

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 52 (1926)  
**Heft:** 10

**Artikel:** Application de la courbe intégrale à l'étude des lacs-réservoirs  
**Autor:** Chenaux, H.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-40283>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 04.05.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE

Réd. : D<sup>r</sup> H. DEMIERRE, ing.

DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

ORGANE DE PUBLICATION DE LA COMMISSION CENTRALE POUR LA NAVIGATION DU RHIN

ORGANE DE L'ASSOCIATION SUISSE D'HYGIÈNE ET DE TECHNIQUE URBAINES

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

SOMMAIRE : Application de la courbe intégrale à l'étude des lacs-réservoirs, par H. CHENAUX, ingénieur, professeur à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne. — La turbine-hélice type Riva. — La structure de la lumière, par M. G. JUVET, professeur à l'Université de Neuchâtel. — A propos du barrage à arches multiples du Gem Lake. — Notes sur les ciments alumineux ou ciments fondus. — Le développement des installations hydro-électriques en Italie. — BIBLIOGRAPHIE. — SOCIÉTÉS : Société suisse des Ingénieurs et des Architectes. — V<sup>e</sup> Concours de la Fondation Geiser. — Voyages à prix réduits en Yougoslavie. — CARNET DES CONCOURS. — Service de placement.

## Application de la courbe intégrale à l'étude des lacs-réservoirs,

par H. CHENAUX, ingénieur,  
professeur à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne.

Considérons un lac alimenté par un certain nombre d'affluents et possédant un émissaire unique. Le volume total débité par ce dernier dans un intervalle de temps donné, un an par exemple, est fonction des apports ; il dépendra notamment des précipitations atmosphériques, de la condensation directe provoquée par certains corps froids, de l'évaporation, etc. ; en pratique, il est impossible d'évaluer avec quelque exactitude l'influence de chacun de ces facteurs ; c'est pourquoi les apports sont généralement déterminés *a posteriori*, à l'aide du débit de l'émissaire et des variations de niveau du lac.

Remarquons que la surface du lac intervient dans les calculs ; or, elle varie avec le niveau de celui-ci. Pour le Léman, dont nous nous occuperons spécialement ici, cette variation est peu sensible, sauf du côté de la plaine du Rhône ; nous pensons cependant que l'on peut en faire abstraction et considérer la surface du lac comme constante.

L'idée d'envisager la courbe des hauteurs d'un lac, ou courbe limnimétrique, comme la courbe intégrale des débits instantanés des affluents et de l'émissaire vient tout naturellement à l'esprit ; nous l'avons déjà exprimée dans un rapport datant de 1898.

Rappelons brièvement la définition et les principales propriétés de la courbe intégrale.

Soit  $mnp$  (voir fig. 1) une courbe donnée par l'équation

$$y = f(x) \quad (1)$$

Construisons une seconde courbe  $MNP$ , appelée courbe intégrale et ayant pour équation

$$\lambda Y = \int f(x) dx + C \quad (2)$$

où  $\lambda$  désigne une longueur arbitraire appelée *base* ;

$Y$  l'ordonnée, telle que  $Nn_0$ , de la courbe intégrale ;  
 $C$  la constante d'intégration.

On tire de (2) :

$$\lambda \frac{dY}{dx} = f(x), \text{ ou}$$

$$\lambda \operatorname{tg} \varphi = Y \quad (3)$$

en appelant  $\varphi$  l'angle formé par la tangente à la courbe intégrale avec l'axe positif des  $x$ .

Si l'on porte à partir de  $n_0$  une longueur  $n_0n_1 = \lambda$  et que l'on joigne  $n_1n$ , l'angle  $\varphi$  se retrouvera en  $n_1$  d'après (3) ; la droite  $nn_1$  s'appelle *directrice* ; il résulte de là que

