

**Zeitschrift:** Bulletins des séances de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Herausgeber:** Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Band:** 3 (1849-1854)  
**Heft:** 20

**Vereinsnachrichten:** Séances de l'année 1849

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 22.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

---

# SOCIÉTÉ VAUDOISE DES SCIENCES NATURELLES.

---

BULLETIN N° 20. — TOME III. — ANNÉE 1849.

---

*Séance du 17 janvier 1849.* — La Société reçoit : 1° De la Société des Sciences naturelles de Neuchâtel, le *Bulletin des séances* de cette Société, dès le 25 novembre 1847 au 24 février 1848; — 2° de la Société des Sciences naturelles de Berne : *Mittheilungen*, etc.; N°s 138 à 143.

*Séance du 7 février 1849.* — M. le D<sup>r</sup> Chavannes rapporte qu'il a examiné des ossements trouvés près d'Echallens, et recueillis par M. Troyon. Ces débris, peu profondément enfouis dans un terrain sablonneux, appartiennent à l'homme et à des animaux domestiques. Deux mâchoires avaient appartenu à des vieillards très-âgés. Des lames de couteaux et des broches trouvées avec eux, font remonter leur origine au 6<sup>me</sup> ou 7<sup>me</sup> siècle. Leur présence paraît due à la destruction d'un campement surpris par des ennemis.

La Société a reçu de la Société libre d'émulation du Doubs le 3<sup>me</sup> volume, tome I<sup>er</sup>, 1<sup>re</sup> et 2<sup>e</sup> livraison (1847) de ses *Mémoires*.

*Extrait de la Table des matières.* — Constitution géologique et chimiques des roches des Vosges; par A. Delesse. — Géologie des environs de Bezençon; par J. Pidancet. — Analyse mécanique et fusion de quelques roches; par A. Delesse. — Sur le titane et ses combinaisons; par A. Demoly. — Géologie de la Dole; par Pidancet et Lory. — Relation des terrains neocomien et jurassique, près Ste. Croix; par Pidancet et Lory. — Catalogue des lépidoptères du Doubs (suite); par T. Bruand.

*Séance du 21 février 1849.* — MM. Burnier, à Morges; Dufour, à Orbe, et Campiche, D<sup>r</sup>, à Ste. Croix, sont reçus membres ordinaires de la Société.

*Séance du 4 avril 1849.* — M. le professeur de Fellenberg, à Berne, adresse à la Société un résumé du travail analytique qu'il a fait sur les *Eaux du Gurnigel* (canton de Berne). Ce travail, publié dans les *Mittheilungen* de la Société de Berne<sup>1</sup>, établit une certaine analogie de composition entre l'eau de l'Alliaz<sup>2</sup> et celle du Gurnigel (Stock), avec cette différence que la présence des hyposulfites a été clairement constatée dans cette dernière. Le même membre rapporte qu'il a de rechef obtenu de la *distillation des feuilles de pêchier* une eau fortement chargée d'acide prussique et

<sup>1</sup> N°s 152-155. — <sup>2</sup> Voir Bulletin N° 14.

se conservant fort bien en magasin. Dans un autre travail entrepris, M. de Fellenberg se propose d'établir de quelle manière le sulfate de chaux des molasses marines des environs de Berne réagit sur le carbonate de magnésie, contenu dans les eaux pluviales, pour y produire des efflorescences de sulfate de magnésie



M. Ph. Delaharpe lit quelques réflexions sur le meilleur réactif pour la *précipitation de l'or* à l'état métallique. Il mentionne les imperfections du procédé de Rose et démontre que l'acide sulfureux doit avoir la préférence. Ses expériences ont été faites dans le laboratoire de M. le professeur Brunner, à Berne, et sous ses yeux (voir Mittheil. de Berne, n<sup>os</sup> 152-155).

M. Campiche adresse à la Société 4 pétrifications rares, des environs de Ste. Croix : *Pygurus rostratus* (neocomien), *Nerine*..... (neocomien), *Terebratula*.... (grès-vert), *Prosopon tuberosum* (gault). Ces fossiles, examinés par M. C. Lardy, lui ont paru se rapporter l'un à la *Nerine scalaris*, Goldfuss, fig. 175; l'autre à la *Terebratula perovalis*, Roem., ou à l'*ampulla*, Broc., ou à la *giganthea*, Encycl. m.

La Société reçoit de la Société de Berne : *Mittheilungen*; N<sup>os</sup> 144-149.

*Extrait de la Table.* — De la répartition verticale des animaux microscopiques vivants; par Perty.

*Séance du 18 avril 1849.* — M. Burnier, professeur à Morges, lit la notice suivante :

« Lorsqu'on ne possède aucun des instruments de précision en usage dans l'astronomie, et que, dans un but quelconque, on veut déterminer l'heure d'après le cours du soleil, on a à sa disposition plusieurs procédés indiqués dans les traités élémentaires. Mais quand on en vient à l'exécution, on est arrêté par divers détails embarrassants, et surtout par la crainte de n'obtenir qu'une approximation fort douteuse; ce furent du moins les impressions que j'éprouvai lorsque je voulus employer ces procédés pour le tracé d'une méridienne du temps moyen.

» J'eus alors l'idée d'utiliser dans ce but la triangulation de notre pays, ou un grand nombre de points de position sont donnés par leurs coordonnées géographiques. On peut, en effet, connaissant la latitude de deux points et leur différence en longitude, calculer l'azimut de l'un d'eux sur l'horison de l'autre. Sans entrer dans les détails de ce calcul, je dirai seulement qu'il faut tenir compte de l'appâtissement de la terre, sous peine d'avoir plusieurs minutes d'erreur sur l'azimut cherché; on tâchera, de plus, d'avoir deux points de visée au moins, afin que l'angle compris serve de vérification.

» Dans l'application locale que je fis de ce procédé, j'avais quatre points de visée, l'Oldenhorn, la Tour-de-Gourze, le Moléson et la Cathédrale de Lausanne; je traçai les angles sur une planchette au moyen d'une alidade à lunette et je les mesurai par leurs cordes prises dans un grand rayon. Le résultat fut satisfaisant surtout pour les deux premiers points, puisque l'angle observé ne différa de l'angle calculé que d'une minute. Le Moléson et Lausanne rapportés à l'Oldenhorn, me donnèrent des écarts de deux minutes, en plus et en moins, ce qui ne m'étonna pas beaucoup, puisque le sommet du Moléson était trop arrondi pour servir de point de visée, et que Lausanne était trop rapproché pour que les erreurs des coordonnées n'eussent pas une grande influence sur l'azimut.

» Enfin, il me semble que les commissaires arpenteurs pourraient utiliser cette même triangulation pour déterminer la déclinaison de l'aiguille aimantée; ils n'auraient qu'à observer avec leur boussole l'azimut magnétique d'un côté; la différence avec l'azimut géodésique serait la déclinaison.

» Voici maintenant un autre procédé pour obtenir le midi vrai, que j'ai imaginé dernièrement et qui, peut-être, est nouveau<sup>1</sup>.

» Une caisse oblongue est placée dans la direction du soleil,  $S$  (fig. 1), alors qu'il est peu élevé sur l'horizon; la face antérieure, c'est-à-dire celle qui est éclairée, est percée de deux trous ronds,  $A$  et  $B$ , situés sur la même verticale, l'un en haut, l'autre en bas. Sur le fond se trouve une surface horizontale réfléchissante,  $MN$ , telle que celle d'un liquide en repos. Il résulte de cette disposition que les rayons solaires,  $SAD$ ,  $SBCD$ , iront former sur la face postérieure de la caisse, deux images lumineuses, l'une directe et l'autre réfléchie; et l'on comprend facilement que, par le mouvement vertical du soleil, ces deux images marcheront en sens contraire: il y aura donc un moment où elles se superposeront et après lequel elles se sépareront. C'est précisément ce moment qu'indique l'appareil. La face postérieure est formée par une surface cylindrique ayant pour axe la verticale  $AB$ , passant par les deux trous, une feuille de papier mince est fixée sur cette face  $rr'$ ; sur elle viennent se former les deux images; on les y observe commodément par transparence. Soient  $a$  le rayon de ce cylindre ou la longueur de la caisse,  $H$  et  $h$  les distances verticales des centres des trous au-dessus de la surface  $MN$ ; on verra que la tangente de la hauteur du soleil au moment de la superposition des images, est donnée par  $\frac{H + h}{2a}$ . En sorte que cette hauteur sera toujours

<sup>1</sup> Voir la note à la fin.

la même, quel que soit la saison, pourvu que  $a$ ,  $H$  et  $h$  restent les mêmes.

