

# Le chronographe et ses perfectionnements

Autor(en): **Lecoultre, I.-E.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles**

Band (Jahr): **29 (1893)**

Heft 113

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-263597>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# LE CHRONOGRAPHE

## ET SES PERFECTIONNEMENTS

par I.-E. LECOULTRE

---

*Travail présenté le 3 juillet 1893  
à la Société Vaudoise des Sciences naturelles.*

---

Pl. IV, V, VI et VII.

---

On entend par chronographe le mécanisme nécessaire pour mettre en mouvement et arrêter à volonté une aiguille indiquant les fractions de seconde,  $\frac{1}{5}$  ou  $\frac{1}{4}$  par exemple.

En pratique, on en rencontre plusieurs variétés :

- 1° Le chronographe simple, avec une seule aiguille ;
- 2° Le chronographe à rattrapante, avec deux aiguilles ;
- 3° Le chronographe à foudroyante.

Ce dernier se distingue des précédents par l'addition d'une aiguille spéciale faisant 1 tour de cadran par seconde en sautant chaque fois  $\frac{1}{5}$  ou  $\frac{1}{4}$  de la circonférence, et qui permet une lecture facile des fractions de seconde. Chacun des divers systèmes peut être construit avec ou sans compteur de minutes, et possède un mécanisme spécial que nous examinerons.

Prenons le problème dans toute sa généralité ; nous pouvons l'énoncer comme suit :

*Etant donné un phénomène ou une action quelconque dont on veut connaître la durée en minutes, secondes et fraction de seconde, trouver un mécanisme transportable, qui permette d'apprécier le temps avec une exactitude suffisante donnée.*

On construit des chronomètres à pendule compensé qui indiquent le temps avec une grande exactitude, mais ces appareils ne sont pas transportables. M. Hipp, de Neuchâtel, a construit un chronoscope indiquant les millièmes de seconde, seulement cet appareil délicat ne peut être employé qu'en laboratoire et rien ne contrôle l'exactitude de sa marche.

Le chronographe est au contraire adapté aux montres de poche et pour plus de précision aux montres dites chronomètres pourvues de balanciers exactement compensés. Une première condition de bonne marche du chronographe est en effet que la montre elle-même marque exactement l'heure.

Un rouage spécial transmet le mouvement régulier du balancier à l'aiguille du chronographe. On prend en quelque sorte une dérivation de force sur le rouage de la montre. Cette quantité de force prise en dérivation est très petite, mais non négligeable; il importe donc que le balancier soit compensé de manière à conserver ses oscillations isochrones, en dépit du surcroît de résistance dû au fonctionnement du chronographe, lequel n'est censé marcher que pendant des temps courts, quelques minutes par exemple. Si, par contre, il restait en fonctions plusieurs heures ou plusieurs jours, son influence tendrait à retarder la marche exacte de la montre.

Les cas les plus fréquents en pratique dans lesquels on a besoin du chronographe sont bien connus :

1° Evaluer la distance à laquelle se trouve une pièce d'artillerie dont on voit le feu ;

2° Evaluer la distance à laquelle vient d'éclater la foudre ;

3° Déterminer le nombre de battements artériels, etc.

Enfin, on fait un très grand usage du chronographe à double aiguille pour les courses de chevaux, en particulier aux Etats-Unis, et c'est à cette application spéciale que j'emprunterai un premier exemple de l'emploi du chronographe dit à rattrapante.

Un cheval part de A (fig. 1), arrive successivement en B, C, D et finalement en A. On veut connaître; non seulement le temps employé pour le parcours complet, mais aussi le temps employé pour décrire chacun des 4 tronçons AB — BC — CD — DA, afin de se rendre compte de la variation de l'allure du cheval du commencement à la fin de la course.

Par exemple, 2 chevaux ont parcouru le chemin total pendant le même temps, mais l'un est parti avec une très grande vitesse, puis ralentit graduellement jusqu'à l'arrivée, tandis que l'autre, au contraire, est parti avec une vitesse modérée et la maintient constante jusqu'au but. Ce dernier sera considéré comme supérieur au premier.

Pour contrôler ces vitesses, l'observateur a en main une montre à rattrapante, dont les deux aiguilles du chronographe

se superposent et sont arrêtées sur midi. Par une simple pression du doigt sur une poussette les deux aiguilles se mettent en marche en même temps que le cheval. Lorsque celui-ci arrive en B, une seconde pression du doigt arrête l'aiguille M (fig. 2), tandis que l'aiguille N continue son mouvement sans la moindre perturbation.

L'aiguille M indique donc exactement le temps écoulé pendant que le cheval parcourt AB. On prend note de ce temps, puis une nouvelle pression du doigt ramène très rapidement l'aiguille M sur l'aiguille N. Les deux aiguilles marchent ensemble confondues en une seule. De même, lorsque le cheval passe en C, on arrête l'aiguille M qui indique alors le temps total pour le parcours AC. Une simple soustraction donne le temps pour BC. Ainsi de suite pour les autres subdivisions. Les observations étant finies, les aiguilles sont ramenées à midi par une simple pression du doigt. Les aiguilles partent donc toujours de O au début des observations.

Telle est la fonction des aiguilles d'un chronographe à rattrapante. Si l'observation a duré plus d'une minute, une aiguille spéciale enregistre le nombre entier de minutes (c'est le compteur); cette dernière revient à O avec les autres aiguilles.

On peut donc employer le chronographe à rattrapante pour toute une série d'observations très rapprochées les unes des autres, sans toutefois dépasser une certaine limite, car il faut avoir le temps nécessaire pour faire les trois opérations: arrêter l'aiguille M, prendre note du temps et faire rattraper l'aiguille N par M.

#### *Mécanisme pour le retour des aiguilles à O.*

D'après ce qui précède, et pour simplifier les lectures du temps indiqué, les horlogers ont été conduits à chercher un mécanisme permettant de ramener rapidement à leur point de départ toutes les aiguilles en jeu dans un chronographe.

De quelle manière l'inventeur s'est-il posé le problème et par quelle voie a-t-il obtenu la solution? C'est ce que nous ne savons pas. Il est plus que probable que c'est par une série d'essais et de tâtonnements qu'on est arrivé à construire un mécanisme à la fois simple et pratique.

Les premiers chronographes ont été fournis par la maison Nicole et Capt, de Londres et la Vallée de Joux, qui en exposait un pour la première fois à Paris en 1867.

Plus tard il s'est fait des rattrapantes sur l'aiguille de secondes au moyen d'un spiral qui réunissait la roue de champ et celle portant l'aiguille de rattrapante. On arrêta cette dernière au moyen d'une pince agissant sur la circonférence de la roue et l'observation finie l'aiguille était ramenée sous celle des secondes par le spiral. Ce système n'avait pas grande valeur, puisqu'on ne pouvait pas faire une observation de plus d'une minute sans risquer d'arrêter la montre.

La rattrapante telle qu'on l'a aujourd'hui ne date guère que d'une quinzaine d'années.