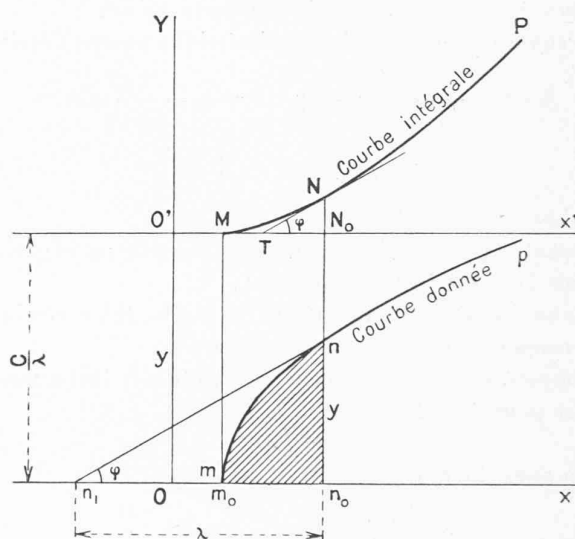


Fig. 1.

la tangente  $NT$  au point  $N$  de la courbe intégrale est parallèle à la directrice correspondante  $n_1n$  de la courbe donnée : c'est sur cette propriété fondamentale que repose la construction de l'intégraphe, qui trace mécaniquement la courbe intégrale d'une courbe quelconque.

La constante  $C$  sera déterminée en posant que  $Y = 0$  pour  $x = m_0$  ; l'équation (2) deviendra

$$\lambda Y = \int_{m_0}^x f(x) dx; \quad (4)$$

mais alors l'ordonnée  $Y$  doit être mesurée à partir de l'horizontale  $O'x'$ .

Si maintenant on considère l'intégrale définie

$$\int_{m_o}^{n_o} f(x) dx = \lambda \cdot \overline{NN_o},$$

on sait qu'elle représente l'aire hachurée  $m n n_o m_o$ ; on peut alors donner de la courbe intégrale la définition suivante : *c'est une courbe telle que son ordonnée  $NN_o$  multipliée par une longueur arbitraire  $\lambda$ , représente l'aire comprise entre la courbe donnée, l'axe des  $x$  et les ordonnées considérées.*

L'équation (3) fait voir immédiatement que si la courbe donnée coupe l'axe des  $x$ , la courbe intégrale présente un maximum ou un minimum; en différentiant (3) on en déduit que si la courbe donnée a des points à tangente horizontale, les points correspondants de la courbe intégrale seront des points d'inflexion.

Faisons maintenant application de ce qui précède à la courbe limnimétrique d'un lac.

Appelons :

$h_o$  la cote du niveau du lac, exprimée en m., au début de la période considérée ;

$h_t$  cette cote à l'instant  $t$  ;

$q_a$  l'apport instantané à un moment quelconque, exprimé en  $m^3/s$  ;

$q_e$  le débit instantané de l'émissaire au même moment, aussi en  $m^3/s$  ;

$S$  la surface du lac supposée constante, en  $m^2$ .

L'équation de la courbe limnimétrique pourra s'écrire :

$$\begin{aligned} h_t &= h_o + \frac{1}{S} \int_o^t (q_a - q_e) dt = h_o + \frac{1}{S} \int_o^t q dt = \\ &= h_o + \frac{Q}{S} = h_o + h \end{aligned} \quad (5)$$

où  $q$  est l'excédent instantané ( $q_a - q_e$ ).

Quant à  $Q$ , c'est l'accumulation, positive ou négative, depuis l'origine jusqu'au temps  $t$ .

Enfin  $h$  désigne l'ordonnée de la courbe limnimétrique par rapport à l'horizontale de départ  $h_o$ .

Supposons tracée la courbe des excédents instantanés, ayant pour équation

$$q = f(t) \quad (6)$$

On aura donc, d'après (5) :

$$h = \frac{1}{S} \int_o^t f(t) dt = \frac{1}{S} \int_o^t q dt = \frac{Q}{S} \quad (7)$$

ce qui fait voir que la courbe limnimétrique, rapportée à l'horizontale de départ, est la courbe intégrale de la courbe des excédents instantanés.

Par conséquent, si avec la pointe mousse d'un intégraphe convenablement installé on suit la courbe des excédents, le tire-ligne de l'appareil va tracer la courbe limnimétrique, à l'échelle que l'on aura choisie; pour cela, il faut donner à la base de l'intégraphe la valeur qui convient, eu égard aux échelles adoptées.

