

**Zeitschrift:** Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Herausgeber:** Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Band:** 56 (1925-1929)  
**Heft:** 221

**Artikel:** Sur l'énergétique et l'interdépendance des phénomènes galvanomagnétiques de Hall et de W. Thomson  
**Autor:** Perrier, Albert  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-271637>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 14.05.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**Albert Perrier. — Sur l'énergétique et l'interdépendance  
des phénomènes galvanomagnétiques de Hall et de W. Thomson.**

---

*N. XIII. — Séance du 6 juillet 1927.*

---

I. — La théorie présentée dans diverses communications à la Société<sup>1</sup> a posé un nombre considérable de questions pour lesquelles j'ai dû me borner à indiquer le sens dans lequel elle cherche à les résoudre et à renvoyer à des études plus détaillées. Je consacre le présent travail exclusivement aux effets galvanomagnétiques; il développe et précise notablement ce qui touchait ces phénomènes dans les notes II, VI et X. Mais pour s'approcher de la solution d'une des questions fondamentales posées, celle des résistances et forces électromotrices vraies, il a fallu élaborer les bases de toute une théorie phénoménologique révisée suivant les idées de l'auteur. C'est la raison de l'étendue relative de cette publication, bien que le texte en soit très condensé, qu'on y ait supprimé toute figure et presque tout calcul, et que je doive reprendre le tout dans l'étude d'ensemble qui doit être faite.

II. — Pour la suite, il convient de préciser la terminologie usitée. Je postule toujours, pour la commodité des raisonnements, une nappe de courant de répartition *uniforme*, représentée en chaque point par le vecteur densité de courant  $J$ . Comme dans mes notes précédentes, nous rapportons à des systèmes de coordonnées rectangulaires à droite, l'axe des  $z$  étant réservé pour le champ magnétique, l'axe des  $x$  pour le courant donné, celui des  $y$  pour les effets transversaux (cette

<sup>1</sup> Je continuerai à noter les renvois bibliographiques simplement par les numéros (I-XII) de cette série de notes. On en trouve un index précis à la fin de la note XII (*Bull. Soc. vaud. Sc. nat.*, v. 56, 1926, p. 145. — V. aussi de brefs extraits: Séance Soc. suisse de Physique, Bâle, mai 1926: *Arch. Sc. phys. et nat.* (5) v. 8, 1926, p. 136 et 138; et id. 2-3 sept. 1927 (5), v. 9, 1927, p. 343 et 347.)

dernière convention ne peut être maintenue partout sans inconvénient, on verra sans hésitation dans quelles circonstances). Les composantes suivant les axes sont désignées par des indices convenables (p. ex.  $J_x, J_y$ ). J'applique le qualificatif « transversal » bien entendu tant à des gradients de potentiel qu'à des composantes de courant; de même, je dirai aussi bien force électromotrice de Hall que courant de Hall; on verra qu'il nous est indispensable en outre de pouvoir faire usage des termes de courant (diff. de potentiel) « primaire » pour ce qui est donné (en général fourni de l'extérieur), courant (effet, diff. de pot., etc.) « secondaire » pour ce qui est provoqué transversalement par le champ magnétique; nous aurons aussi à parler d'effets « tertiaires », etc. Et l'on sait enfin qu'à côté des effets galvanomagnétiques transversaux, qui sont proprement les effets Hall, on parle aussi d'effets galvanomagnétiques longitudinaux pour ce qui touche aux variations de résistance provoquées par les actions magnétiques.

Fixons encore des conditions expérimentales qui seront invoquées continuellement dans la suite. Etant donnée une lame soumise à un champ magnétique normal  $\mathcal{H}$  et parcourue par un courant primaire  $I_x$ , nous pouvons l'imaginer: d'une part limitée à gauche et à droite par des bords parallèles à  $J$ : ce sont les conditions généralement réalisées dans les mesures de l'effet Hall, je les désignerai brièvement par *conditions o* (de circuit transversal « ouvert »); de l'autre, ces deux bords longitudinaux amenés à coïncidence et soudés, autrement dit on crée un court-circuit transversal: ce seront les *conditions f*; ici, l'effet Hall se manifeste non plus par un gradient transversal de potentiel  $-\mathcal{E}_y$ , mais par une composante transversale d'intensité  $J_y$ . Ces dernières conditions ont servi déjà à des mesures<sup>1</sup>.

III. — Un problème fondamental posé dans mes notes II, VI, VIII, X, est celui de la *résistance vraie opposée au courant galvanomagnétique transversal* (corrélativement de sa force électromotrice vraie).

Expérimentalement, la question semble devoir se résoudre en mesurant les différences de potentiel nécessaires pour entretenir le même courant primaire dans deux lames identiques.

<sup>1</sup> CORBINO et ses collaborateurs.

mais l'une en condition  $o$ , l'autre en condition  $f$ : L'écart de ces deux valeurs serait imputable à l'énergie transformée en chaleur par le secondaire ( $I_y$ ) et renseignerait ainsi immédiatement sur la résistance correspondante.

La question de la résistance multiple n'ayant jamais été posée, les quelques auteurs qui sont arrivés à considérer le cas du circuit transversal fermé ont admis, plus ou moins implicitement cela va de soi, que ce courant transversal ne présente aucune particularité, que son énergie se superpose purement et simplement à celle du primaire, et que, du reste, l'accroissement magnétique connu de la résistance n'a aucune relation avec l'effet Hall. L'étude qui suit va vous montrer en particulier combien il est délicat de tirer de l'expérience des conclusions solides; le nombre est grand en effet des hypothèses que l'on introduit sans s'en douter.