Ce qui peut intéresser au point de vue de la théorie, c'est de connaître comment on peut résoudre ce problème en appliquant l'analyse mathématique.

Nous avons une aiguille M (fig. 3 et 4) montée sur une tige servant d'axe de rotation.

La roue dentée R reçoit le mouvement et le transmet à l'aiguille. Il s'agit d'ajouter à cet organe un mécanisme tel qu'on puisse non seulement fixer l'aiguille exactement sur la division initiale marquée O, mais encore la ramener rapidement sur cette division après chaque observation.

Nous avons donc comme condition principale que, quelle que soit la position angulaire de l'aiguille, une force  $F$  de direction fixe entraîne l'axe et par suite l'aiguille dans un mouvement de rotation jusqu'à son point de départ. Mais la direction de la force  $F$  doit passer par l'axe et lui être perpendiculaire, car s'il en était autrement nous n'aurions aucune position de la force en équilibre avec l'axe et par conséquent nous ne pourrions pas employer la même force pour maintenir l'aiguille parfaitement fixe sur la division initiale.

La direction de la force  $F$  passant constamment par l'axe, nous ne pouvons produire le mouvement de rotation de ce dernier que par l'intermédiaire d'une pièce de forme convenable destinée à transformer le mouvement rectiligne de la force en mouvement rotatoire de l'axe.

C'est-à-dire que nous devons avoir un système rappelant (toutes proportions gardées d'ailleurs) la bielle d'une machine à vapeur qui transforme le mouvement rectiligne du piston en mouvement circulaire de l'arbre de couche.

Ceci posé, nous trouverons facilement, par voie analytique, la meilleure forme à donner à cette pièce intermédiaire que nous appellerons pour le moment un excentrique.

Pour fixer les idées, je dirai que le problème est résolu prati-

quement au moyen d'une pièce excentrique dont la forme est donnée par deux spirales d'Archimède égales, partant du même point et décrites en sens inverse (fig. 5), de telle sorte que suivant que l'aiguille se trouve dans le premier ou dans le second demi-quadrant, le mouvement de retour se produit tantôt dans un sens, tantôt en sens inverse.

Les traités d'horlogerie donnent des moyens empiriques pour modifier le tracé de la spirale d'Archimède, nous verrons par l'analyse les inconvénients de ce tracé et le moyen d'obtenir une forme mathématique beaucoup plus convenable, sinon parfaite, pour le cas considéré. La pièce excentrique en question porte le nom de cœur à cause de sa forme particulière.

### *Causes d'erreurs dans l'emploi du chronographe.*

Les causes d'erreurs dans les observations peuvent être rangées en 3 groupes :

1° Les erreurs provenant du mécanisme lui-même.

2° Les erreurs provenant du degré plus ou moins grand d'habileté de l'observateur.

3° Les erreurs provenant de l'état du milieu dans lequel se fait l'observation.

Les erreurs du 1<sup>er</sup> groupe sont évaluées par l'expérience à  $\frac{1}{5}$  de seconde et peuvent descendre à  $\frac{1}{10}$  dans les montres très soignées. Ces erreurs sont constantes pour toutes les observations et ne se produisent qu'au départ et à l'arrêt de l'aiguille pour un mécanisme très bien fait. Malheureusement, comme nous le verrons par la nature de ces erreurs, il n'est pas possible de déterminer d'avance si l'on doit ajouter ou retrancher la somme constante de ces erreurs, attendu qu'elles peuvent changer de signe à chaque observation.

La figure (12) présente l'un des dispositifs très employé pour la mise en marche du chronographe dans les montres très soignées. La roue R est fixée sur l'axe de l'aiguille. R' une roue fixée sur l'axe de la roue de « champ » et R'' une roue intermédiaire montée sur le bras B. Ce dernier pivote autour du point O, et par un léger mouvement oscillatoire autour de O permet l'engrènement ou le dégrènement de la roue R'' avec R.

Supposons les roues R' R'' animées d'un mouvement de rotation dans le sens indiqué par les flèches; la roue R étant arrêtée, nous voulons mettre en marche l'aiguille. Un mécanisme spécial permet un mouvement rapide de la pièce B tel que R'' vient engrèner avec R. A cet instant la roue R'' possède un mouvement

de rotation égal à celui de  $R'$ , mais le déplacement très rapide de la pièce  $B$  lui communique un mouvement de translation autour de  $R'$ . Ce mouvement de translation, quoique très court, est si rapide qu'il modifie complètement le mouvement de rotation de  $R''$  en ce sens que les dents de  $R''$  trouvant appui sur celles de  $R'$  la rotation de  $R''$  augmente considérablement en vitesse pendant cet instant très court de l'engrènement, l'aiguille fait alors un saut en avant.

Si le rouage possédait un mouvement inverse à celui indiqué par les flèches (fig. 13), la perturbation aurait lieu en sens contraire, et l'aiguille ferait un saut en arrière. Ceci aura lieu chaque fois que la vitesse de translation sera plus grande que la vitesse de rotation pour un point de la circonférence au contact des roues.

La vitesse de l'avance ou du recul sera égale à la différence des vitesses de translation et de rotation; lorsque ces deux vitesses seront égales et de même sens, la rotation de  $R''$  sera nulle; l'aiguille est alors dite paresseuse au départ.

Ces perturbations au départ de l'aiguille s'observent parfaitement sur certaines montres.

Une autre cause d'erreur difficile à corriger consiste dans l'épaisseur des dents. Le meilleur moyen de communication du mouvement à ce point de vue serait d'employer des roues à friction, mais il n'y aurait aucune sûreté dans la communication du mouvement.

On comprend (fig. 13 et 14) qu'au moment de l'engrènement la dent de  $R''$  ne touche pas toujours exactement dans un vide de la roue  $R$ , mais qu'il se présente des cas semblables à ceux indiqués par les figures; c'est-à-dire que suivant que la dent de  $R''$  tombe en avant (fig. 14) ou en arrière (fig. 13) de la dent présente de  $R$ , celle-ci est déplacée soit en avant, soit en arrière (voir le sens indiqué par les flèches). Quoique ce déplacement soit très petit, il peut être visible à l'extrémité de l'aiguille dont le rayon est beaucoup plus grand que celui de la roue  $R$ .

MM. Audemars et Piguet, du Brassus, ont corrigé cette cause d'erreur en donnant une extrême finesse aux dents de la roue  $R$ . Chaque dent de  $R''$  saute deux ou plusieurs dents sur  $R$ , tandis qu'elle engrène exactement avec  $R'$ . C'est-à-dire que la forme des dents de  $R''$  doit être telle que cette dernière engrène convenablement d'une part avec la denture très fine de  $R$  et d'autre part avec la denture plus grosse de  $R'$ .

Cette forme particulière de denture est également due à la même maison.

Un grand nombre de brevets ont été pris pour des systèmes de chronographes sans engrenages en vue d'éviter les erreurs signalées plus haut, mais aucun jusqu'ici n'a donné de bons résultats. Les meilleures maisons en sont toujours revenues aux engrenages, en les perfectionnant, et l'on est arrivé à des résultats qu'il est fort difficile de surpasser comme perfection et comme prix.

