Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 36 (1910)

Heft: 16

Artikel: Note sur le calcul du coup de bélier dans les conduites d'eau sous pression

Autor: Vaucher, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-81445

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 04.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

eussent été difficiles et même dangereuses à cause de la grande profondeur (8 à 9 m.) à laquelle elles auraient dû être descendues pour atteindre le terrain solide.

Là encore cette solution a été doublement avantageuse : au point de vue de l'économie réalisée sur le mur continu projeté, d'abord, et ensuite par le fait que l'on n'a pas sensiblement modifié ni aggravé le régime des eaux souterraines. Tout au contraire, le mur à arcades constitue dans ce cas un véritable ouvrage d'assainissement et de consolidation du sol, tandis qu'un mur plein pouvait, en rompant l'équilibre de la masse, provoquer un décrochement général du coteau.

A signaler encore, sur cette section, comme ouvrages d'art : le pont de la Raverettaz, arc plein cintre en maçonnerie, de 16,80 m. d'ouverture ; celui de la Ruinaz, même genre de construction, de 6 m. d'ouverture, et celui de la Frégnire, travée métallique de 21 m. d'ouverture, poutres droites, tablier supérieur, et deux arches latérales en maçonnerie de 4 m. d'ouverture chacune.

On a profité de tous les accidents de terrain pour augmenter la dimension normale (5 m.) de la voie, surtout dans les courbes. La route a donc une largeur variable qui atteint par places 6 m. On constate aujourd'hui que tous ces rélargissements de fortune facilitent grandement la circulation, surtout avec les nombreuses automobiles qui transitent sur cette route pendant la saison d'été.

Il en est de même sur la section *Iers-Fénils-Le Rosex*, où la correction a consisté principalement dans un redressement en plan et profil longitudinal de la route primitive.

Là on a utilisé toutes les parcelles en excédents au niveau de la chaussée nouvelle pour donner à celle-ci une sur-largeur qui va à certains endroits jusqu'à 10 ou 12 m. Cette disposition a l'énorme avantage de dégager la portée de vue des conducteurs de véhicules de tous genres qui, en raison de la pente générale excessivement faible de ce tronçon, vont parfois à des allures beaucoup trop rapides pour une route aussi sinueuse.

En 1902, un glissement de terrain très important a emporté la route sur près de 300 m., à l'endroit appelé « Géraudan ». On a établi dans cette région un réseau complet d'assainissements, qui ont heureusement mis fin au mouvement général de descente du coteau, et assuré la continuité et la sécurité de la circulation. Ces travaux ont coûté Fr. 51 000 en chiffres ronds. Cette somme, ajoutée aux dépenses de premier établissement indiquées précédemment à Fr. 881 120, font ressortir à *Fr. 932 120* le coût de la route du Pillon. *(A suivre).*

Note sur le calcul du coup de bélier dans les conduites d'eau sous pression.

Par A. VAUCHER, ingénieur.

(Suite[1]).

Avant d'aborder les modifications qu'en réalité il y a lieu d'apporter aux considérations exposées jusqu'ici, nous examinerons encore sommairement à quels résultats celles-ci conduiraient lors d'autres mouvements de vannage, toujours progressifs, mais ne satisfaisant pas à la condition de proportionnalité des ouvertures au temps.

Ainsi s'il s'agissait d'une *vanne-papillon* de rayon r, fermée avec une vitesse angulaire constante $\left(= \frac{90^\circ}{T}\right)$, les sections d'écoulement seraient égales à la section totale diminuée d'une ellipse ayant comme axes $2r$ et $2r \sin\left(\frac{90^\circ \cdot t}{T}\right)$, soit d'une surface de $\pi r^2 \sin\left(\frac{90^\circ \cdot t}{T}\right)$, c'est-à-dire qu'en chaque instant t le rapport de la section d'écoulement à la section totale serait :

$$\left[1 - \sin\left(\frac{90^\circ \cdot t}{T}\right)\right],$$

la section d'écoulement diminuant proportionnellement aux ordonnées d'une sinusoïde renversée.

