Théorie du coup de bélier

39me Année. 10 juin 1913. N° 11.

Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES — PARAISSANT DEUX FOIS PAR MOIS

RÉDACTION : Lausanne, 2, rue du Valentin : Dr H. DEMIERRE, ingénieur.

LORENZO ALLIEVI, INGÉNIEUR

Théorie du coup de bélier.

Traduction française

par R. NEESER, professeur à l'Université de Lausanne.

NOTE 1re [1] Aperçu général de la méthode.

§ 1. Aperçu général des lois du mouvement varié de l'eau dans les conduites

J'ai donné, dans un précédent *Mémoire*[2] les formules générales qui régissent les lois du mouvement varié de l'eau dans les conduites, et démontré, en particulier, que les variations de la charge se propagent, le long de la conduite, avec une vitesse a, donnée par la formule :

$$\frac{1}{a^2} = \frac{\omega}{g}\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\mathrm{E}} \cdot \frac{\mathrm{D}}{e}\right) \qquad (1)$$

Les notations adoptées ici sont les mêmes que celles du Mémoire précité ; elles signifient :

ω, la densité du liquide,

ε, le module d'élasticité du liquide,

E, le module d'élasticité de la matière des parois de la couduite,

D, le diamètre des tuyaux,

e, l'épaisseur des tuyaux.

Si, dans la formule 1), on introduit,

pour ω, la valeur 1000 kg/m³, et

pour ε, la valeur $2{,}07 \times 10^8$ kg/m², on obtiendra :

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48{,}3 + \mathrm{K.\ D} : e}} \qquad (1\,\text{bis})$$

dans laquelle il faut prendre, pour K,

K = 0,5 pour les tuyaux en fer ou en acier, et

K = 1,0 pour les tuyaux en fonte.

J'ai fait observer que la valeur de a est comprise entre 600 à 700 m/ sec pour les conduites de grand diamètre et de faible épaisseur, et 1200 à 1300 m/sec, pour les conduites de petit diamètre et de grande épaisseur de parois.

J'ai démontré, en outre, que la charge variable y, (mesurée en mètres d'eau) et la vitesse variable v, dans une section quelconque d'une conduite en régime varié, sont exprimées par les équations[1] :

$$y = y_0 + \mathrm{F} + f$$

$$v = v_0 - \frac{g}{a}\,(\mathrm{F} - f) \qquad 2)$$

dans lesquelles F et f sont des charges variables exprimées par des fonctions de t et de x de la forme :

$$\mathrm{F}\left(t - \frac{x}{a}\right) \quad \text{et} \quad f\left(t + \frac{x}{a}\right)$$

t, désignant le temps et

x, l'abcisse de la section considérée, comptée le long de l'axe de la conduite, dans le sens opposé à celui de la vitesse v. Cela revient à dire que F représente une charge variable, positive ou négative, qui se propage dans le sens $+x$ avec une vitesse a, tandis que f représente une charge variable se propageant dans le sens $-x$, avec la même vitesse a.

En effet, la fonction F devient une quantité constante si l'on fait la substitution $x = at + const.$, c'est-à-dire, si l'on suppose que l'abcisse x (ou un observateur) se déplace, dans le sens positif, le long de la conduite, avec la vitesse a. De même, f devient une quantité constante, si l'on pose :

$$x = at - const.$$

J'ai fait voir ensuite que, si l'on y introduit les conditions limites, les équations 2) peuvent servir à la détermination des valeurs F et f, pour chaque instant t et pour chaque abcisse x, et qu'elles conduisent, par là, à la résolution numérique de tous les problèmes relatifs au mouvement varié de l'eau dans les conduites.