Quant aux erreurs signalées dans les 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> groupes, elles varient suivant les lieux et pour chaque observateur. Avec un peu de pratique, on arrive, en se servant d'une très bonne montre, à faire des observations suffisamment exactes pour la plupart des cas dans la pratique, c'est-à-dire avec des erreurs ne dépassant guère  $\frac{1}{10}$  de seconde.

Enfin les figures 15 et 16 représentent, la première une coupe suivant l'axe d'un mécanisme de chronographe à rattrapante et la deuxième la vue d'une roue de rattrapante avec son levier L, son ressort D et son cœur C'.

Dans la figure 15 nous avons :

M aiguille de rattrapante ;

N aiguille de chronographe ;

R roue dentée ;

C cœur de chronographe ;

C' cœur de rattrapante ;

RT roue de rattrapante en acier ;

K canon portant l'aiguille de chronographe N.

L'aiguille de rattrapante et la roue RT sont fixées sur l'axe intérieur qui tourne librement dans le canon K, tandis que l'aiguille N, la roue R et les cœurs C et C' sont fixés sur le canon K et tournent avec lui.

D'après le dessin, les aiguilles M et N sont superposées ; lorsqu'on veut arrêter la rattrapante M, une pince vient saisir RT par la circonférence et l'empêche de tourner. Le cœur C' continue de tourner avec le canon K et soulève le levier L ; ce dernier est constamment appliqué contre le cœur C' par le ressort D, de telle sorte qu'aussitôt que la pince cesse d'agir le levier L' tend à revenir dans sa position primitive et par conséquent à entraîner la roue RT et à ramener l'aiguille M sur N, que celle-ci soit en mouvement ou en repos (fig. 16).



*Recherche analytique de la courbure du cœur dans les chronographes.*

On peut facilement obtenir la relation qui lie le déplacement de l'extrémité de la force  $F$  et le déplacement de la courbe formant le contour du cœur.

Pratiquement la force  $F$  est donnée par un levier  $LH$  dont l'extrémité  $H$  vient frapper ou appuyer, suivant le cas, sur le contour excentrique (fig. 6).

Le levier  $LH$  pivotant autour du pt  $L$ , son extrémité décrira un arc de cercle passant par le centre  $O$ . Donc la condition que nous avons posée précédemment, savoir que la force  $F$  soit constamment dirigée sur l'axe ne sera pas mathématiquement réalisée; néanmoins comme l'arc décrit est très court par rapport à son rayon, nous pouvons, afin de simplifier les calculs, admettre que l'extrémité  $H$  du levier décrit une ligne droite passant par  $O$ .

Soient  $x$  et  $y$  les coordonnées de l'extrémité  $H$  du levier par rapport à un système d'axes fixes  $XOY$  (fig. 7), dont l'origine  $O$  coïncide avec le point autour duquel pivote le cœur;  $x_1$  et  $y_1$  les coordonnées du même point prises par rapport à un système d'axes mobiles  $X_1 O Y_1$ , entraînés par le cœur dans son mouvement de rotation.

*Remarque.* — Le point  $H$  du levier et le point  $M$  de la courbe sont confondus.

On a d'après la figure 7 :

$$\begin{aligned}x_1 &= x \cos \varphi + y \sin \varphi \\y_1 &= y \cos \varphi - x \sin \varphi\end{aligned}$$

d'où en différentiant :

$$\begin{aligned}dx_1 &= dx \cos \varphi + dy \sin \varphi + (y \cos \varphi - x \sin \varphi) d\varphi \\dy_1 &= dy \cos \varphi - dx \sin \varphi - (y \sin \varphi + x \cos \varphi) d\varphi.\end{aligned}$$