S'il s'agissait d'une *vanne à tiroir* s'élevant avec une vitesse constante perpendiculairement à l'axe d'un tuyau circulaire, on peut établir que ce rapport, à peu près linéaire du $^1/_4$ aux $^3/_4$ de la section totale, serait en chaque instant t donné par l'expression :

$$\left[1 - \frac{1}{2\pi} \text{ arc. sin. } 4\left(1 - \frac{2t}{T}\right)\sqrt{t\,\frac{(T-t)}{T^2}} + \frac{2}{\pi}\left(1 - \frac{2t}{T}\right)\sqrt{t\,\frac{(T-t)}{T^2}}\right].$$

A titre d'indication le tableau ci-dessous donne quelques valeurs d'ouvertures comparatives, la colonne N° 1 se rapportant à la variation linéaire (souvent réalisée aux orifices de réglage de turbines), la colonne N° 2 à la vanne-tiroir dans un tuyau cylindrique, celle N° 3 à la vanne-papillon, celle N° 4 à des ouvertures dont le rapport à l'ouverture totale serait $\left(1 - \sqrt{\frac{t}{T}}\right)$ et celle N° 5 à des ouvertures dont ce rapport serait $1 - \left(\frac{t}{T}\right)^2$.

	1	2	3	4	5
$t = T/4$ . .	0,75	0,80	0,62	0,50	0,94
$t = T/3$ . .	0,67	0,70	0,50	0,42	0,89
$t = T/2$ . .	0,50	0,50	0,29	0,29	0,75
$t = 2\,T/3$ . .	0,333	0,30	0,133	0,18	0,67

[1] Voir N° du 10 juillet 1910, page 149.

	1	2	3	4	5
$t = 3\ T/4$ . .	0,25	0,196	0,075	0,133	0,56
$t = T$. . .	0,—	0,—	0,—	0,—	0,—

On comprendra combien l'allure de la courbe de surpression peut différer suivant la fonction K exprimant la variation de l'ouverture en fonction du temps. Les rapports théoriques correspondant aux colonnes Nos 2 à 5 introduits dans l'équation (2) plus haut conduisent à des équations différentielles dont l'intégration est malaisée et ne présenterait qu'un intérêt académique. Mais il est plus aisé de se rendre compte que pour une fermeture telle que celle sous:

N° 5. dans le voisinage de la fermeture l'accélération négative de l'eau dans la conduite croîtrait proportionnellement au temps, que la surpression maximum aurait lieu à la fermeture et serait égale à l'expression sous formule (5) en y remplaçant L par $2\ L$;

Nos 3 et 4. la pression maximum aurait lieu avant la fermeture, et dans le cas de la vanne-papillon sous N° 3 la pression retomberait à la fermeture à la pression normale. Pour le N° 4 la surpression à la fermeture serait l'expression sous formule (5) en y remplaçant L par $\frac{L}{2}$;

N° 2. qui se rapproche à la variation linéaire, la surpression maximum aurait lieu un peu avant la fermeture.

Les pressions maximum correspondant aux Nos 2 et 3 seraient comprises entre les surpressions atteintes à la fermeture dans les cas N° 1 (variation linéaire) et N° 5, tandis que pour une fermeture se rapprochant du N° 4 la pression commencerait par atteindre une valeur encore très supérieure à celle du N° 5 et dont la limite ne peut être fixée sans faire intervenir l'élasticité.

Nous n'entrons pas davantage dans ces considérations préliminaires qui sont en partie sujettes à modifications eu égard à la théorie actuelle du coup de bélier.

La théorie actuelle du coup de bélier tient compte de la compressibilité de l'eau et de l'élasticité de la conduite qui, ainsi que l'expérience le confirme, donnent au phénomène un caractère oscillatoire.

Toute perturbation apportée au régime d'une colonne liquide se transmet dans les deux sens avec une vitesse dépendant du degré d'élasticité de la conduite et du liquide et dont la valeur, qui peut être déterminée expérimentalement, est d'ailleurs donnée par la relation :

$$\frac{1}{a^2} = \frac{q}{g}\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{Ee}\right)$$

dont la signification des symboles est indiquée au commencement de cette étude.

