Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 49 (1923)

Heft: 9

Artikel: Calcul des barrages arqués

Autor: Juillard, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-38220

Le lac d'Arnon constitue donc un réservoir naturel magnifique aux divers points de vue de sa grande capacité relativement à son étendue, de la superficie de son bassin d'alimentation relativement à sa capacité, de l'étanchéité de sa cuvette, et de l'excellence de ses eaux quant à leur influence sur les ouvrages à construire.

(A suivre).

Calcul des barrages arqués

par H. JUILLARD, ingénieur.

Dans notre étude du mémoire de M. Stucky sur le calcul des barrages arqués[1], nous nous sommes efforcé de ne critiquer que le principe général de la méthode, au point de vue des avantages et des inconvénients inhérents à l'application de ce principe général. En résumé la méthode de M. Stucky peut être caractérisée de la manière suivante : Les arcs reçoivent une forme spéciale, celle de la ligne funiculaire des pressions auxquelles ils sont soumis. La forme des arcs dépend donc du calcul de la répartition de la pression d'eau entre les éléments verticaux et horizontaux du mur. La détermination de cette répartition ne peut s'effectuer en résolvant un système d'équations, mais seulement par tâtonnements [2] ; elle repose en outre sur le calcul statique des arcs dont la forme n'est pas déterminée. Le problème est donc indéfiniment indéterminé. On pourra cependant s'approcher toujours davantage de la solution cherchée au moyen d'approximations successives. Le calcul statique des arcs et de leurs déformations à l'aide de la grandeur auxiliaire k n'est pas mathématiquement exact, mais pratiquement néanmoins suffisant, ceci toutefois seulement lorsque la forme des arcs correspond exactement à la courbe funiculaire des pressions. Le grand inconvénient de la résolution par approximations successives du problème, dans lequel il a été introduit un si grand nombre de conditions, est d'exiger un labeur excessif pour arriver à une approximation suffisante ; de plus on ne saura jamais si la dernière approximation est vraiment suffisante.

La réponse de M. Stucky [3] ne modifie aucunement l'aperçu que nous avons donné de sa méthode de calcul des barrages arqués. Nous aurions préféré nous en tenir à une critique générale, mais M. Stucky n'ayant pas été persuadé par nos arguments, nous sommes obligé de montrer que les résultats pratiques de l'application de sa méthode sont bien ce que l'analyse du principe général laissait attendre.

[1] Voir *Schweizerische Bauzeitung* du 13 janvier 1923, et *Bulletin technique* du 3 mars 1923, page 59.

[2] M. Stucky dément il est vrai cette impossibilité, nous le prions donc de bien vouloir nous dire comment il peut résoudre par rapport aux y un système d'équations de la forme

$$c_{a.1} \cdot y_{a.1} + \ldots\ldots + c_{an} \cdot y_{a.n} = f_1\,(y_{a.1} \ldots\ldots, y_{m.n})$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$c_{n.1} \cdot y_{n.1} + \ldots\ldots + c_{mn} \cdot y_{m.n} = f_n\,(y_{a.1} \ldots\ldots y_{m.n})$$

dont les seconds membres sont des fonctions inconnues des y

[3] Voir *Bulletin technique* du 31 mars 1923, page 83.