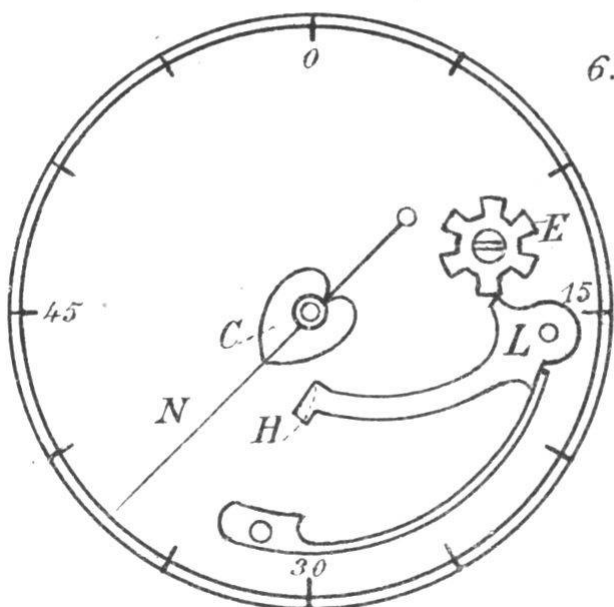
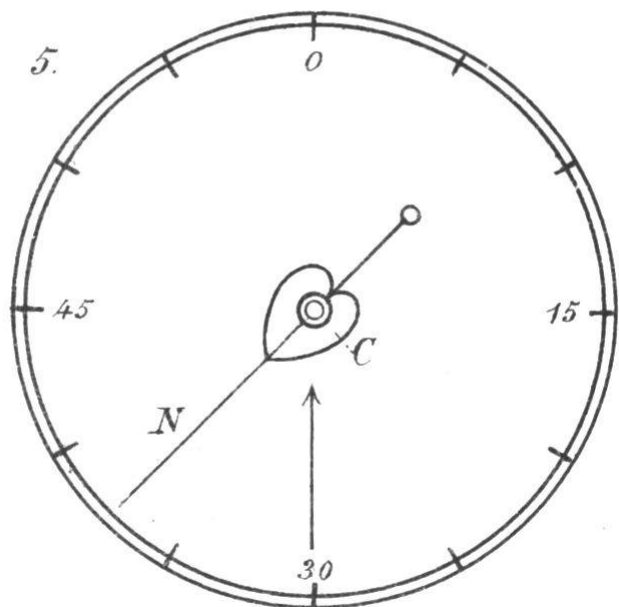
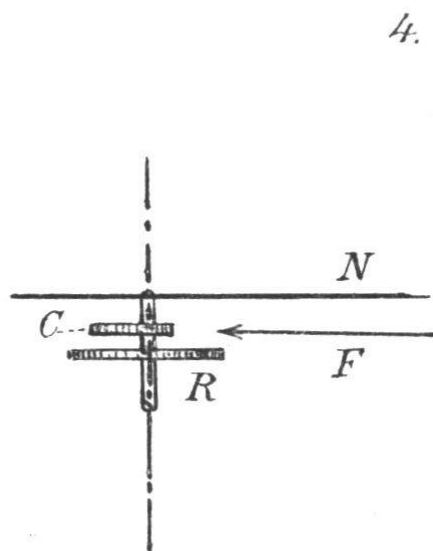
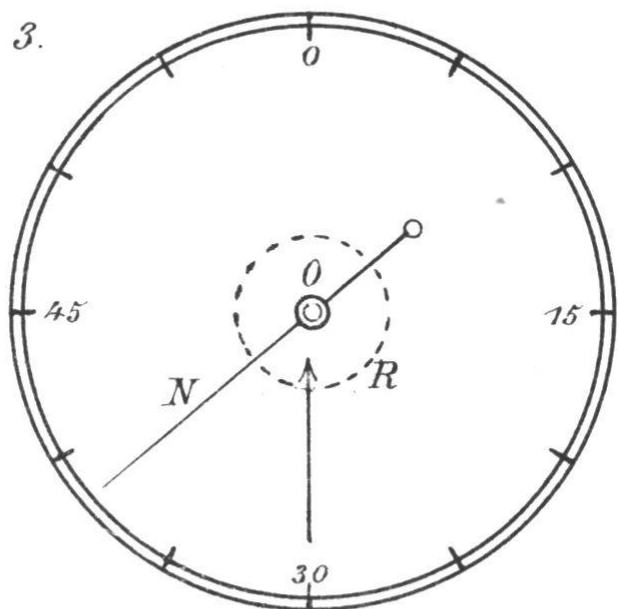
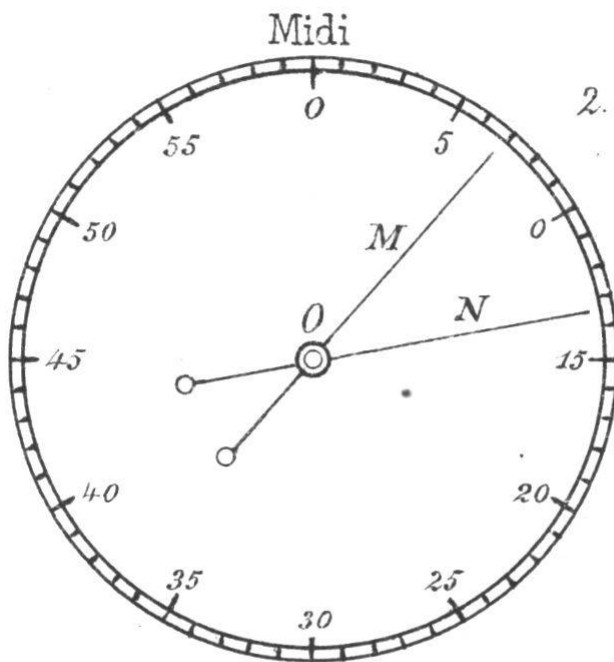
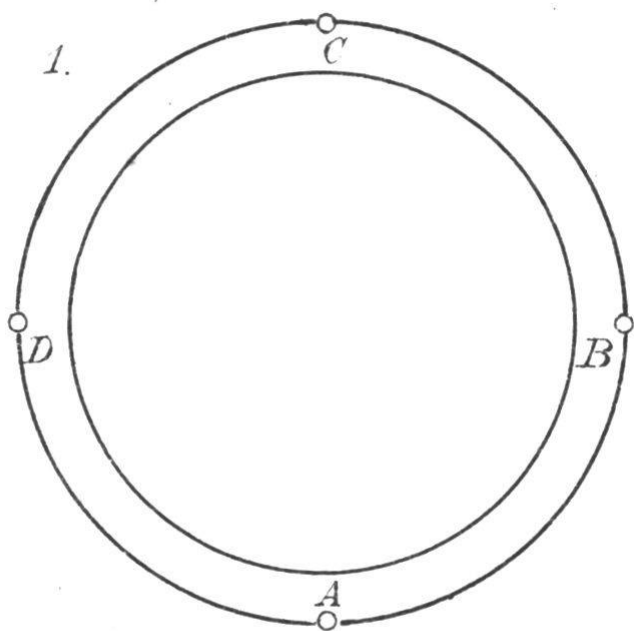
Mais

$$y \cos \varphi - x \sin \varphi = y_1 \quad \text{et} \quad y \sin \varphi + x \cos \varphi = x_1.$$

Donc

$$\begin{aligned}(1) \quad dx_1 &= dx \cos \varphi + dy \sin \varphi + y_1 d\varphi \\(2) \quad dy_1 &= dy \cos \varphi - dx \sin \varphi - x_1 d\varphi.\end{aligned}$$