Si, en particulier, on considère une conduite de longueur L, alimentée à son extrémité supérieure (d'abcisse L) par un réservoir à niveau constant et munie, à son extrémité inférieure (d'abcisse $= 0$) d'un orifice d'écoulement dont la section peut être modifiée à volonté par un obtura-

[1] Cette note a été présentée à la « Reale Accademia dei Lincei » dans sa séance du 1er décembre 1912, par Monsieur le professeur Fantoli; elle a été publiée dans les « Atti dei Lincei », Serie 5me, Vol. IX. Elle a paru également dans le numéro de janvier 1913 des « Atti del Collegio degli Ingegneri e Architetti, Milano

[2] Publié en français dans la Revue de Mécanique 1904.

[3] Un tirage à part de ce mémoire sera mis en vente dès la clôture de la publication dans ce journal.

[1] F et f désignent ici des surchages positives, c'est pourquoi ces symboles sont affectés tous les deux, du signe + dans la première équation 2); dans le Mémoire de 1904 j'avais, par contre, désigné par f une surcharge négative (dépression).

teur, on sait (v. loc. cit.) que les valeurs que prend la fonction f dans une section quelconque d'abcisse x, et à un instant quelconque t, sont toujours égales, mais de signe contraire à celles par lesquelles la fonction F a passé, dans cette même abcisse, mais à un instant précédant celui considéré, d'une quantité égale à

$$2(L-x) : a$$

soit donc du temps nécessaire à parcourir deux fois, avec la vitesse a, le tronçon de conduite, de longueur L-x, qui sépare la section d'abcisse x du réservoir d'alimentation.

On peut interpréter ce résultat, exprimé d'ailleurs par l'équation :

$$f\left(t+\frac{x}{a}\right)=-\mathrm{F}\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2(\mathrm{L}-x)}{a}\right)=$$
$$-\mathrm{F}\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2\,\mathrm{L}}{a}\right) \qquad (3)$$

en disant que le phénomène se déroule comme si chaque surcharge F se propageant de l'orifice d'écoulement vers le réservoir (sens $+x$), était réfléchie par le résevoir avec un signe négatif (dépression), et renvoyée vers l'obturateur (sens $-x$).

Il résulte évidemment de ce qui précède que, dans le cas d'une telle conduite, les valeurs des perturbations (c'est-à-dire du coup de bélier) produites dans une section quelconque d'abcisse x, par un mouvement de l'obturateur, seront parfaitement connues dès que les perturbations produites dans la section d'abcisse $x=0$, adjacente à l'obturateur, dans laquelle on a, en vertu de 3) :

$$f(t)=-\mathrm{F}\left(t-\frac{2\,\mathrm{L}}{a}\right) \qquad (3 \text{ bis})$$

auront été déterminées.

J'ai démontré enfin, dans le dit Mémoire que, si l'on fait intervenir l'équation de Bernouilli appliquée à la veine liquide débitée par l'orifice, il est très facile de calculer des séries de valeurs numériques de F, pour l'abcisse $x=0$, et pour des valeurs du temps t séparées les unes des autres d'un intervalle de temps :

$$2\,L : a ;$$

or, chacune de ces valeurs de F nous donne, ainsi que nous venons d'en faire la remarque, la valeur que prendra f dans la même abcisse, mais à l'instant suivant, c'est à dire $2L : a$ secondes plus tard, si bien que l'on peut calculer les valeurs de la charge et de la vitesse de l'eau pour chacun de ces instants. Quelques applications numériques, que l'on trouvera dans le Mémoire cité, illustrent ce procédé.

Je désignerai, à l'avenir, par le lettre μ l'intervalle de temps $2\,L : a$ que j'ai appelé, d'autre part, *la durée de la phase*. Or, j'ai fait voir que, si l'on exécute une manœuvre quelconque de l'injecteur à partir de l'état de régime permanent, la fonction f est constamment nulle dès le début de la manœuvre et pendant une période de temps égale à μ (durée de la phase de coup direct) et qu'il est possible, en outre, en faisant intervenir l'équation d'écoulement, de calculer la valeur que prend, à un instant quelconque t_1, compris entre 0 et μ, le premier terme F_1 de la série des valeurs F_1, F_2, F_3, etc., correspondant aux temps t_1, $t_1+\mu$ $t_1+2\,\mu$ etc. ; chacun des termes de la serie F_1, F_2, F_3, etc. nous donne, ainsi que je l'ai fait observer, la valeur que prendra $-f$, mais μ secondes plus tard.