Pour tracer la courbe des excédents et la courbe limnimétrique correspondante, posons :

$$\left. \begin{aligned} x &= \mu_1 t \\ y &= \mu_2 q \\ Y &= 1000 \mu_3 h \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

où  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  désignent les modules des échelles; quant à l'ordonnée  $Y$  de la courbe intégrale, elle est exprimée en mm et rapportée à l'horizontale de départ. L'équation (7) de la courbe limnimétrique devient :

$$\frac{\mu_1 \mu_2 S}{1000 \mu_3} Y = \int_o^x y dx \quad (9)$$

Si l'on compare avec (4), on voit que

$$\lambda = \frac{\mu_1 \mu_2 S}{1000 \mu_3} \quad (10)$$

Afin d'illustrer la théorie qui précède, nous avons représenté sur la figure 2, qui est une réduction photographique du tracé original, la courbe des excédents instantanés du Léman, pour l'année 1921, ainsi que la courbe intégrale correspondante<sup>1</sup>; les échelles indiquées permettent de calculer la base  $\lambda$ , qui est de 13,48 mm pour le tracé original; la surface  $S$  est prise égale à 582,400,000  $m^2$ .

Remarquons que la construction de l'intégraphe ne permet pas l'adoption d'une base aussi courte; aussi le tracé d'étude a-t-il été dessiné à une échelle plus grande.

L'examen de la fig. 2 permettra de vérifier les propriétés générales découlant des formules qui précèdent, et de faire notamment les constatations suivantes, que la simple réflexion permet d'ailleurs de prévoir :

1° La courbe limnimétrique est ascendante lorsque  $q$  est positif, et vice versa.

2° La courbe limnimétrique présente un maximum ou un minimum lorsque la courbe des excédents coupe l'axe des  $x$ ; il y a un maximum lorsque  $q$  passe d'une valeur positive à une valeur négative, et inversement.

3° La courbe limnimétrique coupe l'horizontale de départ — c'est par exemple le cas le 5 juin — lorsque l'émissaire a consommé exactement tous les apports. Cela s'applique d'ailleurs à toute horizontale coupant la courbe limnimétrique en deux points: l'accumulation est nulle pendant cette période; l'aire des  $q$  positifs est équivalente à celle des  $q$  négatifs.

Le problème de la courbe limnimétrique devient beaucoup plus intéressant si, au lieu de partir de la courbe des excédents instantanés, on envisage séparément les courbes des  $q_a$  et des  $q_e$ .

Revenons à l'équation (5); elle pourra s'écrire :

$$\begin{aligned} h_t &= h_o + \frac{1}{S} \int_o^t q_a dt - \frac{1}{S} \int_o^t q_e dt = \\ &= h_o + h_a - h_e = h_o + \frac{Q_a}{S} - \frac{Q_e}{S} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{où} \quad h_a = \frac{1}{S} \int_o^t q_a dt \quad (12)$$

$$\text{et} \quad h_e = \frac{1}{S} \int_o^t q_e dt \quad (13)$$

On voit que l'équation (12) représente la courbe intégrale des apports, et l'équation (13) sera celle des débits de l'émissaire.

<sup>1</sup> Toutes les cotes sont rapportées à Z. L., qui est à 3 m. en dessous de P. N.

