

Zeitschrift: Bulletins des séances de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Band: 1 (1842-1846)
Heft: 9

Vereinsnachrichten: Séance générale du 18 juillet 1845

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 22.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SÉANCE GÉNÉRALE DU 18 JUILLET 1845.

Présidence de M. de Fellenberg.

Cette séance est consacrée aux affaires relatives à la prochaine réunion à Genève de la Société helvétique des sciences naturelles.

M. le professeur *J. Gay* lit les observations suivantes sur les équations de la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

« Ce cas de l'équation générale du second degré, à une seule inconnue, est traité dans les *Leçons d'algèbre* de M. Lefébure de Fourcy d'une manière qui n'est pas exacte.

» Il est conduit à conclure qu'une équation du premier degré peut, dans un cas particulier, avoir trois racines; ce qui est évidemment impossible.

» Avant de m'occuper de l'équation, je démontrerai un lemme qui me sera nécessaire.

» Si l'on a l'équation $F(x) = 0$, que l'on multiplie ses deux membres par une même fonction de x , $f(x)$, on aura $F(x)f(x) = 0$; et comme cette équation peut être satisfaite à la fois par les racines de $F(x) = 0$ et par celles de $f(x) = 0$, on en conclut que la multiplication par $f(x)$ a introduit dans l'équation primitive toutes les racines données par $f(x) = 0$. Cela est vrai quelle que soit la forme de la fonction $f(x)$;

donc en multipliant $F(x) = 0$ par $\frac{1}{\phi(x)}$; ce qui donne

$\frac{F(x)}{\phi(x)} = 0$; on aura introduit les racines données par

$\frac{1}{\phi(x)} = 0$, ou $\phi(x) = \infty$. Ces racines sont toutes infinies si $\phi(x)$ est un polynome algébrique entier. Dans les cas où il

n'est pas algébrique et où il n'est pas entier, les racines de $e(x) = \infty$ ne sont pas nécessairement infinies.

» Ce lemme nous apprend ce qu'il faut faire pour résoudre une équation qui a x en dénominateur, lorsque l'on ne veut, ni introduire des racines, ni en omettre. Il faut réduire tous les termes au même dénominateur, en prenant pour dénominateur commun le plus petit multiple commun à tous les dénominateurs; ce qui conduit à une équation de la forme $\frac{F(x)}{f(x)} = 0$, dont toutes les racines s'obtiennent en résolvant les deux équations $F(x) = 0$ et $f(x) = \infty$.

» Soit maintenant l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ traitée de la manière suivante par M. Lefebure de Fourcy :

» On peut la mettre sous la forme $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$,

d'où l'on tire $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, valeurs qui, pour $a = 0$, deviennent $x = \frac{0}{0}$ et $x = -\frac{2b}{0}$.

» Il est facile de voir que la valeur de x qui se présente sous la forme $\frac{0}{0}$ a pour véritable valeur $-\frac{c}{b}$, valeur qui est celle que l'on obtient, lorsque, après avoir fait $a = 0$ dans la proposée, on en tire la valeur de x .

» Ensuite l'auteur que je cite fait remarquer que, dans la valeur $-\frac{2b}{0}$, 0 pouvant être considéré comme la limite de quantités croissantes ou de quantités décroissantes, doit avoir, ainsi que la valeur de x , le signe \pm , ensorte que l'on a $x = \pm \infty$.

» Cette remarque n'est pas juste; car suivant que a est positif ou négatif avant de devenir nul, on a deux équations

tions distinctes, qui conduisent, après avoir fait $a = 0$, à deux équations qui sont aussi distinctes, dont l'une a pour racine, en supposant b positif, $-\infty$, et l'autre $+\infty$; l'inverse aurait lieu si b était négatif. De plus, nous pourrions toujours supposer a positif, et par conséquent 0 la limite d'une quantité décroissante; ce qui reporte le changement de signe sur b , et ne donne jamais qu'une racine infinie pour chaque cas particulier.

» Trois racines pour une équation du premier degré, car pour $a = 0$ la proposée devient une équation du premier degré, amènent l'auteur à les expliquer; non pas à expliquer le paradoxe, mais à faire voir que ces trois racines satisfont bien à la proposée. Voici comment il s'y prend: il multiplie l'équation par $\frac{1}{x^2}$, ce qui lui donne la forme $\frac{-bx - c}{x^2} = a$, et pour $a = 0$, $\frac{-bx - c}{x^2} = 0$; équation qui est satisfaite par $-bx - c = 0$, et par $x^2 = \infty$. Ce qui donne les trois racines $x = -\frac{c}{b}$ et $x = \pm\infty$.

