

Observations sur le nouveau théorème relatif à la marche d'un thermomètre non équilibré et extension de ce théorème

Autor(en): **Dufour, C.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles**

Band (Jahr): **33 (1897)**

Heft 124

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-265056>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

OBSERVATIONS

SUR LE

nouveau théorème relatif à la marche d'un thermomètre non équilibré
et extension de ce théorème.

PAR

Ch. DUFOUR.

En 1864, je faisais différentes observations sur la température de l'air, dans l'observatoire météorologique de M. le colonel Burnier à Morges.

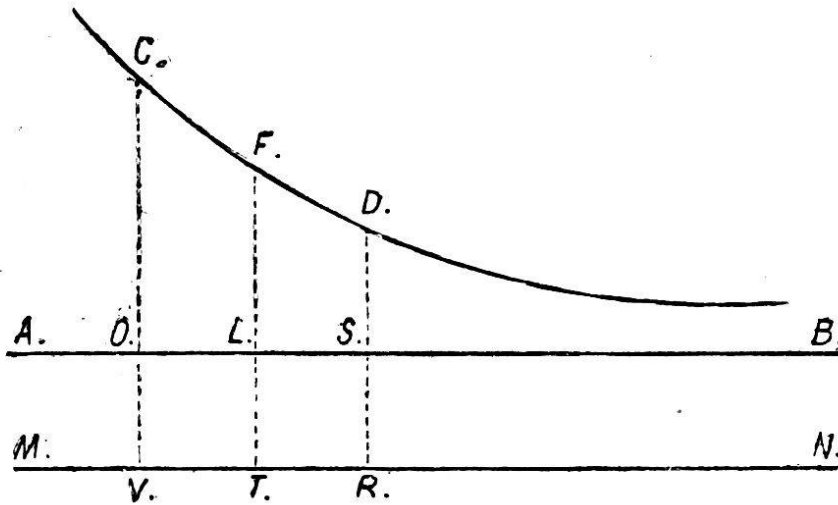
Je regrettais d'être souvent obligé d'attendre fort longtemps avant que le thermomètre fût équilibré et donnât réellement la température de l'air. C'est alors que je cherchai, si l'on ne pouvait pas, d'après la marche du thermomètre pendant quelques minutes, calculer le point où il doit s'arrêter ; car il est évident que plus un thermomètre est loin d'être équilibré, plus sa variation est grande pendant l'unité de temps ; ou si l'on veut, la rapidité de la marche d'un thermomètre est une fonction de la distance qui le sépare de la température à laquelle il restera stationnaire.

Je supposais alors, ce qui était généralement admis, que lorsqu'un corps se refroidit, si les temps varient en progression arithmétique, l'excès de la température de ce corps sur celle de l'air ambiant varie en progression géométrique.

Toutefois il est évident que cette loi n'est pas parfaitement juste ; car alors un corps ne pourrait jamais prendre la température de l'air dans lequel il est plongé, ces deux températures seraient réellement dans un état asymptotique ; or il ne paraît pas qu'il en soit ainsi dans la nature.

Cependant, j'ai fait de nombreuses observations pour voir si cette loi était suffisamment exacte pour le but que je me proposais. Et dans le fait, en observant la température de demi-minute en demi-minute, sur un thermomètre à mercure, à boule nue, librement suspendu dans l'air ; puis en calculant d'après la loi énoncée, j'ai toujours trouvé entre les résultats des différences

assez faibles, pour qu'elles puissent être négligées dans une question de cet ordre.



La question se présentait ainsi :

Soit MN la ligne qui représente le zéro du thermomètre, AB celle qui représente la température de l'air ambiant, CFD une courbe représentant la marche du thermomètre. Cette courbe se rapproche toujours plus de la droite AB.