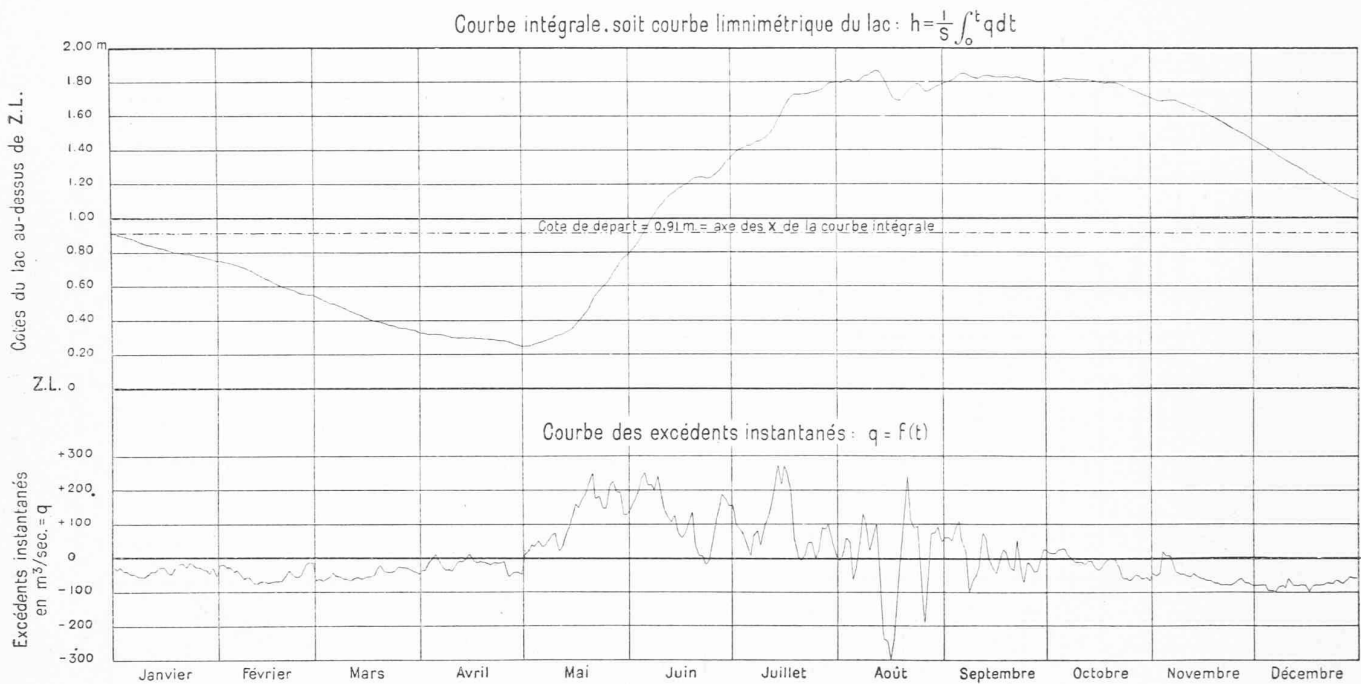


Fig. 2. — Application de la courbe intégrale à l'étude des lacs-réservoirs. — Lac Léman en 1921.

Echelles du graphique original : Temps, 1 mm. par jour. — Débits instantanés, 1 mm. pour 10 m³/sec. — Courbe limnimétrique, 1/20.

L'équation (11) pourra donc s'énoncer comme suit :

A un instant quelconque, l'ordonnée de la courbe limnimétrique du lac, rapportée à l'horizontale de départ, est égale à la différence des ordonnées des deux courbes intégrales relatives, l'une aux apports, l'autre aux débits de l'émissaire.

On peut aussi exprimer la relation (11) de la façon suivante :

La variation limnimétrique du lac entre deux instants donnés est égale à la variation qu'éprouve la différence des ordonnées des deux courbes intégrales dans l'intervalle considéré.

Afin de mieux faire saisir l'esprit de la méthode, nous allons l'appliquer à un cas concret et montrer comment on peut résoudre certains problèmes, sans aucun calcul (voir fig. 3).

Prenons le cas du Léman, année 1924, et supposons qu'on nous donne les apports instantanés moyens calculés par décades.

Les échelles du tracé original sont les mêmes que celles de la fig. 2; nous avons donc :

$$\begin{aligned} \lambda &= 13,48 \text{ mm et} \\ y &= 13,48 \text{ tg } \varphi; \end{aligned} \quad (14)$$

nous rappelons que  $y$  désigne l'ordonnée de la courbe des débits instantanés, et  $\text{tg } \varphi$  le coefficient angulaire de la courbe intégrale correspondante.

On commencera par porter à l'échelle les apports instantanés, ce qui donne la courbe en gradins qui figure en traits continus au bas de la fig. 3.

La courbe intégrale correspondante sera alors une ligne polygonale facile à tracer sans intégraphe :

Portons la base de 13,48 mm à partir de  $a_0$  en  $a_1$  et

joignons  $a_1 a$ ; puis menons  $AB$  parallèle à la directrice  $a_1 a$ ; de même, portons la base de  $b_0$  en  $b_1$  et joignons  $b_1 b$ , puis menons  $BC$  parallèle à  $b_1 b$ , et ainsi de suite; on obtiendra ainsi la courbe intégrale des apports  $ABC...I...$

Comme cette courbe va en montant constamment, on changera de plan de comparaison pour la maintenir dans les limites de l'épure.