Si le module d'élasticité E de la conduite était infini, on aurait une vitesse $a = \sqrt{\frac{g\,\varepsilon}{q}}$ qui doit être égale à celle du son dans le liquide, c'est-à-dire ici à celle du son dans l'eau, soit à environ 1425 mètres à la seconde ; d'où l'on déduit que dans l'équation plus haut on peut poser $\varepsilon = 2{,}07 \cdot 10^8$, ce qui permet de l'exprimer sous la forme :

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48{,}3 + \frac{k\,D}{e}}}$$

expression dans laquelle le coefficient k serait voisin de 0,5 pour le fer ou l'acier, 1 pour la fonte et 5 pour le plomb.

Pour des tuyaux de fer ou d'acier, la vitesse « a » calculée ainsi ressortirait, pour un taux de travail du métal de 8 kg. par mm² aux chiffres approximatifs du tableau suivant :

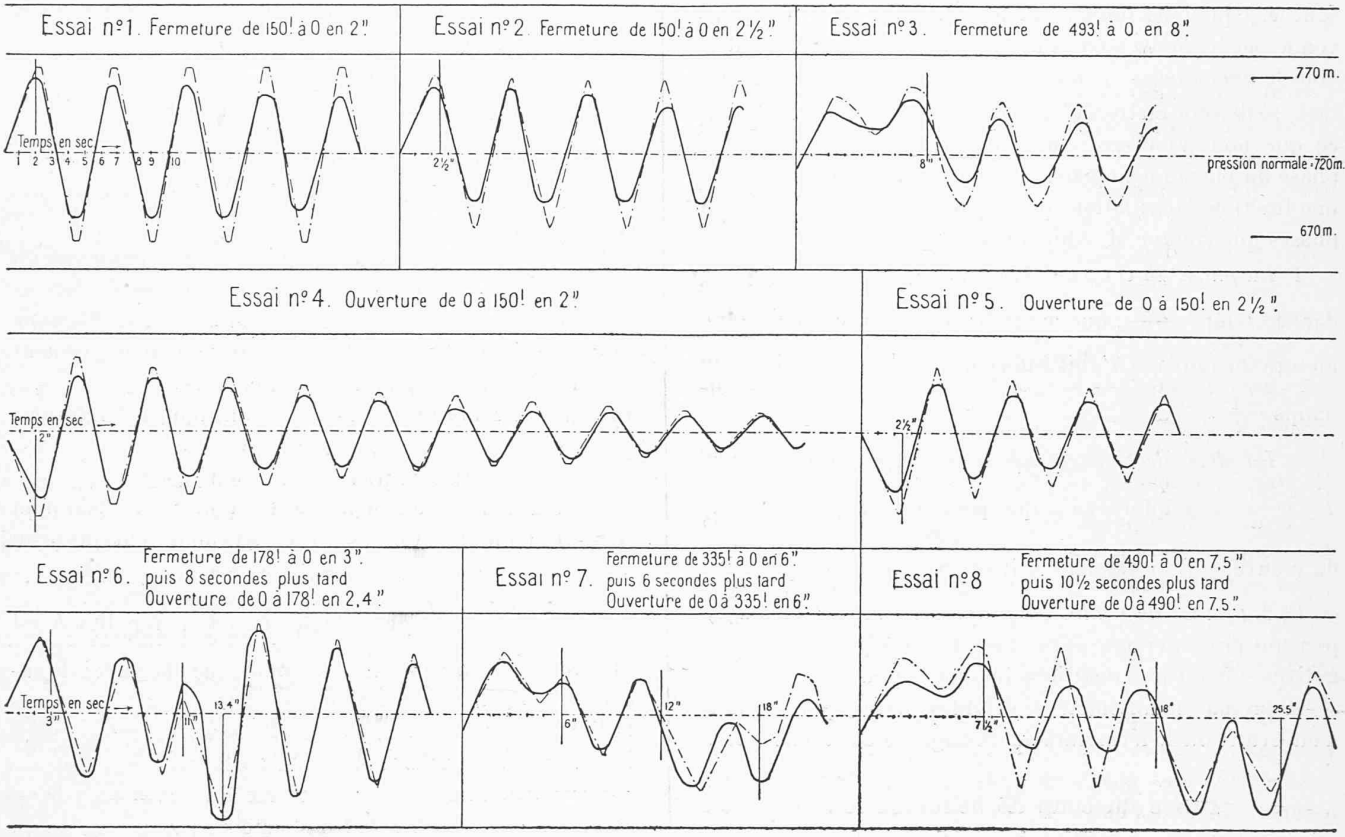
Pour pression de	50 m.	100 m.	200 m.	400 m.	700 m.	1000 m.
Vitesse $a =$	685 m.-s.	875 m.-s.	1055 m.-s.	1200 m.-s.	1280 m.-s.	1320 m.-s.