» Afin de mieux exposer la manière dont ces conditions sont remplies, je donnerai quelques détails sur l'appareil tel que je l'ai fait exécuter. Le fond de la caisse n'est pas lié au reste de l'appareil; il consiste dans une planchette  $EF$ ; sur elle se fixe un cadre  $gg'$ , garni intérieurement de fer-blanc; c'est dans l'intérieur de ce vide que l'on verse l'eau qui doit former la surface réfléchissante; je me sers de ce liquide pour niveller la planche du fond. De petits conduits de fer-blanc traversent le cadre et les parois, et se relèvent un peu plus loin, de manière à me donner deux niveaux-d'eau disposés dans deux sens rectangulaires. Les parois verticales et le couvercle sont en bois; la face antérieure est formée par une feuille de fer-blanc bien dressée; la face postérieure est aussi en fer-blanc; un espace convenable  $rr'$  y est ménagé pour y coller le papier sur lequel se forment les images lumineuses. Lorsque le fond est nivelé, on place au-dessus l'autre portion de l'appareil; on s'assure de plus qu'il est orienté de manière que la superposition des images se fasse à peu près au milieu de la largeur de la face postérieure, chose assez facile, parce que le mouvement azimutal du soleil est ralenti lorsque sa hauteur est petite. Il me paraît que l'invariabilité des éléments  $a$ ,  $H$  et  $h$  est assurée, si l'on verse toujours la même quantité d'eau, si l'on nivelle le fond, ce qui détermine la position des parois; enfin, si l'on fait ensorte que la superposition des images ait lieu à peu près au même point du papier, ce qui rend l'instrument indépendant de l'irrégularité de la surface cylindrique.

» L'instant de la coïncidence s'obtiendra avec plus de précision si l'on observe le moment où les images commencent à se toucher et celui où elles se séparent. Cette précision serait assez grande sans l'inconvénient de la pénombre, puisque la vitesse relative est la somme des vitesses absolues de chaque image; cette vitesse varie avec les saisons, sans s'écarter beaucoup de son maximum, qui est de 8 millièmes, pour  $a$  égal à l'unité et une hauteur constante de 15 degrés.

» L'emploi immédiat de cet appareil est la détermination du midi par la méthode des hauteurs correspondantes, en tenant compte, bien entendu, de l'équation. Mais au moyen d'observations consécutives et répétées, on pourra connaître la marche de la montre et par suite l'heure au moment de la coïncidence; on calculera alors la hauteur du soleil d'après l'angle horaire, et, comme cette hauteur donnée par l'instrument est constante, on pourra établir une table donnant à vue l'angle horaire pour chaque déclinaison et pour une latitude donnée. »

Une lettre de M. de Charpentier, directeur des mines de Bex, adressée à M. Bischoff, rend compte des différences que présente l'analyse des eaux-mères des salines de Bex, entreprise par ce dernier, comparée à celle exécutée par M. P. Morin, de Genève<sup>1</sup>. Depuis le commencement de l'année 1847 on a abandonné l'exploitation des sources qui fournissaient une trop grande quantité de chlorure de calcium, de là vient que ce sel, trouvé en grande abondance dans l'eau mère avant cette époque, n'y existe plus actuellement.

M. De la Harpe, D<sup>r</sup>, fait lecture d'une lettre qu'il adresse au Rédacteur du journal suisse de médecine et de chirurgie, dans laquelle il rapporte un cas très-particulier de menace d'asphyxie spontanée opérée par la retroversion de l'épiglotte engagée dans l'orifice du larynx. La réposition de l'épiglotte, au moyen du doigt, fit cesser à l'instant des accidents effrayants. M. De la Harpe pense que cet accident n'a pas encore été consigné dans les archives de la science.

Dans cette séance la Société reçoit : 1° *De l'Académie royale d'Irlande : Transaction of the roy. irish Academ.* Vol. XXI. p. 1 et 2. 4°. Dublin, 1846-48; — *Proceedings*, id. id. Vol. III. p. 1 et 2. 8°. Dublin, 1844-46; — 2° *De Monsieur Delezenne : Mémoire* sur les principes fondamentaux de la musique (extrait des mémoires de la Société des sciences de l'agric. et des arts de Lille); 8°. Lille.

*Séance du 6 juin 1849.* — Lecture d'une lettre de M. le prof. Wartmann, à Genève, annonçant un 2<sup>e</sup> mémoire sur le Daltonisme. Après avoir donné l'analyse de ce mémoire, l'auteur conclut que « le Daltonisme a pour cause une élasticité anormale de la rétine. » Cette membrane est affectée semblablement par deux ou plusieurs rayons colorés, ce qui entraîne la confusion de ces couleurs<sup>2</sup>. »

M. De la Harpe présente un épi *d'hordeum distichon* modifié, recueilli dans un champ de la montagne, semé d'*hexastichon* : L'influence du sol et du climat lui paraissent expliquer cette transformation de l'épi par un excès de végétation dirigée sur les feuilles et la tige au dépend de l'épi.

M. le D<sup>r</sup> A. Chavannes place sous les yeux de la Société des échantillons de lépidoptères appartenant au genre *Papilio*, provenant du Brésil. Il résulte de ses observations que la synonymie de 6 des espèces appartenant à ce genre doit être complètement chan-

<sup>1</sup> Voir Bulletin N° 19, page 374.

<sup>2</sup> Deuxième mémoire sur le Daltonisme ou la Dyschromatopsie; par E. Wartmann. 4°. Genève, 1849.

gée et ramenée à ne former que 3 espèces; le mâle et la femelle portant dans chacune d'elles un nom différent. *Pap. Proteus* comprend *P. Proteus*, ♂, et *P. Nephalion*, ♀. Bdv. (Suites à Buffon, lépid. t. I.) — *Pap. Polymetus* renferme *P. Polymetus*, ♂, et *P. Dimas*, ♀, Bdv. — *Pap. Dardanus* se forme de *P. Dardanus*, ♂, et de *P. Tros*, ♀, Bdv. — Tous habitent Rio. — Le catalogue des plantes phanérogames du Canton continuera d'être déposé chez M. Chantrens et chez M. Bridel, libraires. — La Société reçoit dans cette séance : 1° De la *Société des sciences naturelles de Zurich* : *Mittheilungen*, etc. N<sup>os</sup> 29-34; — *Meteorologische Beobachtungen*; janvier à décembre 1848. — 2° De l'*Académie des sciences de Bavière*: *Gelehrte Anzeigen*; t. 27; — *Annalen der König. Sternwarte in München*; — *Observationes astronomicæ in spec. reg. Monach.*

*Séance du 20 juin 1849.* — M. Dufour, professeur au collège d'Orbe, lit un mémoire sur *les occultations d'étoiles par la lune.*

« La lune étant de tous les astres celui qui est le plus rapproché de la terre, c'est de beaucoup celui dont la parallaxe est la plus forte; aussi dans les recherches de la position apparente de la lune dans le ciel, faut-il avoir soin de tenir compte de cette parallaxe, puisque le lieu où l'observation doit se faire n'est pas situé au centre de la terre, point naturel auquel on rapporte toutes les observations astronomiques.

» Dans son mouvement d'occident en orient, la lune éclipse successivement les différentes étoiles situées dans le plan de son orbite ou peu distantes de ce plan. Ces phénomènes se nomment *occultations*.

» Lorsqu'on veut calculer l'instant exact de l'occultation d'une étoile pour un lieu déterminé, on commence par rechercher quel doit à peu près cet instant, opération qui est toujours facile; puis on tire des tables astronomiques la position de la lune, vue du centre de la terre, pour quelques instants voisins de celui-là.

» Par les formules de la parallaxe, on détermine ensuite la position que la lune occupe dans le ciel, vue du lieu que l'on considère. Cette parallaxe doit se décomposer en parallaxe de déclinaison et parallaxe d'ascension droite, si on rapporte les mouvements à l'équateur; ou en parallaxe de latitude et parallaxe de longitude, si on rapporte les mouvements à l'écliptique. Dans les deux cas les calculs sont très-long, mais bien plus encore dans le second que dans le premier. Dès qu'on a la position apparente de la lune et de l'étoile, il est facile de calculer l'instant de l'immersion, puis plus tard celui de l'émersion de l'astre occulté.

» La parallaxe totale et les différentes parallaxes en lesquelles elle se décompose, varient suivant la position de la lune relative-

ment au méridien et suivant la position de cet astre dans son orbite. La première cause de variation est due uniquement au mouvement diurne de la terre, la seconde uniquement au mouvement de translation de la lune autour de notre globe.

» Ne serait-il pas plus simple et plus logique, dans le calcul de l'occultation, de restituer à chaque astre le mouvement qu'il a réellement, et de rechercher plutôt quel est l'instant où l'étoile, un point quelconque du bord de la lune et le lieu que l'on considère sur notre globe, sont en ligne droite. C'est ce que nous nous proposons de développer ici.

» Concevons que depuis une étoile donnée, on mène des rayons tangents à la sphère lunaire. Ces rayons, à cause de la distance infiniment grande de l'étoile, seront parallèles, et leur réunion constituera un cylindre. Ce cylindre, prolongé du côté de la lune opposé à celui où se trouve l'étoile, sera un cylindre d'ombre se mouvant avec la lune, mais restant toujours parallèle à lui-même. Il paraîtra ainsi tantôt d'un côté de la terre, tantôt de l'autre côté, suivant la position de la lune. Quelquefois peut-être il passera sur sa surface en allant d'occident en orient. Il est bien évident alors que les points de cette surface, qui, par leur mouvement de rotation autour de l'axe, viendront à entrer dans le cylindre mobile ou sur lesquels il viendra à passer, auront une occultation de l'étoile qui engendre le cylindre. L'instant où le point entre dans le cylindre sera celui de l'immersion, l'instant où il sort celui de l'émergence.

