Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 50 (1924)
Heft: 14

Artikel: Le choix d'un système de projection pour la mensuration d'un pays
Autor: Ansermet, Aug.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-39080

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

La Commission des Restitutions franco-belge ayant, à la date du 14 juin 1923, confisqué les chantiers d'exploitation des graviers entre la frontière néerlandaise et Bingerbrück, la Délégation des Etats allemands fit remarquer à la Commission que les autorités fluviales allemandes avaient ramené l'étendue des dragages dans le lit du Rhin, aux proportions strictement nécessaires dans l'intérêt de l'entretien du chenal, mais qu'il y avait tout lieu de croire que les autorités franco-belges qui s'étaient substituées aux autorités allemandes ne se conformaient pas à la résolution de la C. C. R., tant en ce qui concerne l'étendue des dragages que la manière suivant laquelle ils étaient effectués et qu'il avait notamment été constaté que les concessionnaires rejetaient le sable dans le Rhin.

Les Délégations belge et française affirmèrent de leur côté que les dragages effectués étaient nécessaires dans l'intérêt du chenal navigable, que la surveillance de l'Inspecteur de la navigation pour le troisième secteur pouvait continuer à s'exercer librement et que le fait du rejet du sable dans le fleuve constituait une allégation nouvelle.

L'affaire fut tenue en instance après que la délégation néerlandaise eut exprimé le vœu que les délégations belge et française procédassent à un complément d'enquête en vue de la stricte application de la résolution de la Commission Centrale.

* * *

A la suite d'observations formulées par des intéressés, la C. C. R. s'est préoccupée de *l'état du balisage du Bingerloch*. Elle a prescrit une instruction dont les résultats lui ont été soumis et qui tendent à prouver que la situation est demeurée satisfaisante.

* * *

Enfin, la Commission, saisie d'un projet *d'estacade au Parc du Génie de Mayence*, a estimé que la construction de cette estacade n'apporterait pas d'entraves à la navigation, moyennant certaines conditions qu'elle a fixées.

* * *

Droits et taxes.

L'instruction relative au *droit de statistique* perçu en France sur les marchandises en transit annoncée dans le compte rendu précédent a amené la Commission à constater qu'il n'était pas perçu de droits de statistique sur les marchandises en transit *sur le Rhin*, transbordées avec ou sans mise à terre ou entreposées dans les ports français.

* * *

Dans un ordre d'idées analogue, la Commission a continué à se préoccuper de la perception de taxes de visa sur les *passeports des bateliers*. Elle a pris connaissance du fait que le Gouvernement allemand avait proposé par la voie diplomatique à la Belgique, à la France, aux Pays-Bas et à la Suisse la suppression du visa lui-même et elle a invité les Délégués des Etats auxquels cette proposition avait été faite à lui faire connaître en vue de sa première session de 1924 la suite donnée à cette proposition.

* * *

Enfin, la Commission ayant été saisie de l'institution à Saint-Goar, par les autorités françaises, d'un service facultatif de pilotage dont les tarifs comporteraient une différenciation suivant la nationalité des bateaux, a décidé de procéder à une instruction au sujet du fonctionnement et des tarifs de cette station.

* * *

Vols sur le Rhin.

Saisie d'une plainte des intéressés, quant à la fréquence dès vols sur le Rhin, la Commission a décidé de recueillir des renseignements complémentaires sur cet objet en vue d'une enquête.

Ports.

Conformément à l'article 65 du Traité de Versailles, la Commission a désigné le 20 août 1923 M. Haelling en qualité de Directeur des ports de Strasbourg et de Kehl, en remplacement de M. Detœuf, qui avait demandé à être relevé de ses fonctions.

* * *

Droit privé et droit social.

La première réunion du Comité du Droit privé, chargé de préparer l'unification en matière de navigation fluviale des législations nationales des Etats principalement intéressés à la batellerie du Rhin, n'a pu avoir lieu en 1923.

Les travaux de ce Comité commenceront au mois de mars prochain.

Il n'y a pas de faits nouveaux à signaler en ce qui concerne l'unification du droit social de la navigation.