On voit que pour les hautes chutes la valeur de a n'est pas très éloignée de la vitesse asymptotique de 1425 mètres à la seconde, celle du son dans l'eau.

Dans ce qui suit il sera généralement admis qu'il s'agisse du vannage des turbines au bas de la conduite ; lors d'une fermeture par exemple, le coup de bélier se développera suivant l'allure suivante : l'onde de pression résultant du mouvement du vannage se propagera alors dans le sens amont de la conduite avec la vitesse a définie plus haut, jusqu'à ce qu'elle atteigne un point tel qu'un réservoir, chambre de mise en charge, etc., d'où elle puisse être réfléchie en sens inverse comme le son contre une paroi. L'onde réfléchie dans la direction des turbines se superpose algébriquement à celle qui continue à se propager de ces dernières au réservoir, en en amoindrissant l'intensité. Depuis le retour aux turbines de l'onde réfléchie, c'est-à-dire dès le temps $\frac{2\,L}{a}$ à partir du moment où le mouvement du vannage a commencé, la pression peut passer par une série d'ondulations plus ou moins accentuées et dont l'amplitude maximum peut, suivant qu'il s'agisse de basse ou haute chute, dépasser la pression atteinte au temps $\frac{2\,L}{a}$ ou lui rester inférieure, et coïncide en général sensiblement avec la fermeture complète. Dès l'instant de cette dernière la pression se rapproche graduellement de sa valeur normale, passe en dessous, atteint une dépression à peu près égale à la surpression existant au moment de la fermeture complète du vannage, remonte au-dessus de la pression normale et oscille ainsi de suite à intervalles réguliers de période $\frac{4\,L}{a}$ jusqu'à ce que les frottements aient entièrement amorti les oscillations.

S'il s'agit d'ouverture du vannage, le coup de bélier d'abord négatif, se développe à peu près d'une manière inverse, sauf que l'amplitude des oscillations qui peuvent se produire après l'ouverture est nettement décroissante, ainsi que cela sera exposé plus loin.

L'allure générale du phénomène est représentée par le graphique ci-joint dressé par MM. Piccard, Pictet & Cie, d'après les diagrammes reproduits dans le *Bulletin technique* du 25 janvier, relatifs aux essais de la conduite de l'usine de l'Ackersand sur Viège (Valais). Les temps égaux y sont portés à des longueurs égales, ce qui n'était pas le cas dans les diagrammes.



LÉGENDE : _ . _ . _ . _ . _ Diagrammes calculés d'après la théorie de M. Alliévi.
——————— Diagrammes des essais.

Laissant donc de côté l'hypothèse envisagée plus haut, à laquelle il sera recouru à nouveau lors de la phase du phénomène dite du contre-coup de bélier, et tenant compte de l'élasticité relative de l'eau et de la conduite, qui entraîne une vitesse d'eau inégale dans les tranches successives de la colonne liquide, l'équation (1) doit être remplacée par les deux suivantes :

$$\frac{\partial v}{\partial t} = g \cdot \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{g}{a^2} \frac{\partial y}{\partial t}$$

y étant la hauteur de charge,

v étant la vitesse d'une tranche liquide et

x sa distance de l'extrémité inférieure de la conduite, équations différentielles dont M. Alliévi a formulé les intégrales générales en :