» Pour soumettre ces mouvements au calcul, prenons dans l'espace 3 axes rectangulaires, auxquels nous rapporterons et le cylindre et le point que l'on considère sur la surface de la terre; puis exprimons par des équations la forme du premier mobile, puis la vitesse et la direction du mouvement de l'un et de l'autre, nous rechercherons alors quel est l'instant de la pénétration.

» Observons à cet effet que la surface d'un cylindre fixe se détermine par une équation à 3 inconnues, mais si ce cylindre est en mouvement, il faudra une nouvelle inconnue  $t$  pour exprimer le temps qui ici sera un élément variable. — Qu'un cylindre quelconque se meuve en ligne droite, ou suivant une courbe tant compliquée qu'on voudra bien la supposer, une seule inconnue  $t$  suffit pour exprimer et la vitesse et la nature du mouvement. En effet  $t$  affectera  $x$ ,  $y$  et  $z$ , mais d'une manière qui peut être bien différente. On conçoit dès lors que les différentes modifications que peut subir l'inconnue  $t$ , soit dans son coefficient, soit dans son exposant, influent tellement sur l'inconnue ordinaire qui l'accompagne, que le cylindre mobile peut suivre telle ou telle route qu'on lui aura assignée.



Quant au point de la surface du globe pour lequel on veut calculer l'occultation, il se meut suivant un cercle et avec une vitesse uniforme autour de l'axe de la terre. On sait qu'une ligne quelconque est déterminée dans la géométrie analytique par 2 équations entre 3 inconnues. Si un point est en mouvement sur cette ligne, il faudra une nouvelle inconnue  $t$  pour dépendre du temps, et une nouvelle équation pour exprimer une relation entre la vitesse du point et les coordonnées de la courbe. On voit donc que l'équation d'un point en mouvement est exprimée par 3 équations entre 4 inconnues.

» Il est évident que le point pénétrera dans le cylindre quand une même valeur de  $t$  rendra égaux l' $x$ , l' $y$  et le  $z$  de l'équation du cylindre mobile avec les mêmes inconnues des équations du point en mouvement. Pour avoir cette valeur de  $t$ , il n'y a donc qu'à éliminer  $x$ ,  $y$  et  $z$  entre l'équation du cylindre mobile et les 3 équations du point en mouvement. Les valeurs de  $t$  que l'on obtiendra donneront l'instant de l'immersion et celui de l'émergence; puis si l'on veut déterminer ensuite  $x$ ,  $y$  et  $z$ , on aura le point de l'espace où se trouve le lieu de l'observation à l'instant où l'on aperçoit l'occultation.

» Reste à chercher quels axes il convient de prendre, et quelles méthodes de calcul il convient de suivre pour simplifier les opérations.

» Prenons d'abord le centre de la terre pour origine, et le plan de l'équateur pour l'un des plans de projection; tous les points du globe, dans leur mouvement diurne, décrivent un cercle dans un plan parallèle à celui-là, et si l'on prend le centre de la terre pour l'un des axes, le centre de ce cercle sera de plus sur un des axes du système. Pour avoir le lieu où ce cercle et les points qui sont en mouvement sur lui rencontrent le cylindre mobile, il devient plus simple alors de déterminer la courbe d'intersection du cylindre et du plan du parallèle que l'on considère: cette courbe d'intersection sera une ellipse; puis de perdre de vue le cylindre, la lune et l'étoile, pour ne s'occuper qu'à rechercher l'instant où, dans un plan, un point, en mouvement circulaire et uniforme autour de l'origine, rencontre une ellipse connue, en mouvement déterminé dans le même plan.

» Pour second plan de projection, on peut choisir le méridien du lieu pour lequel on veut calculer l'occultation, ou le méridien passant par l'étoile occultée. Dans les deux cas, le troisième plan de projection sera le méridien perpendiculaire au second. Nous préférons prendre le méridien de l'étoile occultée, parce que les rayons émanant de cet astre et en conséquence le cylindre mobile seront parallèles à l'un des plans de projection, et l'intersection

de ce cylindre avec un plan parallèle à l'équateur, sera un ellipse dont les axes seront parallèles aux axes du système, ce qui facilitera les calculs.

» Une fois ces plans de projection choisis, on y rapportera la lune en un instant que l'on suppose précéder un peu celui de l'occultation; à cet effet on calculera pour cet instant l'ascension droite de la lune, on la retranchera de l'ascension droite de l'étoile, et on aura la distance angulaire de la lune au méridien de l'étoile. Appelons  $AR'$  cet angle. Puis pour fixer les idées supposons que l'on ait pris :

Pour axe des  $x$  le rayon de l'équateur qui se trouve dans le méridien de l'étoile.

» »  $y$  » » perpendiculaire à celui-là.

» »  $z$  l'axe du monde.

De cette manière :

Le plan des  $xy$  sera le plan de l'équateur.

»  $xz$  » méridien de l'étoile.

»  $yz$  » » perpendiculaire à celui-là.

Puis calculons aussi la déclinaison ( $D$ ) de la lune.

Alors les coordonnées de la lune seront évidemment, en désignant par  $R$  sa distance au centre de la terre :

$$z = R \cdot \sin D$$

$$x = R \cdot \cos D \cdot \cos AR'$$

et  $y = R \cdot \cos D \cdot \sin AR'$

» Car  $R \sin D$  représente la distance de la lune au plan de l'équateur; c'est la coordonnée parallèle à l'axe des  $z$ .  $R \cos D$  est la projection du rayon vecteur de la lune sur le plan de l'équateur. Cette projection se décompose en  $R \cos D \cdot \cos AR'$  et  $R \cos D \cdot \sin AR'$  qui sont alors les coordonnées parallèles aux  $x$  et aux  $y$ . Appelons ces 3 coordonnées,  $\alpha$  celle qui est parallèle aux  $x$ ,  $\beta$  aux  $y$  et  $\gamma$  aux  $z$ .

» Les rayons lumineux émanés de l'étoile seront parallèles au plan des  $xz$ , et leur inclinaison sur le plan de l'équateur sera mesurée par la déclinaison de l'étoile; appelons  $a$  cet angle; nous aurons ici pour notre cylindre d'ombre un cylindre tangent à la sphère lunaire, dont les génératrices parallèles au plan des  $xy$  font un angle  $a$  avec le plan de l'équateur et avec les plans parallèles. L'axe de ce cylindre sera une ligne parallèle à ces génératrices qui passera par le centre de la lune.

» Actuellement soit  $L$  le lieu de la terre pour lequel on veut calculer l'occultation. Commençons par trouver la position géodésique de ce point, c'est-à-dire sa distance aux axes du sphéroïde terrestre. Appelons  $x$  sa distance à l'axe de la terre ou le rayon de son parallèle, et  $y$  sa distance au plan de l'équateur.

» On pourrait bien ici rechercher, en employant les formules de la géométrie analytique à 3 dimensions, quelle est l'équation d'un cylindre tangent à une sphère dont les coordonnées du centre sont  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , dont le rayon est le rayon de la lune et la direction des génératrices celle des rayons lumineux émanés de l'étoile, mais il est plus simple de déterminer simplement l'axe de ce cylindre et le point de percement de cet axe sur le plan du parallèle de  $L$ , sauf ensuite à rétablir autour de ce point l'ellipse d'intersection.

» Les équations de cet axe sont évidemment  $y = \beta$  et  $z - \gamma = \text{tang } a \cdot (x - \alpha)$ ; pour avoir le point de percement sur le plan du parallèle de  $L$  éloigné de l'équateur de la distance  $y'$ , faisons  $z = y'$ , on aura alors :

$$y' - \gamma = \text{tang } a (x - \alpha). \text{ D'où } x = \alpha + \frac{y' - \gamma}{\text{tang } a}.$$

$\beta$  est connu.

» Le centre de l'ellipse est donc déterminé. Quant à ses axes ils sont parallèles aux  $x$  et aux  $y$ .

» Prenons maintenant pour origine des axes parallèles aux précédents, le point où le parallèle de  $L$  coupe l'axe du monde, et occupons-nous seulement du plan de ce parallèle, nous y trouverons un cercle dont le rayon est  $x$ , et dont le centre est à l'origine, puis une ellipse dont les coordonnées sont

$$y = \beta \text{ et } x = \alpha + \frac{y' - \gamma}{\text{tang } a}.$$

» Il tombe sous les sens que le demi-petit axe de cette ellipse est le demi-diamètre de la lune, et son grand axe

$$= \frac{\text{le demi-diamètre de la lune}}{\sin a}.$$

» Or le demi-diamètre de la lune est de 1737600 mètres.

Les deux axes de l'ellipse sont donc 1737600 et  $\frac{1737600}{\sin a}$ .

Mais l'équation d'une ellipse dont les axes sont parallèles aux axes du système et dont les coordonnées du centre sont  $\beta$  et  $\alpha$ , est :  $a^2 (y - \beta)^2 + b^2 (x - \alpha)^2 = a^2 b^2$ . ( $a$  et  $b$  étant les axes.)

