterminée expérimentalement) permettent de mieux prévoir la charge de ruine.
3. La théorie de rotules plastiques ne peut être appliquée aux poutres ayant un pourcentage mécanique élevé, quel que soit le type d'acier des armatures.

Références

1. CH. MASSONNET et M. SAVE: Calcul plastique des constructions, vol. I: Ossatures planes (C.B.L.I.A., Bruxelles 1961).
 2. S. SAHLIN: Effect of Far-Advanced Compressive Strains of Concrete in Reinforced Concrete Beams Submitted to Bending Moments (Bulletin of the Division of Building Statics and Structural Engineering at the Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, Nr. 17, 1955).
 3. H. NYLANDER and S. SAHLIN: Investigation of Continuous Concrete Beams at Far Advanced Compressive Strains in Concrete (idem, Nr. 18, 1955).
 4. Y. GUYON: Béton Précontraint: Etude théorique et expérimentale, vol. II: Constructions hyperstatiques. (Eyrolles, Paris, 1958.)
 5. G. MACCHI: Etude expérimentale des poutres continues précontraintes dans le domaine plastique et à la rupture. (Second Congrès de la Fédération Internationale de la Précontrainte, Amsterdam, 1955.)
- Ridistribuzione dei momenti in campo anelastico e a rottura delle travi continue

precompresso. (Symposium sur la plasticità nella Scienza delle Costruzioni, Varenna 1956.)

6. A. L. L. BAKER: The Ultimate Load Theory Applied to the Design of Reinforced and Prestressed Concrete Frames. (Concrete Publications Ltd., London, 1956.)
- Ultimate Load Design of Concrete Structures. (Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Vol. 21, February 1962.)
7. R. BAUS: Contribution au calcul à la rupture du béton armé, Mémoires (nouvelle série) du C.E.R.E.S. n° 2, décembre 1961.
8. Comité Européen du Béton: Bulletins d'Information n° 28, 30, 32 et 34.

Résumé

Au moyen de quelques essais, on montre que la théorie des rotules plastiques ne peut être étendue, aux poutres hyperstatiques en béton armé, que dans le cas de pourcentages d'acier faibles, si l'acier présente un palier.

Même dans ce cas, l'effort normal peut provoquer, dans les ossatures, une rupture fragile, avant que la charge limite soit atteinte.

Zusammenfassung

Anhand von einigen Versuchen wird gezeigt, daß die Theorie der plastischen Gelenke nur im Falle geringer Armierungsgehalte und unter der Voraussetzung, daß der Stahl einen ausgesprochenen Fließbereich besitzt, auf statisch unbestimmte Stahlbetonträger ausgedehnt werden kann. Sogar in diesem Fall kann die Normalkraft im Tragwerk Sprödbrüche verursachen, bevor die Grenzlast erreicht ist.

Summary

It is shown with a series of tests that the plastic hinge theory applies to statically indeterminate reinforced concrete beams only when the steel percentage is low and when the steel has a pronounced yield range.

Even then, normal stress may cause brittle failure of structures before the limit load is reached.

Leere Seite
Blank page
Page vide