

Application de la statique graphique aux systèmes de l'espace

Autor(en): **Mayor, B.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **33 (1907)**

Heft 24

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-26260>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES. — Paraissant deux fois par mois.

Rédacteur en chef : P. MANUEL, ingénieur, professeur à l'École d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne.

Secrétaire de la Rédaction : Dr H. DEMIERRE, ingénieur.

SOMMAIRE : *Application de la statique graphique aux systèmes de l'espace*, par M. B. Mayor, professeur. — *Démarrreur avec régulateur à force centrifuge*, par M. le Dr W. Redard, ingénieur. — **Divers** : Notes sur la triangulation et la topographie forestières suisses. — *France* : Occupation du domaine public par les lignes et installations électriques. — XI^e Congrès international de navigation, à St-Petersbourg. — Premier Congrès international de l'aménagement des routes en vue de leur adaptation aux nouveaux modes de locomotion. — *Bibliographie*. — Tunnel du Ricken. — Tunnel du Lötschberg.

Application de la statique graphique aux systèmes de l'espace.

Par M. B. Mayor, professeur.

(Suite)¹.

89. Application II. Calcul d'une coupole Schwedler sollicitée par des forces quelconques.

Les méthodes usuelles de la géométrie descriptive permettent de déterminer facilement les tensions qui prennent naissance dans les barres d'une coupole Schwedler lorsque les forces extérieures qui la sollicitent satisfont à des conditions de symétrie analogues à celles que présente la coupole elle-même. Elles conduisent, en revanche, à des constructions compliquées et peu régulières lorsque les charges sont quelconques, tandis que le mode de représentation dualistique permet, comme nous allons le démontrer, de traiter avec facilité le cas le plus général qu'on puisse imaginer.

Dans le but de faire voir la série complète des opérations qu'il serait nécessaire d'effectuer dans une application pratique, considérons la coupole dont la figure 1 de la planche B représente les projections horizontale et verticale.

Dans cette figure on a désigné par *LT* la ligne de terre et d'une manière générale par *i* et *i'* les projections, horizontale et verticale, d'un nœud quelconque (*A_i*), *i* étant un indice qui, dans le cas considéré, prend toutes les valeurs entières depuis 1 jusqu'à 32; de plus *F_i* et *F_{i'}* désignent les deux projections, horizontale et verticale également, de la force extérieure (*F_i*) qu'on suppose appliquée au nœud (*A_i*). Remarquons, à ce propos, que, pour n'avoir pas à multiplier des constructions sans intérêt, la plupart des projections verticales des forces extérieures n'ont pas été indiquées sur la figure 1, ces dernières étant, lorsqu'elles ne satisfont à aucune condition particulière, représentées comme nous le verrons plus loin.

Pour obtenir en premier lieu la représentation dualistique de tout ce système, il est avantageux de faire coïnci-

der le plan *II* avec le plan horizontal de projection : les projections horizontales des divers nœuds coïncident, en effet, avec les points représentatifs de ces nœuds et les forces *F_i* avec les forces représentatives des actions extérieures. Les notations adoptées tiennent d'ailleurs compte de ces coïncidences.

D'autre part, on a eu soin de faire coïncider le point fondamental *O* avec le centre de la projection horizontale du système, de manière à obtenir une figure possédant le même degré de symétrie que la coupole elle-même. Quant à la circonférence directrice, elle a été décrite, du point *O* comme centre, avec un rayon arbitraire *a*.

Ces divers éléments fixés, il est nécessaire en premier lieu de déterminer les lignes représentatives de tous les nœuds du système. Comme ces points sont définis par leurs deux projections et qu'on connaît, en conséquence, leurs cotes mesurées à partir du plan *II*, une construction inverse de celle qui est décrite au paragraphe 45 (1^{re} partie) pourrait être appliquée. Cependant, les considérations qui sont développées dans ce paragraphe peuvent être complétées et conduisent immédiatement à la règle suivante, dont la démonstration n'offre aucune difficulté :

La cote d'un point quelconque, mesurée à partir du plan II, est égale, en grandeur et signe, au produit du facteur $\frac{1}{a}$ par le moment d'un vecteur ayant pour origine le point fondamental O et pour extrémité le point représentatif du point considéré, ce moment étant calculé par rapport à un point quelconque de la ligne représentative du point donné.