$$y = y_0 + F - f$$

$$v = v_0 - \frac{g}{a} (F + f)$$

égalités dans lesquelles F et f désignent des fonctions de x et de t, représentant des hauteurs de charge variable se propageant en sens inverse, de la forme :

$$F\left(t - \frac{x}{a}\right) \quad \text{et} \quad f\left(t + \frac{x}{a}\right),$$

et qui au bas de la conduite, à l'orifice de la vanne dont nous nous occupons ici, deviennent :

$$Y - Y_0 = F(t) - F\left(t - \frac{2L}{a}\right) \qquad (6)$$

$$V_0 - V = \frac{g}{a}\left[F(t) + F\left(t - \frac{2L}{a}\right)\right]. \qquad (7)$$

Pour la demi-période du temps $t = 0$ à $t = \frac{2L}{a}$ la fonction $F\left(t - \frac{2L}{a}\right)$ est à annuler et la fonction $F(t)$ n'est autre que la surpression ou dépression $Y - Y_0$ pendant cet intervalle.

Pour les périodes suivantes la fonction $F(t)$ est égale à la somme algébrique des valeurs successives de $Y - Y_0$ au temps t et aux temps précédents $t - \frac{2L}{a}$, $t - \frac{4L}{a}$, etc. Quant à la fonction $F\left(t - \frac{2L}{a}\right)$ elle prend successivement les valeurs correspondant à $F(t)$ aux instants $\frac{2L}{a}$ précédents.

Les équations (6) et (7) jointes à celle d'écoulement :

$$U = \sqrt{2gY}$$

c'est-à-dire :

$$V = K\sqrt{2gY} \qquad (8)^1$$

[1] Cette équation d'écoulement est plus exactement $U^2 - V^2 = 2gY$, mais eu égard à une hauteur de charge correspondant à la vitesse de l'eau généralement négligeable par rapport à la pression totale Y la forme simple (8) est presque toujours admissible.

D'ailleurs la vitesse théorique de sortie de l'eau $U = \sqrt{2gY}$ devrait être affectée d'un coefficient de réduction, qui peut néan-

sont les équations fondamentales du coup de bélier provoqué par le mouvement du vannage au bas de la conduite, dont le phénomène, qu'il s'agisse d'ouverture ou de fermeture, se déroule en trois phases distinctes, de durée inégale, ce que nous ajoutons pour éviter tout malentendu, une phase du phénomène pouvant donc aussi bien comprendre une fraction d'oscillation qu'une ou plusieurs oscillations, phases que comme M. Alliévi nous appellerons :

1° *La phase du coup de bélier direct,* se déroulant pendant le temps $\frac{2L}{a}$, que le temps d'ouverture ou de fermeture du vannage T soit inférieur, égal ou supérieur au temps $\frac{2L}{a}$.

2° *La phase de contre-coup de bélier* pendant le temps $T - \frac{2L}{a}$ et n'intervenant que pour autant que la durée du mouvement du vannage soit supérieure au temps $\frac{2L}{a}$.

3° *La phase de contre-coup après l'arrêt du vannage,* pouvant présenter une série d'oscillations positives et négatives suivant les conditions indiquées plus loin.

Reprenant maintenant ces diverses phases, qu'il s'agisse d'ouverture ou de fermeture de vannage, nous aurons donc :

Phase du coup de bélier direct.

La fonction $F\left(t - \frac{2L}{a}\right)$ étant alors nulle, les équations (6) et (7) combinées donnent directement la variation de pression

$$Y - Y_0 = F(t) = \frac{a}{g}(V_0 - V) \qquad (7\,bis)$$

ou en substituant à V sa valeur tirée de l'équation 8, on obtient la relation :

$$F(t) = Y - Y_0 = \frac{a\,V_0}{g} - \frac{a}{g} K \sqrt{2\,g\,Y} \qquad (9)^1$$

qui est l'équation générale de la courbe de pression pendant cette phase [2].

Cette équation générale (9) applicable à tous les cas de fermeture ou d'ouverture progressives, résolue par rapport à la fonction K en :

$$K = \frac{Y_0 - Y + \frac{a\,V_0}{g}}{a} \sqrt{\frac{g}{2\,Y}} \qquad (9\,bis)$$

permet de déterminer l'ouverture du vannage de telle manière que la pression correspondante Y ne dépasse pas telle ou telle valeur fixée d'avance.