* * *

Affaires judiciaires.

L'activité de la Commission, en tant que Tribunal facultatif d'appel dans les différends entre particuliers relatifs à la navigation du Rhin, a continué à s'exercer d'une manière normale.

La Commission a pris acte de l'extension sur le ressort de l'Amtsgericht Hamborn de la compétence du Tribunal pour la navigation du Rhin, de Duisbourg-Ruhrort.

* * *

Affaires intérieures.

La Commission a procédé à la vérification des pouvoirs des nouveaux Commissaires ; elle a fixé son budget, qu'elle a arrêté à 400 000 francs français pour 1924 ; elle a procédé à la vérification et à l'approbation des comptes de 1922 et elle a continué à se préoccuper de la question des immunités douanières de ses membres et de son personnel.

Au cours de 1923, le rapport pour 1922 préparé par M. le Staatsrat Koch, a été arrêté.

En vue d'encourager la diffusion de cet ouvrage, le prix en a été maintenu à 7 fr. 50 français pour les années 1918 et suivantes et à 5 fr. pour les années antérieures.

Le Secrétaire général, Signé : JAN HOSTIE. — *Le Président :* signé : JEAN GOUT.

Le choix d'un système de projection pour la mensuration d'un pays

par Aug. ANSERMET, ingénieur.

On entend par « projection » en géodésie, une correspondance telle qu'à chaque point du sphéroïde terrestre corresponde un point unique et bien déterminé de la mensuration. En d'autres termes si φ et λ désignent les coordonnées géographiques, x et y les cordonnées topographiques, à chaque couple de valeurs (φ, λ) correspond un couple unique (x, y) et réciproquement. Ces coordonnées seront donc liées entre elles par certaine relations, par certaines fonctions appelées les « formules de transformation des coordonnées ». Il résulte immédiatement de cette définition qu'il y a une infinité de systèmes de projection ; c'est ce qui explique l'intérêt du problème et pourquoi ce problème n'a jamais été épuisé et ne le sera jamais. Tous les systèmes de projection ont cepen-

dant ceci de commun qu'ils déforment l'image du sphéroïde terrestre. Un triangle quelconque $A\,B\,C$ subira une certaine dilatation qui varie d'un point à un autre et suivant l'orientation que l'on considère. Les côtés prendront en projection une certaine courbure et formeront avec leurs cordes $A'\,B'$, $B'\,C'$, $C'\,A'$ des angles $\delta_1\,\delta_2 \ldots\ldots \delta_6$ appelés « réduction d'azimut » dont il faut

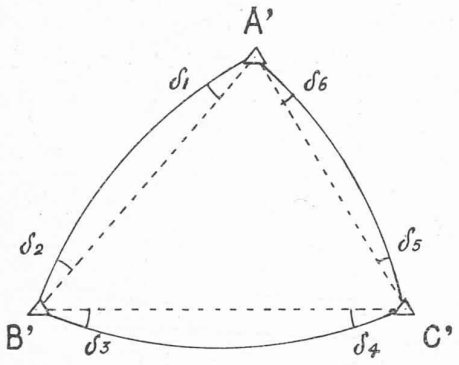

Fig. 1.

tenir compte dans les calculs. Au sud du Tessin un côté de 1 kilomètre seulement, orienté de l'est à l'ouest, présente une réduction d'azimut de $0'',3$ sexagésimale ce qui n'est pas négligeable. Ce chiffre est obtenu en admettant le nouveau système suisse de coordonnées. D'une manière générale la courbure d'un côté s'exprime par :

$$B_1 \sin^3 A + B_2 \sin^2 A \cos A + B_3 \sin A \cos^2 A + B_4 \cos^3 A \quad (1)$$

où B_1, B_2, B_3, B_4 dépendent uniquement de la position du point et A désigne l'azimut du côté de triangulation. Cette courbure est donc fonction homogène et entière du 3me degré du sinus et du cosinus de l'azimut. Si la projection est « conforme » la courbure peut s'exprimer par le seul terme :