IV. — Partons tout d'abord d'une hypothèse très simple et qui a du reste été formulée ailleurs sans être analysée:

*La variation apparente de résistance primaire des conditions  $o$  aux conditions  $f$  est due, quant au mécanisme, à un deuxième effet Hall, celui du courant secondaire  $I_y$ ; cet effet, le « tertiaire », a la direction du primaire.*

Soient comme d'usage  $R$  la constante de Hall,  $\varphi$  l'angle de rotation des surfaces équipotentielles,  $\rho$  la résistivité.

A densité primaire  $J_x$  identique dans les conditions  $o$  et  $f$ , la variation de gradient négatif suivant  $Ox$  s'écrit

$$\delta \mathcal{E}_x = R \mathcal{H} J_y = \frac{R^2 \mathcal{H}^2 \mathcal{E}_x}{\rho^2} \quad (1)$$

Et la chaleur Joule, afférente à  $J_y$ , est alors par unité de volume

$$J_x \delta \mathcal{E}_x = J_y^2 \rho \quad (2)$$

Enfin pour le rapport des résistances apparentes suivant  $Ox$

$$\frac{\rho_f}{\rho_o} = \frac{\mathcal{E}_x + \delta \mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_x} = 1 + \frac{R^2 \mathcal{H}^2}{\rho^2} = 1 + \operatorname{tg}^2 \varphi \quad (3)$$

Les formules auxquelles nous arrivons (en part. (2)) expriment exactement la supposition implicite classique: le courant Hall se comporte sans particularité quant à sa résistance. Si donc, semble-t-il bien, des expériences exécutées comme il est dit plus haut, ne vérifiaient pas quantitativement ces

prévisions, on ne pourrait éviter la conclusion que *la résistance galvanomagnétique transversale n'a pas la même valeur que pour les courants ordinaires* (courants « de potentiel »): corrélativement (v. mes publications antérieures) *que la constante de Hall pour le courant secondaire n'est pas la même que pour le primaire*. Et ce serait d'un seul coup la légitimation d'une base essentielle de ma théorie<sup>1</sup>.

V. — Or, on pourrait tout d'abord formuler des remarques intéressantes sur la rigueur des raisonnements employés, notamment si le champ n'est pas très faible. Je m'en dispenserai totalement dans cette publication; car aussi bien, l'examen serré dont le canevas suit conduit entre autres à ces deux conclusions autrement générales et importantes, d'ailleurs bien inattendues:

a) *L'expérience proposée ne saurait donner un résultat différent des prévisions théoriques ci-dessus.*

b) *Néanmoins, on ne saurait en déduire que la résistance et la force électromotrice transversales soient celles que l'on détermine par les mesures usuelles.*

La première proposition se justifie par le théorème très simple qui suit, et qui est essentiel dans ce travail:

Considérons toujours deux lames dans les conditions  $o$  et  $f$ , identiques par ailleurs. Entretenons-y des courants primaires tels que la densité réelle de courant  $j$  soit la même dans les

<sup>1</sup> Bien entendu, il sera procédé dans les publications plus détaillées à l'examen et à la discussion de résultats expérimentaux antérieurs divers qui offrent des connexions avec ces recherches théoriques générales. Je ne puis cependant passer sous silence les données mises au jour par R.-C. Tolman et ses collaborateurs sur les courants électriques par accélération (courants « d'inertie »). Ils annoncent avoir mis à peu près hors de doute (1926) des différences très nettes (jusqu'à 20%) entre les valeurs de la charge spécifique  $e/m$  de l'électron tirées de l'observation de ces courants d'inertie et la valeur maintenant classique. Or ce résultat essentiel de ces beaux et difficiles travaux me paraît devoir précisément s'interpréter tout autrement, à savoir que *les résistances à ce type de courant sont différentes de cette valeur classique*. A ce prix, la conclusion que  $e/m$  est fonction de la nature du conducteur, extrêmement malaisée à admettre dans l'état actuel des connaissances, est mise hors de cause. — Je faisais prévoir tout cela dès le début de mes recherches sur la conduction et j'y suis revenu à plusieurs reprises (cf. notes II, X, XI). Réciproquement, si l'avenir montre que cette voie théorique nouvelle ne se heurte par ailleurs à aucun obstacle sérieux, ces résultats en seront un des plus sûrs appuis. Accessoirement, je note que la méthode adoptée en dernier lieu par les physiciens américains est justement une de celles dont j'indiquais le schéma — dans l'ignorance de ces nouveaux travaux déjà en voie d'exécution — pour pousser ces recherches. L'autre méthode décrite dans la même note n'en devient que plus intéressante (v. considérations accompagnant cette note XI). (Note adjointe à l'impression.)

deux. On se rendra compte sans difficulté que deux relations sont alors valables simultanément, savoir :

$$\frac{\text{Intensité } f}{\text{Intensité } o} = \cos \varphi \quad \Bigg| \quad \frac{\text{Tension } f}{\text{Tension } o} = \frac{1}{\cos \varphi}$$

d'où

$$\frac{\text{Résistance } f}{\text{Résistance } o} = \frac{1}{\cos^2 \varphi} = 1 + \operatorname{tg}^2 \varphi \quad (4)$$

c. q. f. d.