Si maintenant nous désignons par  $ds$  l'élément de chemin



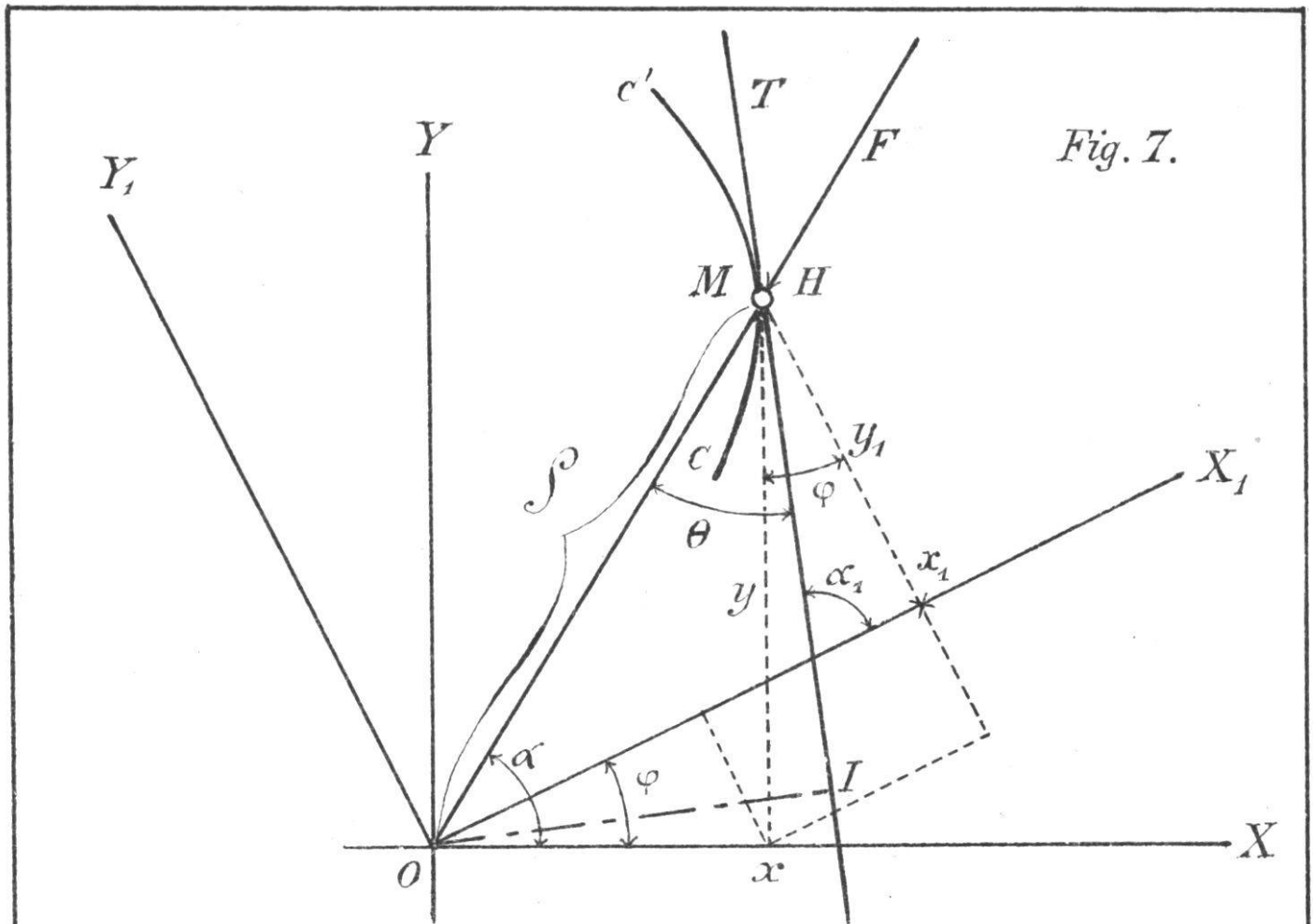


Fig. 7.

Spirale d'Archimède.

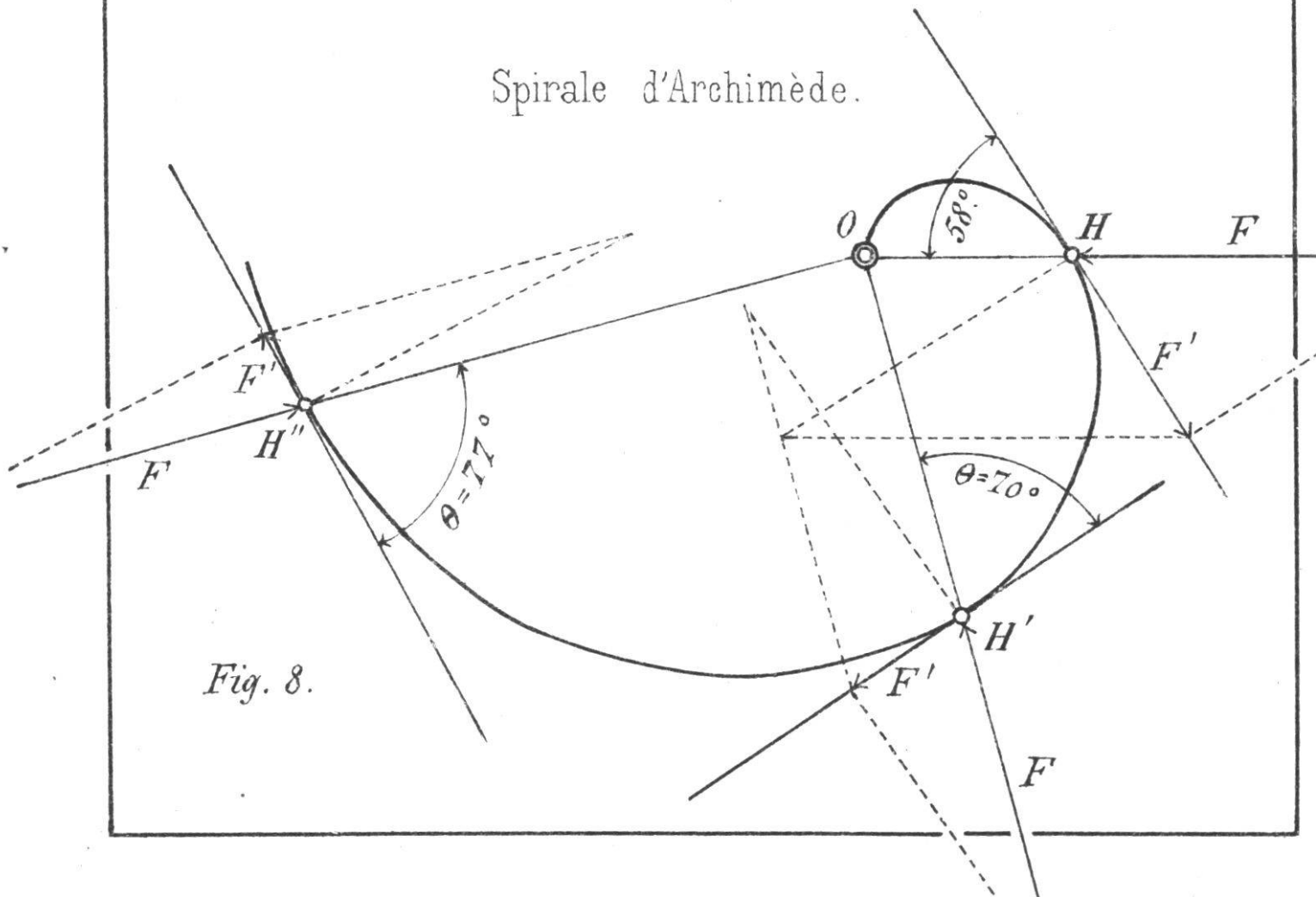
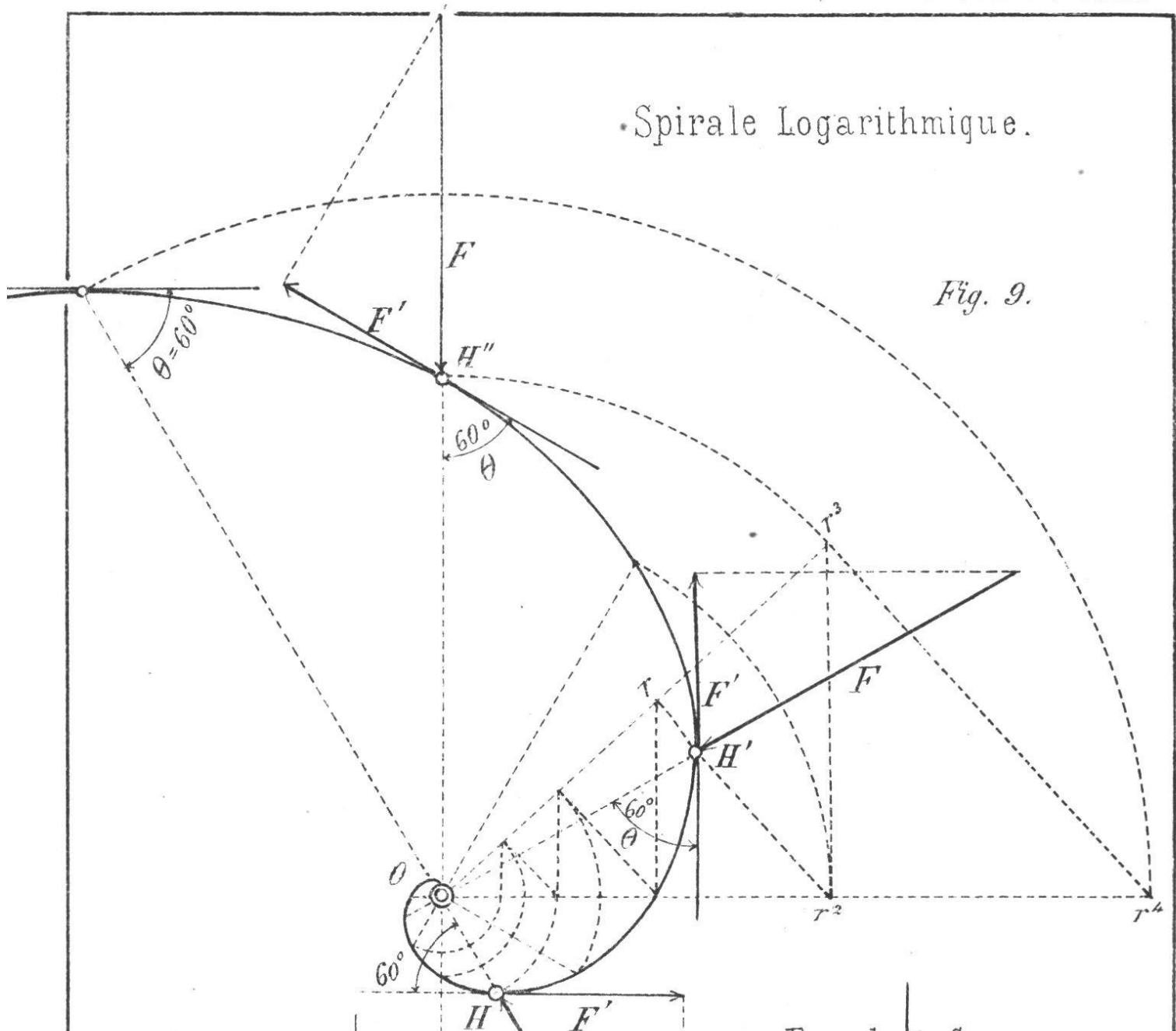