$$\frac{\partial \log m}{\partial z}$$

où m désigne le coefficient de déformation linéaire et z une ligne normale au côté. La formule ci-dessus laisse déjà pressentir l'importance que prendront les courbes de déformation linéaire constante :

$$\log m = \text{constante}$$

Avant de poursuivre deux remarques essentielles s'imposent ; tout d'abord la zone rapportée à une même origine sera relativement restreinte. Si l'on admet avec *F.-G. Gauss* (2) un maximum de déformation de 5 centimètres par kilomètre, le pays à mensurer sera décomposé en zones de 128 kilomètres de large soit 64 kilomètres de part et d'autre de chaque origine. Sur cette base la Suisse comporterait deux systèmes de coordonnées ayant chacun son origine propre. Ces coordonnées étant de faibles quantités par rapport au rayon terrestre il est indiqué de développer en séries aussi bien les formules de déformation que celles de transformation de coordonnées. Les équations deviennent de simples polynômes par rapport aux variables ; soient $x = y = 0$, $\Delta\varphi = \lambda = 0$ les coordonnées de l'origine et $R = 1$ le rayon terrestre :

$$\begin{cases} x = \Delta\varphi + \frac{1}{4}\lambda^2 \sin 2\varphi_0 + C_1\overline{\Delta\varphi}^3 + C_2\overline{\Delta\varphi}^2\lambda + \\ \qquad + C_3 \cdot \Delta\varphi \cdot \lambda^2 + C_4\lambda^3 + \ldots \\ y = \lambda\cos\varphi_0 - \lambda \cdot \Delta\varphi \sin\varphi_0 + C_5 \cdot \overline{\Delta\varphi}^3 + C_6 \cdot \overline{\Delta\varphi}^2 \cdot \lambda + \\ \qquad + C_7 \cdot \Delta\varphi \cdot \lambda^2 + C_8 \cdot \lambda^3 + \ldots\ldots \end{cases}$$

Ces séries définissent des projections exemptes de toute déformation de 1er ordre en x et y (1). Les cœfficients $C_1\,C_2 \ldots C_8$ sont à déterminer pour chaque projection. Si

$$C_1 = C_2 = C_3 = \ldots\ldots = C_8 = 0$$

la projection est dite « plane » (Ebene Projektion) (2)

$$C_2 = C_4 = C_5 = C_7 = 0$$

caractérise les projections symétriques par rapport au méridien central $\lambda = 0$. L'image de ce méridien, dans le cas général, n'est pas nécessairement une ligne droite. Si l'on tient compte de l'aplatissement la valeur numérique des cœfficients est seule un peu modifiée. Les variables sont λ et $\Delta\varphi$; $\varphi_o = \varphi - \Delta\varphi = \textit{constante}$.

Si les déformations de 1er ordre en x et y ou en $\Delta\varphi$ et λ s'éliminent sans difficultés, il n'en est pas de même malheureusement, en ce qui concerne celles de 2me ordre. Gauss a montré le premier que pour abaisser au 3me odre la déformation linéaire $(m - 1)$ il fallait projeter le sphéroïde terrestre sur une sphère ayant même courbure totale à l'origine. (3) Cette propriété a une grande importance car il ressort des formules de Schols que la « réduction d'azimut » et la déformation linéaire sont du même ordre. C'est ce qui a engagé Gauss à préconiser la « double projection » appliquée depuis pour la mensuration de la Prusse et de la Suisse.

Projetons maintenant la sphère sur le plan :

$$m = 1 + \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma xy + \ldots\ldots \text{ où } \alpha + \beta = \frac{1}{2}$$

les valeurs particulières :

$$\alpha = 0 \qquad \beta = \frac{1}{2} \qquad \gamma = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \qquad \beta = 0 \qquad \gamma = 0$$

$$\alpha = \beta = \frac{1}{4} \qquad \gamma = 0$$

caractérisent les projections géométriques classiques (cylindriques, coniques, stéréographique).

La condition :

$$\gamma = 0$$

(1) Schols : *Annales de l'Ecole Polytechnique de Delft ;* 1886 et 1890. La projection de la ligne géodésique.

