Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 34 (1908)

Heft: 6

Inhaltsverzeichnis

34me Année. 25 mars 1908. N° 6.

Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES. — Paraissant deux fois par mois.

Rédacteur en chef : P. MANUEL, ingénieur, professeur à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne.

Secrétaire de la Rédaction : Dr H. DEMIERRE, ingénieur.

Application de la statique graphique aux systèmes de l'espace.

Par M. B. Mayor, professeur.

(Suite)[1].

CHAPITRE II

La méthode de Culmann.

93. Considérons un système articulé libre dans l'espace, en équilibre sous l'action des forces concentrées en ses nœuds et constitué de manière qu'on puisse, à l'aide d'une section plane ou gauche S qui coupe six de ses barres, sans passer par aucun de ses nœuds, le diviser en deux parties distinctes A et B. Comme nous allons le montrer, il est alors possible de déterminer graphiquement les tensions produites dans toutes les barres rencontrées par S.

Dans ce but, désignons par (F) le système formé par les forces extérieures qui agissent sur les nœuds de la partie A, par (l_1), (l_2), ..., (l_6) les six barres coupées par S et, d'une manière générale, par (T_i) la tension de la barre (l_i). Imaginons ensuite qu'après avoir réellement opéré la section S, on supprime la partie B en ayant soin de remplacer les effets qu'elle produit sur la partie restante A par des forces équivalentes, de manière que l'état de celle-ci ne soit pas modifié et qu'en particulier, elle reste en équilibre. Comme les forces qu'il est nécessaire d'introduire ainsi sont, par définition même, les tensions (T_i), qu'elles admettent précisément pour lignes d'action les barres correspondantes (l_i), il suffira, pour résoudre le problème proposé, de chercher six forces admettant des lignes d'action données et faisant équilibre à un système (F) également donné. On sait, d'ailleurs, que ce problème est parfaitement déterminé lorsque les lignes d'action considérées n'appartiennent pas à un même complexe linéaire et qu'il dépend, au point de vue analytique, de la résolution d'un système de six équations du premier degré. De plus, les considérations suivantes vont nous conduire à une solution purement géométrique.

[1] Voir N° du 10 février 1908, page 25.

94. Pour fixer les idées, supposons tout d'abord qu'on veuille déterminer la tension (T_6) et convenons alors de désigner par (F_6) le système de forces, d'ailleurs inconnu, formé par les tensions restantes (T_1), (T_2), (T_3), (T_4) et (T_5).

En vertu de ce qui précède, les trois systèmes (F), (F_6) et (T_6) se font équilibre et, d'après un théorème établi au paragraphe 2, leurs complexes d'action appartiennent à un même système à deux termes que nous désignerons par (C_6). Ce système est d'ailleurs parfaitement déterminé, puisqu'il comprend le complexe d'action de (F) qui est donné et celui de (T_6) qui est spécial et admet, pour directrice, la droite (l_6).

Ce premier point établi, remarquons ensuite que les droites (l_1), (l_2), (l_3), (l_4) et (l_5) définissent un complexe linéaire et un seul. Soit alors (Γ_6) ce complexe qui ne doit pas être confondu avec le complexe d'action de (F_6) et qu'il est naturel d'appeler, comme la suite le démontrera, le complexe *opposé* à la barre (l_6). Si l'on considère, pour un instant, un système de vecteurs (Ω_6) astreint à la seule condition d'admettre précisément (Γ_6) pour complexe d'action, il est évident que le moment de l'une quelconque des forces (T_1), (T_2), (T_3), (T_4) ou (T_5) s'annule par rapport à ce système, puisque les lignes d'action de ces diverses forces appartiennent toutes à (Γ_6). Dans ces conditions, le moment de (F_1) s'annule aussi par rapport à (Ω_6) et les complexes d'action de ces deux systèmes sont en involution.

Si donc on convient de désigner par (G_6) le complexe d'action de (F_6), on peut dire, en résumé, que (G_6), d'une part, appartient au système à deux termes (C_6) et que, d'autre part, il est en involution avec (Γ_6). Or il est facile de démontrer que, dans ces conditions, ce complexe est parfaitement déterminé.

Si l'on désigne, en effet, par X, Y, Z, L, M, N ses coordonnées, on aura, puisqu'il appartient à un système à deux termes défini par deux complexes donnés,

$$X = X_1 + \lambda X_2,$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$L = L_1 + \lambda L_2,$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

en désignant par λ une indéterminée.

En exprimant ensuite qu'il est en involution avec (Γ_6), on obtient immédiatement une équation linéaire par rap-