Cette règle, qui peut être utile dans une foule de circonstances, facilite en particulier la solution du problème actuel.

Considérons, en effet, un point (*A*) défini par ses deux projections *A* et *A'* (fig. 13 du texte). Si l'on désigne par *h* la cote du point (*A*) et par *d* la distance qui sépare le point fondamental *O* de la droite représentative cherchée *A'*, on a, d'après la règle énoncée

$$h = \frac{1}{a} d \cdot OA.$$

Si donc on projette le point *O* en *O''* sur la ligne de terre, qu'on joigne ensuite cette projection au point *A'* et

¹ Voir N° du 25 février 1904, page 121.

qu'on mène enfin par l'un des points de rencontre de la circonférence directrice et de la droite OA une perpendiculaire à la ligne de terre, les triangles semblables de la figure montrent immédiatement que le segment intercepté sur cette dernière ligne par les droites $O''A''$ et LT est précisément égal à la distance d . Cette quantité déterminée, on peut immédiatement tracer la droite représentative A'

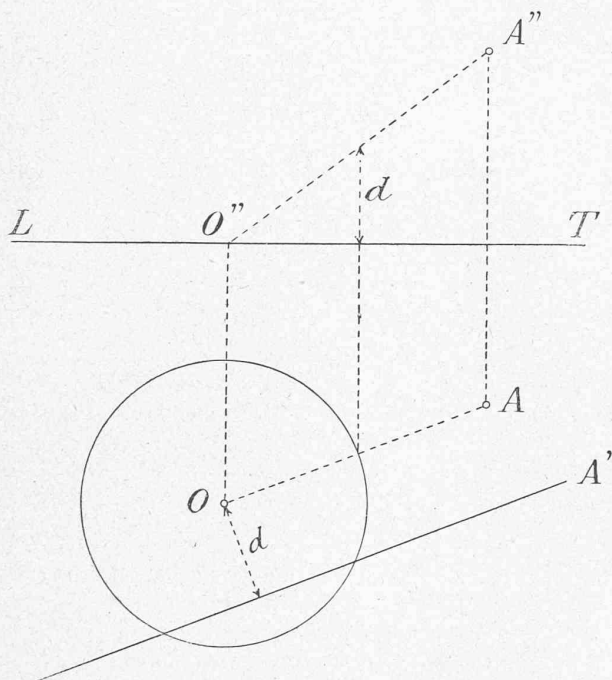


Fig. 13.

puisque, d'une part, elle est parallèle à OA et que, d'autre part, la cote du point (A) étant positive dans le cas de la figure, il doit en être de même du moment du vecteur OA par rapport à un point quelconque de la droite cherchée.

En appliquant ce procédé, on détermine immédiatement les lignes représentatives des nœuds (A_1) , (A_9) , (A_{17}) et (A_{25}) de la coupole considérée et l'on obtient ainsi les lignes représentatives A'_1 , A'_9 , A'_{17} et A'_{25} de la figure 1, planche B. Il convient d'ailleurs de remarquer que la dernière de ces droites passe par le point O puisque la cote du nœud correspondant est nulle.

On sait, d'autre part, § 87, que la figure formée par le point O et les lignes représentatives des conjuguées de toutes les barres et de toutes les forces extérieures intervient seule dans le calcul des tensions. Il y a dès lors avantage, comme nous l'avons déjà remarqué, à déplacer parallèlement à lui-même le système formé par le point O et les lignes A'_1 , A'_9 , A'_{17} et A'_{25} . On obtient ainsi la figure 2 de la planche et il est évident qu'en opérant ensuite une rotation positive de 45° autour du nouveau point O , les droites précédentes viennent respectivement prendre les places que doivent occuper les lignes A'_2 , A'_{10} , A'_{18} et A'_{26} .

Dès lors, il est bien simple d'obtenir sur cette nouvelle figure les lignes représentatives d'une première série de barres.

En effet, d'après les notations adoptées jusqu'ici, la barre (l_{12}) réunit les deux nœuds (A_1) et (A_2) ; la ligne représentative de sa conjuguée qui, sur la figure 2, a simplement été désignée par $1'2'$ puisqu'il n'en peut résulter aucune ambiguïté, passe donc par le point de rencontre de A'_1 et de A'_2 ; comme elle est, en outre, parallèle à la projection horizontale de la barre considérée, on peut immédiatement la tracer. De plus, une vérification se présente ici: la barre (l_{12}) étant horizontale, la droite $1'2'$ passe par le point O .