Fig. 8.

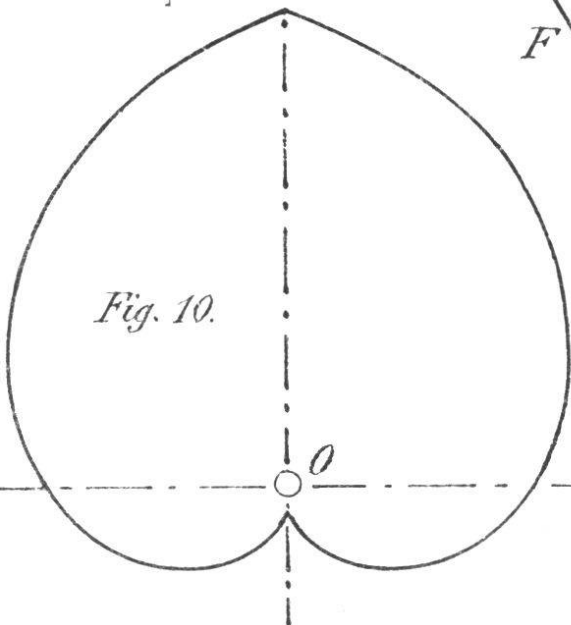
Spirale Logarithmique.

Fig. 9.



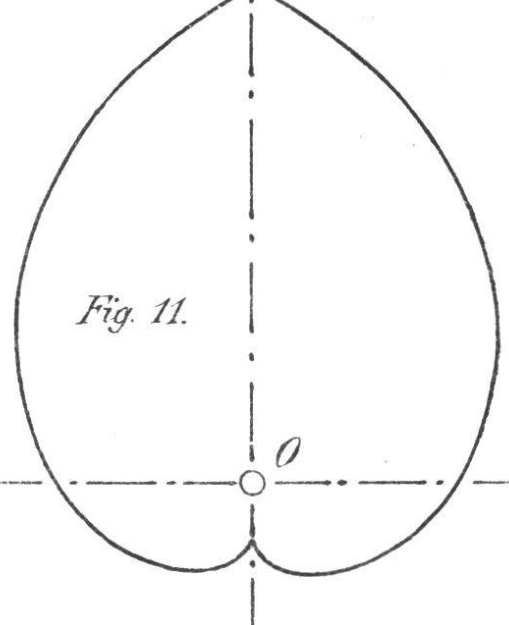
Exemple de Coeur en Spirale d'Archimède.

Fig. 10.



Exemple de Coeur en Spirale Logarithmique.

Fig. 11.



# Chronographe.

Vue Générale.

Fig. 12.