Considérons la figure 19 [1] de l'étude de M. Stucky (arc 790 du barrage de la Jogne, poussées sur l'arc et ligne des pressions). Elle contient la détermination graphique de la ligne des pressions de l'arc passant par le milieu des sections de la clef et des naissances. Dans le calcul de M. Stucky cette figure n'a d'autre utilité que de contrôler si la ligne des pressions correspondant à la charge calculée coïncide avec l'axe de l'arc, et si la valeur moyenne $\overline{R}_m$ des pressions normales de l'arc correspond bien à celle admise dans le calcul des déformations, duquel dépend la répartition de la charge. Du fait que dans l'étude de M. Stucky, le calcul des déformations de l'arc 790 (fig. 18 [2]) précède la figure 19, on peut conclure que M. Stucky a été satisfait des résultats de cette dernière, et n'a pas jugé opportun de changer la forme de l'arc, ni de refaire le calcul de la déformation et de la répartition de la charge. Ceci n'est qu'une supposition et il est possible que ce que M. Stucky nous donne ne soit qu'une approximation intermédiaire (les tableaux 4 et 5 contenant le détail du calcul, se rapportent à un autre arc et ne nous apprennent rien à ce sujet). La question est du reste tout à fait indifférente, dans un cas nous montrerons l'incertitude du résultat, dans l'autre la difficulté de passer à l'approximation suivante. Faisons également absolument abstraction du fait que les exemples donnés par M. Stucky se rapportent au barrage de la Jogne et de la question si la figure 19 est une copie fidèle ou non. Il ne s'agit pas de la vérification des calculs de ce barrage, mais uniquement de celle d'une méthode générale. Il nous suffit donc à cet effet de considérer la fig. 19 comme un cas probable et d'autant plus probable que l'on remarquera en considérant la fig. 20 [3] que la charge de l'arc 790 est de beaucoup la plus uniforme, c'est-à-dire que pour un autre arc il serait encore plus difficile de satisfaire aux conditions posées par M. Stucky, que ce n'est le cas pour l'arc 790.

Ceci établi, revenons à la fig. 19 et constatons :

1° que la courbe funiculaire des pressions ne coïncide pas avec la ligne médiane de l'arc et

2° que la ligne des pressions de l'arc encastré (non dessinée mais qu'il est facile d'imaginer partant de R' et croisant la « ligne des pressions » au même point que ΔX) se trouve presqu'exclusivement située d'un seul côté de la ligne médiane de l'arc.

Le premier de ces points ne représente qu'une dérogation à l'hypothèse fondamentale du calcul, ce qui est admissible à condition que l'on se rende compte des conséquences que peut présenter cette divergence entre la théorie et l'application. La valeur de ΔX ($= k.\overline{R}$) (formules 3 et 4 de l'étude de M. Stucky) sert soit à déterminer les tensions si l'approximation à laquelle on s'est arrêté est jugée suffisante, soit à déterminer la déformation de l'arc si l'on en change la forme et veut calculer une nouvelle répartition de la charge. La théorie générale

[1] Voir *Bulletin technique* 1921, page 86.
[2] » » » 1921, » 53.
[3] » » » 1921, » 87.

Fig. 1. — Carte des installations de la Société Romande d'Electricité. — Echelle 1 : 125 000.

En rouge : conduites électriques. — En bleu : canalisations hydrauliques.

Seite / page

leer / vide / blank

nous enseigne que le numérateur de la formule 3 devrait contenir à côté de $\int_A^B \frac{R_m \,.\, \cos\varphi}{E\,F} \,.\, ds$ un second terme de la forme $\int_A^B \frac{R_m \,.\, f \,.\, y \,.\, ds}{E\,J}$, où f est la distance de la ligne funiculaire des poussées à la médiane de l'arc, et y la distance de cette médiane à l'axe des x. La seconde intégrale est du signe contraire à celui de la première et est dans notre cas à peu près du même ordre de grandeur que celle-ci ; il est donc possible que le ΔX réel ne soit que la moitié de celui calculé par M. Stucky ou encore qu'il soit nul ou négatif [1].

Dans le cas de la fig. 19 la grandeur de ΔX n'a pas grande influence sur les fatigues qui varient peu, que ΔX soit exact ou deux fois trop grand. Il en est tout autrement de la déformation qui est proportionnelle à ΔX. La remarque de M. Stucky constatant qu'il y a contradiction de dire que les déformations varient beaucoup avec la forme de la médiane de l'arc, tandis que les fatigues varient peu, se révèle par cet exemple déjà, totalement fausse. M. Stucky ne s'étant jusqu'ici occupé que d'une forme tout à fait particulière d'arc sans approfondir la théorie générale, n'a probablement pas remarqué cette propriété.