Pour résumer ci-dessous ce qui concerne le maximum de surpression du coup de bélier direct en cas de fermeture, ou de dépression en cas d'ouverture, nous distinguons deux cas principaux suivant qu'il s'agisse d'un mouvement du vannage rapide ou d'une certaine durée.

Mouvement rapide du vannage dans un temps T inférieur ou au plus égal à $\frac{2L}{a}$.

La surpression ou dépression atteint son maximum $Y_m - Y_0$ au moment où $t = T$ et s'y maintient jusqu'au temps $t = \frac{2L}{a}$.

A l'arrêt du vannage au temps $t = T$, la fonction K est évidemment égale à $\frac{V_i}{\sqrt{2\,g\,Y_0}}$ (quelle que soit la loi de variation de cette fonction K en fonction du temps), et en substituant cette valeur dans l'équation générale (9) celle-ci deviendra :

$$Y_m - Y_0 = \frac{a\,V_0}{g} - \frac{a\,V_i}{g} \sqrt{\frac{Y_m}{Y_0}} \qquad (10)$$

équation qui résolue par rapport à $Y_m - Y_0$ en faisant toujours usage de la simplification

$$\sqrt{\frac{Y_m}{Y_0}} \simeq \left[1 + \frac{Y_m - Y_0}{2\,Y_0}\right]$$

devient :

$$Y_m - Y_0 = \frac{a}{g}\left[\frac{(V_0 - V_i)}{1 + \frac{a\,V_i}{2\,g\,Y_0}}\right] \qquad (10\,bis)$$

qui est applicable aussi bien à la fermeture qu'à l'ouverture. Si l'ouverture des orifices au temps T est n fois celle avant tout changement, n étant plus petit que 1 en cas de fermeture et plus grand que 1 en cas d'ouverture, cette relation (10 *bis*) peut s'écrire sous la forme :

$$Y_m - Y_0 = \frac{a\,V_0}{g}\left[\frac{(1 - n)}{1 + \frac{a\,n\,V_0}{2\,g\,Y_0}}\right] \qquad (10\,ter)$$

applicable à tous les cas de fermetures ou ouvertures rapides, partielles ou totales. S'il s'agit d'une *fermeture totale* pour laquelle $n = 0$, elle devient simplement

$$Y_m - Y_0 = \frac{a\,V_0}{g} \qquad (11)$$

ou d'une *ouverture totale,* la vitesse passant de la valeur 0 à V_i, la dépression maximum correspondante sera

$$Y_0 - Y_m = \frac{a}{g}\left\{\frac{V_i}{1 + \frac{a\,V_i}{2\,g\,Y_0}}\right\} = \frac{2\,a\,V_i\,Y_0}{a\,V_i + 2\,g\,Y_0} = \frac{2\,Y_0}{1 + \frac{2\,g\,Y_0}{a\,V_i}} \qquad (12)$$

(A suivre).

Seite 223!

---

moins être supprimé dans les présents calculs à condition de prendre également pour la fonction K sa valeur théorique $\frac{V}{\sqrt{2\,g\,Y}}$ et non le rapport de la section réelle des orifices d'écoulement à celle de la conduite.

[1] Notons ici que si la hauteur de charge correspondant à la vitesse de l'eau dans la conduite n'était pas négligeable, il faudrait remplacer dans cette équation (9) le facteur $a\,K$ par celui :

$$\frac{\overline{a\,K}^2}{\sqrt{1 - K^2}}.$$

[2] En y remplaçant l'expression $Y_0 + \frac{a\,V_0}{g}$ par le symbole H on a l'équation

$$H - Y = \frac{a}{g} K \sqrt{2\,g\,Y}$$

qui après élévation de ses membres au carré devient :

$$Y^2 - 2\,Y\left(H + \frac{\overline{a\,K}^2}{g}\right) + H = 0$$

et n'est autre que l'équation N° 14 du mémoire de M. Alliévi de 1904.