Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 33 (1907)

Heft: 19

Inhaltsverzeichnis

33me Année. 10 octobre 1907. No 19.

Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES. — Paraissant deux fois par mois.

Rédacteur en chef: P. MANUEL, ingénieur, professeur à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne.

Secrétaire de la Rédaction : Dr H. DEMIERRE, ingénieur.

Résolution, par voie nomographique, des équations linéaires simultanées.

Par G. DUMAS,

Dr ès-sciences, privat-docent à l'Ecole polytechnique fédérale.

Résoudre un système d'équations linéaires à plusieurs inconnues est une opération fréquente en sciences appliquées. Diverses méthodes, ingénieuses et variées, se réduisant pour la plupart à certaines constructions graphiques, permettent d'obtenir facilement les valeurs des inconnues[1]. La règle à calcul peut être fort utile également. C'est ce que montre M. Runge, dans son excellent traité sur la résolution des équations[2]. Nous nous proposons de donner ici la description d'un nomogramme ou abaque, pl. 8, permettant de résoudre avec rapidité les systèmes d'équations linéaires à deux inconnues :

$$(1) \qquad \begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ A'x + B'y + C' = 0 \end{cases}$$

Ce nomogramme peut abréger aussi notablement les calculs nécessaires à la résolution d'un système d'équations du premier degré à n inconnues $x, y, z, \ldots$

Il est surtout avantageux quand les équations données le sont sous la forme

$$(2) \qquad \begin{cases} y = ax + b \\ y = a'x + b' \end{cases}$$

et que leurs coefficients a, a', b, b', ainsi que les valeurs de x et y, pour lesquelles elles sont satisfaites, se maintiennent dans des limites déterminées. Dans de pareils cas, des abaques, construits comme celui que nous établissons ici, mais adaptés aux intervalles spéciaux de variation des quantités a, a', b, b', x, y pourraient rendre de grands services, car ils permettraient d'obtenir *directement*, par deux lectures uniquement, les valeurs des deux quantités x et y, étant données celles de a, a', b et b'.

On pourrait même, en construisant ces derniers abaques, supposer que x, y, a, a', b, b' varient dans des champs passablement restreints. Quelques petites transformations — qui toutes se feraient mentalement — permettraient alors de déterminer x et y, quelles que soient, pour ainsi dire, les valeurs de a, a', b et b'. C'est ce que nous montrons à propos de l'abaque établi, pl. 8, en supposant b et b' compris entre -20 et $+60$, tandis que $+1$ et $+20$ sont les limites inférieures et supérieures des valeurs absolues de a et a'.

* * *

Prenons la première des équations (2),

$$(3) \qquad y = ax + b$$

et remplaçons-la par le système

$$\begin{aligned} &(4) \qquad \frac{1}{x} X = a \\ &(5) \qquad y = X + b \end{aligned}$$

Tout système de valeurs x, y satisfaisant à (3) vérifiera, lorsqu'on donne à X une valeur convenable, le système d'équations (4) et (5). La réciproque est vraie. X n'est, en définitive, qu'une inconnue auxiliaire.

Posons maintenant

$$\frac{1}{x} = u$$

et écrivons l'équation (4) :

$$(6) \qquad uX = a.$$

Elle représente, rapportée, fig. 1, à un système d'axes rectangulaires Ou et OX, une hyperbole équilatère, dont seule la branche située au-dessous de OX se trouve figurée, branche que nous désignons par a. Un quelconque, M, des points de cette branche a respectivement, comme abscisse et ordonnée, les longueurs OP et OR.

On a :

$$(7) \qquad \overline{OR} \,.\, \overline{OP} = a,$$

de sorte que si, le long de l'axe des u, nous plaçons une échelle (x) de la fonction $\frac{1}{x}$, telle que tout point coté x sur celle-ci, soit à la distance

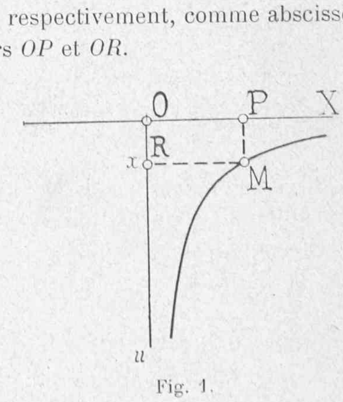

Fig. 1.

[1] Voir à ce propos *Encyclopædie der mathematischen Wissenschaften*, t. I, p. 1014.

[2] Dr C. RUNGE, *Praxis der Gleichungen*, collection Schubert t. XIV, Leipzig, G. J. Göschensche Verlagshandlung, 1900.