14e ANNÉE AOUT 1888 No 5

BULLETIN

DE LA SOCIÉTÉ VAUDOISE

DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

PARAISSANT 8 FOIS PAR AN

CHEMINS DE FER FUNICULAIRES

RECHERCHES SUR LA TENSION
LE FLOTTEMENT ET LA COMPENSATION DU POIDS DES CABLES

par HENRI LADAME, ingénieur.

I

Considérations générales. Courbe des tensions.

La courbe théorique que forme une corde suspendue librement par ses extrémités, est une chaînette qui a pour équation :

$$y = \frac{b}{2}\left(e^{\frac{x}{b}} + e^{-\frac{x}{b}}\right)$$

mais les câbles ne possèdent pas une flexibilité parfaite, ensorte que cette équation ne représente pas rigoureusement la courbe qu'ils décrivent. Cette considération suffit à elle seule pour justifier l'emploi d'une formule plus simple, qu'on obtient en ne tenant compte que d'un certain nombre des termes de la série

$$e^{\frac{x}{b}} = 1 + \frac{x}{b} + \frac{x^2}{2\,b^2} + \ldots$$

En développant cette série jusqu'au troisième terme, ce qui donne une approximation suffisante, ainsi que nous le verrons plus loin, on arrive à une expression de la forme

$$y_1 = \frac{x_1{}^2}{2\,c}$$

équation d'une parabole rapportée à son sommet, et dont le paramètre est $2c$.

Si l'on prend pour origine le point A dont les coordonnées sont a et h (fig. 1)

$$x_1 = a - x \qquad y_1 = h - y \qquad c = \frac{a^2}{2\,h}$$

et l'on a pour équation générale de la courbe cherchée :

$$y = \frac{2\,h}{a}\,x - \frac{h}{a^2}\,x^2$$

Soit T l'effort de traction qu'un câble librement suspendu exerce sur ses points d'attache supposés de niveau.

H et V les composantes horizontale et verticale de cette force.

α l'angle qu'elle fait avec l'horizon.

p le poids du câble par mètre courant.

2 L la longueur de ce câble.

a et h les coordonnées du point S, sommet de la parabole qu'il décrit.

Le poids du câble étant $2p$L, et la longueur de l'arc AS,

$$\mathrm{L} = a + \frac{2}{3}\,\frac{h^2}{a}$$

$$\mathrm{V} = \mathrm{T}\,\sin\alpha = p\,\mathrm{L} = p\left(a + \frac{2}{3}\,\frac{h^2}{a}\right) \tag{1}$$

et

$$\mathrm{H} = \mathrm{T}\,\cos\alpha = \frac{a}{2\,h}\,\mathrm{V} \tag{2}$$

d'où

$$\frac{\mathrm{T}}{p} = \left(\frac{a}{2h} + \frac{h}{3a}\right)\sqrt{4h^2 + a^2}$$

pour un point C quelconque, H étant constant, $\mathrm{V}' = \frac{a}{h}\,\frac{h'}{a'}\,\mathrm{V}$

et

$$\mathrm{T}' = \mathrm{V}\,\frac{a}{h}\sqrt{\left(\frac{h'}{a'}\right)^2 + \frac{1}{4}}$$

mais

$$\frac{h'}{a'} = \frac{h}{a^2}\,(a - x')$$

d'où

$$\mathrm{T}' = \mathrm{V}\,\frac{a}{h}\sqrt{\frac{h^2}{a^4}\,(a - x')^2 + \frac{1}{4}}$$

pour $x' = a$

$$\mathrm{T}_0 = \mathrm{H} = p\left(\frac{a^2}{2\,h} + \frac{h}{3}\right) \tag{3}$$

T′—H varie donc de *o* à T—H. Cette force est la composante, suivant la tangente à un point donné, du poids de la partie du câble comprise entre le sommet de la courbe (S) et le point considéré.

$q'\ q''\ q'''$ étant les composantes du poids des différents éléments ds d'une courbe quelconque, suivant leur inclinaison $\varepsilon'\ \varepsilon''\ \varepsilon'''$

$$q' = p\,ds\,\sin\varepsilon'$$
$$q'' = p\,ds\,\sin\varepsilon''$$
$$q''' = p\,ds\,\sin\varepsilon'''$$
$$\vdots$$

$$\mathrm{T} - \mathrm{H} = \Sigma\,(q) = p\int \sin\varepsilon\,ds$$

or

$$tg\,\varepsilon = \frac{dy}{dx} \qquad \text{d'où} \qquad \sin\varepsilon = \frac{dy}{dx\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}$$