Cette courbe étant ainsi tracée, on pourra résoudre rapidement le problème suivant à titre d'exemple :

Le lac étant à la cote 1,70m le 1<sup>er</sup> janvier à 0 heure, nous voulons qu'il soit à la cote 0,70m le 20 mars à 24 heures, en supposant que l'émissaire ait un débit constant pendant cette période; quel sera ce débit et quelle sera la courbe limnimétrique qui y correspond?

Le point  $I_1$  de la courbe limnimétrique étant donné à la date du 20 mars, portons le segment  $I_1 I_0$  en  $II_2$  et joignons  $AI_2$ : ce sera la courbe intégrale de l'émissaire, du 1<sup>er</sup> janvier au 20 mars.

Pour avoir le débit instantané  $q_e$  pendant cette période, il suffira de porter une longueur de 13,48 mm de  $A$  en  $\alpha$ ; l'ordonnée  $\alpha\beta$ , mesurée à l'échelle des débits instantanés, donnera la valeur cherchée, soit 175 m³/s; il est clair d'ailleurs que pour plus de précision on pourra prendre une abscisse 10 fois plus grande, par exemple.

Enfin, pour obtenir la courbe limnimétrique du lac entre  $A_0$  et  $I_1$ , on portera le segment  $BB_2$  en  $B_0 B_1$ ,  $CC_2$  en  $C_0 C_1$ , et ainsi de suite; il n'y aura plus qu'à joindre les points  $A_0, B_1, C_1, ...I_1$ .

Supposons maintenant que l'on s'impose les conditions suivantes pour la période restant à courir.

Du 20 mars au 30 avril, le débit de l'émissaire doit rester constant et égal à 175 m³/s: il suffira de prolonger  $AI_2$  jusqu'en  $N_2$ , d'où l'on tirera la courbe limnimétrique.

