CHEMINS DE FER FUNICULAIRES

RECHERCHES SUR LA TENSION LE FLOTTEMENT ET LA COMPENSATION DU POIDS DES CABLES

par Henri Ladame, ingénieur.

(*Suite.*)

Pour la demi-parabole

$$L' = o \quad x = a \quad a' = o$$

d'où

$$L = \frac{6 + tg^2\,\alpha}{6}\,a$$

Dans l'étude des funiculaires on peut avoir à rechercher les coordonnées d'un point correspondant à un parcours donné, $D = L - L'$, suivant un arc de parabole mesuré à partir de l'origine des axes.

On a

$$y = h - \frac{a - x}{2}\,tg\,\alpha'$$

Equation dans laquelle

$$tg\,\alpha' = tg\,\alpha - \frac{2h}{a^2}\,x$$

mais

$$tg^2\,\alpha' = \frac{6\,x + a\;tg^2\,\alpha - 6\,D}{a - x}$$

d'où

$$x = a - 0{,}90856\left(\frac{a^2}{h}\right)^{\frac{2}{3}}\left\{\sqrt[3]{L-D+\sqrt{0{,}222\ldots\left(\frac{a^2}{h}\right)^2+(L-D)^2}}\right.$$
$$\left.+\sqrt[3]{L-D-\sqrt{0{,}222\ldots\left(\frac{a^2}{h}\right)^2+(L-D)^2}}\right\}$$

$$\text{pour } D = L \quad x = a$$
$$\text{»} \quad D = o \quad x = o$$

II

Flottement des câbles.

Soit d la différence de niveau entre les points donnés.

l la distance horizontale de ces points.

t la tension maximale admise par millimètre carré de section métallique du câble pour la traction.

Ayant

$$\frac{T_o}{p} = \frac{t_o}{0{,}0094} \qquad \text{on a de l'éq. 3}$$

$$t_o = \left(0{,}0047 + 0{,}0031325\left(\frac{h}{a}\right)^2\right)\frac{a^2}{h}$$

on a également

$$t_o = t - 0{,}0094\left(\frac{h}{a}\right)^2\frac{a^2}{h}$$

de ces deux équations

$$t = \left(0{,}0047 + 0{,}00313\left(\frac{2\,h}{a}\right)^2\right)\frac{a^2}{h}$$

mais

$$\frac{2\,h}{a} = tg\,\alpha$$

d'où

$$\frac{h}{a^2} = \frac{0{,}0047 + 0{,}00313\,tg^2\,\alpha}{t} \tag{8}$$

Or la courbe décrite par un câble suspendu librement par ses deux extrémités supposées de niveau ayant pour équation

$$y = \frac{2\,h}{a}\,x - \frac{h}{a^2}\,x^2$$

si cette courbe doit passer par le point B dont les coordonnées sont $x = l \quad y = d$ on a

$$d = tg\,\alpha\,l - \frac{h}{a^2}\,l^2$$

d'où

$$\frac{h}{a^2} = \frac{l tg\alpha - d}{l^2}$$

Remplaçant $\frac{h}{a^2}$ par cette valeur dans l'éq. 8, on a

$$t\,g\,\alpha = \frac{159{,}617}{l}\left\{t - \sqrt{t^2 - 0{,}0125\,dt - 0{,}000059\,l^2}\right\} \tag{9}$$

$$\text{pour} \quad d = o \quad l = o \quad tg\alpha = \frac{o}{o}$$

Les équations 8 et 9 permettent de résoudre d'une façon rigoureuse et complète le problème qui nous occupe.

Connaissant $tg\alpha$ et $\frac{h}{a^2}$ on connaît la courbe cherchée :

$$\text{pour } tg\alpha = 0{,}60 \qquad \frac{h}{a^2} = \frac{0{,}00583}{t}$$
$$= 0{,}40 \qquad = \frac{0{,}00520}{t}$$
$$= 0{,}10 \qquad = \frac{0{,}00473}{t}$$

Application. Soit $l = 300^m$ et $d = 75^m$ on aura

$$tg\alpha = 0{,}532\left(t - \sqrt{t^2 - 0{,}9375\,t - 5{,}31}\right)$$

$$\text{pour } t = 10 \text{ kg.} \qquad tg\,\alpha = 0{,}4061$$
$$= 12 \qquad = 0{,}379$$
$$= 15 \qquad = 0{,}351$$

La tangente diminuant à mesure que t augmente, il suffira dans certains cas de diminuer la tension, c'est-à-dire d'augmenter la section du câble, et par suite son poids, pour prévenir tout flottement.