Ici l'équation de notre ellipse sera, toute simplification faite :

$$\frac{(y - \beta)^2}{\sin^2 a} + \left\{ x - \left( \alpha + \frac{y' - \gamma}{\text{tang } a} \right) \right\}^2 = \frac{1737600^2}{\sin^2 a} \quad (1)$$

» Maintenant, la lune avançant dans son orbite, cette ellipse se meut, mais en restant toujours parallèle à elle-même. Pour mesurer ce mouvement, supposons que l'on ait trouvé  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  pour un instant antérieur à l'immersion de l'étoile. Calculons les mêmes coordonnées pour un instant peu distant du premier, mais que l'on suppose postérieur à l'émersion, et soit  $K$  la différence des abscisses des centres des ellipses au 1<sup>er</sup> instant et au 2<sup>e</sup>. Soit  $G$  la différence correspondante des ordonnées. Soit  $n$  le nombre d'unités de temps, de minutes par exemple, écoulé entre les deux instants. Le mouvement de l'ellipse en une minute sera suivant les  $x$  de  $\frac{K}{n}$ , et suivant les  $y$   $\frac{G}{n}$ , de façon qu'en supposant le mouvement rectiligne et uniforme (ce qui est à peu près vrai pour un laps de temps si court), au bout d'un temps  $t$  l'équation (1) sera devenue :

$$\frac{\left(y - \frac{G}{n}t - \beta\right)^2}{\sin^2 a} + \left\{x - \frac{K}{n}t - \left(\alpha + \frac{y_1 - \gamma}{\text{tang } a}\right)\right\}^2 = \frac{1737600^2}{\sin^2 a} \quad (2)$$

» Or actuellement, soit (fig. 2)  $Ox$  l'axe des  $x$ ,  $Oy$  celui des  $y$ ,  $vLs$  le parallèle de  $L$ . Pour placer le point  $L$  sur cette circonférence, calculons quelle différence il y a entre son méridien et celui de l'étoile occultée. Soit  $i$  cet angle; faisons  $sOL = i$ . Le point  $L$  sera fixé sur la circonférence. En un temps qui n'est pas très-long, demi-heure par exemple, ce point parcourt une ligne qui est à peu près droite. Aussi considérons-la comme telle afin d'éviter l'introduction dans l'équation de quantités transcendantes qui la rendraient insoluble; soit  $M$  la position du lieu au 2<sup>e</sup> instant. Le chemin qu'il parcourt suivant les  $y$  est  $Lt = \sin LOs - \sin MOs$ , et celui qu'il a parcouru suivant les  $x$  est:  $Mt = \cos MOs - \cos LOs$ . Divisons cette quantité par  $n$ , on aura le mouvement de  $L$  suivant les  $x$  et suivant les  $y$  pendant l'unité de temps. Désignons le premier mouvement par  $f$ , et le second par  $h$ , et les coordonnées du point de départ en  $L$  par  $F$  et  $H$ , il est évident qu'au bout d'un temps  $t$  les coordonnées de  $L$  seront  $F + ft$  et  $H + ht$ , en supposant toujours  $t$  peu étendu, et en considérant  $f$  et  $h$  comme positifs quand ils tendent à accroître leur coordonnée, et négatifs dans le cas contraire.

» Le point  $L$  pénétrera dans le cylindre au moment où ses coordonnées satisfairont à l'équation de la courbe d'intersection de ce cylindre et du parallèle de  $L$ . Pour trouver cet instant, il faut dans l'équation (2) substituer les coordonnées de  $L$  au lieu de  $x$  et de  $y$ , puis chercher quelles sont les valeurs de  $t$  qui correspondent à l'équation ainsi modifiée. En faisant la substitution on trouve :

$$\left\{ \frac{H + ht - \frac{G}{n}t - \beta}{\sin^2 a} + \left\{ F + ft - \frac{K}{n}t - \left( \alpha + \frac{y_1 - \gamma}{\text{tang } a} \right) \right\}^2 \right. = \frac{1737600^2}{\sin^2 a}$$

$$\text{ou } \frac{\left\{ (H - \beta) + \left( -\frac{G}{n} + h \right) t \right\}^2}{\sin^2 a} + \left\{ F - \left( \alpha + \frac{y_1 - \gamma}{\text{tang } a} \right) + \left( f - \frac{K}{n} \right) t \right\}^2 = \frac{1737600^2}{\sin^2 a} \quad (3)$$

Posons pour simplifier  $(H - \beta) = b$  ;  $\frac{G}{n} + h = c$  ,  $F - \left( \alpha + \frac{y_1 - \gamma}{\text{tang } a} \right) = d$  ,  
 $f - \frac{K}{n} = m$  , puis multiplions par  $\sin^2 a$  , il viendra :

$$(b + ct)^2 + (d + mt)^2 \sin^2 a = 1737600^2 \quad (4)$$

Ici l'inconnue est  $t$  , en résolvant cette équation on obtient :

$$t = - \frac{bc + dm}{c^2 + m^2} \pm \sqrt{\frac{1737600^2 - b^2 - d^2}{c^2 + m^2} + \left( \frac{bc + dm}{c^2 + m^2} \right)^2}$$

» Il est inutile de dire que puisque 1737600 exprime des mètres , toutes les autres quantités doivent aussi exprimer des mètres.  $t$  exprimera ici le nombre d'unités de temps qui se sont écoulées depuis le premier instant calculé , qu'on prend pour origine du temps , jusqu'au moment du phénomène. L'une des valeurs de  $t$  donnera l'immersion et l'autre l'émergence ; toutes deux sont approximatives , mais la première est bien plus exacte que la seconde , si du moins les instants calculés étaient plus voisins de la première phase du phénomène que de la seconde.

» Si l'on n'est pas satisfait de cette approximation , on recommencera les calculs en se servant des heures qu'on vient d'obtenir , et on atteindra alors une exactitude qui ne laissera guère désirer une troisième opération.

» Du reste , on peut aussi trouver les vitesses du point  $L$  parallèlement aux axes , en recherchant la vitesse absolue de ce point ou le chemin parcouru en une minute , puis en multipliant cette valeur par le sinus ou le cosinus de l'angle  $dOs$ . En effet , soit  $d$  le milieu de l'arc  $LM$  ,  $LM$  est à très-peu de choses près le mouvement de  $L$  en 1 minute. Or l'angle  $tLM = dOs$  : Donc  $Lt = LM$  ,  $\cos dOs$  et  $tM = LM$  ,  $\sin dOs$ .

» Pour avoir exactement l'instant de l'émergence , il n'y aura qu'à faire pour cette seconde partie du phénomène ce qu'on a fait pour

la première, en prenant pour instants approximatifs la quantité qui sera donnée par la 2<sup>e</sup> racine des équations du 2<sup>e</sup> degré qu'on a déjà résolues ; il sera d'ailleurs toujours facile, en se représentant la marche de l'ellipse et celle du point  $L$ , de voir si l'émergence anticipée ou retarde sur le résultat de l'équation, et de choisir ainsi pour première limite, des quantités qui diffèrent tout au plus de quelques minutes de l'instant vrai. Cette circonstance particulière fait que le premier calcul donne presque toujours une approximation suffisante.

» Pour savoir quel est le point de la lune qui occulte l'étoile, il n'y a qu'à rechercher la distance  $Lm$  du point  $L$  au petit axe de la courbe d'ombre (fig. 3). Cela fait, désignons par  $d$  le demi-diamètre apparent de la lune, et par  $z$  la différence en déclinaison apparente du centre de la lune et du point qui occulte, on a

$$\text{évidemment : } Lm : ox = z : d ; \text{ d'où } z = \frac{Lm \cdot d}{ox} .$$

» La quantité  $Lm$  est toujours égale à la différence en abscisses des points  $L$  et  $o$ ;  $ox$  est le demi-grand axe de l'ellipse, c'est

$\frac{R}{\text{tang } a}$  ;  $R$  étant le demi-diamètre de la lune.

» Il peut être intéressant maintenant de rechercher la limite des erreurs que l'on peut faire en suivant cette méthode, car quoique au bout de deux opérations on puisse atteindre un résultat bien plus rapproché de la vérité que ne le comporte l'exactitude des tables astronomiques, il pourrait se faire que suivant les valeurs numériques qui entreraient dans les équations, il n'en fût plus ainsi. — Dans tous les cas il convient de voir quel est le nombre de calculs nécessaires pour obtenir une approximation satisfaisante.

» Nous avons supposé dans le premier cas que le centre de l'ellipse s'avancait d'un mouvement rectiligne et uniforme pendant une demi-heure au plus.

» D'abord, quant au mouvement uniforme, la lune ne le possède pas, sa vitesse varie en raison inverse de sa distance de la terre, et sa distance en raison inverse de sa parallaxe. Donc la vitesse est proportionnelle à la parallaxe. Or la parallaxe varie au plus de 1'' ou de  $\frac{1}{3400}$  en  $\frac{1}{2}$  heure ; c'est-à-dire que quand sa variation est la plus rapide cette vitesse diffère à la fin d'une  $\frac{1}{2}$  heure de  $\frac{1}{3400}$  de ce qu'elle était au commencement, ou de  $\frac{1}{8800}$  de sa vitesse moyenne pendant ce temps, une telle erreur n'amènerait pas une différence de 13 mètres par minute sur la vitesse de la lune, lors-

que toutes les circonstances concourraient pour rendre cette erreur la plus forte. Cette cause d'inexactitude peut donc être négligée.