Des considérations identiques permettent ensuite de déterminer les lignes représentatives $9'10'$, $17'18'$ qui coïncident entre elles et avec $1'2'$, puis $2'9'$, $10'17'$ et $18'25'$.

D'autre part, les barres (l_{19}) et $(l_{2,10})$ sont contenues dans un plan qui renferme (l_{12}) et (l_{20}) . En conséquence, les droites $1'9'$ et $2'10'$ doivent passer par le point de rencontre de $1'2'$ et $2'9'$ de sorte qu'on peut les tracer. Enfin, un raisonnement analogue permet d'obtenir les droites $9'17'$, $10'18'$, $17'25'$ et $18'26'$.

Ayant ainsi obtenu les lignes représentatives des conjuguées de toutes les barres qui forment un des secteurs de la coupole, on achève facilement la figure formée par toutes les lignes analogues à l'aide de sept rotations successives opérées autour du point O et toutes égales à 45° .

Enfin, il est nécessaire encore d'indiquer sur la figure 2 les forces représentatives des conjuguées des forces extérieures qui agissent sur la coupole.

Considérons, par exemple, la force (F_1) dont les projections horizontale et verticale ont été représentées sur la figure 1. La trace horizontale φ'_1 de sa conjuguée satisfait aux conditions suivantes: d'une part, elle est située sur la droite qui réunit le point O à la trace horizontale φ_1 de (F_1) , trace qu'on obtient par un procédé bien connu, et, d'autre part, elle est située sur A'_1 puisque la ligne d'action de (F_1) passe par (A_1) . On peut donc la déterminer sans difficulté puis tracer F'_1 puisque cette force est égale, parallèle et de sens opposé à F_1 et que sa ligne d'action passe précisément par φ'_1 . Dans le cas de la figure, cependant, le point φ'_1 est hors des limites de l'épure; mais il suffit pour obtenir la ligne d'action de F'_1 de tracer une droite parallèle à F_1 et passant par le point de rencontre inaccessible de A'_1 et de $O\varphi_1$, ce qui ne donne lieu à aucune difficulté.

Un procédé semblable pourrait être appliqué à toutes les forces extérieures; mais comme, à l'exception de celles qui sont appliquées aux nœuds dont les indices se succèdent de 17 à 24, toutes ces actions ont été supposées quelconques, on s'est borné à choisir arbitrairement sur la figure 2 les forces représentatives de leurs conjuguées. Il est d'ailleurs bien évident qu'un procédé inverse de celui qui vient d'être décrit permettrait d'obtenir sans aucune peine les projections des diverses forces extérieures.

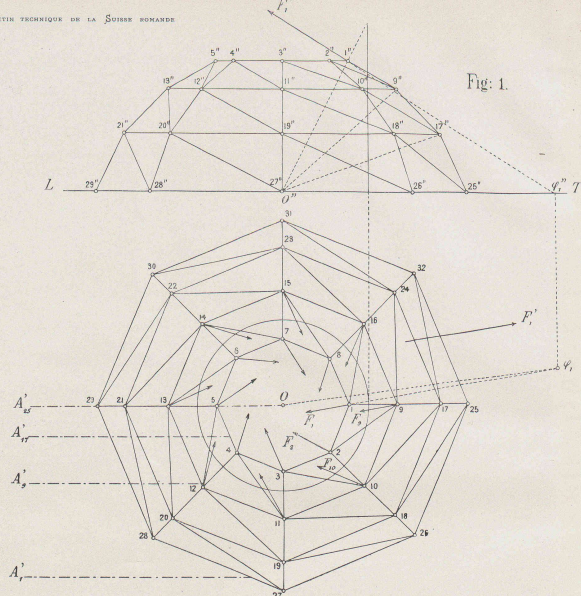


Fig. 1.