(2) Gauss, F.-G. : *Die trigonometischen Rechnungen in der Feldmesskunst*, p. 571.

(1) Tissot, A. : *Mémoire sur la représentation des surfaces*, Gauthier-Villars

(2) Frischauf, J. : *Beiträge zur Landesaufnahme*, p. 113-117, Teubner Leipzig.

(3) Darboux, G.: *Bulletin des Sciences mathématiques*, 1911, p. 58-64.

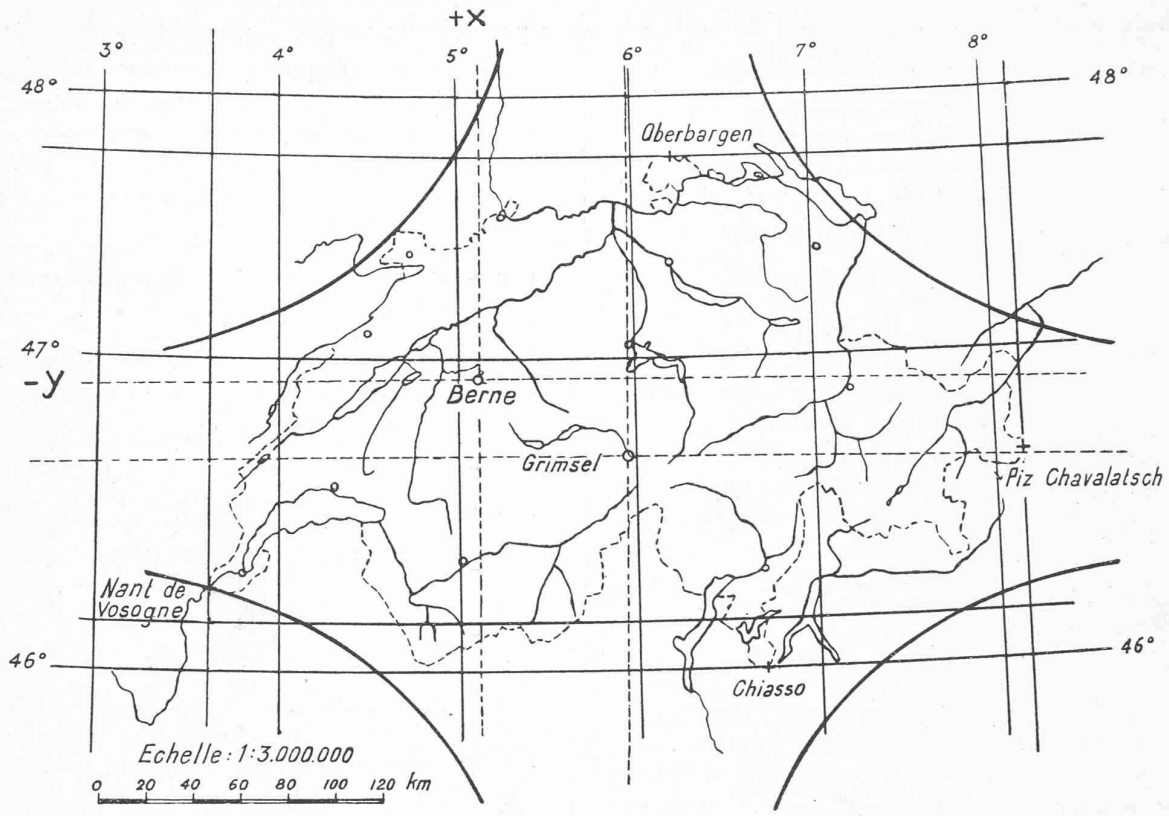

Fig. 2. — Hyperbole de déformation constante.

implique la symétrie par rapport à l'image du méridien central, enfin pour

$$\alpha \neq \beta$$

la projection n'est pas interprétable géométriquement. Dans ce qui précède les altérations angulaires sont supposées éliminées. Si l'on veut par contre conserver les surfaces, la série qui exprime la déformation des angles comportera en tous cas un terme de 2me ordre. C'est le point faible des projections « équivalentes » et c'est ce qui les rend impropres à la mensuration.