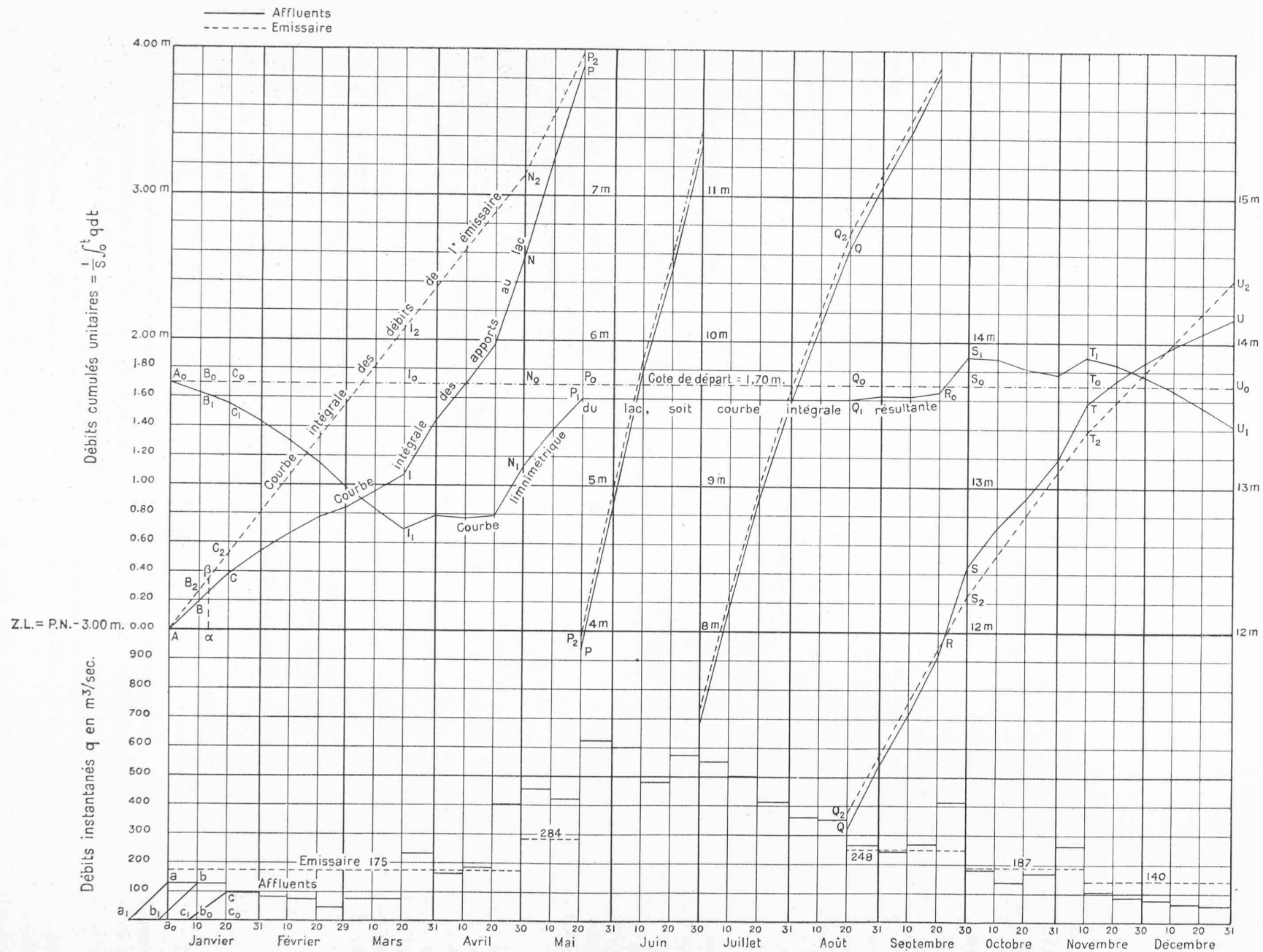


Fig. 3. — Application de la courbe intégrale à l'étude des lacs-réservoirs. — Lac Léman en 1924.  
 Echelles du graphique original : Temps, 1 mm. par jour. — Débits instantanés, 1 mm. pour 10 m<sup>3</sup>/sec. — Courbe limnimétrique, 1/30.

A partir du 30 avril, le lac va se mettre en crue de façon à atteindre la cote 1,60 m, le 20 mai : le procédé usuel permet de trouver le débit de l'émissaire supposé constant, soit  $284 \text{ m}^3/\text{s}$ , et de tracer la courbe limnimétrique.

Du 20 mai au 20 août, le niveau du lac doit rester invariable : dans ce cas,  $q_e = q_a$  et les deux courbes intégrales sont parallèles.

Nous voulons ensuite provoquer la crue automnale de façon que la cote maximum 1,90 m soit atteinte le 30 septembre : on trouvera  $q_e = 248 \text{ m}^3/\text{s}$ .

A partir du 30 septembre, il s'agit de régler le débit de l'émissaire de telle sorte que le lac soit encore à la cote 1,90 m le 10 novembre : un débit constant de  $187 \text{ m}^3/\text{s}$  satisfera à la condition requise.

Enfin, pour la période allant du 10 novembre au 31 décembre, on se fixe  $q_e = 140 \text{ m}^3/\text{s}$  ; on en déduit la courbe intégrale  $T_2 U_2$  et par suite la courbe limnimétrique, qui aboutit à la cote 1,42 m à la fin de l'année.

Pendant qu'on a la figure 3 sous les yeux, on pourra faire encore les remarques suivantes :

1° En  $R$  les deux courbes intégrales se coupent : le lac est à la cote de départ ; il y a égalité entre l'alimentation et la consommation dans la période correspondante.

2° Lorsque le lac monte, la pente de la courbe intégrale des apports est plus forte que celle de la courbe intégrale relative à l'émissaire, et réciproquement ; le niveau reste stationnaire si ces deux courbes sont parallèles.

3° Le point d'aboutissement  $U$  de la courbe intégrale des apports fait voir que, dans l'année considérée, les apports unitaires cumulés s'élèvent à 14,16 m.

4° Sauf pendant l'été, nous avons envisagé un écoulement de l'émissaire aussi régulier que possible, ce qui est rationnel au point de vue des forces motrices ; au surplus, pour des apports donnés, la production d'énergie entre deux dates déterminées ne dépend que de la dénivellation du lac entre ces deux dates ; elle est indépendante des fluctuations de niveau dans l'intervalle.

