

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 55 (1929)  
**Heft:** 10

**Artikel:** Arithmétique financière: résolution de quelques problèmes d'échange de titres  
**Autor:** Cerjat, H. de  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-42655>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 06.05.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Arithmétique financière. Résolution de quelques problèmes d'échange de titres,

par H. DE CERJAT, ingénieur, Grand-Lancy (Genève).

(Suite et fin<sup>1</sup>.)

D. — Recherche du prix d'échange d'une valeur à revenu fixe contre une autre valeur semblable portant intérêt différent et ayant une autre échéance de remboursement, si l'on admet que la société débitrice encourt les mêmes charges annuelles d'intérêt et d'amortissement, avant et après l'échange.

Nous utiliserons les mêmes symboles que dans le problème précédent ; soient donc :

- $X$  le prix d'échange cherché ;
- $A_1$  la valeur nominale du titre à échanger ;
- $i_1$  son taux d'intérêt annuel ;
- $n_1$  la durée moyenne de vie de ce titre ;
- $E_1$  son cours d'émission ;
- $A_2$  la valeur nominale du nouveau titre ;
- $B_2$  le cours auquel il est offert ;
- $i_2$  son taux d'intérêt annuel ;
- $n_2$  sa durée moyenne de vie ;
- $t$  le taux de capitalisation de l'argent ;
- $e$  les frais d'échange.

Comme jusqu'ici, nous résoudrons le problème en cherchant à exprimer les charges financières annuelles encourues par la société débitrice sur les anciens et les nouveaux titres, et en égalant ces deux expressions.

La charge financière annuelle sur l'ancien titre comprend :

- a) L'intérêt fixe, soit :  $i_1 A_1$ .
- b) L'annuité correspondant à la prime au remboursement :  $\frac{(A_1 - E_1)t}{(1+t)^{n_1} - 1}$ ,

si l'on admet, pour simplifier, que lors de l'émission des anciens titres, le taux de capitalisation de l'argent était égal à  $t$ . Si cela n'avait pas été le cas, il faudrait introduire un facteur  $t_1$  dans cette expression, pour tenir compte du taux de capitalisation au moment de l'émission des anciens titres. Ce facteur  $t_1$  serait une quantité de plus à connaître, avant de résoudre le problème.

La charge financière annuelle sur le nouveau titre est :

- a) L'intérêt fixe, soit :  $i_2 \frac{A_2}{B_2} X$  ;
- b) L'amortissement de la prime, par an :

$$\frac{(A_2 - B_2) \frac{X}{B_2} \cdot t}{(1+t)^{n_2} - 1}$$

c) Les frais d'échange :  $e \frac{A_2}{B_2} X$ . Ceux-ci devant être mis entièrement à la charge des porteurs échangeant leurs titres, seront déduits du prix trouvé pour  $X$ .

De l'ensemble de cette charge, il y a lieu de déduire l'économie que peut réaliser la société débitrice en

échangeant les anciens titres au prix de  $X$ , au lieu de les rembourser au prix  $A_1$  au bout de  $n_1$  années en moyenne. Cette économie est  $A_1 - X$  au bout de  $n_1$  années : l'annuité correspondante vaudra :  $\frac{(A_1 - X)t}{(1+t)^{n_1} - 1}$ .

Exprimons l'égalité des charges financières avant et après l'échange :

$$\begin{aligned} i_1 A_1 + \frac{(A_1 - E_1)t}{(1+t)^{n_1} - 1} &= \\ &= i_2 \frac{A_2}{B_2} X + \frac{(A_2 - B_2) \frac{X}{B_2} \cdot t}{(1+t)^{n_2} - 1} - \frac{(A_1 - X)t}{(1+t)^{n_1} - 1} \end{aligned}$$

d'où l'on tire :

$$X = \frac{i_1 A_1 + \frac{(2A_1 - E_1)t}{(1+t)^{n_1} - 1}}{\frac{i_2 A_2}{B_2} + \frac{(A_2 - B_2)t}{B_2 \{(1+t)^{n_2} - 1\}} + \frac{t}{(1+t)^{n_1} - 1}}$$

prix dont il faut encore déduire les frais d'échange par titre.