Le second point que nous avons relevé concernant la fig. 19 provient d'une erreur fondamentale du calcul. On sait en effet que la rotation d'un élément d'arc ou de poutre *ds* sous l'influence d'un moment M a pour expression $\frac{M\,.\,ds}{J\,.\,E}$ et lorsque l'arc ou la poutre sont encastrés, la somme de ces rotations élémentaires d'un appui à l'autre doit être nulle puisque ces appuis sont inamovibles [2] ; d'où l'équation $\int_A^B \frac{M\,.\,ds}{J\,.\,E} = 0.$ [3]

Le moment M se décompose en deux moments, $M_o = R_m \,.\, f$ et $Mx = X\,.\,y$, où f et y ont la signification que nous venons de leur donner précédemment. Nous avons donc

$$\int_A^B \frac{R_m \,.\, f}{J\,.\,E} \,.\, ds + \int_A^B \frac{\Delta X \,.\, y}{J\,.\,E} \,.\, ds = 0.$$

La seconde de ces intégrales étant nulle de par le choix de l'axe des x, il reste la condition

$$\int_A^B \frac{R_m \,.\, f \,.\, ds}{J\,.\,E} = 0$$

qui est une absurdité, puisqu'aucun des facteurs sous l'intégrale ne change de signe entre A et B. Ceci provient de ce que M. Stucky calcule un problème à double indétermination statique comme simplement indéterminé, il s'en suit que la ligne des pressions est également fausse en position, dans le cas de la fig. 19 la ligne des pressions devrait être déplacée d'environ $^1/_{10}$ de l'épaisseur de l'arc, ce qui a naturellement de nouveau une influence sur la déformation.

M. Stucky objectera que le moment de flexion provenant, ou plutôt qui est la cause de ce déplacement, ne produit pas de fatigues dangereuses, et que les erreurs résultant du manque d'homogénéité de la maçonnerie dont est constitué le barrage sont beaucoup plus grandes que celles qu'il introduit dans ses calculs. Nous ne prétendons naturellement pas qu'un barrage soit un corps homogène et nous n'exigeons pas non plus qu'un calcul soit mathématiquement exact. Nous sommes au contraire parfaitement d'accord avec M. Stucky quand il dit : « Je prétends qu'un calcul doit avant tout prouver d'une façon indiscutable, au moyen de règles simples »... (nous dirions le plus simples possible) « et suffisamment vérifiées, que l'ouvrage est capable de supporter, avec la sécurité voulue, tous les efforts qui agiront sur lui. » C'est dans cet esprit que nous avions analysé, *L'étude sur les barrages arqués*. Ayant constaté — et M. Stucky devait aussi le constater — que toutes les conditions formulées pour tracer et dimensionner le barrage afin d'en permettre le calcul étaient trop nombreuses et trop compliquées pour être rigoureusement remplies, nous nous sommes demandé *si les « règles » données étaient encore « indiscutables » lorsque les hypothèses fondamentales du calcul n'étaient plus entièrement satisfaites.*

Maintenant que nous avons illustré notre analyse générale par la critique d'un cas particulier, il nous est facile de conclure :

Dans le cas de la fig. 19 les erreurs provenant de l'inexactitude de la grandeur de ΔX et de la fausse position de la ligne des pressions ne menacent probablement pas la sécurité de l'ouvrage si l'on admet que la charge soit exacte ; celle-ci dépendant de la déformation qui est tout à fait inexacte pourrait cependant fort bien n'être pas très rigoureuse. Nous ne voulons pas dire que le résultat final soit nécessairement faux, il se peut qu'une erreur en compense une autre, mais en tous cas le résultat final n'est pas *indiscutable*. Remarquons cependant que la charge de la fig. 19 est presqu'uniformément répartie. Dans un autre cas moins favorable il y aurait de plus grandes difficultés à attendre, et qui sait si par exemple