Dans le voisinage de l'origine les lieux des points d'égale déformation seront donc des coniques. Les figures ci-contre se rapportent à la Suisse en admettant :

1° la projection Bonne avec origine au Grimsel ; les hyperboles tracées sont les lieux des points de déformations :

$\pm$ 49″ sexag. pour les angles
$\pm$ 14 centimètres par kilomètre.

Ce graphique montre combien la projection Bonne est mal adaptée à la Suisse (fig. 2)

2° une projection conforme non géométrique avec origine à Meiringen :

$$m = 1 + 0{,}37x^2 + 0{,}13y^2 + ... = 1{,}00011$$

il est donc possible d'envelopper la Suisse par l'ellipse de déformation :

$$(m - 1) = 11 \text{ centimètres par kilomètre.}$$

Mais l'axe de l'ellipse est incliné par rapport au méridien. En faisant varier α et β, m restant constant, on engendre un faisceau linéaire circonscrit à un carré.

Nous sommes maintenant en mesure de choisir le système de projection le mieux adapté à chaque pays, en posant d'emblée comme condition que les angles seront conservés. Le mathématicien russe Tchebycheff a démontré que le mode le plus avantageux de projection conforme était celui pour lequel la déformation est constante sur toute la périphérie du pays (1).

C'est ce théorème que l'on s'efforce de réaliser par la construction de la plus petite ellipse de déformation enveloppe. Pour la Suisse on obtient pour cette ellipse

$$\log m = 0{,}000048.$$

Ainsi se trouvent déterminés à la fois le système de projection et la position de l'origine car les cœfficients C_1 .... C_8 dépendent de α et β.

Les ellipses de déformation une fois tracées, il est facile de calculer la réduction d'azimut. Considérons plus spécialement le côté $A'B'$ du triangle $A'B'C'$ et les réductions $\delta_1\delta_2$. La projection étant admise conforme, la formule

$$\frac{\partial \log m}{\partial z}$$

montre que la coubure s'annule pour un côté normal à l'ellipse de déformation et passe par un maximum lorsqu'il devient tangent à cette courbe. Le maximum de $(\delta_1 + \delta_2)$ atteint pour la Suisse, en admettant un côté de 1 kilomètre seulement, les valeurs ci-après (fig. 3) :

(1) Darboux, G.: *Bulletin des Sciences mathématiques*, 1911, p. 23.

Système de projection	Origine	$(\delta_1 + \delta_2)$ max.	Lieux	Origine	$(\delta_1 + \delta_2)$ max.	Lieux
Conique ou à axe oblique	Berne	0″,64	Chiasso	Schinberg	0″,56	Chiasso
Cylindrique transversale (Gauss)	id.	1″,20	Chavalatsch	id.	0″,89	Chavalatsch
Stéréographique	id.	0″,60	id.	Finsteraarhorn	0″,46	Martinsbrück
Non-géométrique ($\alpha = 0{,}13$ $\beta = 0{,}37$)	id.	—	id.	Meiringen	0″,40	Chiasso
Bonne.	id.	1″,20	id.	Grimsel	0″,89	Chavalatsch

Ce tableau établit clairement l'influence du système de projection et du choix de l'origine sur la déformation d'un côté de triangulation . La projection non géométrique ($m = 1 + 0{,}37\ x^2 + 0{,}13\ y^2$) est la plus favorable, suivie de près par la stéréographique. Le système Bonne est ici encore inférieur aux autres.