Il importe de remarquer que le théorème exprimé par cette équation est de nature purement phénoménologique : ne faisant appel à aucune interprétation ou mécanisme particulier des phénomènes, il est parfaitement *rigoureux et général*. La justification par lui de la proposition *a* ci-dessus est évidente.

La relation (4) coïncide avec (3) ci-dessus, si l'on pose  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_{\mathcal{H}}}{\rho}$ . Cela ne veut pas dire qu'elle démontre l'exactitude des suppositions faites là pour arriver à (3). Je montrerai ailleurs que ce théorème (4) fait justice de bon nombre d'erreurs ou à tout le moins d'affirmations hasardées répandues dans la riche bibliographie de l'effet Hall.

VI. — Abordons la seconde proposition (*b*). Pour la justifier, considérons attentivement les phénomènes postulés pour la démonstration précédente : on peut les décrire en raccourci en disant que les deux systèmes *o* et *f* sont différents, mais que, dans ces systèmes, *les phénomènes élémentaires sont identiques* : le même vecteur *J* formant le même angle avec le même gradient de potentiel : la différence numérique entre les deux systèmes tient à des causes géométriques, non physiques. En sorte que cette différence ne saurait renseigner sur l'énergie du courant Hall, celui-ci existant autant dans un cas que dans l'autre, ce qui est bien le contenu de la proposition *b*). Cette question essentielle n'est donc toujours pas résolue. Nous la reprenons plus loin, mais auparavant, je veux enregistrer quelques résultats importants relatifs à la *magnétorésistance*, et qui sont ici presque immédiats ; ils contribuent aussi bien, pour leur part, à la clarté de la suite.

VII. — L'étude expérimentale de ce phénomène galvanomagnétique longitudinal dans un champ magnétique normal a été poursuivie, comme on sait, presque exclusivement sur

des fils, soit des conducteurs dans lesquels les lignes de courant sont pratiquement parallèles à la direction du fil: ce sont là précisément les conditions  $o$  caractérisées ci-dessus. Or, on vient de voir comment, dans ces conditions, le *courant* de Hall existe, contrairement à une idée admise sans hésitation jusqu'ici.

Le phénomène observé généralement est donc complexe, plus précisément: *L'effet d'un champ magnétique normal sur la résistance d'un conducteur allongé ne saurait être indépendant, même directement, de l'effet Hall*<sup>1</sup>.

Illustrons encore les résultats acquis par cette proposition qui n'est paradoxale qu'en apparence, et a l'avantage d'être frappante:

*Entre les conditions  $o$  et  $f$ , il y a une différence de résistance, mais non pas de résistivité.*

La suite fera encore ressortir pourquoi l'étude expérimentale de la magnétorésistance doit donner des résultats plus facilement interprétables en étant faite dans les conditions  $f$  et non plus dans les conditions  $o$ .

VIII. — Des considérations antérieures, il ressort donc que des expériences comparatives des types  $o$  et  $f$  ne résolvent en rien par elles-mêmes la question des résistances et forces électromotrices vraies afférentes aux effets galvanomagnétiques transversaux. Si l'on fait abstraction des résultats positifs obtenus corrélativement à cet examen, cette réponse paraît décevante. Or, je pense que la *question n'était pas posée à sa vraie place*, ce que je vais essayer d'établir.

Envisageons toujours une fraction d'une lame, soit dans les conditions  $f$  ou  $o$ , puisque nous savons maintenant que le phénomène élémentaire est unique. J'appellerai dorénavant « *Effet Hall proprement dit* » celui qui est mesuré par une composante de densité de courant  $J_y$  parallèle aux surfaces équipotentielles.

Cela revient à prendre pour la représentation dans les conditions  $o$  un axe des  $x$  formant avec la direction longitudinale de la lame l'angle  $\varphi$ , donc variable avec  $\mathcal{H}$  et à considérer systématiquement comme vecteur primaire  $J_x$  ainsi fixé.

<sup>1</sup> Dans les champs très faibles, il est vrai, il n'y a pas lieu de se préoccuper de ces distinctions. la différence entre les conditions  $o$  et  $f$  étant alors d'un ordre subordonné, ce qu'il est facile de vérifier.

L'effet ainsi défini n'est susceptible d'une mesure directe et d'une représentation que par une *intensité*. Pour son expression commode, j'introduirai une nouvelle grandeur  $\zeta$  en écrivant :

$$J_y = \zeta \mathcal{H} J_x \quad \text{et} \quad \zeta = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\mathcal{H}} \quad (5)$$

Le sens physique de cette grandeur est évident et justifie le nom de « *rotation spécifique* » de la substance, par lequel je la désignerai <sup>1</sup>.

Dans cette représentation, il n'y a pas de facteur correspondant à la grandeur  $R$  bien connue, puisqu'il n'y a pas de gradient de potentiel suivant  $Oy$ , mais on peut établir la relation :

$$R = \zeta \rho_x \cos^2 \varphi \quad (6)$$

$\rho_x$  = résistivité suivant  $Ox$  en présence de  $\mathcal{H}$

Ces conventions bien posées, il est incontestable qu'en régime permanent, la puissance amenée de l'extérieur par le courant et transformée en chaleur dans l'unité de volume du conducteur est en tout état de cause  $\mathcal{E}_x J_x$  (mesure en présence de  $\mathcal{H}$  d'ailleurs quelconque).