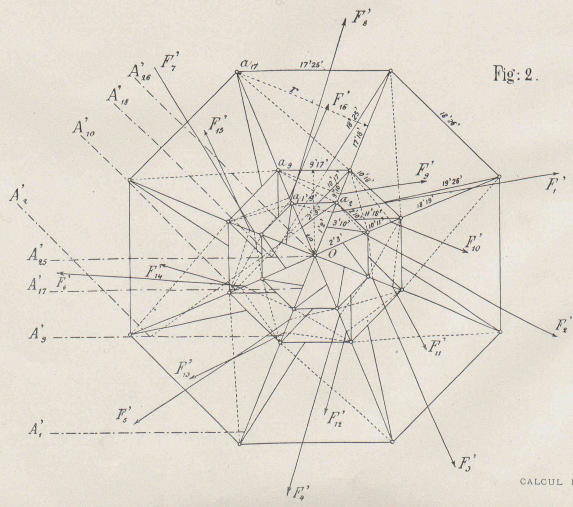


Fig. 2.

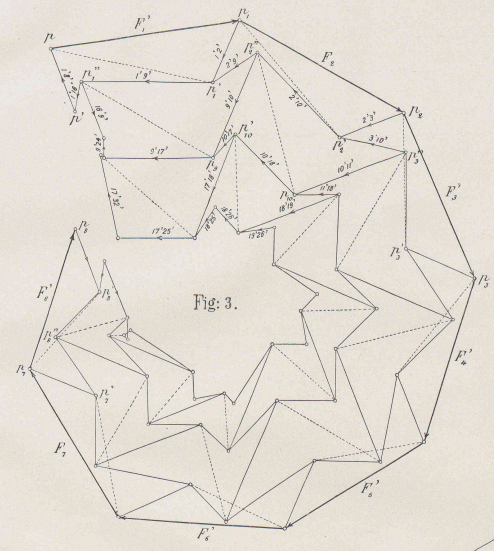


Fig. 3.

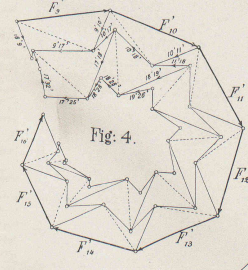


Fig. 4.

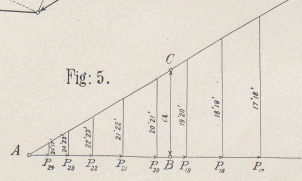


Fig. 5.

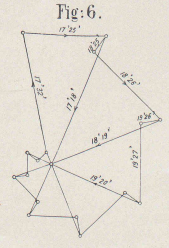


Fig. 6.

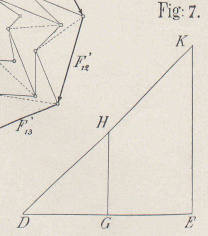


Fig. 7.

PLANCHE B.
CALCUL D'UNE COUPE SCHWEDLER

Seite / page

leer / vide /
blank

Ces opérations préliminaires achevées, la recherche des tensions produites dans les barres ne présente aucune difficulté. Elle peut même être effectuée par plusieurs procédés dont le plus simple, et à coup sûr le plus digne d'intérêt, paraît être celui que nous allons développer complètement : il conduit, en effet, à la construction de figures dont le mode de formation est rigoureusement le même que celui des figures réciproques qui se présentent si naturellement dans l'étude des systèmes pleins.

Imaginons pour un instant que la coupole soit uniquement sollicitée par les forces extérieures appliquées aux nœuds de la couronne supérieure, c'est-à-dire aux nœuds dont les indices se succèdent de 1 à 8, et proposons-nous alors de rechercher les tensions produites par ces forces dans toutes les barres du système.

Considérons, dans ce but, le nœud (A_1) : on voit, en raisonnant comme dans l'application précédente, que les forces F'_1 , $T'_{1,18}$, $T'_{1,16}$, $T'_{1,19}$ et $T'_{1,12}$ doivent se faire équilibre. D'ailleurs, la première de ces forces est entièrement connue et les autres admettent respectivement pour lignes d'action les lignes 1'8', 1'16', 1'9' et 1'2'. Mais, comme trois de ces lignes, à savoir 1'8', 1'16' et 1'9' passent par un même point désigné par a_1 (fig. 2), il suffit, pour obtenir le sens et l'intensité de la force $T'_{1,19}$, de décomposer F'_1 en deux composantes dont l'une admette 1'9' pour ligne d'action et dont l'autre passe par a_1 , puis de changer le sens des deux composantes obtenues.