Il reste à examiner pour finir l'influence de la réduction au niveau de la mer ; deux cas sont ici à distinguer :

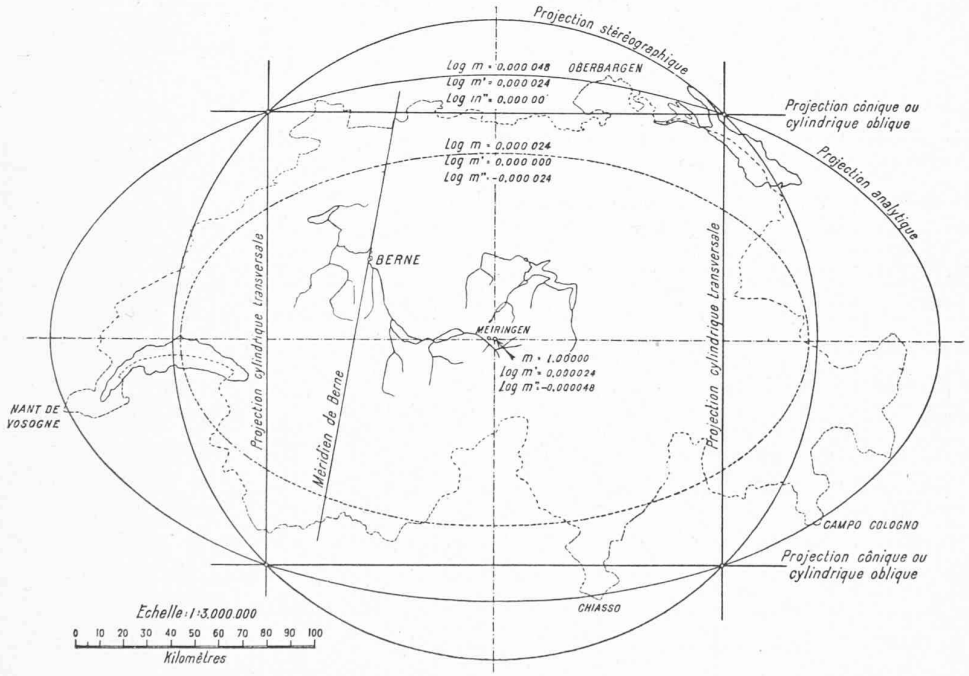

Fig. 3. — Graphique des déformations.
Pour $m - 1 = 11$ cm. par km.
$\log m = 0.000048$.

1° *l'origine est à une altitude supérieure à la périphérie du pays* ; c'est le cas notamment pour la Suisse où l'origine Berne est à un niveau superieur aux points extrêmes ; exemple :

	Berne	*Chiasso*
déformation	0.00 m.	+ 0.19 m.
réduction .	— 0.09 »	— 0.04 »
	— 0.09 m. par kilom.	+ 0.15 m. par kilom.

Le kilomètre effectif déduit des coordonnées accusera 999.91 m. à Berne et 1000,15 m. à Chiasso soit 0,24 m. de différence. La réduction au niveau de la mer exerce donc une influence défavorable.

2° *la périphérie du pays est à une altitude supérieure à la région centrale.* Un exemple numérique montrerait immédiatement que soit la déformation absolue soit la déformation relative entre l'origine et les points extrêmes sont diminuées.

Un artifice, appliqué en Mecklembourg, consisterait à choisir comme axe de déformation nulle non plus celui passant par Berne mais deux autres à environ 60 kilomètres plus au sud et au nord. La déformation varierait non plus entre 0,00 m. et 0,19 m. par kilomètre mais entre — 0,095 m. et + 0,095 m. Ici encore la valeur absolue seule serait diminuée. La variation reste égale à 0,19 m. entre l'origine et le point le plus éloigné.

En résumé on voit que pour un pays donné la seule manière de réduire les déformations à un minimum consiste à appliquer le théorème de Tchebycheff. On obtient en même temps l'origine et le mode de projection les plus favorables. Les points extrêmes de la périphérie — il y en aura en général cinq — auront même déformation. Ce procédé s'adapte particulièrement bien à la Suisse.

Si le pays est trop étendu pour pouvoir être rapporté à un système unique de coordonnées on le divisera en zones qui ne seront pas nécessairement parallèles ou perpendiculaires par rapport au méridien central.

Bien entendu, dans les deux cas, la projection est supposée conforme.

Dalles en béton armé.

Abaque donnant les sections d'acier et de béton et tenant compte du poids propre de la dalle,

par A. VOLET.

Introduction.

Cet abaque offre deux particularités intéressantes :

1° Il donne directement les sections définitives d'acier et de béton pour des taux de travail déterminés d'avance,