Enfin, lorsqu'il s'agit de faire l'étude de la courbe limnimétrique pendant une période critique de hautes eaux, la méthode est encore applicable ; mais le problème se présente différemment : on procédera non plus par décades, mais jour par jour, en adoptant une grande échelle pour le temps ; d'ailleurs, pour maîtriser la crue, il faudra utiliser toute la capacité d'écoulement de l'émissaire ; par exemple, s'il s'agit du Rhône de Genève, comme il est sous la dépendance de ses deux extrémités d'amont et d'aval, le débit quotidien sera calculé en fonction du niveau du lac et du débit de l'Arve, les barrages étant complètement ouverts.

En résumé, la méthode qui vient d'être décrite permet de résoudre graphiquement les problèmes usuels que l'on peut se proposer au sujet des lacs-réservoirs ; trois éléments entrent en jeu : les apports, le débit de l'émissaire et la courbe limnimétrique du lac ; dès que

deux de ces éléments sont donnés, le troisième s'en déduit immédiatement.

En ce qui concerne l'application de la méthode à l'année 1924 du Léman, le lecteur voudra bien la considérer comme un exemple quelconque, sans relation directe avec la question du nouveau régime du lac. Remercions enfin le Service fédéral des Eaux, à l'obligeance duquel nous sommes redevable des données utilisées dans cette étude.

### La turbine-hélice type Riva.

Dans le numéro du 5 septembre dernier de *L'Elettrotecnica*, M. N. Ratti, ingénieur, directeur technique des *Costruzioni Meccaniche Riva*, à Milan, a publié, sous le titre « Le più recenti costruzioni di turbine idrauliche per basse cadute », une étude très remarquable par sa concision et sa clarté et qui comprend la description de la nouvelle turbine-hélice qu'il a mise au point en décembre 1924. On pourra juger, par l'examen des figures ci-contre, que cette roue est dotée de caractéristiques intéressantes<sup>1</sup>.

Les graphiques se rapportent à une roue de laboratoire, à quatre pales, ayant développé une puissance maximum de 30 ch. aux essais<sup>2</sup>. La figure 1 représente une roue Riva à

<sup>1</sup> Voir *Bulletin technique* du 16 août 1924, la description des turbines-hélices construites par les *Ateliers de Vevey* pour l'usine hydro-électrique de Wynau et *Bulletin technique* du 14 février 1925, les caractéristiques d'une turbine-hélice *Escher Wyss & Cie*.

<sup>2</sup> La nouvelle station d'essais, fort bien équipée, de la maison *Riva* a été décrite par le professeur *Fr. Marzolo*, dans le numéro de février dernier de *L'Energia Elettrica*.

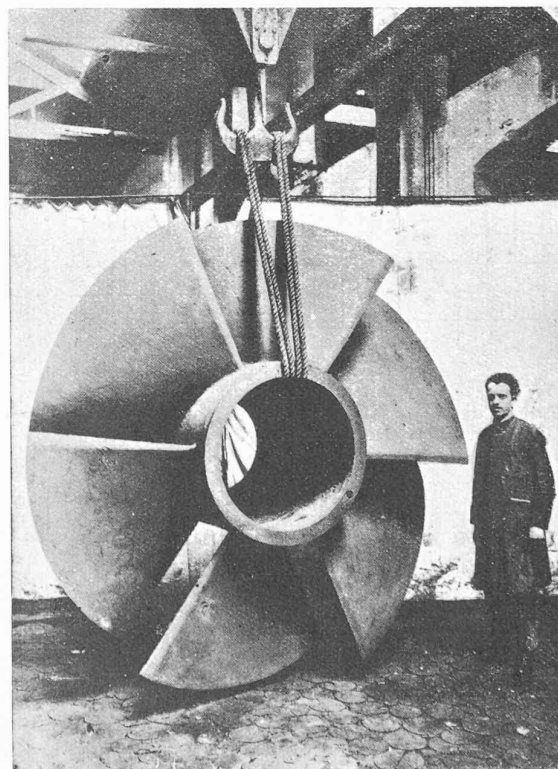


Fig. 1. — Turbine-hélice Riva.

$D = 2400 \text{ mm}$ . —  $H = 4,50 \text{ m}$ . —  $Q = 16 \text{ m}^3/\text{sec}$ .  
 $n = 126 \text{ t/min}$ . —  $n_s = 550$ .