» Arrivons ensuite au mouvement rectiligne.

» Le centre de l'ombre décrit sur un plan quelconque une ellipse; or chacun sait que dans une ellipse, surtout si elle est un peu excentrique, la courbure varie beaucoup depuis l'extrémité de l'axe des  $y$  où elle est la plus faible, jusqu'à l'extrémité de l'axe des  $x$  où elle est la plus forte. Afin de rechercher quelle est l'excentricité de l'ellipse que nous considérons, proposons-nous de trouver son équation.

» A cet effet, observons que pour ce calcul, l'orbite lunaire peut sans erreur sensible être considérée comme une circonférence de cercle. Puis, soit  $ab$  et  $cd$  (fig. 4) la direction des rayons lumineux émanés de l'étoile,  $bpd$  l'orbite lunaire. Le cylindre formé par les rayons lumineux tangents à l'orbite lunaire ne sera pas un cylindre circulaire, mais bien un cylindre elliptique très-allongé. Soit  $fpgo$  la section du cylindre par un plan perpendiculaire aux génératrices,  $op$  l'intersection des plans  $fg$  et  $bd$ . Prenons cette ligne pour axe des  $x$ . L'équation du cercle  $bopd$  est  $x^2 + y^2 = R^2$  (1);  $R$  étant le rayon de l'orbite de la lune. Mais on aura aussi pour un point tel que  $k$  de la courbe  $fpgo$ :  $ks = rs \cdot \cos rsk$ ; ( $rs$

étant l'inclinaison des plans); ou  $ks = y$ ,  $\cos rsk$ : Donc  $y = \frac{ks}{\cos rsk}$ .

Substituant dans (1), on aura en désignant aussi par  $y$  la nouvelle

ordonnée,  $x^2 + \frac{y^2}{\cos^2 rsk} = R^2$  (2). Observons ici que  $rsk$  désigne

l'inclinaison du plan de l'orbite lunaire avec un plan perpendiculaire aux génératrices. L'inclinaison du même plan avec les mêmes génératrices est donc  $(90^\circ - rsk)$ . Appelons cet angle  $\alpha$ , l'équa-

tion (2) deviendra  $x^2 + \frac{y^2}{\sin^2 \alpha} = R^2$  (3).

» Soit actuellement  $fhgl$  (fig. 5) la courbe d'intersection du cylindre et du plan perpendiculaire aux génératrices;  $ilvh$  le plan de l'équateur,  $lh$  l'intersection de ces deux plans,  $lh$  ne sera pas ici nécessairement l'axe des  $x$  de la courbe précédente. L'équation de la courbe  $fhgl$  rapportée à  $lh$  comme axe des  $x$ , sera dans le cas d'une ellipse dont le centre est à l'origine, mais dont les axes des coordonnées ne se confondent pas avec les axes de la courbe, son équation (3) changera de forme et deviendra :

$$(x' \cos \beta - y' \sin \beta)^2 + \frac{(x' \sin \beta + y' \cos \beta)^2}{\sin^2 \alpha} = R^2$$

$\beta$  étant l'angle que les nouveaux axes font avec les anciens, ou l'angle formé sur le plan perpendiculaire aux rayons lumineux, par l'intersection avec ce plan, du plan de l'orbite lunaire et du plan de l'équateur.

» Soit  $imf$  l'inclinaison des plans  $lihv$  et  $lfhg$ ; l'équation de l'ellipse  $lihv$  sera évidemment, en désignant ses coordonnées par  $x$  et  $y$ :

$$(x \cos \beta - y \sin \beta \cdot \cos imf)^2 + \frac{(x \sin \beta + y \cos \beta \cdot \cos imf)^2}{\sin^2 \alpha} = R^2 .$$

Mais en appelant  $\delta$  l'inclinaison des rayons lumineux sur le plan de l'équateur, on a  $\delta = (90^\circ - imf)$ . Donc  $\cos imf = \sin \delta$ , et l'équation de la courbe  $lihv$  devient :

$$(x \cos \beta - y \sin \beta \sin \delta)^2 + \frac{(x \sin \beta + y \cos \beta \sin \delta)^2}{\sin^2 \alpha} = R^2$$

Ou, développant les carrés et sortant les facteurs communs  $x^2$ ,  $y^2$  et  $xy$ , il vient :

$$x^2 \left( \cos^2 \beta + \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha} \right) + xy \left( \frac{2 \sin \beta \cos \beta \sin \delta}{\sin^2 \alpha} - 2 \sin \beta \cos \beta \sin \delta \right) + y^2 \left( \sin^2 \beta + \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \alpha} \right) \sin^2 \delta = R^2 . \quad \text{Ou multipliant par } \sin^2 \alpha :$$

$$x^2 (\cos^2 \beta \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta) + xy (2 \sin \beta \cos \beta \sin \delta - 2 \sin \beta \cos \beta \sin \delta \sin^2 \alpha) + y^2 (\sin^2 \beta \sin^2 \alpha + \cos^2 \beta) \sin^2 \delta = R^2 \sin^2 \alpha . \quad (4)$$

» Voilà l'équation de la courbe que le centre de l'ellipse d'ombre semble parcourir sur le plan de l'équateur pendant que la lune fait une révolution autour de la terre. Cette courbe, qui est une ellipse, n'est pas rapportée à ses axes; il serait du reste peu utile de rechercher leur direction. Il est bien plus important de déterminer leur grandeur pour se faire une idée de l'excentricité, si du moins on peut voir quelle est la région de la circonférence de la courbe que parcourt le centre de l'ellipse d'ombre lors de l'occultation que l'on considère.

» Observons ici que  $\alpha$  est un angle toujours très-petit, car pour qu'il y ait occultation pour un point quelconque de la terre, il faut que les rayons de l'étoile soient peu distants de l'orbite lunaire.



La plus grande valeur de la parallaxe de la lune est  $61' 24''$ , et celle du demi-diamètre de cet astre de  $16' 46''$ . Donc il n'y a d'occultation pour aucun point de la terre, si l'angle  $\alpha$  vaut plus de  $78' 10''$ .

» Dans une recherche approximative comme celle dont nous nous occupons, on peut considérer  $\sin \alpha$  et à plus forte raison  $\sin^2 \alpha$  comme nuls. De cette manière l'équation (4) se réduit à :

$$x^2 \sin^2 \beta + xy 2 \sin \beta \cos \beta \sin \delta + y^2 \cos^2 \beta \sin^2 \delta = R^2 \sin^2 \alpha.$$

» On a vu que dans une ellipse, en désignant par  $A$  le coefficient de  $y^2$ , par  $B$  celui de  $xy$  et par  $C$  celui de  $x^2$ , les valeurs exprimées en géométrie analytique par  $M$  et  $N$  sont données par les formules :

$$M = \frac{1}{2}(A + C) + \frac{1}{2} \sqrt{B^2 + (A - C)^2}$$

$$N = \frac{1}{2}(A + C) - \frac{1}{2} \sqrt{B^2 + (A - C)^2}.$$

Or si  $M$  et  $N$  ne sont pas les axes, ce sont du moins des quantités proportionnelles aux carrés des axes.

En substituant, au lieu de  $A$ ,  $B$  et  $C$ , leurs valeurs, on trouve ici :

$$M = \frac{1}{2}(\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \sin^2 \delta) + \frac{1}{2} \sqrt{4 \sin^2 \beta \cos^2 \beta \sin^2 \delta + (\sin^2 \beta - \cos^2 \beta \sin^2 \delta)^2}$$

Or la quantité sous le radical équivaut à :

$(\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \sin^2 \delta)^2$ . Donc il vient :

$$M = \frac{1}{2}(\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \sin^2 \delta) + \frac{1}{2}(\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \sin^2 \delta) = \sin^2 \beta + \cos^2 \beta \sin^2 \delta.$$

» Si on appliquait un calcul pareil à la recherche de la valeur de  $N$ , on arriverait à  $N = 0$ , ce qui est nécessairement faux.

» La légère erreur provenant de ce qu'on a considéré  $\sin^2 \alpha$  comme nul, a produit un pareil résultat. Pour y remédier, prenons l'équation (4), où l'on a exactement :

$$B = 2(\sin \beta \cos \beta \sin \delta - \sin^2 \beta \cos \beta \sin \delta \sin^2 \alpha).$$

» Pour le but que nous nous proposons, on voit facilement que c'est dans  $B$  que l'omission de  $\sin^2 \alpha$  a le plus d'influence, or cette valeur se réduit à :

$$B = 2 \sin \beta \cos \beta \sin \delta (1 - \sin^2 \alpha) = 2 \sin \beta \cos \beta \sin \delta \cos^2 \alpha.$$

Donc  $B^2 = 4 \sin^2 \beta \cos^2 \beta \sin^2 \delta \cos^4 \alpha$ .