Chercher la force électromotrice et la résistance vraies de l'effet Hall proprement dit, c'est-à-dire afférentes à la composante  $J_y$  équivaut à rechercher la fraction de cette puissance  $\mathcal{E}_x J_x$  qui serait attribuable à  $J_y$ .

Et nous voilà au nœud du problème; on va se rendre compte qu'il y a là quelque chose de très délicat. Connaissant seulement une énergie globale, il s'agit ainsi d'en répartir l'origine entre des vecteurs de directions différentes; à première vue, cela pourrait rappeler les partages connus d'énergie entre des degrés de liberté; mais un examen plus attentif révèle cette différence essentielle: dans le rapprochement suggéré, il s'agit d'énergies de même nature se rapportant à des phénomènes purement mécaniques, soit d'essence *réversible*. Ici, au contraire, il est question de *transformations* d'énergie d'abord et, de plus, de transformations *totalement irréversibles*. Je n'ai pas connaissance qu'une telle question ait été déjà posée nettement.

Dans les paragraphes suivants, je crois montrer que, si

<sup>1</sup> Il serait plus logique d'appeler ainsi la grandeur  $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \zeta$ , mais cela alourdirait l'écriture et ne correspondrait presque jamais à une constante.

l'on doit se borner aux connaissances tirées de mesures simultanées de résistances et d'effets Hall *en régime permanent*, aucune répartition particulière des énergies n'est imposée absolument, en d'autres termes que le *problème comporte une infinité de solutions*. J'en propose et discute deux qui me paraissent principales, puis une troisième qui l'est moins. Pour le choix définitif, on s'adressera à celle qui donne aux lois le maximum de simplicité; pour autant que des connaissances expérimentales et théoriques ultérieures (par exemple des expériences en régime variable<sup>1</sup>, ou des progrès de la théorie électronique des courants) n'en disposent autrement.

Avant d'aborder cette discussion, exprimons nettement un fait qui nous est un argument nécessaire: pour un conducteur isotrope et pour chaque champ déterminé, *la connaissance des phénomènes de conduction électrique exige celle de deux paramètres indépendants* (soit deux mesures indépendantes, par exemple celles d'une résistivité et de l'angle  $\varphi$  de rotation des surfaces équipotentiellles).

Dans la suite, si nous ne précisons pas autre chose, nous raisonnons toujours sur les conditions  $f$ , par raison de simplicité; on passera au besoin aux conditions  $o$  à l'aide des équations démontrées plus haut.

IX. — Voici maintenant la première répartition proposée:

*Nous posons par hypothèse que toute la variation observable de la résistance suivant  $Ox$ , provoquée par le champ magnétique est imputable à l'énergie dépensée par le courant de Hall proprement dit (donc suivant  $Oy$ ).* Autrement dit: Effet Hall et variation longitudinale de résistance sont deux manifestations d'un phénomène unique.

Nous allons tirer de cette hypothèse diverses conséquences. En premier lieu, cherchons la variation  $\delta r$  de la résistance provoquée par l'aimantation. Nous procédons comme plus haut par l'intermédiaire de la différence  $\delta \mathcal{E}_x$  des champs électriques en présence et en l'absence de  $\mathcal{H}$  pour la même composante  $J_x$ .

Appelant  $W_y$  la puissance afférente à  $J_y$ , l'hypothèse de départ se traduit par la relation

$$W_y = J_x \delta \mathcal{E}_x \quad (7)$$

<sup>1</sup> cf. cette note sous XIV.

D'autre part, on définit les grandeurs  $\rho_y$  et  $\mathcal{E}_y$  (résistivité et force électromotrice par unité de longueur afférentes à  $J_y$ ) par

$$W_y = J_y \mathcal{E}_y = J_y^2 \rho_y \quad (8)$$

Tenant compte de (5), le calcul conduit alors à

$$\frac{\delta \mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_x} = \left( \frac{\delta r}{r} \right)_f = \frac{\rho_y}{\rho} \operatorname{tg}^2 \varphi \quad (9)$$

$\rho$  = résistivité ordinaire (isotrope, en l'absence de  $\mathcal{H}$ ).

A l'aide de l'équation (4), on peut, bien entendu, trouver l'expression correspondante pour les conditions  $o$ ; la voici :

$$\left( \frac{\delta r}{r} \right)_o = \left( \frac{\rho_y}{\rho} - 1 \right) \sin^2 \varphi \quad (10)$$

Je reprends sous XV une brève discussion de ces relations nouvelles prises pour elles-mêmes; comme suite immédiate, considérons avant tout quelques déductions remarquables que la confrontation avec l'expérience impose si l'on veut maintenir l'hypothèse.

X. — Le fait essentiel est que  $\rho$ ,  $\varphi$  et  $\frac{\delta r}{r}$  sont grandeurs mesurables. Il en résulte immédiatement par les équations (9) ou (10) une valeur déterminée pour  $\rho_y$ . D'ailleurs, sans même introduire encore de résultats numériques d'observations, on voit que *la résistivité pour le courant Hall proprement dit ne saurait être égale à la résistivité ordinaire*. Autrement l'équation (10) serait en contradiction flagrante avec l'expérience.