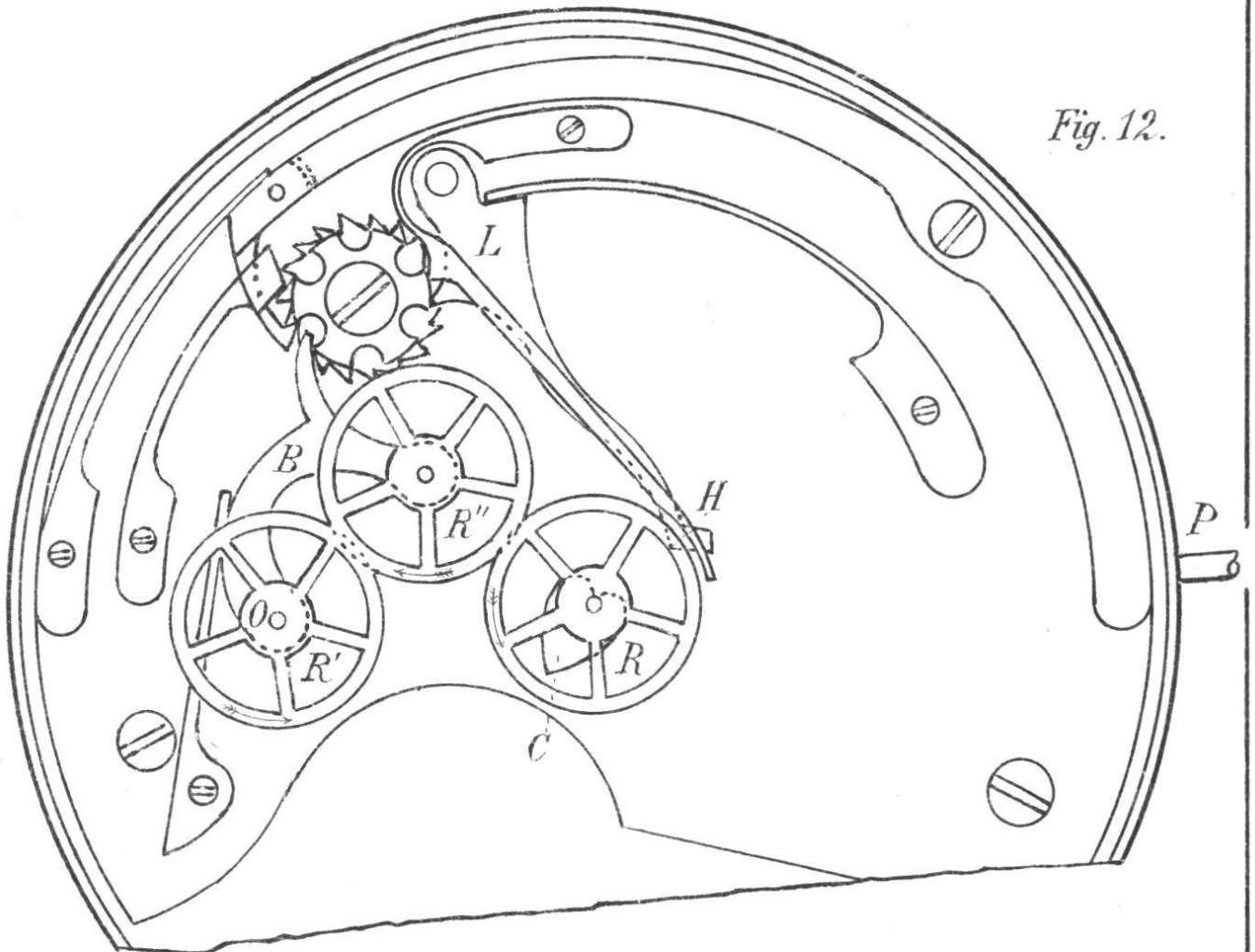


Fig. 13.

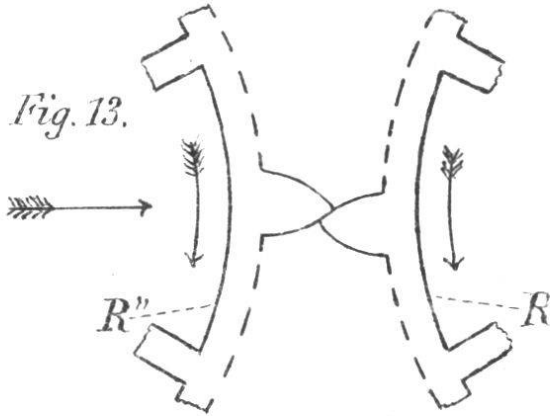
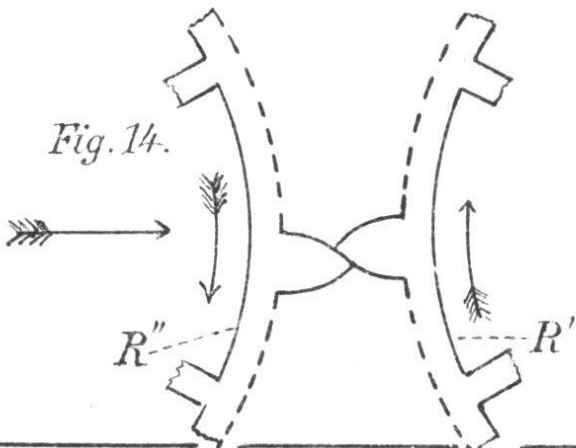


Fig. 14.



## Mécanisme de Rattrapante.

Coupe.

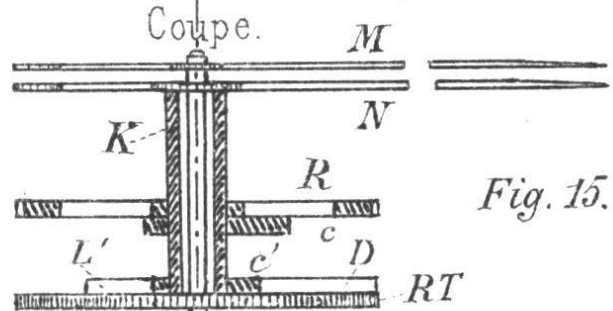


Fig. 15.

## Roue de Rattrapante.

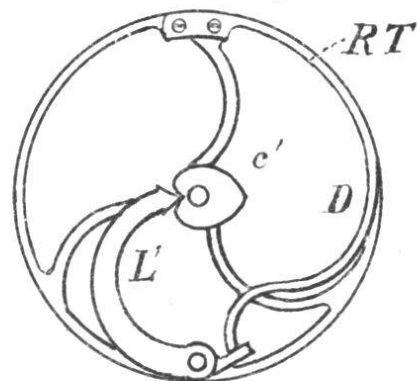


Fig. 16.

parcouru par l'extrémité H du levier suivant la direction OH et par  $\alpha$  l'angle que fait  $ds$  avec l'axe OX, et si nous désignons par  $ds_1$  l'élément de l'arc décrit par le point H sur le contour du cœur et par  $\alpha_1$  l'angle de la tang. à la courbe au point M, avec l'axe OX<sub>1</sub>, nous aurons :

$$\begin{array}{l|l} dx = ds \cos \alpha & dx_1 = ds_1 \cos \alpha_1 \\ dy = ds \sin \alpha & dy_1 = ds_1 \sin \alpha_1 \end{array}$$

Les formules (1) et (2) peuvent s'écrire :

$$\begin{array}{l} ds_1 \cos \alpha_1 = ds \cos \alpha \cos \varphi + ds \sin \alpha \sin \varphi + y_1 d\varphi \\ ds_1 \sin \alpha_1 = ds \sin \alpha \cos \varphi - ds \cos \alpha \sin \varphi - x_1 d\varphi. \end{array}$$

En simplifiant, il vient :

$$\begin{array}{l|l} ds_1 \cos \alpha_1 = ds \cos (\alpha - \varphi) + y_1 d\varphi & \sin \alpha_1 \\ ds_1 \sin \alpha_1 = ds \sin (\alpha - \varphi) - x_1 d\varphi & - \cos \alpha_1 \end{array}$$

Multiplions la 1<sup>re</sup> par  $\sin \alpha_1$ , la 2<sup>e</sup> par  $-\cos \alpha_1$  et additionnons :

$$\begin{array}{l} ds_1 \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 = ds \cos (\alpha - \varphi) \sin \alpha_1 + y_1 \sin \alpha_1 d\varphi \\ -ds_1 \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 = -ds \sin (\alpha - \varphi) \cos \alpha_1 + x_1 \cos \alpha_1 d\varphi. \end{array}$$

$$(3) \quad 0 = ds \left[ \cos (\alpha - \varphi) \sin \alpha_1 - \sin (\alpha - \varphi) \cos \alpha_1 \right] + \left[ y_1 \sin \alpha_1 + x_1 \cos \alpha_1 \right] d\varphi.$$