Ce qui peut être mis sous la forme

$$B^2 = 4 \sin^2 \beta \cos^2 \beta \sin^2 \delta - 4 \sin^2 \beta \cos^2 \beta \sin^2 \delta (1 - \cos^4 \alpha).$$

La valeur de  $N$  deviendra alors :

$$N = \frac{1}{2} (c^2 \beta s^2 \delta + s^2 \beta) - \frac{1}{2} \sqrt{(c^2 \beta s^2 \delta - s^2 \beta)^2 + 4 s^2 \beta c^2 \beta s^2 \delta - 4 s^2 \beta c^2 \beta s^2 \delta (1 - c^4 \alpha)}$$

ou  $N = \frac{1}{2} (c^2 \beta s^2 \delta + s^2 \beta) - \frac{1}{2} \sqrt{(c^2 \beta s^2 \delta + s^2 \beta)^2 - 4 s^2 \beta c^2 \beta s^2 \delta (1 - c^4 \alpha)}$ .

» Ce qui empêche ici  $N$  d'être nul, c'est que la quantité irrationnelle n'est pas tout-à-fait égale à la quantité rationnelle, puisque au carré parfait  $(\cos^2 \beta \sin^2 \delta + \sin^2 \beta)^2$  on retranche  $4 \sin^2 \beta \cos^2 \beta \sin^2 \delta (1 - \cos^4 \alpha)$ . Cette dernière quantité est très-faible, puisque  $\alpha$  étant très-petit,  $\cos^4 \alpha$  vaut presque 1.

Donc  $\frac{1}{2} \sqrt{(\cos^2 \beta \sin^2 \delta + \sin^2 \beta)^2 - 4 \sin^2 \beta \cos^2 \beta \sin^2 \delta (1 - \cos^4 \alpha)}$  diffère très-peu de  $\frac{1}{2} (\cos^2 \beta \sin^2 \delta + \sin^2 \beta)$ . C'est cette minime différence qui correspond à  $N$ .

» Sans apprécier par cela  $M$  et  $N$  en valeurs numériques, on comprend au moyen de cette démonstration que  $N$  sera toujours beaucoup plus petit que  $M$ ; c'est-à-dire que, en supposant une étoile assez rapprochée du plan de l'orbite lunaire pour causer une occultation visible de notre globe, et en concevant qu'un rayon émané de cette étoile suive la lune dans sa révolution autour de notre planète, en laissant marquée sur le plan de l'équateur la suite des traces qu'il y forme, on obtiendra une ellipse dont les axes seront très-inégaux, et qui aura par conséquent une excentricité considérable.

» Cette ellipse aura pour centre, le centre de la terre, elle devra d'ailleurs passer aux deux points où l'équateur coupe l'orbite lunaire, peut-être même s'étendra-t-elle plus loin.

» Mais au moment d'une occultation, le point où le rayon lumineux, passant par le centre de la lune, coupe le plan de l'équateur, ne peut pas être fort éloigné de notre globe, puisque ce point d'intersection est le centre de l'ellipse d'ombre, et que cette ellipse d'ombre coupe quelque part le sphéroïde terrestre: donc ce point d'intersection est en cet instant sur les parties de la circonférence de son orbite qui sont les plus rapprochées du centre, il est donc dans le voisinage de l'extrémité de l'axe des  $y$ , c'est dire qu'il parcourt la partie la plus rectiligne de l'ellipse qu'il décrit, (et comme cette ellipse est extrêmement allongée) qu'au moment d'une occultation le centre de l'ellipse d'ombre que nous avons considérée, parcourt une ligne qui se rapproche considérablement d'une ligne droite.

» Quant au point  $L$ , son mouvement est uniforme, mais il n'est pas rectiligne. La courbe qu'il décrit en une demi-heure s'éloigne sensiblement d'une ligne droite, puisque le milieu de l'arc, décrit pendant ce laps de temps, est distant du milieu de la corde de 0,00214 du rayon. A l'équateur où le rayon a 6376950 mètres, cette différence pourra être de 13646 mètres.

» Or soit  $abc$  (fig. 6) l'arc parcouru en une demi-heure,  $ac$  la corde de cet arc.

» Supposons qu'un premier mobile parcoure d'un mouvement uniforme l'arc  $abc$ , et qu'un second mobile parcoure la corde  $ac$  avec une vitesse aussi uniforme, et tellement calculée que les deux mobiles partis en même temps du point  $a$  arrivent en même temps au point  $c$ . Il est évident que quand le premier mobile sera en  $b$ , le second sera en  $d$ . Ce sera là leur plus grand éloignement.

» Or nous disons que cet éloignement  $db$  peut valoir au maximum 13646 mètres. Il peut se faire que cette différence n'ait pas d'importance pour le calcul des occultations, ce qui arrivera si le mouvement de l'ellipse d'ombre est dirigé de manière à ce que cette courbe atteigne en même temps les points  $a$  et  $b$ . Une erreur existera alors sur le point de la lune qui occultera l'étoile; mais quant au temps, la différence sera de 12 à 15 secondes si l'ellipse d'ombre est dirigée suivant la droite  $db$  (c'est là le temps qu'elle emploierait à parcourir cette ligne); or cette erreur existera, car en supposant le mouvement de  $L$  rectiligne, nos calculs admettaient ce point en  $d$ , tandis qu'en réalité il était en  $b$ .

» Mais d'après la manière dont nous avons établi nos calculs, l'erreur atteindra son maximum quand l'ellipse d'ombre sera placée de manière à couvrir le point  $d$ , sans jamais atteindre, en vertu de son mouvement, le point  $b$ , ou inversement (fig. 7). Alors d'après le calcul, le point  $L$  paraîtra devoir parcourir la corde  $mn$  dans l'ellipse d'ombre, tandis qu'en réalité il ne sera pas même immergé ou vice-versa. Or 13646 mètres  $\approx \frac{1}{134}$  du rayon de la lune, égale au maximum 8". Dans ce cas, on trouve par un calcul facile que  $mn \approx 4' 5''$ ,  $nd \approx 2' 2''$ . Avec la vitesse qu'acquiert la lune quand elle passe au périhélie (ce que nous avons supposé pour avoir l'erreur au maximum), elle parcourt  $mn$  en 6' 8" et  $nd$  en 3' 4". On trouvera ainsi qu'une occultation aura la durée de 6 minutes 8 secondes, tandis qu'en réalité elle n'aura pas lieu, et que l'immersion arrivera 3 minutes 4 secondes avant que l'étoile soit à la plus courte distance du bord de la lune; mais le concours de circonstances qui peuvent rendre cette erreur maximum ne sont pas de nature à se rencontrer fréquemment. Dans nos latitudes l'erreur ne sera au plus que les  $\frac{2}{3}$  des maximum indiqués, puisque le rayon de notre parallèle étant plus court que le rayon de l'équateur, il y a moins de distance entre le milieu de l'arc parcouru en une demi-heure et le milieu de la corde correspondant à cet arc.

» Du reste, en faisant un second calcul lorsqu'on connaît l'instant de l'occultation à 5 minutes près, les erreurs précédentes sont considérablement plus petites, elles le sont surtout bien plus quand le temps de l'occultation est connu à une minute près,

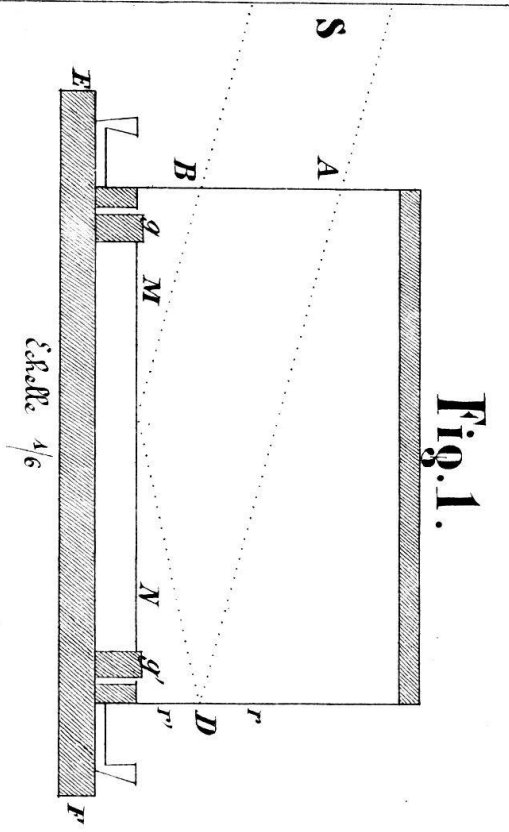


Fig. 1.

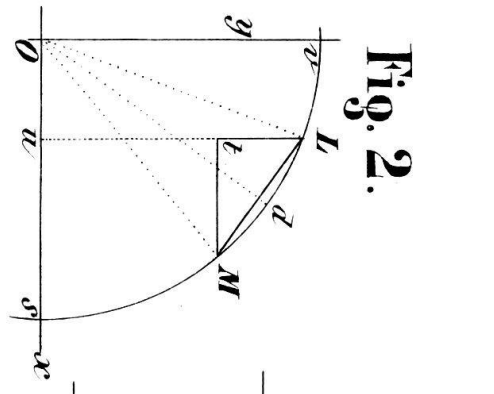


Fig. 2.