A cet effet, reportons, à partir d'un point p arbitrairement choisi (fig. 3, pl. B) un vecteur pp_1 représentant en grandeur, direction et sens la force F'_1 ; menons ensuite, par l'origine p de ce vecteur, une parallèle à la droite qui, dans la figure 2, réunit le point a_1 au point de rencontre de F'_1 et de 1'2' et, par l'extrémité p_1 du même vecteur, une parallèle à 1'2'. On forme, de cette manière, le triangle $pp_1p'_1$ dont les deux côtés $p_1p'_1$ et p'_1p représentent respectivement, lorsqu'on les décrit dans le sens qui résulte de celui de F'_1 , la force $T'_{1,12}$ et la résultante de $T'_{1,18}$, $T'_{1,19}$ et $T'_{1,16}$. Dans la figure 3 la force $T'_{1,12}$, comme d'ailleurs toutes les forces analogues, a simplement été désignée par 1'2'; une flèche placée à côté de ces deux chiffres indique, de plus, le sens de cette force.

En considérant ensuite le nœud (A_2) et en raisonnant de la même manière, on est conduit à construire le triangle $p_1p_2p'_2$ dont le côté $p_2p'_2$ représente en grandeur, direction et sens la force $T'_{2,23}$ et le côté p'_2p_1 la résultante de $T'_{2,21}$, $T'_{2,29}$ et $T'_{2,10}$.

Ces premiers résultats obtenus, considérons maintenant le contour polygonal $p'_1p_1p_2p'_2$, et remarquons tout de suite que le côté p'_1p_1 , parcouru dans le sens qui va de p'_1 vers p_1 , représente en grandeur et sens la force qui doit, en vertu de notations précédemment fixées, être désignée par $T'_{2,1}$. Si donc on mène par p'_1 une parallèle à la droite 2'9' et par p'_2 une parallèle à la droite 2'10', si, de plus, on a soin de prolonger ces parallèles jusqu'en leur point de rencontre p''_2 de manière à fermer le contour considéré, on obtient manifestement le polygone des forces du système constitué par les forces représentatives

des conjuguées de toutes les actions, tant intérieures qu'extérieures, qui sont appliquées au nœud (A_2), puisque ces conjuguées se font équilibre. Dès lors, les côtés $p_1p'_2$ et $p''_2p'_1$ de ce polygone représentent en grandeur, direction et sens, lorsqu'on les suppose parcourus dans les sens indiqués par les flèches, les forces $T'_{2,10}$ et $T'_{2,9}$. De plus, il n'est pas inutile de faire remarquer dès maintenant qu'on a pu, de cette façon, faire correspondre au nœud (A_2) un contour polygonal fermé.

En envisageant ensuite le nœud (A_3) et en procédant d'une manière analogue, on obtient un nouveau contour polygonal fermé $p_2p_3p'_3p''_3p'_2$ dont un des côtés, à savoir p_2p_3 , représente F'_3 , tandis que les autres donnent les forces représentatives des conjuguées des tensions de toutes les barres qui aboutissent à ce nœud. D'ailleurs il est évident que des constructions semblables sont successivement applicables à tous les nœuds de la couronne supérieure et qu'elles conduisent, en dernier lieu, au polygone $p_7p_8p'_8p''_8p'_7$ dont, en particulier, le côté $p_8p'_8$ représente la force $T'_{8,1}$.

Imaginons alors qu'on déplace précisément ce dernier côté, parallèlement à lui-même et sans altérer sa longueur, de manière que son extrémité p_8 vienne coïncider avec p , l'autre extrémité p'_8 tombant en p' . Puis, fermons le contour $p'p_1p'_1$ en menant par p' une parallèle à 1'16' et par p'_1 une parallèle à 1'9'. On constitue ainsi un dernier polygone qui correspond au nœud (A_1) et jouit des mêmes propriétés que tous les précédents, de sorte que les conjuguées des tensions de toutes les barres qui aboutissent aux nœuds de la couronne supérieure sont actuellement représentées.

Ces premiers résultats obtenus, considérons ensuite la série des nœuds de la deuxième couronne, à savoir ceux dont les indices se succèdent de 9 à 16, et supposons essentiellement, ainsi d'ailleurs que cela résulte d'une hypothèse faite, que les forces extérieures qui les sollicitent soient provisoirement supprimées. Un raisonnement analogue à celui qui précède va nous permettre de déterminer très facilement les tensions dans un tout nouvel ensemble de barres.