Soit $t = 10$ kg. on aura $\frac{h}{a^2} = 0{,}00052$

et

$$y = 0{,}406\,x - 0{,}000\,52\,x^2$$

On obtiendra les coordonnées du sommet de la courbe en déterminant le second point où elle rencontre l'axe des x

$$\text{pour} \quad y = o \quad x = 2a = \frac{0{,}406}{0{,}00052} \quad \text{d'où} \quad a = 390^m50$$

On pourrait aussi déduire ces coordonnées des relations

$$a = \frac{a^2}{h}\,\frac{tg\alpha}{2} \quad \text{et} \quad h = \frac{a^2}{h}\,\frac{tg^2\alpha}{4} = a\,\frac{tg\alpha}{2}$$

d'où

$$\frac{a}{h} = \frac{2}{tg\alpha} = 4{,}93$$

L'équation de la chainette donnant $\frac{a'}{h'} = 4{,}98$; pour même distance des appuis, soit $a = a'$, on a donc

$$h - h' = 0{,}01\,h$$

Cette différence, comme on le voit, est très minime, et peut être négligée, d'autant plus que la chaînette, comme nous l'avons fait remarquer, ne représente pas rigoureusement la courbe décrite par le câble.

En admettant que la tension due au ploiement sur la poulie de renvoi soit égale à celle due à la traction, la tension totale

$$\theta = 2\,t = 0{,}0188\,\frac{\mathrm{T}}{p}$$

Le câble travaille donc au $\frac{1}{5}$ si l'effort de traction maximum est le $\frac{1}{10}$ de la charge de rupture.

Pour câble ordinaire en acier, et le $\frac{1}{10}$ de la charge de rupture,

$$\frac{\mathrm{T}}{p} = 1200 \qquad \text{d'où} \qquad \theta = 22^{\,k}\,56 \qquad \text{et} \qquad t = 11^{\,k}\,28$$

Si maintenant nous supposons un profil donné, comprenant deux pentes consécutives passant par les points A et B (fig. 2), le câble restera sur ses poulies sur tout le parcours qui se trouvera au-dessus de la courbe qne nous venons de déterminer; il flottera par contre sur toute la longueur qui serait située en dessous. Il se relèvera de même au passage d'une pente à l'autre, et cela d'une quantité que nous allons calculer.

Soit β l'inclinaison de la rampe supérieure.

β' » » inférieure.

f la flèche, ou la hauteur à laquelle la courbe passe au-dessus du point d'intersection des pentes.

l' la longueur du relèvement.

d' l'ordonnée du point de tangence inférieure M' par rapport aux axes coordonnés Y' X' de la courbe de racccordement.

d et l les coordonnées du point B, comme précédemment.

L'ordonnée de l'intersection des pentes étant :

$$y = \frac{d - l\,tg\,\beta'}{tg\,\beta - tg\,\beta'}\,tg\,\beta \qquad (10)$$

on a comme première approximation pour l'ordonnée du point de tangence le plus élevé M, c'est-à-dire du point à partir duquel le câble commence à s'infléchir :

$$y' = \left(\frac{d - l\,tg\,\beta'}{tg\,\beta - tg\,\beta'} - \frac{tg\,\beta - tg\,\beta'}{4\,\frac{h}{a^2}}\right) tg\,\beta \qquad (11)$$

En ce point la tension du câble $t' = t - 0{,}0094\,y'$, d'où le paramètre de la courbe de raccordement

$$\frac{a'^2}{h'} = \frac{t'}{0{,}0047 + 0{,}00313\,tg^2\,\beta} \qquad (12)$$

et

$$l' = \frac{tg\,\beta - tg\,\beta'}{2}\,\frac{a'^2}{h'} \qquad (13)$$

Si l'on remplace cette valeur dans l'équation

$$y' = y - \frac{l'}{2}\,tg\,\beta$$

on obtiendra de nouvelles valeurs pour t', $\frac{a'^2}{h'}$, et l'.