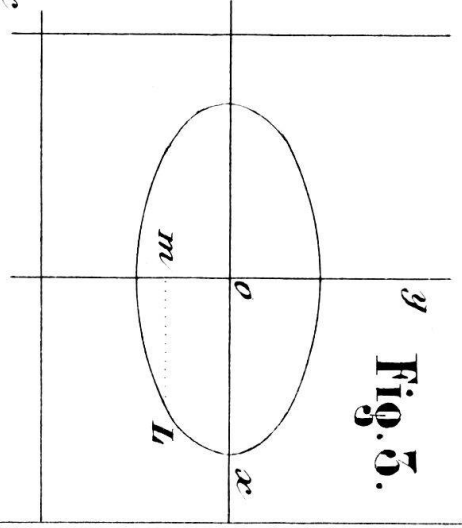


Fig. 3.

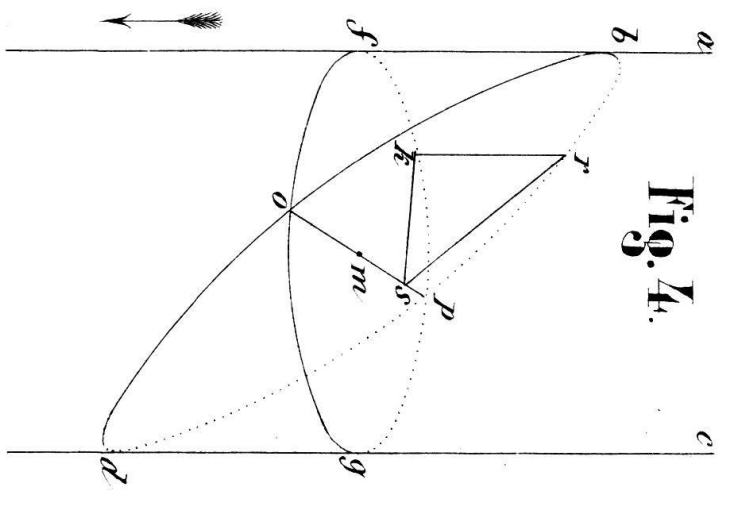


Fig. 4.

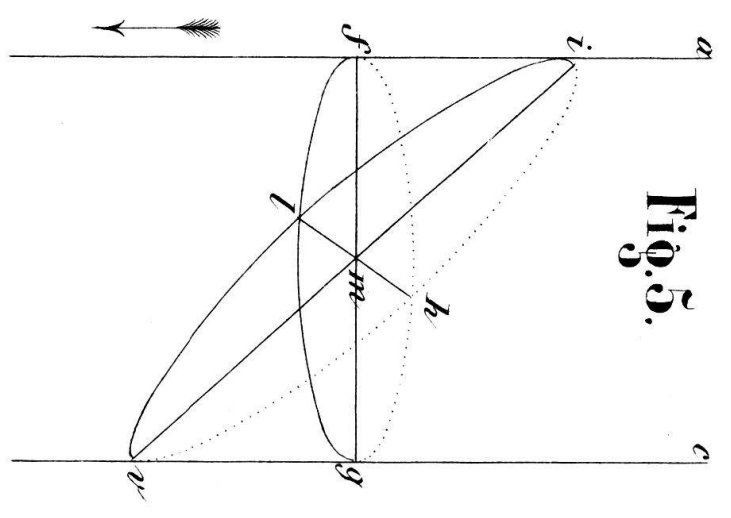


Fig. 5.

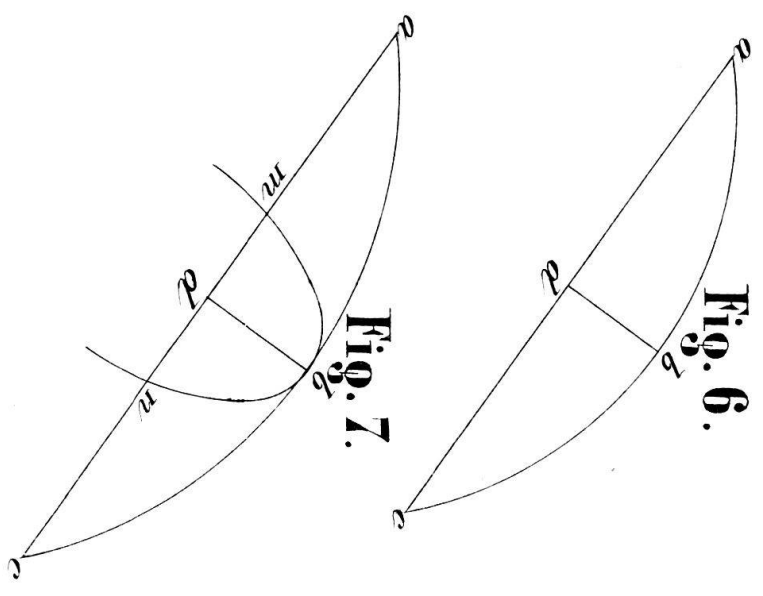


Fig. 6.

Fig. 7.

ou à une appréciation plus grande encore. On comprend ainsi qu'au bout d'un très-petit nombre de calculs (3 ou 4 au plus, dans les cas les plus défavorables et lorsqu'on voudra avoir une rigoureuse exactitude), on atteint certainement un résultat aussi rapproché de la vérité que le comporte l'exactitude des tables astronomiques. »

M. Gay, prof., dépose de la part de M. le prof. Marguet, à Lausanne, le *tableau des moyennes pour le baromètre, le thermomètre et l'hygromètre*, dès le 1<sup>er</sup> février 1848 au 31 janvier 1849. (Extr. du registre des observ. météorolog. du cabinet de physique de Lausanne.)

MOIS.	BAROMÈTRE	THERMOMÈ- TRE CENT.	HYGROMÈT.	
Février 1848	712,11.	5,23.	85,3.	Moyenne an- nuelle du bar.
Mars	708,41.	6,47.	83,0.	
Avril	710,31.	11,55.	80,0.	713,996.
Mai	714,26.	18,04.	73,8.	Moyenne an- nuelle du ther.
Juin	713,02.	19,12.	82,2.	
Juillet	716,45.	21,93.	78,9.	10,854.
Août	715,99.	20,16.	81,9.	Moyenne an- nuelle de l'hyg.
Septembre	714,40.	13,68.	87,2.	
Octobre	713,19.	8,41.	89,0.	84,325.
Novembre	715,03.	0,92.	91,0.	Moyenne des 3 derniers mois.
Décembre	718,25.	2,26.	92,0.	
Janvier 1849	716,54.	2,48.	87,6.	Barom. 714,94.
Février	722,52.	4,92.	83,0.	Therm. c. 6,07.
Mars	714,52.	5,39.	77,7.	Hygrom. 80,5.
Avril	707,77.	7,89.	80,9.	

M. De la Harpe place sous les yeux de la Société la série complète des espèces composant le genre *Melanippe*<sup>1</sup>, de l'ordre des Phalénites (Lépidoptères), dans l'*Index methodicus* de Boisduval. Une seule espèce manque, l'*amniculata*. Hb., qui habite le midi de la France. Il fait remarquer combien ce genre, au premier coup-d'œil, offre peu d'harmonie dans les formes générales, à part une certaine ressemblance dans la couleur noirâtre des ailes supérieures.

<sup>1</sup> Ce sont : *macularia*, *marginaria*, *hastaria*, *tristaria*, *luctuaria*, *turbaria*, *rivularia*, *hydraria*, *rivaria*, *alchemillaria* et *amnicularia*.

La première espèce, *macularia*, L., n'a rien de commun avec le reste du genre; elle représente, il est vrai, dans l'ordre des Phalènes, l'une de ces formes isolées que l'on ne sait trop à quel groupe rattacher. Quelque peu voisine de *clathrata*, L., elle doit, ou bien lui rester unie dans le genre *Fidonia*, Treit., ou bien former un genre à part, *Venilia*. Dup. et rester isolée. Ce dernier parti me paraît préférable; car elle est aussi déplacée parmi les *Zerene* avec *marginata* L., qu'à côté de *melanaria* et d'*atomaria* dans les *Fidonies*.

*Marginata*, L. et ses variétés *pollutaria* et *nævaria*, Hb. n'est guères plus aisée à placer que *macularia*. D'une part elle s'approche d'*ornata*, de *decorata*, W. V. (*Idæa* Tr.) et d'*albicillata*, W. V. (*Zerene* Tr.) par la distribution de ses bandes à la périphérie des ailes, de l'autre elle tend la main à *hastata*, L. (*Melanippe* Bdv.), qui a comme elle des ailes tachées et non point rayées. La présence d'un renflement aux tarse des pattes postérieures chez le mâle, renflement qui caractérise les vraies *Acidalia* (*Acidalia* Tr. Bdv. — *Dosythea*, Dup. *partim*), doit, je pense, décider la question et placer *marginata* à côté d'*ornata*, dont les tarse postérieurs sont aussi renflés.

Si *hastata*, L. ne saurait être éloignée de *marginata*, elle ne peut guères mieux l'être de *tristata*, W. V., avec laquelle elle paraît avoir été confondue, dans quelques-unes de ses variétés, par plus d'un auteur. Elle manque d'ailleurs de renflement aux tarse postérieurs chez le mâle. Il vaut mieux ne pas l'éloigner de cette dernière, sans oublier qu'elle doit faire le passage des *Cidaria* aux *Acidalia* par *tristata* et *rivata* d'une part, et par *marginata* et *ornata* de l'autre part.