Pour mieux illustrer ce fait, calculons à l'aide de cette équation le rapport  $\rho_y/\rho$  pour quatre conducteurs représentatifs de 3 types de réactions galvanomagnétiques, en partant des données de l'expérience; on trouve :

|                       | <i>Ag</i> | <i>Cu</i> | <i>Bi</i> | <i>Ni</i> |
|-----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $\frac{\rho_y}{\rho}$ | 1,8       | 4,1       | 2,5 — 3,0 | — 24      |

Il importe de noter :

a) Qu'il s'agit pour les trois premières substances de champs relativement faibles, pour la dernière, de champs très intenses.

b) Que ces chiffres ne sauraient prétendre qu'à une évaluation : on sait en effet que les valeurs numériques relatives au phénomène de Hall aussi bien qu'à la magnétorésistance se sont montrées très capricieuses d'un échantillon à l'autre, que de plus nos relations, qui font usage simultanément des deux phénomènes, nécessiteraient à tout le moins que les deux effets fussent mesurés sur les mêmes échantillons ; c'est là une condition aucunement satisfaite par les données à ma disposition.

Ces causes d'incertitude ne peuvent cependant masquer la *grande différence entre les résistivités ordinaire et pour le courant de Hall proprement dit*, qui est accusée par tous les chiffres du tableau.

*Et la conclusion relative aux résistivités s'étend ipso facto aux forces électromotrices correspondantes.*

Le cas du nickel est particulièrement curieux (mais non inattendu dans la présente théorie) : il offre un exemple de résistivité numériquement considérable en regard du nombre habituel et qui plus est, *négative*. Je renvoie à une autre publication pour le sens qu'il faut attribuer à cette interprétation macroscopique des phénomènes dans les ferromagnétiques.

XI. — Examinons une deuxième répartition en quelque sorte inverse des énergies irréversibles entre les directions longitudinale et transversale au courant primaire.

*Nous admettons cette fois que le courant de Hall proprement dit ne libère aucune chaleur, autrement dit qu'il se comporte comme un type de supercourant.*

Ici, on voit que les effets longitudinaux ne sont pas liés aux effets transversaux par une causalité étroite, réserve faite des exigences de l'équation (4) qui reste, bien entendu, rigoureusement applicable ; mais la liaison exprimée par elle (pour les conditions *o*) est d'essence géométrique et non pas physique.

Cette façon d'interpréter est incontestablement la plus simple au point de vue formel, elle ne comporte pas un examen

aussi délicat que la précédente. Je me contenterai de souligner que, pour étrange que soit cette conception d'annuler d'un coup, si l'on peut s'exprimer ainsi, toutes les forces électromotrices de Hall proprement dites, rien n'y contredit, me semble-t-il, dans des expériences *en régime permanent*. Une objection peut cependant être soulevée à propos des superconducteurs. (v. note XIV.)

XII. — Enfin, il me paraît utile de classer dans notre cadre le mode d'interprétation admis jusqu'ici d'une manière d'ailleurs plus ou moins consciente. Il consiste à admettre pour la force électromotrice de Hall la valeur qui correspond à une résistivité isotrope et unique. Cela oblige ensuite à traiter la magnétorésistance pour elle-même, à superposer à l'énergie irréversible qui lui est imputable celle, cas échéant, du courant de Hall; et pour calculer cette dernière, il faudrait logiquement, bien entendu, introduire la résistance modifiée par le champ.

Les propositions générales exposées sous VIII semblent bien admettre que cela ne rencontrerait pas de contradiction, mais en régime permanent toujours. Ce troisième mode de répartition est de beaucoup plus compliqué que les deux autres, et ce que l'on a tiré jusqu'ici de l'expérience ne suggère pas que cette représentation des phénomènes comporte la plus grande part de vérité.

XIII. — De cette infinité de solutions possibles, une seule, la dernière, conserve l'unicité de la résistance électrique, et encore avec quelles restrictions de sens! Doit-elle quand même être choisie pour sauver ce dogme coûte que coûte? J'ai cherché systématiquement dans ces études à affirmer le moins possible qui ne soit démontrable directement, ou presque, par l'expérience; arrivé à ce point et voulant garder cette attitude, notre situation se présente ainsi: choisir la théorie qui, ainsi que je le disais déjà plus haut, donne aux lois leur forme la plus simple; ici, on pourrait dire plus précisément: qui rendrait compte de l'ensemble des phénomènes à l'aide de lois comportant des paramètres vraiment *constants*. Je suis fermement convaincu que les formes renonçant à la spécificité de la résistance sont seules capables de répondre à ces exigences, et parmi elles, en particulier, la deuxième propo-

sée plus haut, qui admet pour le courant galvanomagnétique transversal *une résistance nulle*<sup>1</sup>.

XIV. — Mais, en dehors de l'aide précieuse de mécanismes atomiques particuliers dont nous voulons systématiquement faire abstraction ici, peut-on imaginer des méthodes expérimentales directes permettant de fixer sans équivoque l'hypothèse à choisir et celles à rejeter? Cette question est de toute évidence essentielle et je m'en suis préoccupé dès que j'ai entrevu la nécessité probable d'attacher aux courants transversaux des résistances différentes de celles qui résultent des observations potentiométriques.

Une réponse générale, au moins de principe, se trouve en *étendant les investigations aux régimes non permanents*. Pour fixer les idées, considérons par exemple l'établissement d'un courant de Hall proprement dit: dans la théorie classique, l'énergie électrocinétique de ce courant ne peut être fournie que par la source du primaire; dans la nouvelle théorie, au contraire, il doit se trouver des cas où le conducteur lui-même se charge de tout ou partie de cet apport d'énergie. Cela veut dire qu'il perdrait de ce fait de la chaleur durant la croissance de l'énergie électrocinétique et inversement durant sa décroissance. Cela s'applique aux conditions  $f$ ; on établit évidemment des prévisions corrélatives pour les conditions  $o$ : en chargeant un condensateur à l'aide de l'effet Hall par exemple.