On observe la hauteur du thermomètre en C, en F et en D ; c'est dire que l'on connaît les ordonnées CV, FT et DR. Il s'agirait de trouver la quantité FL qu'il faudrait retrancher à l'ordonnée du milieu pour trouver LT, qui est la température de l'air, température que l'on cherche et à laquelle devrait arriver la courbe CFD, après un temps plus ou moins long.

Ce calcul est bien simplifié par l'emploi d'un théorème d'algèbre que j'ai trouvé en faisant cette recherche. Ce théorème est celui-ci :

Si dans une progression géométrique, on prend trois termes de rangs équidistants, que l'on multiplie l'une par l'autre les deux différences premières, et que l'on divise par la différence seconde, on obtient le terme intermédiaire.

Il est facile de démontrer cette vérité :

En effet, soit une progression géométrique :

$\div a, ar, ar^2, ar^3 \dots ar^{n-x} \dots ar^n \dots ar^{n+x}$, dans laquelle ar^{n-x} , ar^n et ar^{n+x} sont 3 termes dont les rangs sont équidistants.

Les deux différences premières de ces termes sont :

$$ar^{n+x} - ar^n \quad (1) \quad \text{et} \quad ar^n - ar^{n-x} \quad (2)$$

La différence de ces différences, ou la différence seconde, est

$$(ar^n + x - ar^n) - (ar^n - ar^n - x). \quad (3)$$

Multiplions l'une par l'autre les valeurs (1) et (2) et divisons par la valeur (3) on a :

$$\frac{(ar^n + x - ar^n)}{(ar^n + x - ar^n) - (ar^n - ar^n - x)} \cdot \frac{(ar^n - ar^n - x)}{(ar^n - ar^n - x)}.$$

En faisant les simplifications possibles, on voit que cette valeur, en apparence assez compliquée, revient à ar^n qui est précisément le terme intermédiaire.

Je ne suis pas la seule personne dont l'étonnement fut grand de voir qu'on n'avait pas trouvé plus tôt un théorème aussi simple relatif aux progressions géométriques, c'est-à-dire à un sujet étudié depuis longtemps.

Ce théorème trouve son application dans les cas assez nombreux, où les valeurs qui représentent deux phénomènes sont fonctions l'une de l'autre; et que l'une d'elles varie en progression géométrique, tandis que l'autre varie en progression arithmétique. Ce calcul admet souvent, du reste, des simplifications arithmétiques très notables, et dans tous les cas il se prête fort bien au calcul logarithmique.

On m'a souvent manifesté l'étonnement que l'on avait eu de voir que j'étais arrivé à un résultat pareil; car il n'est pas évident que la considération de la différence des ordonnées doit amener une telle simplification.

Je tiens à dire que je ne suis pas arrivé à ce résultat par hasard. J'y suis arrivé en traitant la question algébriquement. Voici comment j'ai procédé :

Soit r la raison d'une progression par quotient; la valeur de trois termes de rangs équidistants sera par exemple :

$$r^{m+n}; r^m \text{ et } r^{m-n}$$

Appelons x le premier de ces termes, y le second et z le troisième. On aura donc :

$$x = r^{m+n},$$

$$y = r^m,$$

$$z = r^{m-n}.$$

Si l'on connaît les différences de ces termes, différences que nous désignerons par a et par b , on aura :

$$\begin{aligned}x - y &= a \\ y - z &= b\end{aligned}$$

On a donc seulement 2 équations entre 3 inconnues : mais on peut observer que, dans le cas actuel, ces trois inconnues ne sont pas tout à fait indépendantes ; elles sont liées par le fait qu'elles sont les termes de rangs équidistants d'une progression géométrique ; ceci établit une relation qui équivaut à une 3^{me} équation, ce qui permet alors de déterminer la valeur des inconnues en fonctions de a et de b .