Ce terme de *durée de la phase*, que j'ai choisi pour l'intervalle de temps $2\,L : a$ me paraît d'autant mieux justifié que, dans le cas d'un coup de bélier créé par un mouvement de l'obturateur exécuté à vitesse constante, la loi de variation de la charge subit, comme il est facile de le démontrer, des discontinuités brusques aux instants :

$$t=\mu,\quad 2\,\mu,\quad 3\,\mu,\ \text{etc.}$$

Le graphique de la charge, en fonction du temps, se présente donc comme une ligne brisée dont les angles sont séparés les uns des autres par des intervalles égaux correspondants aux phases de durée μ.

J'ai désigné par *phases de contre-coup*, les périodes de temps égales à μ qui suivent la phase de coup direct, et pendant lesquelles le phénomène de réflexion de la charge du réservoir vers l'obturateur (phénomène de contre-coup), donne à la fonction f des valeurs différentes de zéro.

Ces principes généraux (adoptés en général par les auteurs qui se sont occupés de ces questions au cours des dernières années), suffisent donc à résoudre numériquement, et d'une façon tout à fait rigoureuse, tous les problèmes relatifs au coup de bélier ; je les ai appliqués moi-même, dans mon premier Mémoire, au cas les plus importants au point de vue technique, tels que, fermeture, ouverture, arrêt de l'obturateur à un degré d'ouverture quelconque, etc. J'ai également fait ressortir l'influence que peut avoir, dans certains cas, sur les lois et l'intensité du coup de bélier, la grandeur relative des constantes qui définissent la conduite et son régime (hauteur de charge y_0 vitesse v_0, vitesse de propagation a), ainsi que la rapidité du mouvement de l'obturateur ; mais ces recherches fragmentaires (qui renferment quelques inexactitudes que je me réserve de corriger), sont loin de constituer ce que l'on peut appeler une *Théorie générale* du coup de bélier. Ce sont plutôt des problèmes et des considérations d'ordre général, qui n'épuisent nullement le sujet, et que je me suis borné à appeler : *Théorie générale du mouvement varié de l'eau dans les conduites*, car j'avais, alors déjà, l'intuition vague, qu'une véritable Théorie du coup de bélier aurait dû être, au point de vue technique, quelque chose de bien différent.

L'objet de mes nouvelles recherches est précisément cette *Théorie du coup de bélier* telle que je la conçois, c'est à dire l'étude systématique des lois générales des phénomènes du mouvement varié de l'eau, dans une conduite alimentée par un réservoir à niveau constant, et terminée par un orifice à écoulement variable.

Trois principes nouveaux caractériseront la méthode sur laquelle sont basées les recherches qui vont suivre et qui la distinguent de ce qui, à ma connaissance, a été publié jusqu'à présent sur ce sujet ; ce sont :

1. L'introduction systématique, dans toutes les formules,

des valeurs relatives des quantités variables (charge, vitesse, force vive, etc.) c'est à dire du rapport de leur valeur absolue à leur valeur initiale (valeur qu'elles ont en régime permanent) prise comme unité;

2. Le choix de la vitesse d'écoulement (ou plus exactement de la valeur relative de cette vitesse) comme variable principale du problème, au lieu de la charge; cette nouvelle variable est évidemment égale à la racine carrée de la valeur relative de la charge;

3. Le choix comme unité de temps, pour tous les phénomènes, de la durée de la phase u définie ci-dessus, ce qui permet de ramener toutes les conduites à une commune mesure et de faire abstraction de toute influence due à la longueur de la conduite.