Malgré la brièveté de ces notations, on se rendra compte sans doute qu'il y a, là encore, quelque chose de tout à fait nouveau dans la théorie du courant électrique. Même en faisant abstraction de la voie par laquelle j'ai introduit ici ces propositions, la question en elle-même vaut d'être soulevée<sup>2</sup>.

XV. — Nous nous sommes attachés dans ce qui précède à discuter les possibilités les plus générales de théorie. Reprenons ce que je désignai plus haut par la première répartition

<sup>1</sup> Le lecteur pourra reconnaître la communauté entre les idées développées ici et celles qui ont été esquissées dans de précédentes communications (notes II, III, VI, VIII). Là déjà, l'examen attentif des faits me faisait conclure (dans des conditions délimitées) à une indétermination simultanée de la force électromotrice et de la résistance, et que les seuls éléments réellement donnés sans équivoque par l'expérience sont des composantes d'intensité.

<sup>2</sup> Cf. p. ex. la note VIII.

(sous IX) pour en noter quelques conséquences particulièrement simples et caractéristiques.

Considérons les fonctions (9) et (10) qui découlent directement des hypothèses. Adjoignons-y encore cette équation, qu'on en tire immédiatement.

$$\frac{\delta r_o}{\delta r_f} = \left(1 - \frac{\rho_y}{\rho}\right) \cos^2 \varphi \quad (11)$$

On y lira les propriétés suivantes :

a) *Avec les champs faibles* ( $\varphi$  petit; la région des champs « faibles » a une étendue dépendant de la substance), la résistance croît proportionnellement au carré du champ aussi bien dans les conditions *o* que dans les conditions *f*. Toutefois les taux de variation dans ces deux conditions expérimentales sont différents.

b) *Dans les champs très intenses* ( $\varphi$  tendant vers  $\pi/2$ ), les deux lois se différencient de plus en plus, la résistance tendant vers une limite fixe pour les conditions ordinaires d'observation, croissant au contraire indéfiniment dans les conditions *f*.

Ce sont là prévisions sur lesquelles l'expérience peut être consultée de la manière la plus directe, comme d'ailleurs sur ces lois en général dans tous les champs. On sait déjà que les champs faibles dans les conditions *o*, seules connues suffisamment, accusent la loi prévue. Mais la théorie fait prévoir que l'extrapolation de cette loi simple n'est guère permise. C'est ce que le bismuth a déjà montré quelque peu. Quant au cas si intéressant des ferromagnétiques, j'y consacre une publication spéciale.

Mais admettons que des expériences futures donnent des lois suffisamment proches de (9) et (10) : cela ne permettrait pas, je tiens à le répéter, de conclure à l'exactitude de la théorie *contre* d'autres. Ce serait un mérite bien suffisant pour elle de les avoir décelées, mais la constante  $\rho_y/\rho$  (si précisément cette grandeur s'avérait constante) est susceptible d'autres interprétations physiques.

Il convient aussi de mettre en relief un avantage général de la forme des lois (9), (10) et (11), celui d'être exprimées en fonction du paramètre  $\varphi$ , lequel est donné directement par l'expérience *sans aucune équivoque possible* : en outre, ce pa-

ramètre ne contient la champ qu'implicitement et cette représentation convient à tout milieu présentant les mêmes dyssymétries, mais d'origine quelconque. Toute cette étude sera reprise et développée ailleurs.

XVI. — Nous allons maintenant laisser complètement dans l'ombre le problème des résistances vraies, pour attaquer les phénomènes galvanomagnétiques d'une toute autre manière, au moins en apparence.

Et cette fois, je m'écarte un peu plus de la ligne de conduite désignée à plusieurs reprises, en ce sens que je ferai appel à des hypothèses sur le mécanisme de ces effets, sans toutefois aller jusqu'à des modèles atomistiques; mais on verra que cette étude théorique dont, encore plus que pour les précédentes, je ne présente ici qu'un canevas, introduit d'une manière beaucoup plus explicite, plus inévitable et plus générale, les notions qui sont à la base de notre théorie de la conduction.

La description la plus purement phénoménologique de la conduction à travers une lame originellement isotrope, mais aimantée normalement, se sert avec avantage du langage de la physique cristalline classique en parlant d'un milieu à conductibilité anisotrope dont la direction de  $\mathcal{H}$  est un axe d'isotropie, et doué par surcroît de propriétés rotationnelles; ces deux caractères suffisent à exiger, l'un les effets longitudinaux, l'autre les effets transversaux (avec réactions éventuelles sur les manifestations des premiers). On sait d'ailleurs que des effets rotationnels de conduction ont été recherchés en vain dans les milieux cristallins de dyssymétries convenables; en outre, une anisotropie naturelle d'un milieu ne comporte pas de sens pour la notion du *même* milieu à anisotropie variable pouvant aller jusqu'à l'isotropie parfaite, notion familière avec les dyssymétries accidentelles; ces remarques sont destinées à marquer ce que les considérations qui suivent ont de spécifique pour les milieux aimantés, et à contribuer dans quelque mesure à mettre en relief l'esprit de ces considérations.