Les forces $T'_{9,1}$, $T'_{9,2}$, $T'_{9,10}$, $T'_{9,16}$, $T'_{9,17}$, $T'_{9,24}$ qui correspondent au nœud (A_9) doivent admettre, puisqu'elles se font équilibre, un polygone des forces fermé. Or le contour $p''_1p'_1p'_2$ (fig. 3) représente, lorsqu'on le décrit dans un sens inverse de celui des flèches, le polygone des deux forces $T'_{9,1}$ et $T'_{9,2}$; de plus, la ligne d'action de la résultante de ces deux dernières forces passe par le point a_2 de la figure 2. D'autre part, les lignes d'action 9'16', 9'17', 9'24' des trois dernières forces considérées passent par un même point désigné par a_9 (fig. 3). Si donc on mène, respectivement, par les points p'_2 et p''_1 de la figure 3 des parallèles aux droites 9'10' et a_1a_2 de la figure 2 de manière à constituer le contour polygonal fermé $p''_1p'_1p''_2p_9$, le côté p''_2p_9 représente nécessairement, en grandeur, direction et sens, la force $T'_{9,10}$.

En considérant ensuite le nœud (A_{10}), et en procédant de la même manière, on est conduit, en premier lieu à la

force $T'_{10.11}$ qui se trouve représentée par le côté p''_3p_{10} (fig. 3). De plus, on voit immédiatement qu'en menant par p_9 et p_{10} des parallèles aux droites $10'17'$ et $10'18'$, on obtient un nouveau polygone fermé $p''_2p'_2p''_3p_{10}p'_{10}$ dont les côtés représentent, en grandeur, direction et sens, lorsqu'on les décrit dans le sens qui résulte de l'ordre des lettres précédentes, toutes les forces T' relatives aux barres qui aboutissent au nœud (A_{10})

Il est actuellement bien visible qu'en poursuivant ainsi de proche en proche, on constitue une nouvelle série de polygones fermés absolument analogue à la suite précédente et dont les divers côtés donnent toutes les forces T' relatives aux barres qui forment les nœuds de la deuxième couronne.

Si l'on considère enfin les nœuds dont les indices se succèdent de 19 à 24, les forces extérieures qui y sont appliquées étant encore supprimées, on est conduit à une dernière suite de polygones fermés qui achève complètement la figure 3 dans laquelle se trouvent représentées les conjuguées des tensions produites dans toutes les barres de la coupole par les forces extérieures appliquées aux nœuds de la couronne supérieure.

Or si l'on compare cette figure à la projection horizontale, on voit immédiatement, qu'à bien peu de chose près, elle peut être considérée comme sa figure réciproque. Les relations suivantes existent, en effet, entre ces deux figures :

1° A chaque côté de l'une correspond, dans l'autre, un côté parallèle et cette correspondance est univoque si l'on fait abstraction des barres (l_{81}), ($l_{1.16}$), ($l_{16.9}$), ($l_{9.24}$), ($l_{24.17}$).

2° A chaque nœud de la projection horizontale correspond, dans la figure 3, un polygone fermé.

3° A chaque triangle de la projection horizontale tel que 1, 2, 9 correspond un nœud de la figure 3.

4° Si l'on convient enfin de désigner sous le nom de barre principale toute barre qui réunit deux nœuds de la couronne supérieure, tout côté de la figure 3 qui correspond à une barre principale passe par le sommet du polygone des forces F' qui se trouve déterminé par les deux forces qui limitent cette barre.

Il convient encore d'ajouter que les deux figures qu'on vient de comparer deviennent rigoureusement réciproques, au sens ordinaire de la statique graphique, dans le cas particulier où le polygone des forces F' est fermé.

Ces remarques faites, il est nécessaire de déterminer les effets produits par les forces extérieures qui jusqu'à maintenant ont été supposées supprimées.

Admettons, dans ce but, que seules les forces extérieures dont les indices se succèdent de 9 à 16 et qui, par conséquent sont appliquées aux nœuds de la deuxième couronne, agissent sur la coupole. Dans cette hypothèse, les tensions de toutes les barres qui aboutissent aux nœuds de la couronne supérieure s'annulent évidemment ; ces barres peuvent donc être supprimées et il devient possible d'appliquer à la partie restante du système des considérations rigoureusement identiques à celles qui précèdent. On est

ainsi conduit à la figure 4 où se trouvent représentées les conjuguées de toutes les tensions engendrées par les forces considérées et dont les propriétés générales sont identiques à celles de la figure 3. Il est donc inutile d'insister sur son mode de formation.