Grâce à ces divers artifices, les lois des phénomènes du coup de bélier peuvent s'exprimer en fonction de deux paramètres seulement, dont l'un, (que j'appellerai *la caractéristique de la conduite* et que je désignerai par la lettre ρ) définit complètement la conduite et son état de régime permanent, et l'autre, (qui sera le temps de fermeture mesuré au moyen de l'unité μ), définit la vitesse de manœuvre de l'obturateur.

Ces lois pourront, dès lors, être représentées par une série de graphiques, dans un système de coordonnées cartésiennes, et chacun de ces graphiques, embrassera évidemment toutes les conduites possibles et toutes les vitesses possibles de l'obturateur.

Des expériences nombreuses et diverses[1] ont prouvé surabondamment que les lois et formules qui découlent de mon Mémoire de 1904 son bien l'expression exacte des phénomènes du mouvement varié de l'eau dans les conduites; cette remarquable coïncidence entre la théorie et les faits confère une base particulièrement solide aux déductions générales qui sont l'objet de ces nouvelles recherches, ainsi qu'aux formules et aux abaques, destinés aux applications techniques, qui en seront la conséquence.

Il suffit, pour comprendre la suite de cet exposé que le lecteur ait connaissance des équations fondamentales 1), 2), et 3) que je viens de rappeller, mais il est absolument nécessaire aussi qu'il ait une idée bien claire et bien nette de leur signification.

§ 2. Formules fondamentales.

Supposons que, dans une conduite dont le régime permanent serait caractérisé par y_0 et v_0, on crée, au moyen d'une manœuvre de l'obturateur dont le début coïnciderait avec le temps $t = 0$, une période de régime troublé ; désignons par t, un instant quelconque compris entre 0 et μ, et appartenant, de ce fait, à la phase de coup direct ; affectons des indices :

[1] Je rappellerai en toute première ligne, les expériences faites par M. le professeur Neeser, en 1906, sur une conduite de 950 m. de longueur ainsi que, celles faites par les soins de la Maison Piccard, Pictet & C^ie^, sur les conduites de l'Ackersand ; les résultats de ces essais ont été discutés par M. Neeser, dans le *Bulletin technique de la Suisse Romande*, (janvier 1910).

1, 2, 3, 4, etc.

les valeurs des quantités variables correspondant aux instants

$t_1,\quad t_1+\mu,\quad t_1+2\mu,\quad t_1+3\mu,$ etc.

de la 1^re^ 2^me^ 3^me^ 4^me^ phase, etc.

Adoptons, enfin, comme ce fut le cas dans mon premier Mémoire, des lettres majuscules pour désigner les variables se rapportant à la section d'abcisse $x = 0$, adjacente à l'obturateur.

Les formules 2 et 3 du paragraphe précédent pourront, dès lors, s'écrire comme suit :

$$\left.\begin{aligned} Y_1 &= y_0 + F_1 \\ Y_2 &= y_0 + F_2 - F_1 \\ Y_3 &= y_0 + F_3 - F_2 \\ &\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= v_0 - \frac{g}{a} F_1 \\ V_2 &= v_0 - \frac{g}{a}(F_1 + F_2) \\ V_3 &= v_0 - \frac{g}{a}(F_2 + F_3) \\ &\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Une première conséquence, de caractère général, qui se déduit de l'allure des systèmes d'équation 4 et 5 s'exprime par le fait que la série des valeurs de la charge :

$Y_1,\ Y_2,\ Y_3,\ Y_4,$ etc.,

ainsi que la série des valeurs correspondantes de la vitesse :

$V_1,\ V_2,\ V_3,\ V_4,$ etc.,

séparées les unes des autres par des intervalles de temps égaux à la durée de la phase, constituent des *séries enchaînées*, c'est-à-dire des séries de valeurs qui ne dépendent que des conditions initiales et des positions de l'obturateur aux instants :

$t_1,\quad t_1+\mu,\quad t_1+2\mu,\quad t_1+3\mu,$ etc.,

mais ne dépendent ni des positions intermédiaires que l'obturateur a pu occuper, ni des valeurs Y et V par lesquelles la charge et la vitesse ont pu passer dans les intervalles séparant ces instants.