XVII. — Soient toujours les conditions  $f$ ; j'exprimerai les deux effets galvanomagnétiques par des composantes d'inten-

sité; l'une  $J_y$  déjà introduite maintes fois, l'autre  $J_{mx}$  correspond à la variation longitudinale de résistance; ce qui implique que la composante primaire (longitudinale) ne peut plus être logiquement la densité  $J_x$  mesurée directement, mais une composante  $J_{1x}$ <sup>1</sup> telle que  $J_{1x} + J_{mx} = J_x$

Nous pouvons d'ailleurs aussi bien dire qu'il existe un effet galvanomagnétique, représenté par le vecteur  $J_m$ , résultant de  $J_y$  et  $J_{mx}$  et formant avec l'axe  $Ox$  un angle  $\psi$  tel que

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{J_y}{J_{mx}}$$

La description expérimentale des effets impliquera la connaissance de  $\psi$  et de l'une des composantes d'intensité ci-dessus définies.

Remarquons qu'ici, nous invoquons en fait des actions électromotrices intérieures définies dans de précédentes publications;  $J_{mx}$ , peut-on dire, est dû à de telles actions et parallèlement  $J_{1x}$  serait le courant ordinaire de potentiel, c'est-à-dire qui serait entretenu par le gradient de potentiel actuel, si le milieu avait sa résistance isotrope; mais il est bien préférable de ne parler que des intensités.

Cela posé, reprenons une idée déjà utilisée plus haut, mais que nous allons mettre en œuvre sur une base nouvelle, beaucoup plus large, grâce à la méthode théorique que nous avons introduite:

J'admets: a) que toute composante de courant dans la matière aimantée engendre une composante nouvelle normale à elle; que, pour des composantes hétérogènes, les coefficients  $\zeta$  peuvent être différents.

b) que les effets galvanomagnétiques observés sont les résultantes de tous ces effets liés les uns aux autres.

En d'autres termes, la composante  $J_y$  est la somme algébrique de tous les effets Hall proprement dits, d'ordre pair, la composante  $J_{mx}$  celle de tous les effets d'ordre impair. Analytiquement:

$$J_y = \sum_{i=2}^{\infty} J_{iy} \quad J_{mx} = \sum_{i=3}^{\infty} J_{ix}$$

<sup>1</sup> Les équations (12) et (13) ci-dessous justifient ce symbole  $J_{1x}$  un peu inattendu.

où  $J_{iy} = \zeta_i \mathcal{H} J_{(i-1)x}$        $J_{ix} = \zeta_i \mathcal{H} J_{(i-1)y}$  <sup>1</sup>

ou en développant:

$$J_y = \zeta_2 \mathcal{H} J_{1x} [1 + \zeta_3 \zeta_4 \mathcal{H}^2 + \zeta_3 \zeta_4 \zeta_5 \zeta_6 \mathcal{H}^4 + \dots] \quad (12)$$

$$J_{mx} = \zeta_2 \zeta_3 \mathcal{H}^2 J_{1x} [1 + \zeta_4 \zeta_5 \mathcal{H}^2 + \zeta_4 \zeta_5 \zeta_6 \zeta_7 \mathcal{H}^4 + \dots] \quad (13)$$

Il n'est pas superflu sans doute de souligner que ces séries sont loin d'être simplement un mode empirique de représentation de fonctions; cela se dégage bien de leur synthèse vraiment physique, telle que chacun des termes représente un phénomène clairement désigné. Si toutes les composantes ressortissaient au même mécanisme de courant (ou f. e. m.), ce qui est à peu près exclu à mon avis, les séries s'écriraient simplement

$$(12) \quad J_y = \zeta \mathcal{H} J_{1x} [1 + \zeta^2 \mathcal{H}^2 + \zeta^4 \mathcal{H}^4 + \dots]$$

et l'analogue pour (13).

J'ai pris pour variable indépendante  $\mathcal{H}$ , dans l'intention de rattacher plus facilement aux anciennes recherches; il va de soi que l'on pourrait, formellement tout aussi bien, physiquement avec plus de vérité dans nombre de cas, écrire des séries en fonction de l'induction magnétique ( $\mathfrak{B}$ ) ou même de l'aimantation ( $\mathfrak{J}$ ); nous le ferons dans d'autres publications.

Par des raisonnements appropriés qui seront développés ailleurs, on déduit de ces hypothèses les expressions suivantes pour les grandeurs principales du galvanomagnétisme;  $J_x$  étant la grandeur donnée avant tout:

$$J_{1x} = J_x \frac{1}{1 + \zeta_2 \zeta_3 \mathcal{H}^2 + \zeta_2 \zeta_3 \zeta_4 \zeta_5 \mathcal{H}^4 + \dots}$$

$$\lg \psi = \frac{1 + \zeta_3 \zeta_4 \mathcal{H}^2 + \dots}{\zeta_3 \mathcal{H} [1 + \zeta_4 \zeta_5 \mathcal{H}^2 + \dots]}$$

$$\lg \varphi = \frac{\zeta_2 \mathcal{H} [1 + \zeta_3 \zeta_4 \mathcal{H}^2 + \dots]}{1 + \zeta_2 \zeta_3 \mathcal{H}^2 + \dots}$$

$$\zeta = \zeta_2 \frac{1 + \zeta_3 \zeta_4 \mathcal{H}^2 + \dots}{1 + \zeta_2 \zeta_3 \mathcal{H}^2 + \dots}$$

$$1 + \frac{\delta r}{r} = \frac{1}{1 + \zeta_2 \zeta_3 \mathcal{H}^2 + \dots}$$

<sup>1</sup> La question des signes des composantes d'ordre impair demande une attention particulière pour pouvoir appliquer sans erreur la même convention de sens à tous les effets. Je me contente ici de signaler cette difficulté au lecteur.