Il reste enfin à examiner les effets produits par les forces extérieures qui peuvent encore agir sur les nœuds de la dernière couronne. Pour comprendre dans cette application tous les cas qui peuvent se présenter dans la pratique, et aussi pour n'avoir pas à construire une troisième figure identique aux deux précédentes, admettons que cette dernière série de forces soit constituée par des charges verticales. Quelques modifications doivent alors être apportées aux raisonnements qui précèdent.

Convenons de désigner par P_{17} , P_{18} , ..., P_{24} les charges verticales qui agissent sur les nœuds de la couronne inférieure, puis, comme précédemment, supprimons toutes les autres forces extérieures, de même que les barres dans lesquelles les tensions s'annulent, à savoir toutes celles dont le plus petit des deux indices caractéristiques est inférieur à 17.

Si l'on considère alors le nœud (A_{19}), on voit immédiatement que les forces P'_{17} , $T'_{17.18}$, $T'_{17.24}$, $T'_{17.25}$, $T'_{17.32}$ doivent se faire équilibre. Mais la première de ces forces est la représentative de la conjuguée d'une charge verticale : son intensité est donc nulle et elle admet pour ligne d'action la droite de l'infini du plan H ; en d'autres termes, elle est équivalente à un couple dont le moment, divisé par a , doit être égal à la charge P_{17} . D'autre part, les lignes d'action des trois dernières forces qu'on vient de considérer passent par un même point désigné par a_{17} dans la figure 2. En conséquence, la somme des moments des deux forces P'_{17} et $T'_{17.18}$ doit être nulle lorsqu'on la calcule par rapport au point A_{17} . On aura donc, en désignant par r la distance qui sépare le point a_{17} de la ligne d'action $17'18'$ (fig. 2) de la force $T'_{17.18}$.

$$r T'_{17.18} + a P_{17} = 0$$

d'où, en valeur absolue,

$$T'_{17.18} = \frac{a}{r} P_{17}.$$

Dans ces conditions, on obtient immédiatement la grandeur de $T'_{18.18}$ à l'aide de la construction suivante :

Formons (fig. 5) un triangle ABC qu'on peut supposer rectangle et dans lequel les deux côtés de l'angle droit AB et BC aient respectivement pour valeurs r et a ; portons ensuite à partir du sommet A et sur la direction du côté AB une longueur égale à la charge P_{17} ; enfin, par l'extrémité de cette longueur, menons une parallèle à BC . Les triangles semblables évidents de la figure montrent alors immédiatement que les prolongements des côtés AB et AC déterminent, sur cette dernière parallèle, un segment égal à $T'_{17.18}$. Quant au sens de cette dernière force, on le détermine en remarquant que la charge P_{17} étant dirigée de haut en bas, le moment $a P_{17}$ du couple qui représente P'_{17} doit être négatif. Pour que l'équation (1) puisse être satisfaite, il est donc nécessaire que le moment de $T'_{17.18}$ par

rapport à a_{17} soit positif, ce qui fixe immédiatement le sens de cette dernière force.

Des considérations semblables à celles qui précèdent permettent de déterminer les intensités et les sens des forces T'_{18-19} , T'_{19-20} , ..., T'_{24-17} qui correspondent aux barres qui réunissent les nœuds formant la dernière couronne et dont les grandeurs sont toutes données dans la figure 5.

Pour achever enfin le calcul des tensions produites par les charges verticales, considérons de nouveau les forces P'_{17} , T'_{17-18} , T'_{17-29} , T'_{17-25} et T'_{17-32} . Puisqu'elles se font équilibre, leur polygone des forces doit être fermé. Mais, comme l'intensité de P'_{17} est nulle, ce polygone se réduit à un quadrilatère dont deux des côtés, à savoir ceux qui correspondent à T'_{17-18} et T'_{17-32} sont connus en grandeur, direction et sens, tandis que les deux côtés restants sont donnés en direction. On peut donc construire ce quadrilatère, qu'on trouve sans difficulté, dans la figure 6 et déterminer ainsi les forces T'_{17-24} et T'_{17-25} . Des considérations analogues appliquées aux autres nœuds de la dernière couronne permettent d'achever facilement la figure 6 dont le mode de formation est semblable à celui des figures 3 et 4.