Avant de déterminer la position de *tristata*, L.-W. V.-Tr., il importe de relever une erreur relative aux deux variétés de *tristata* admises par les auteurs sous les dénominations de *tristata*, Hb. 254 et de *funerata*, Hb. 260. Un examen attentif d'un assez grand nombre d'échantillons m'a convaincu que ces deux variétés sont bien deux espèces très-caractérisées. — L'une est la *tristata* Hb. 254 (*geometræ*) et peut-être du Catalogue de Vienne et de Duponchel; l'autre est la *funerata* Hb. 260, connue en Allemagne, en Angleterre et dans toute l'Europe septentrionale sous le nom de *tristata*. Ces deux espèces, mal figurées dans Hubner, confondues dans une même figure par Duponchel, confusément décrites par Treitschke, par Borkhausen et par Duponchel, différent par leur facies, leur coloration, leur habitat et le temps de leur apparition<sup>1</sup>. Les

<sup>1</sup> Nulle part peut-être la synonymie n'est plus embrouillée. Linné, dans la *fauna suecica*, n'a eu sans doute devant les yeux, en décrivant sa *tris-*

caractères les mieux opposés dans les deux espèces sont consignés à la fin de ces lignes. Elles se rapprochent beaucoup plus de *luctuata*, d'*alchemillata*, de *rivata*, et par eux, de *quadrifasciaria*, de *ferrugaria*, d'*olivaria*, d'*aptata* et des autres *Cidarites*, que de *hastata*, et surtout de *rivulata* et de *turbaria*.

*Luctuata*, Hb. porte encore plus évidemment que toutes ses congénères la robe des *Cidarites*, et se place ainsi sur la ligne insensiblement graduée qui unit *funerata* et *tristata* (dont les ailes inférieures sont sur un plan de développement presque aussi avancé que les supérieures) à *alchemillata*, *rivata*, *ferrugaria*, etc., où les ailes inférieures portent l'empreinte d'un moindre développement organique.

*Turbaria*, Tr. appartient à un tout autre groupe : les antennes presque pectinées, à pennules fortement ciliées, la distribution des lignes et des bandes sur les ailes supérieures, la disharmonie entre les inférieures et les supérieures, la placent non loin de *cæsiata*, de *cyanata*, de *flavicinctata*, etc., du genre *Larentia* (Treits.), et non point parmi les *Cidaria*.

*Rivulata* W. V. et *hydrata* Frey., deux espèces très-voisines, se trouvent tout aussi déplacées à côté de *rivata* et d'*alchemillata* que l'est *turbaria*. L'espèce la plus voisine est *albulata* Tr.; non loin vient se placer d'une part *blandiata*, qui à son tour la rapproche des *Cidarites*; de l'autre, *scabraria* Tr., qui l'unit à *salicaria* Tr. Toutes ces espèces sont comprises avec raison dans le genre *Idæa* par Treitschke, tandis que dans Boisduval elles se trouvent dispersées dans les genres *Melanippe*, *Melanthia*, *Eubolia* et *Acidalia*. Cet exemple peut servir, au milieu de beaucoup d'autres, à nous faire saisir les difficultés que rencontrèrent les hommes les plus habiles, lorsqu'ils essayèrent de distribuer le groupe des Phalènes en tribus et en genres distincts.

*tata*, que la *funerata*. Devillers (Entom. Lin), sous le même nom, caractérise assez bien la *tristata* de Hb., dont la chenille devrait vivre, selon Bergman, sur le bouleau, tandis que celle de *funerata* se trouverait plutôt sur le *galium* (Treits.). Hubner, après avoir saisi les différences des 2 espèces dans ses *geometræ*, reproduit, dans les *Beyträge*, les incertitudes en nommant d'abord *luctuata*, puis *hastulata* (Bork. Treits.) probablement une variété de la *tristata* de Lin. (*funerata* Hb.), ou plutôt sa propre *tristata*; après avoir déjà donné le nom de *hastulata* dans les *geometræ* à une autre phalène. — Westwood (Engl. Moth.), sous le nom d'*Harpalyce tristata*, décrit et figure évidemment la *funerata* de Hb. — J'ai quelque lieu de croire que la *g. pupillata* Borkh. (t. 5, p. 454), décrite par Thunberg, n'est qu'une variété plus claire de la *funerata* Hb. — *Hastulata* Hb., 356 bis, pourrait bien appartenir à une espèce très-voisine de *tristata*, que je n'ai pas pu encore suffisamment étudier; en tout cas, elle n'est pas une variété de *hastata*.

Restent dans le genre *Melanippe* trois espèces voisines, *rivata* Tr., *alchemillata* L. et *anniculata* Hb., qui ne peuvent être éloignées, comme je l'ai dit, de *tristata*, de *luctuata*, de *quadrifasciaria*, d'*aptata*, etc.

Après avoir critiqué la composition du genre *Melanippe* de Boisduval et avoir démontré combien il est *artificiel*, on me demandera quelle est la classification qui me paraît préférable ; ma réponse sera brève pour le moment : aucune ne me paraît acceptable. La moins mauvaise, parce qu'elle est la plus large, est celle des auteurs du catalogue de Vienne, à laquelle Treitschke s'est rattaché. Elle a sans doute besoin d'être retouchée sur plusieurs points ; mais elle a l'avantage de ne pas rendre les groupes naturels entièrement méconnaissables par un morcellement artificiel, comme le font les distributions génériques de Boisduval, de Duponchel, de Bruand<sup>1</sup>, et par dessus tout celles des auteurs anglais modernes. Tant que les naturalistes baseront leurs distributions sur des fractionnements *analytiques* opérés sur un ou deux caractères, ils n'arriveront qu'au désordre d'une synonymie rebutante, à une vraie caricature de la nature. Un travail *synthétique* complet, appelant à son service *l'ensemble* des caractères de l'animal, peut seul nous tirer du labyrinthe et nous rapprocher quelque peu de l'ordre de la création.

*Tristata* Hb.

1. Ailes noires, avec 2 bandes d'un blanc jaunâtre ponctuées de noir.

2. Abdomen noir, finement annelé de jaune clair.

3. Bande médiane marquée de points et de stries d'un blanc jaunâtre. Point discoïdal invisible.

4. Bord externe de la bande médiane, portant 2 dents aiguës et 1 obtuse.

*Funerata* Hb.

1. 2 ailes brunes avec 2 bandes d'un blanc roux ponctuées de brun.

2. Abdomen gris foncé, portant 2 rangées de points noirs.

3. Bande médiane lavée de gris dans son centre, striée de brun et de blanchâtre. Un gros point discoïdal noir, entouré de gris-clair.

4. Bord externe de la bande médiane portant une dent aiguë et 2 obtuses.

<sup>1</sup> BRUAND. Mémoires et comptes-rendus de la Société libre d'émulation du Doubs. 2<sup>me</sup> vol. tome 2. 1845. 5<sup>me</sup> et 4<sup>me</sup> livr. p. 116. — Boisduval, dans son *Index*, énumère 531 espèces pour 59 genres, c'est-à-dire 9 espèces, en moyenne, pour 1 genre. — Duponchel (catalogue), 540 esp. pour 84 genres, ou 6,4 g. pour 1 esp. — Bruand (catalogue), 246 esp. pour 71 genres, ou 3,4 esp. pour 1 g. Avec l'aide des classifications de Stephens, de Curtis et de Westwood, on arriverait fort près de deux espèces par genre !!



5. Ligne fulgurale indiquée par quelques points blancs ordinairement isolés.

6. Bord marginal uniformément noir.

7. Abdomen obtus à l'anus.

8. Ailes inférieures noires à la base, et fortement tachées de blanc jaunâtre.

9. Dessous des ailes d'un blanc jaunâtre, réticulé et pointillé de noir.

10. Antennes mammelonnées en-dessous et ciliées; alternativement brunes et blanches en-dessus; dans le mâle.

5. Ligne fulgurale très-visible.

6. Bord marginal brun, taché de noir et de grisâtre.

7. Abdomen terminé chez le mâle par un pinceau de poils roux.

8. Base des ailes inférieures d'un blanc roussâtre, marquée de trois lignes transversales brunes, droites.

9. Dessous des ailes d'un blanc sale, roussâtre, rayé de brun transversalement.

10. Antennes à peine mammelonnées en-dessous et tomentueuses; alternativement noires et blanches en-dessus; dans le mâle.

*Tristata* habite les bords des bois, en Suisse, en France et en Allemagne; mais elle est partout rare: on la trouve ici à la fin de mai et au commencement de juin. Son vol est vif, saccadé et court; elle se lève brusquement sous les pieds pour se cacher un peu plus loin dans l'herbe. — *Funerata* se prend à la fin de juin et en juillet, sur nos montagnes, où elle vole fréquemment sur les pâturages à la manière de *clathrata*. On la trouve partout dans le nord de l'Europe. Les femelles sont beaucoup plus fréquentes que les mâles.

MM. A. Bourgeois et Ph. DelaHarpe, présentés comme membres ordinaires de la Société, sont admis en cette qualité.

#### NOTE.

L'instrument de M. Burnier a plus d'un rapport avec le *Dipleidoscope* de Dent; il est du moins fondé sur le même principe. (Voir p. 3.)