XVIII. — On vérifiera sans difficulté l'accord de ces expressions avec les lois élémentaires connues pour les phénomènes faibles.

Cette théorie sera développée ultérieurement avec de nombreuses conséquences. Ici, je me contenterai de remarquer tout d'abord qu'elle est *indépendante* des différentes façons d'envisager les répartitions d'énergie irréversible dont nous avons discuté plus haut la possibilité. Sous les réserves déjà faites quant à leur valeur ultérieure, elle peut donc être unie à n'importe laquelle de ces répartitions pour progresser dans la connaissance des phénomènes. Si l'on choisissait par exemple la première hypothèse énergétique émise (sous IX), et en se bornant à une loi linéaire, on serait conduit *nécessairement* pour l'effet tertiaire à un coefficient  $\zeta$  différent de celui de l'effet secondaire; ce résultat est inévitable dans ces conditions, cela ne veut pas dire qu'il soit évitable dans les autres.

Ensuite, je veux encore démontrer, par une conséquence tout au moins, la *fécondité* de ces hypothèses à côté de leur commodité, qui est évidente. Examinons la modification graduelle des phénomènes qui se produit, le champ croissant continuellement; l'examen des formules aussi bien que leur interprétation physique montrent, et qui plus est, rendent tout à fait naturel, que l'angle  $\psi$  peut très bien croître de telle sorte que la composante transversale  $J_y$  (l'effet Hall proprement dit) passe par un maximum, puis diminue et même change de signe, cependant que la magnétorésistance continue à s'accroître. Or, certaines expériences sur le bismuth ont mis en évidence quelques phénomènes de cet ordre, et je montrerai dans une autre publication sur les ferromagnétiques de quelle puissance d'interprétation la méthode est capable.

J'ai répété à plusieurs occasions que l'exposé dans ces notes ne devait que dessiner les grandes lignes de la théorie; j'ai relevé quelques objections ou critiques, mais en ai passé sous silence bon nombre d'autres qui ne m'ont pas échappé; je ne puis cependant, même ici, procéder de même à l'égard de l'une d'entre elles qui est d'ordre général et vais m'y arrêter d'une manière succincte. Le lecteur a remarqué que je ne me suis préoccupé que des conditions où le champ est normal au courant, et l'on connaît l'effet galvanomagnétique très net que constitue la variation de résistance lorsque la direction de  $\mathcal{H}$  coïncide avec celle de  $J$ . La critique est: l'hypothèse

invoquée à plusieurs reprises, — mais non pas dans toutes les formes de théorie proposées — que la variation de résistance peut être attribuée uniquement à des effets rotationnels (du type Hall) perd tout pouvoir d'interprétation dans ce cas.

L'objection est sérieuse, et si l'expérience démontre généralement et définitivement ces effets, il va de soi qu'il faut adjoindre à l'hypothèse celles qui sont nécessaires pour expliquer indépendamment une anisotropie. Actuellement, on peut répondre :

a) que les propositions développées dans ce travail s'appliqueraient, strictement parlant, seulement à des milieux primitivement isotropes, du type des métaux liquéfiés, et seulement de manière conditionnelle à des systèmes isotropes par compensation.

b) que dans ce dernier cas, celui de tous les métaux solides, on a affaire à un ensemble de petits cristaux de toutes orientations.

Or, les nombreux essais tentés n'ont pu établir avec certitude d'effet galvanomagnétique d'aucune sorte dans les métaux liquides. Quant aux milieux cristallins, il est manifeste que, pour toutes les directions du champ, à l'exception des normales à des plans de symétrie, il y a une part d'effets rotationnels: sur un ensemble cristallin isotrope par compensation, ces effets existent donc toujours, même si la densité de courant (résultante) est parallèle à la direction du champ; ils apportent donc une contribution certaine — question quantitative réservée — à la magnétorésistance. Le système cubique ne fait pas exception de principe à ces conclusions; pour isotrope qu'il se comporte vis-à-vis de la conduction en l'absence d'actions magnétiques, il n'est pas permis de conclure de la même façon qu'avec un liquide métallique: dans un champ magnétique non parallèle à l'un quelconque des axes, le cristal cubique constitue un milieu à symétrie *triclinique*. Il importait de faire explicitement cette remarque essentielle, nous y ferons appel à d'autres occasions encore.

Les seules données expérimentales actuellement connues qui puissent conduire à la réponse se trouvent dans les recherches classiques de v. Everdingen sur le bismuth (nombreuses notes aux « Communications » de Leyde). Une des mesures de cet auteur a été exécutée le long de l'axe principal d'un cristal; il observe là encore une élévation de la résistance par l'aiman-

tation, mais la plus faible de beaucoup; cet essai mérite d'être repris sur les échantillons bien plus parfaits que l'on peut réaliser actuellement <sup>1</sup>.

*Lausanne, Lab. de physique de l'Université.*

<sup>1</sup> Très récemment, W.-L. Webster (Proc. R. Soc. London (A) v, 113, p. 196, 1926) a expérimenté sur des individus cristallins de fer : dans la direction de l'axe quaternaire (de plus haute symétrie pour ce cristal), il trouve une légère diminution *qui se rapproche de zéro* avec les échantillons qui semblaient les meilleurs. (note à l'impression).

---