» Il semblerait au premier abord que ces trois racines satisfont à l'équation; mais cela n'est pas, car les deux racines $\pm\infty$ ne sont pas des racines de la proposée, mais des racines introduites par la multiplication par $\frac{1}{x^2}$; en sorte qu'au lieu de trouver ici la preuve que l'équation proposée a trois racines lorsque $a = 0$, j'y trouve au contraire celle qu'elle n'en a qu'une. En effet, si l'on applique la règle donnée plus haut pour la réduction au même dénominateur, à l'équation $\frac{-bx - c}{x^2} = a$, on trouve qu'elle a quatre racines, dont deux sont données par la proposée $ax^2 + bx + c = 0$, et deux ont été introduites

lorsqu'on a multiplié par $\frac{1}{x^2}$. Si maintenant $a = 0$, il n'y a plus que trois racines, l'une donnée par $-bx - c = 0$, et les deux autres par $x^2 = \pm \infty$; ces deux dernières ayant été introduites, il n'en reste plus qu'une pour la proposée.

» Il résulte de ce que nous venons de voir, que lorsque l'on prend l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, qu'on la résout, et qu'ensuite on fait $a = 0$ dans la valeur des x ; on trouve deux racines, dont l'une est la racine l'équation $bx + c = 0$, et l'autre infinie. Nous arrivons donc à un paradoxe, car nous trouvons deux racines pour une équation du premier degré. D'où vient ce paradoxe? Il vient de l'erreur que l'on commet en considérant l'infini comme racine d'une équation. A mesure que a décroît l'une des racines augmente; abstraction faite de son signe, elle augmente sans limite, et lorsque $a = 0$ elle est infinie, c'est-à-dire que l'on ne peut plus trouver une quantité assez grande qui puisse satisfaire à l'équation, et que par conséquent il n'y a plus qu'une racine, qui est $-\frac{c}{b}$; c'est ce que nous avons déjà vu en

mettant l'équation sous la forme $\frac{-bx - c}{x^2} = a$, qui, lorsque $a = 0$, n'a plus que trois racines, ce qui en donne une seule pour la proposée. Dans ce cas l'infini nous indique une véritable impossibilité. Quelle conclusion devons-nous tirer de là? C'est qu'étant parti de la formule qui donne les solutions de l'équation du second degré, pour l'appliquer à une équation du premier degré, qui en était un cas particulier, nous sommes partis de la supposition que cette équation du premier degré aurait deux racines. L'une des deux racines données par la formule générale de-

vient infinie; cela nous indique que notre supposition était fausse, et que notre équation n'a bien réellement qu'une racine. Ce même raisonnement nous rend compte de ce qui se passe lorsque $a = 0$ et $b = 0$; car alors il n'y a plus d'équation et les deux racines deviennent infinies, c'est-à-dire qu'elles n'existent plus ni l'une ni l'autre.

» On pourrait objecter à cette interprétation des racines infinies, le cas où, par exemple, cherchant un arc, cet arc est donné par sa tangente, car alors une racine infinie aurait un sens parfaitement déterminé. C'est pourquoi j'ajoute immédiatement, quoique cela sorte de mon sujet, que les racines infinies doivent être considérées comme des racines, lorsque l'infini se présente comme valeur d'une inconnue auxiliaire, et que, dans le cas particulier où cette inconnue auxiliaire devient infinie, on a une relation déterminée entre elle et l'inconnue principale. »

Sont reçus membres de la Société Vaudoise :

MM. *Rogivue*, docteur-médecin.

Borgeaud, instituteur.

Ouvrage reçu : *Notice sur la vie et les ouvrages d'Augustin-Pyramus de Candolle*; par M. le prof. DE LA RIVE.

SÉANCE GÉNÉRALE DU 12 NOVEMBRE 1845.

Présidence de M. de Fellenberg.

M. *Blanchet* rend compte de quelque faits curieux qu'il a observés ou appris à l'occasion d'une visite à la pêcherie de la *poissine*. Dans cette pêcherie, l'on prend en Octobre et