Connaissant l', on a

$$y = tg\,\beta\,x - \frac{tg\,\beta - tg\,\beta'}{2\,l'}\,x^2 \qquad (14)$$

Equation de la courbe cherchée.

$$\text{pour} \quad x = l' \qquad y_{,} = d' = l'\,\frac{tg\,\beta + tg\,\beta'}{2} \qquad (15)$$

$$\text{pour} \quad x = \frac{l'}{2} \qquad y_2 = \frac{l'}{2}\,(0{,}75\,\mathrm{tg}\,\beta + 0{,}25\,tg\,\beta')$$

$$\text{mais} \quad f = \frac{l'}{2}\,tg\,\beta - y_2 \quad \text{d'où} \quad f = l'\,\frac{tg\,\beta - tg\,\beta'}{8} \qquad (16)$$

La longueur des tangentes est donnée par les relations

$$\mathrm{MN} = \frac{l'}{2\,cos\,\beta} \quad (17) \qquad \text{et} \qquad \mathrm{M'N} = \frac{l'}{2\,cos\,\beta'} \quad (18)$$

Remarque. En $\varphi\left(\frac{\mathrm{T}}{p}\right)$ on a

$$f = \frac{1}{8}\left(\frac{\mathrm{T}}{p} - y'\right)\frac{(tg\,\beta - tg\,\beta')^2}{1 + 0{,}666\,tg^2\,\beta}$$

On obtiendrait une formule beaucoup plus simple en négligeant y' par rapport à $\frac{\mathrm{T}}{p}$, et en prenant $1 + 0{,}666\,tg^2\,\beta = 1$ on aurait

$$f = \frac{\mathrm{T}}{p}\,\frac{(tg\,\beta - tg\,\beta')^2}{8} \qquad \text{d'où} \qquad l' = \frac{\mathrm{T}}{p}\,(tg\,\beta - tg\,\beta')$$

pour

$$tg\,\beta = 0{,}10 \qquad 1 + 0{,}666\,tg^2\,\beta = 1{,}007$$
$$= 0{,}60 \qquad\qquad = 1{,}24$$

Cette formule, proposée par M. Vautier dans son intéressant travail sur les funiculaires, donne des résultats satisfaisants dans la plupart des cas.

(A suivre.)

LES PAVAGES EN BOIS

Les grandes villes d'Angleterre ont employé depuis nombre d'années dans leurs rues les plus fréquentées des pavés en bois posés sur une fondation en béton ; ils sont garnis de sable et gravier, et jointoyés au moyen d'un mélange de brai et de créosote coulé à chaud.

Paris a fait des essais de ce système de pavage dès 1884 et on commence à en faire autant dans nos villes principales.

Ce pavage présente les avantages de diminuer les bruits de roulement, de s'user moins vite que le pavage en pierre, et de donner moins de boue. Il est donc approprié aux rues à grande circulation où la plus grande durée compense le prix élevé de la construction.

Il coûterait chez nous 15 fr. environ par m², tandis que le pavage ordinaire coûte 8 fr.

Malgré les avantages énoncés ci-dessus, ce système ne paraît guère applicable aux rues à fortes pentes de nos villes. Le pavage en bois est glissant quand il n'est pas recouvert de sable et celui-ci est promptement entraîné par les fortes pluies.

En outre, la réfection des pavages en bois coûte au moins 7 fr. par mètre carré, tandis que le pavage ordinaire coûte 2 francs 20 au plus, et il est assez difficile de raccorder convenablement les parties neuves avec les parties anciennes.

Dans une ville comme la nôtre où les rues sont fréquemment dépavées pour réparer des canalisations ou des coulisses, le pavage en bois entraînerait bien des faux frais pour les particuliers et les administrations.

Rédaction.

LAUSANNE — IMP. GEORGES BRIDEL