Comme dans le cas traité sous (C), nous poserons que le prix cherché est :

$$X' = X - e \frac{A_2}{B_2} X'$$

$$\text{d'où} \quad X' = \frac{X}{1 + e \frac{A_2}{B_2}} = X \left( \frac{B_2}{B_2 + e A_2} \right)$$

Remplaçons  $X$  par l'expression trouvée ci-dessus, et nous obtenons finalement :

$$X' = \left( \frac{B_2}{B_2 + e A_2} \right) \frac{i_1 A_1 + \frac{(2A_1 - E_1)t}{(1+t)^{n_1} - 1}}{\frac{i_2 A_2}{B_2} + \frac{(A_2 - B_2)t}{B_2 \{(1+t)^{n_2} - 1\}} + \frac{t}{(1+t)^{n_1} - 1}}$$

c'est la formule cherchée pour ce quatrième cas d'échange.

### Exemple numérique.

Cherchons le prix d'échange  $X'$ , avec les mêmes données que précédemment, soit :

$$\begin{array}{lll} A_1 = 500 & A_2 = 1000 & e = 0,03 \\ E_1 = 480 & B_2 = 980 & t = 0,06 \\ i_1 = 0,04 & i_2 = 0,06 & \\ n_1 = 10 & n_2 = 30 & \end{array}$$

Appliquons la formule que nous venons de trouver :

$$\begin{aligned} X' &= \\ &= \left( \frac{980}{980 + 0,03 \cdot 1000} \right) \frac{0,04 \cdot 500 + \frac{(1000 - 480)0,06}{(1,06)^{10} - 1}}{\frac{0,06 \cdot 1000}{980} + \frac{(1000 - 980)0,06}{980 \{(1,06)^{30} - 1\}} + \frac{0,06}{(1,06)^{10} - 1}} \\ &= \text{Fr. 419,90.} \end{aligned}$$

Nous constatons que ce résultat est inférieur de 2 fr. 35 au prix d'échange théorique trouvé sous (B), lorsque nous ne considérons que les revenus annuels des porteurs.

<sup>1</sup> Voir Bulletin technique du 4 mai 1929, page 103.

Tableau récapitulatif des formules d'échange.

Cas envisagé	Formule donnant le prix d'échange théorique
A) Echange assurant les mêmes revenus au porteur pendant la durée moyenne de vie des anciens titres.	$X = \frac{A_1(1 + i_1 n_1)}{n_1 i_2 \frac{A_2}{B_2} + \left(\frac{A_2 - B_2}{B_2}\right) \left\{ \frac{(1+t)^{n_1} - 1}{(1+t)^{n_2} - 1} \right\} + 1}$
B) Echange assurant les mêmes revenus annuels au porteur.	$X = \frac{i_1 A_1 + \frac{A_1 t}{(1+t)^{n_1} - 1}}{\frac{t}{(1+t)^{n_1} - 1} + \frac{i_2 A_2}{B_2} + \frac{A_2 t}{B_2 \left\{ \frac{(1+t)^{n_1} - 1}{(1+t)^{n_2} - 1} \right\}} + \frac{t}{(1+t)^{n_2} - 1}}$
C) Echange assurant les mêmes charges financières à la société débitrice pendant la durée moyenne de vie des anciens titres.	$X' = \left(\frac{B_2}{B_2 + e A_2}\right) \frac{A_1 i_1 n_1 + 2A_1 - E_1}{i_2 \frac{A_2}{B_2} n_1 + \left(\frac{A_2 - B_2}{B_2}\right) \left\{ \frac{(1+t)^{n_1} - 1}{(1+t)^{n_2} - 1} \right\} + 1}$
C') Echange assurant les mêmes charges financières à la société débitrice, mais avec légère concession de sa part, en faveur des porteurs.	$X = \frac{A_1 i_1 n_1 + 2A_1 + E_1}{i_2 \frac{A_2}{B_2} n_1 + \left(\frac{A_2 - B_2}{B_2}\right) \left\{ \frac{(1+t)^{n_1} - 1}{(1+t)^{n_2} - 1} \right\} + e \frac{A_2}{B_2} + 1}$
D) Echange assurant les mêmes charges financières annuelles à la société débitrice.	$X' = \left(\frac{B_2}{B_2 + e A_2}\right) \frac{i_1 A_1 + \frac{(2A_1 - E_1)t}{(1+t)^{n_1} - 1}}{i_2 \frac{A_2}{B_2} + \left(\frac{A_2 - B_2}{B_2}\right) \left\{ \frac{t}{(1+t)^{n_2} - 1} \right\} + \frac{t}{(1+t)^{n_1} - 1}}$