En admettant que l'extrémité H du levier décrit une ligne droite OH, et en désignant par I le pied de la perpendiculaire abaissée du point O sur la tang. au point M, nous aurons :

$$MI = (y_1 \sin \alpha_1 + x_1 \cos \alpha_1) d\varphi.$$

Et l'équation (3) peut se simplifier :

$$\left[ \cos (\alpha - \varphi) \sin \alpha_1 - \sin (\alpha - \varphi) \cos \alpha_1 \right] = -\sin (\alpha - \varphi) - \alpha_1 = \sin (\varphi - \alpha) + \alpha_1.$$

$$\text{Or} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} (\varphi - \alpha) + \alpha_1 = \theta.$$

Donc l'équation (3) devient :

$$0 = ds \sin \theta + MI d\varphi.$$

$$ds = - \frac{MI d\varphi}{\sin \theta}.$$

Multiplions et divisons par  $\cos \theta$ .

$$ds = - \frac{MI}{\cos \theta} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} d\varphi.$$

Or  $\frac{MI}{\cos \theta} = \rho$  et  $\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\text{tg. } \theta}$

et notre expression devient

$$ds = - \rho \frac{d\varphi}{\text{tg. } \theta} \quad (\text{I})$$

Cette formule, qui du reste pouvait s'obtenir par voie géométrique, permet de calculer la rotation  $d\varphi$  du cœur en fonction de l'élément du chemin décrit par le point H. De plus nous avons une condition de liaison, savoir :

La courbe doit être telle que la rotation du cœur ait toujours lieu dans un sens parfaitement déterminé, lorsque le levier se meut dans un sens donné.

La formule (I) montre immédiatement qu'il suffit pour que cette condition soit remplie que la tangente à la courbe ne devienne jamais perpendiculaire au rayon vecteur  $\rho$ , car dans ce cas  $\text{tg } \theta$  devient infinie et la courbe se réduit à un arc de cercle de centre O, sur lequel l'action du levier est nulle.

Donc au point de vue mathématique il y a une infinité de courbes qui satisfont à la question. Parmi toutes ces courbes, nous trouvons surtout les différentes spirales, et si nous admettons que la spirale d'Archimède soit convenable au point de vue pratique, comme du reste le conseillent plusieurs auteurs, nous n'avons qu'à introduire dans notre formule (I) la condition que les rotations du cœur soient proportionnelles au déplacement du pt. H, c'est-à-dire :

$$ds = a d\varphi.$$

D'où en remplaçant dans (I), nous avons :

$$a d\varphi = \rho \frac{d\varphi}{\text{tg. } \theta} \quad \rho = a \text{tg. } \theta.$$

Une formule de différentiel donne :

$$\text{tg. } \theta = \rho \frac{d\varphi}{d\rho},$$

donc

$$\rho = a\varphi \frac{d\varphi}{d\rho} \qquad d\rho = a d\varphi,$$

et en intégrant

$$\rho = a(\varphi - \varphi_0).$$

C'est la forme d'une spirale d'Archimède, dans laquelle  $\rho$  est le rayon vecteur,  $\varphi$  son angle avec OX,  $\varphi_0$  une constante et  $a$  un coefficient proportionnel à l'accroissement du rayon vecteur.

Nous voyons par l'examen de la fig. 8 que dans la spirale d'Archimède l'angle  $\theta$  qui est nul au point de départ de la courbe va en croissant rapidement et constamment à mesure que la spirale se développe et tend vers  $90^\circ$ , lorsque  $\rho$  devient infini. De plus, si nous donnons à l'action du levier une valeur finie et égale à 40 mm. par exemple, le parallélogramme des forces nous montre clairement que lorsque l'angle  $\theta$  augmente, la composante tangentielle  $F'$  décroît rapidement.

Or si théoriquement, il suffirait d'une composante tangentielle très faible pour déterminer la rotation du cœur; il n'en est pas de même pratiquement alors que les résistances passives absorbent une bonne partie de la force. En outre on est très limité pour l'espace et l'on ne peut donner à la courbe qu'un très faible développement, ce qui entraîne souvent à des pertes de temps, car les corrections se font par tâtonnements parfois assez longs avant d'obtenir un bon résultat.

L'idée d'employer 2 spirales identiques décrites en sens inverse a pour but de pouvoir donner à la courbe une « pente » double sans augmenter la plus grande valeur du rayon vecteur; c'est un grand perfectionnement sur les premiers chronographes qui ont été faits avec un limaçon formé d'une seule spirale semblable à celle de la figure (8). Toutefois, comme nous l'avons démontré précédemment, la spirale d'Archimède n'est convenable qu'après avoir subi une correction importante ayant pour but d'atténuer la variation de l'angle  $\theta$  et par conséquent de conserver à la composante tangentielle  $F'$  une valeur suffisante pour déterminer la rotation du cœur.

Mais la démonstration précédente nous donne la certitude que la qualité pratique essentielle de la courbure dépend entièrement de la bonne grandeur de l'angle  $\theta$ .

*Le problème est donc ramené à trouver une spirale ou courbe mathématique dont l'angle  $\theta$  soit constant et de grandeur convenable.*



*La réponse est toute trouvée dans la spirale logarithmique qui présente cette propriété remarquable que, quel que soit le point considéré sur la courbe, l'angle  $\theta$  est constant.*

Il suffit maintenant de déterminer par des expériences pratiques la grandeur la plus convenable à donner à  $\theta$  et de construire la spirale logarithmique correspondante. Pour faciliter les recherches, il faudrait construire une courbe à grande échelle et la réduire au moyen du pantographe. La fig. 9 donne un exemple de spirale log. construite géométriquement. La construction par le calcul est très longue et doit faire l'objet d'une étude spéciale.

L'examen de la figure 9 montre clairement que la composante tangentielle  $F'$  est constante en tous les points de la courbe.

Les figures 10 et 11 font voir la différence entre la courbure de la spirale d'Archimède et la courbure donnée par la spirale logarithmique.

#### *Conclusion.*

Il résulte de l'étude précédente que l'application de la spirale logarithmique à la forme du cœur dans les chronographes est démontrée comme étant la forme mathématique et pratique la plus rapprochée de la perfection; et je serai assez heureux et récompensé si la publication du présent mémoire peut rendre quelque service à la science et à l'industrie et particulièrement à messieurs les fabricants de chronographes.

*Comme il n'existe pas à ma connaissance de démonstration analogue, je revendique la priorité d'avoir démontré la possibilité de faire une application pratique très importante de la spirale logarithmique dans l'industrie.*

Je ne saurais terminer cette étude sans exprimer ma reconnaissance aux personnes qui m'ont favorisé de leur bienveillance et spécialement à MM. Audemars, Piguet et C<sup>ie</sup>, au Brassus, pour le chronographe et les pièces détachées qu'ils ont bien voulu me confier et pour les précieux renseignements qu'ils m'ont fournis. Je remercie également M. le professeur Henri Dufour d'avoir bien voulu mettre la communication que j'ai faite de cette étude à la Société au bénéfice de son talent d'expérimentateur, en projetant sur un écran et à grande échelle, le mécanisme en mouvement et les pièces détachées.