[1] Ceci semble bien paradoxal, puisque lors d'un ΔX négatif, la déformation devrait s'effectuer contre la poussée de l'eau, s'il était possible dans ce cas de déterminer la déformation uniquement au moyen de ΔX ou de k, comme le fait M. Stucky. En traitant le second point nous verrons d'où provient cette contradiction. Nous remarquons simplement ici, qu'en appliquant les formules que nous avons données pour l'arc de cercle d'épaisseur constante, on constate en effet que toutes les charges agissant dans le voisinage de la clef produisent des ΔX négatifs, et ceci d'autant plus que l'arc est élastique. A la limite lorsque l'arc devient infiniment élastique et la charge uniformément répartie, la somme des ΔX négatifs est égale à celle des ΔX positifs et le ΔX total nul. Que M. Stucky nous excuse de lui parler d'arc de cercle d'épaisseur constante ; si nous le faisons ici comme nous l'avons fait dans la note que nous avons publiée dans la *Schweizerische Bauzeitung* (Vol. 81, Nr. 2), ce n'est pas pour préconiser à tout prix cette forme d'arc, ou que nous n'en savons pas calculer d'autre, mais bien parce qu'elle nous fournit un excellent moyen pour contrôler immédiatement si un principe général proposé se vérifie aussi dans ce cas particulier. S'il ne se vérifie pas nous le rejetons comme faux et chacun pouvant vérifier ce fait aisément, le fera avec nous, tandis que si nous présentons un arc quelconque accompagné d'une laborieuse détermination graphique, personne n'aura la patience de contrôler l'exactitude de cette détermination, et on ne nous croira qu'à demi.

[2] Cette condition est très importante car elle représente davantage qu'une simple règle de la théorie de l'élasticité ; elle est valable quelle que soit la matière employée.

[3] Voir *Schweizerische Bauzeitung*, du 3 déc. 1921, page 272.

la véritable ligne des pressions ne sort pas du noyau. Quelle que soit l'insécurité de la résistance effective du béton et de ses coefficients d'élasticité, cette insécurité a beaucoup moins d'importance que de savoir si le barrage idéal supposé par le calcul, présente des efforts de 10 kg. à la traction ou à la compression.

D'après M. Stucky le moyen d'échapper à cette insécurité ne peut consister qu'à changer la forme des arcs : à les adapter à la ligne des pressions obtenues. Le changement de la forme de l'arc entraîne celui de la déformation et de la répartition de la charge. Si l'on pouvait tracer les arcs indépendamment les uns des autres sans se soucier de la forme générale du barrage, il est probable qu'on arriverait en multipliant les approximations, à atteindre le but poursuivi. Le labeur serait naturellement très grand, puisque comme nous l'avons vu dans l'exemple étudié, au point où nous en sommes, la déformation calculée correspond encore bien mal à la véritable.

Mais en pratique on n'a pas cette liberté de tracer les arcs d'une manière quelconque et on doit se résoudre à accepter un compromis comme M. Stucky le reconnaît lui-même.

Alors pour vérifier l'exactitude du résultat de ce compromis qui, nous l'avons vu, n'est pas *a priori* suffisante, il ne reste qu'un moyen ; celui de faire le calcul rigoureux de la forme du barrage à laquelle on s'est définitivement arrêté, conformément à la méthode de calcul que nous avons exposée. Ce calcul est passablement compliqué du fait de la forme quelconque des arcs, mais il n'en reste pas moins indispensable.

Il n'y a dès lors plus grand intérêt à opérer d'après la méthode de M. Stucky si elle ne peut nous fournir en définitive, malgré le travail considérable qu'elle exige, qu'une approximation sur la forme du mur et si cette forme bien que statiquement plus favorable que la première approximation venue, présente le désavantage de se prêter mal à un calcul simple.