L'expression analytique de cet enchaînement en série s'obtiendra en éliminant F_i des systèmes 4 et 5.

Additionnons, dans ce but, chaque équation de 4 avec celle qui la précède et soustrayons chaque équation de 5 de celle qui la précède ; on obtiendra ainsi facilement :

$$\left.\begin{aligned} Y_1 - y_0 &= \frac{a}{g}(v_0 - V_1) \\ Y_1 + Y_2 - 2\,y_0 &= \frac{a}{g}(V_1 - V_2) \\ Y_2 + Y_3 - 2\,y_0 &\equiv \frac{a}{g}(V_2 - V_3) \\ &\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Désignons, maintenant par ψ le rapport entre l'aire variable de l'orifice d'écoulement et celle de la section de la conduite, on aura :

$$\psi_0 = \frac{v_0}{u_0} \qquad \text{et} \qquad \psi_i = \frac{V_i}{u_i}$$

où u_0 et u_i désignent les vitesses d'écoulement correspondant aux charges y_0 et Y_i, et par η, le rapport $\psi : \psi_0$, c'est-à-dire le rapport du degré d'ouverture ψ (ou aussi de l'ouverture fractionnaire) de l'orifice d'écoulement, à sa valeur de régime ψ_0, prise comme unité, on aura :

$$\eta_0 = 1 \qquad \eta_i = \frac{\psi_i}{\psi_0} = \frac{V}{u_i} : \frac{v_0}{u_0}$$

Posons enfin

$$y_0 = \frac{u_0^2}{2g} \; ; \; Y_i = \frac{u_i^2}{2g} \; ; \; V_i = \eta_i u_i \frac{v_0}{u_0}$$

et introduisons cette caractéristique ρ de la conduite, dont il a été question dans le § précédent, et que je définis par :

$$\rho = \frac{av_0}{2g\,y_0} = \frac{av_0}{u_0^2}$$

on obtiendra ainsi :

$$\left.\begin{aligned} u_1^2 - u_0^2 &= 2\rho\, u_0\, (u_0 - \eta_1 u_1) \\ u_1^2 + u_2^2 - 2u_0^2 &= 2\rho\, u_0\, (\eta_1 u_1 - \eta_2 u_2) \\ u_2^2 + u_3^2 - 2u_0^2 &= 2\rho\, u_0\, (\eta_2 u_2 - \eta_3 u_3) \\ \text{etc.} \qquad & \qquad \text{etc.} \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

soit un système d'équations du second degré où les seules inconnues sont les vitesses d'écoulement u.

Prenons enfin comme nouvelle inconnue, conformément à la proposition que j'en ai faite précédemment, au lieu des valeurs absolues u des vitesses d'écoulement, leurs valeurs relatives, rapportées à la vitesse de régime u_0 ; il suffira, pour y arriver, de diviser chacune des équations du système 8) par u_0^2 et l'on obtiendra, si l'on pose :

$$\zeta_i = \frac{u_i}{u} \text{ le système nouveau :}$$

$$\left.\begin{aligned} \zeta_1^2 - 1 &= 2\rho\,(1 - \eta_1 \zeta_1) \\ \zeta_1^2 + \zeta_2^2 - 2 &= 2\rho\,(\eta_1 \zeta_1 - \eta_2 \zeta_2) \\ \zeta_2^2 + \zeta_3^2 - 2 &= 2\rho\,(\eta_2 \zeta_2 - \eta_3 \zeta_3) \\ \text{etc.} \qquad & \qquad \text{etc.} \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

qui relie entre elles les valeurs des séries enchaînées $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4$, etc, et que j'appellerai le *système fondamental*, parce que, comme nous allons le constater, il renferme toute la théorie du coup de bélier.