En effet, en mettant à la place de x et de y leurs valeurs indiquées plus haut, et en sortant le facteur commun r^m on trouve :

$$r^m (r^n - 1) = a. \quad (1)$$

Puis en faisant la même chose pour les valeurs de y et de z et en sortant le facteur commun r^{m-n} on trouve :

$$r^{m-n} (r^n - 1) = b. \quad (2)$$

Mais $r^m = y$. Donc l'équation (1) donne

$$y (r^n - 1) = a. \quad (3)$$

De l'équation (2) on tire

$$r^n - 1 = \frac{b}{r^{m-n}}.$$

Mais $r^{m-n} = z = y - b$.

Donc $r^n - 1 = \frac{b}{y - b}$.

Mettons cette valeur à la place de $r^n - 1$ dans l'équation (3), cette équation (3) devient

$$y \frac{b}{y - b} = a \quad \text{ou} \quad by = ay - ab.$$

Donc $ab = ay - by$. Et $y = \frac{ab}{a - b}$.

Telle est la marche que j'ai suivie en 1864, et qui m'a indiqué la propriété que j'ai publiée à cette époque.

Mais on peut aller plus loin ; en mettant cette valeur de y dans les équations premières, on en tire :

$$x - \frac{ab}{a-b} = a \quad \text{et} \quad \frac{ab}{a-b} - z = b .$$

La première de ces équations donne facilement :

$$x = \frac{a^2}{a-b}$$

et la seconde donne :

$$z = \frac{b^2}{a-b} .$$

Donc en définitive :

Si dans une progression géométrique on prend 3 termes de rangs équidistants, que l'on multiplie l'une par l'autre les deux différences premières et que l'on divise par la différence seconde, on obtient le terme intermédiaire.

Si l'on désigne le terme le plus grand par x , le second par y et le plus petit par z , et que l'on appelle a la différence qu'il y a entre x et y et b , celle qu'il y a entre y et z , on a de même :

$$x = \frac{a^2}{a-b}; z = \frac{b^2}{a-b}$$

$$\text{et} \quad x + 2y + z = \frac{(a+b)^2}{a-b} .$$

Je sais que la première proposition a été fréquemment utilisée dans les conditions dont j'ai parlé.

Comme exemple, je citerai une observation thermométrique du 9 février 1864 : le thermomètre a été chauffé à la main, puis abandonné pendant une demi-minute environ, afin de supprimer l'effet des dilatations anormales, et inégalement rapides, du verre et du liquide dans les premiers instants où le thermomètre est exposé à l'air. Alors les observations commencent :

A 0	minute	le thermomètre	indique	11°6
A 1	»	»	»	8°2
A 2	»	»	»	5°7

Ici $a = 3^{\circ}4$; $b = 2^{\circ}5$; $a - b = 0^{\circ}9$.

Donc la correction à apporter à la deuxième observation est :

$$\frac{3,4 \times 2,5}{0,9} = 9^{\circ}4.$$

En retranchant cette quantité de la deuxième observation on trouve $-1^{\circ}2$ pour la température de l'air ambiant.

En réalité, après la huitième minute, le thermomètre est arrêté à $-1^{\circ}1$.

Le résultat était bon quand j'utilisais un thermomètre à boule nue exposé à l'air. Il n'en était plus de même quand le thermomètre était posé sur du bois ou encastré dans une planchette en bois. Il est évident qu'ici la loi du refroidissement du thermomètre était différente. La différence de température avec l'air ambiant ne variait pas en progression géométrique quand le temps variait en progression arithmétique.

A l'avenir, on pourra aussi utiliser les propriétés nouvelles concernant le premier et le troisième terme. Dans tous les cas, elles pourront rendre des services dans les questions où il y aura à considérer deux valeurs, dont l'une varie suivant une progression géométrique, tandis que l'autre varie suivant une progression arithmétique. Et cette propriété du premier et du troisième terme donnera, au besoin, une excellente vérification des calculs. Or les personnes habituées à calculer savent bien qu'un bon moyen de vérification n'est jamais à mépriser.