Actuellement, les forces T' relatives aux tensions produites par les trois modes de charge considérés sont toutes déterminées. Si l'on admet que tous les nœuds de la coupole sont chargés simultanément, le principe de la superposition des effets des forces donne immédiatement et sans qu'il y ait lieu d'insister sur ce point la force T' relative à une barre quelconque. C'est ainsi, par exemple, que pour la barre ($l_{9,17}$) on obtient, en additionnant algébriquement les résultats donnés par les figures 3 et 4, celui de la figure 6 étant nul, une force représentée par le segment DE de la figure 7 et que nous désignerons, une confusion n'étant plus possible, par $T'_{9,17}$.

On sait, d'autre part, que la composante verticale de la tension ($T_{9,17}$) est donnée par l'expression

$$\frac{\delta}{a} T'_{9,17}$$

dans laquelle δ représente la distance qui sépare le point O de la ligne d'action $9'17'$ de la figure 2. En conséquence, l'intensité de la tension totale dans la barre considérée a l'expression suivante

$$T'_{9,17} \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{a^2}}$$

qu'on peut facilement construire.

Formons, en effet (fig. 7), un triangle rectangle GDH dans lequel les deux côtés de l'angle droit GD et GH aient respectivement pour valeurs a et δ . A partir du point D et sur la direction de DG , portons ensuite une longueur DE égale à $T'_{9,17}$ et par le point E ainsi obtenu menons enfin une parallèle EK au côté GH . Il est visible alors que l'hypoténuse DK du nouveau triangle rectangle ainsi obtenu donne l'intensité cherchée.

Quant au sens de l'action produite dans la barre considérée on le détermine en raisonnant comme dans l'application précédente. On trouve alors que cette barre est

tendue. Comme les mêmes considérations s'appliquent à toutes les barres du système, le problème posé au début de ce paragraphe peut être considéré comme complètement résolu.

Remarque. — Pour éviter de surcharger les figures de la planche B dont les dimensions sont très exigües, un grand nombre de notations ont été supprimées. Celles qui ont été maintenues suffisent d'ailleurs pour l'intelligence du texte, le mode de formation régulier de toutes ces figures permettant de reconstituer sans aucune peine toutes les indications manquantes. *(A suivre).*

Démarrateur avec régulateur à force centrifuge.

Par le Dr W. REDARD, ingénieur.

Dans bien des circonstances le service des moteurs électriques n'est réclamé que par intermittences. Il en est ainsi, par exemple, quand ils actionnent des compresseurs d'air, des pompes alimentaires, ou encore pour ceux qui fournissent l'eau sous pression aux accumulateurs hydrauliques. Il se peut aussi que des circonstances particulières

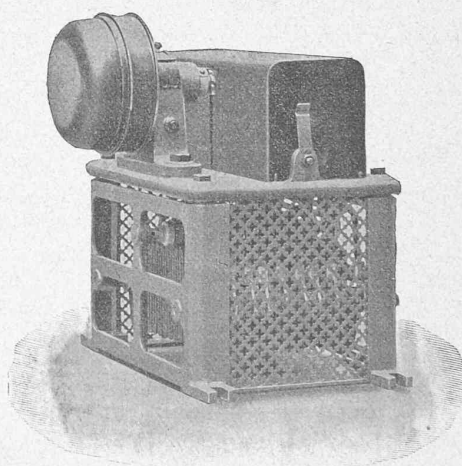


Fig. 1.

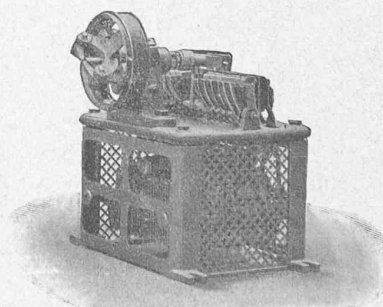


Fig. 2.

empêchent d'immobiliser du personnel pour la surveillance de la machine, ou que l'on désire se mettre en garde contre l'inhabileté ou la distraction des ouvriers. C'est le cas notamment pour les ascenseurs et les monte-charges.