Je ferai observer encore que la première équation de 9) peut évidemment se mettre sous la forme

$$\zeta_0^2 + \zeta_1^2 - 2 = 2\rho(\eta_0 \zeta_0 - \eta_1 \zeta_1)$$

puisque $\eta_0 = 1$ et $\zeta_0 = 1$, si bien que ce système fondamental peut être envisagé comme résultant de l'application répétée de l'équation générale :

$$\zeta_{i-1}^2 + \zeta_i^2 - 2 = 2\rho\,(\eta_{i-1} \zeta_{i-1} - \eta_i \zeta_i)$$

à une série d'instants séparés les uns des autres de l'intervalle u.

Cette unique équation régit tous les phénomènes hydrodynamiques susceptibles de se produire dans une conduite alimentée par une réservoir à niveau constant et munie, à son extrémité, d'un orifice d'écoulement de section variable.

Le nom de *caractéristique de la conduite* donnée à ρ est pleinement justifié du fait que cette grandeur (voir éq. 7) introduit à elle seule, dans le système fondamental 9), tous les éléments caractéristiques de la conduite, savoir : la charge et la vitesse de régime y_0 et v_0, le diamètre, l'épaisseur et l'élasticité de la conduite (ces trois dernières grandeurs contenues dans la vitesse de propagation a). Le seul élément de la conduite qui ne figure pas dans ρ est la longueur L, qui n'entre en jeu que pour déterminer la durée $\mu = 2L : a$ de la phase dont la valeur fixe le rythme des séries enchaînées des valeurs ζ_i.

Nous constatons ainsi que la valeur relative de l'intensité du coup de bélier, valeur qui, au point de vue technique, constitue la véritable inconnue du problème et l'objet principal d'une théorie générale, dépend non seulement des lois de variation de l'orifice d'écoulement (contenues dans η), mais encore de cette unique caractéristique ρ. Il paraît, dès lors, indiqué, de chercher à établir la signification de cette caractéristique et à fixer les limites des valeurs numériques qu'elle est susceptible de prendre dans le champ des applications techniques.

(A suivre).

Extraits de la Communication N° 4[1] de la Commission suisse d'études pour la traction électrique des chemins de fer

CONCERNANT

le choix du système et les devis pour la traction hydro-électrique des chemins de fer suisses.

(Suite)[2].

II. La question des dépenses d'après les projets pour l'électrification de l'ancienne ligne du Gothard et du II[e] arrondissement des Chemins de fer fédéraux

Généralités.

Il a déjà été fait mention de projets complets pour l'électrification du Gothard et certains résultats de ces projets ont été indiqués. Comme on pouvait s'y attendre, vu la complexité de la matière, c'est seulement après l'élaboration des premiers projets qu'on put apprécier avec précision l'influence et le rôle des différents facteurs et qu'on acquit, par là, la conviction que, grâce à certaines modifications, on arriverait à établir des projets mieux adaptés aux besoins du nouveau genre de traction. Pour ce nouveau travail, la Commission d'études réussit à obtenir le concours, indispensable, des spécialistes qui sont familiers avec les questions concernant l'exploitation des chemins de fer.

En plus des modifications apportées aux bases et de l'emploi de nouvelles méthodes plus précises, un remaniement profond des projets de centrales fut entrepris.

[1] Résumé d'après les travaux de plusieurs membres et collaborateurs de la commission, par le Prof. D[r] *W. Wyssling*, en collaboration avec M. le Prof. D[r] *W. Kummer*. — Les chapitres que nous publions ici son extraits de la traduction française. — Librairie *F. Rouge & C[ie]*, éditeur, à Lausanne.

[2] Voir N° du 25 mai 1913, page 115.