La solution normale du problème consiste au contraire comme nous l'avons déjà exposé, à laisser de côté le cas général et à partir du cas particulier : de l'arc de cercle pour lequel nous avons donné des formules relativement simples, permettant d'exprimer les conditions d'équilibre sous forme d'équations (libre à M. Stucky de résoudre celles-ci par tâtonnement) et de calculer les efforts d'une manière tout à fait rigoureuse. Le choix des dimensions des arcs de cercle n'est naturellement pas empirique ; en appliquant par exemple lors de ce choix, la condition que les arcs doivent pouvoir supporter la poussée d'eau totale, on ne peut guère arriver à un mauvais résultat pour la charge répartie. Si toutefois par suite de la position de la ligne des pressions on obtient néanmoins en quelques points des fatigues inadmissibles, il est toujours assez tôt pour modifier quelque peu la forme des arcs correspondants. A ce point de vue M. Stucky fait erreur en pensant que l'application de notre théorie est limitée au cas d'arcs circulaires d'épaisseur constante. Si nous n'avons donné des formules développées que pour ce cas particulier, cela tient uniquement à ce que dans le cas général les intégrales rencontrées ne sont pas intégrables mathématiquement ; rien n'empêche par contre de les intégrer au moyen du planimètre avec toute l'exactitude voulue. Il n'y a là aucun inconvénient ; nous appliquons par exemple cette méthode à la détermination de la déformation des poutres (même de section triangulaire) de préférence à la formule directe qui donne davantage de travail.

Si le reproche de M. Stucky de « se limiter d'emblée et *a priori* à l'arc de cercle d'épaisseur constante » est inexact, la phrase parlant de « secret espoir », « d'édifice qui s'écroule » et « de mathématiques auxquelles on ne croit plus qu'à moitié » est tout à fait déplacée ; rien de ce que nous avons dit ne la justifie et si ce n'est qu'une réflexion personnelle M. Stucky devrait mieux éviter l'équivoque.

Il y a peu à ajouter à ce qui a été dit jusqu'à maintenant relativement aux efforts admissibles, spécialement aux efforts de traction. M. Stucky nous donne cette fois l'explication des 10 kg/cm² à la traction qu'il ne tolère que lorsque l'équilibre des arcs est possible sans l'intervention de la résistance à la traction. Ceci veut dire qu'il est indifférent que la section subisse une rupture partielle et suppose que l'état statique du barrage ne peut être qu'amélioré, s'il est modifié par cette rupture partielle. Nous avons déjà exprimé notre manière du voir sur ce point et n'y reviendrons pas cette fois-ci.

Nous ne voyons cependant pas qu'il y ait une raison dans le fait que le barrage ne se construit pas dans les conditions idéales que le calcul suppose, pour être plus large dans la fixation des efforts admissibles. En réduisant au contraire le plus possible la grandeur des fatigues, particulièrement de la traction[1], on est certain, même si la qualité de la maçonnerie laisse à désirer tant au point de vue de l'homogénéité que de la résistance, que l'on assure au barrage la possibilité de travailler conformément aux hypothèses du calcul. Un barrage ainsi dimensionnné sur la base d'un calcul rigoureux, offre dès lors une sécurité absolue.

Innertkirchen, le 7 avril 1923.

P.-S. Nous ignorons si M. Stucky aura quelque chose à ajouter à ce que nous avons exposé dans cet article, mais nous tenons dès maintenant à annoncer que nous n'avons pas l'intention de poursuivre une discussion sur ce sujet ; l'exemple particulier que nous avons traité ici n'offre certainement pas assez d'intérêt pour cela. En ce qui concerne la critique de la méthode générale de M. Stucky, nous prions ceux que la question intéresse, de lire notre article de la *Schweizerische Bauzeitung* (13 janvier 1923), dont le *Bulletin technique* n'a donné qu'un résumé succinct.

[1] Lorsque les efforts de traction maximale sont produits par la charge d'eau seule ou par la charge d'eau et la température agissant simultanément, on ne pourra tolérer que quelques kilos par cm². Si au contraire la température produit seule des efforts de traction, on pourra sans danger admettre de plus grandes fatigues.