Cette diminution provient de ce que dans le cas présent, la soustraction pure et simple des frais d'échange du prix  $X$ , influe dans une plus forte mesure que sous (C), sur le prix d'échange. Partant de cette constatation, la société débitrice pourra ou essayer de n'offrir aux porteurs que 419 fr. 90 plus ou moins les intérêts courus de part et d'autre, par obligation, si elle ne tient pas spécialement à faire l'échange, ou, si elle y trouve un intérêt particulier, aller jusqu'à 425 fr. par obligation, plus ou moins les intérêts courus de part et d'autre. Ce seront donc des considérations d'opportunité, dictées par les circonstances du moment, qui fixeront le prix offert par la société débitrice. Ici, de nouveau, le calcul théorique donne la première base, en indiquant la limite exacte correspondant à l'égalité des charges financières pour la société, avant et après l'échange.

Pour terminer, nous résumerons dans le tableau ci-dessus les formules obtenues au cours de cette étude, en rappelant la signification des symboles algébriques utilisés.

#### Signification des symboles algébriques.

- $X$  ou  $X'$  = prix d'échange ;  
 $A_1$  = valeur nominale de l'ancien titre ;  
 $i_1$  = son taux d'intérêt annuel ;  
 $n_1$  = sa durée moyenne de vie (ans) ;  
 $E_1$  = son cours d'émission ;  
 $t$  = taux de capitalisation de l'argent ;  
 $e$  = les frais d'échange rapportés à la valeur nominale du nouveau titre ;

- $A_2$  = valeur nominale du nouveau titre ;  
 $i_2$  = son taux d'intérêt annuel ;  
 $n_2$  = sa durée moyenne de vie (ans) ;  
 $B_2$  = le cours auquel il est compté pour l'échange.

Les valeurs nominales  $A$  sont supposées coïncider avec les valeurs de remboursement.

### Sur la détermination et le fonctionnement des turbines à récupération de vapeur,

par M. CHARLES COLOMBI, professeur à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne.

Nous extrayons du compte rendu du deuxième Congrès du Chauffage industriel (Paris, juin 1928) les conclusions d'une savante communication faite par M. le professeur C. Colombi sur ce système de turbines qui sont les machines motrices les plus couramment employées maintenant dans la réalisation pratique d'un des moyens les plus efficaces que l'on puisse mettre en œuvre pour utiliser rationnellement la chaleur et qui consiste en la combinaison d'une installation thermique motrice avec une installation de chauffage. Ce moyen, connu en principe depuis fort longtemps, n'est cependant, à l'heure actuelle, employé que dans une mesure qui paraît bien trop faible si l'on considère son très grand intérêt. Cela tient à diverses circonstances dont certaines, de nature technique, résultent de l'exposé même des moyens de calcul dont s'est servi l'auteur dans sa communication, tandis que d'autres, plus spécialement commerciales, sont mentionnées dans les conclusions suivantes.

Les remarquables avantages techniques de l'emploi des turbines à récupération résultent à l'évidence de ce que nous venons d'exposer, dit M. Colombi.