

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 62 (1936)
Heft: 12

Artikel: Considérations sur le coup de bélier
Autor: Schnyder, O.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-47582>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 30.06.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

ABONNEMENTS :

Suisse : 1 an, 12 francs
Etranger : 14 francs

Pour sociétaires :

Suisse : 1 an, 10 francs
Etranger : 12 francs

Prix du numéro :
75 centimes.

Pour les abonnements
s'adresser à la librairie
F. Rouge & C^{ie}, à Lausanne.

Paraissant tous les 15 jours

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale. — Organe de publication de la Commission centrale pour la navigation du Rhin.

COMITÉ DE RÉDACTION. — Président: R. NEESER, ingénieur, à Genève. — Secrétaire: EDM. EMMANUEL, ingénieur, à Genève. — Membres: *Fribourg*: MM. L. HERTLING, architecte; A. ROSSIER, ingénieur; *Vaud*: MM. C. BUTTICAZ, ingénieur; E. ELSKES, ingénieur; EPITAUX, architecte; E. JOST, architecte; A. PARIS, ingénieur; CH. THÉVENAZ, architecte; *Genève*: MM. L. ARCHINARD, ingénieur; E. ODIER, architecte; CH. WEIBEL, architecte; *Neuchâtel*: MM. J. BÉGUIN, architecte; R. GUYE, ingénieur; A. MÉAN, ingénieur cantonal; E. PRINCE, architecte; *Valais*: MM. J. COUCHEPIN, ingénieur, à Martigny; HAENNY, ingénieur, à Sion.

RÉDACTION: H. DEMIERRE, ingénieur, 11, Avenue des Mousquetaires, LA TOUR-DE-PEILZ.

CONSEIL D'ADMINISTRATION DU BULLETIN TECHNIQUE

A. DOMMER, ingénieur, président; G. EPITAUX, architecte; M. IMER; E. SAVARY, ingénieur.

ANNONCES

Le millimètre sur 1 colonne, largeur 47 mm. :

20 centimes.

Rabais pour annonces répétées.

Tarif spécial pour fractions de pages.

Régie des annonces :

Annonces Suisses S. A.
8, Rue Centrale (Pl. Pépinet)
Lausanne

SOMMAIRE : *Considérations sur le coup de bélier*, par le Dr O. SCHNYDER, à Klus (suite et fin). — *Art chrétien et modernisme*, par M. AD. GUYONNET, architecte. — *A propos des vannes-papillon*. — *Errements critiquables dans la gestion de l'« économie électrique » suisse*. — *Divers*: Les progrès du nouvel horaire des C.F.F. — *A qui les 25 000 francs?* — *Publications périodiques et occasionnelles*. — *Subsides de fabrication*. — *Sociétés*: Société suisse des ingénieurs et des architectes. — *BIBLIOGRAPHIE*. — *NOUVEAUTÉS*. — *INFORMATIONS*.

Considérations sur le coup de bélier,

par le Dr O. SCHNYDER, à Klus.

(Suite et fin.)¹

II. Caractéristiques d'extrémité variables.

Nous pouvons ranger celles-ci en deux catégories, suivant qu'elles sont ou non dépendantes du coup de bélier.

Parmi les derniers cas, deux retiendront notre attention, ceux dans lesquels la variation est linéaire quant au temps, et ceux dans lesquels elle est périodique.

a) *Caractéristiques d'extrémité linéaires*. — Nous désignons ainsi celles qui, pour une pression constante, provoquent dans l'unité de temps une variation égale de vitesse δC (fig. 3). Le cas le plus courant dans la pratique

¹ Bulletin technique du 23 mai 1935, page 21.

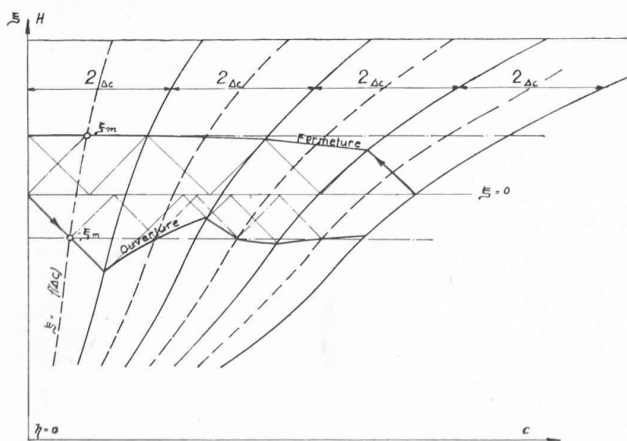


Fig. 3. — Représentation d'une caractéristique linéaire.

est celui de l'ouverture ou de la fermeture régulière de la sortie d'une conduite débitant à l'air libre.

On peut montrer, dans ces conditions, que le coup de bélier tend vers une valeur permanente si la caractéristique de l'autre extrémité reste constante, selon la relation: $H = H_0$. Dans la représentation graphique, ce coup de bélier permanent est atteint si chaque ligne brisée, ensemble des droites de surpression, coupe l'axe des abscisses à intervalles réguliers ΔC correspondant au temps de réflexion T_L . Le problème ainsi posé se résout géométriquement en représentant graphiquement la fonction $H = \frac{1}{2} F(\Delta C)$ et en recherchant, d'après la figure 3, l'intersection avec la droite de surpression.

Lors de l'ouverture d'une conduite, la fonction ci-dessus représente la caractéristique d'extrémité à l'instant $t = T_L$. La surpression au temps $t = T_L$ est, par suite, égale au coup de bélier permanent; il en est de même pour les intervalles consécutifs de $2T_L$. La figure 3 montre bien les conditions spéciales d'ouverture linéaires.

Les caractéristiques d'extrémité linéaires sont aussi importantes pour la recherche des coups de bélier dans les chambres d'équilibre.

b) *Caractéristiques d'extrémité à variations rythmiques*. — Elles se présentent lorsque le régime est soumis alternativement, pour une durée donnée, à deux courbes d'extrémité, comme c'est, par exemple, le cas si la conduite est périodiquement ouverte et fermée.

Un cas spécialement intéressant est celui où les alternances d'extrémité sont en résonance avec la période d'oscillation de la conduite.

Considérons une conduite supposée sans frottements, sous un niveau à l'entrée constant $H = K$; dans ce cas,

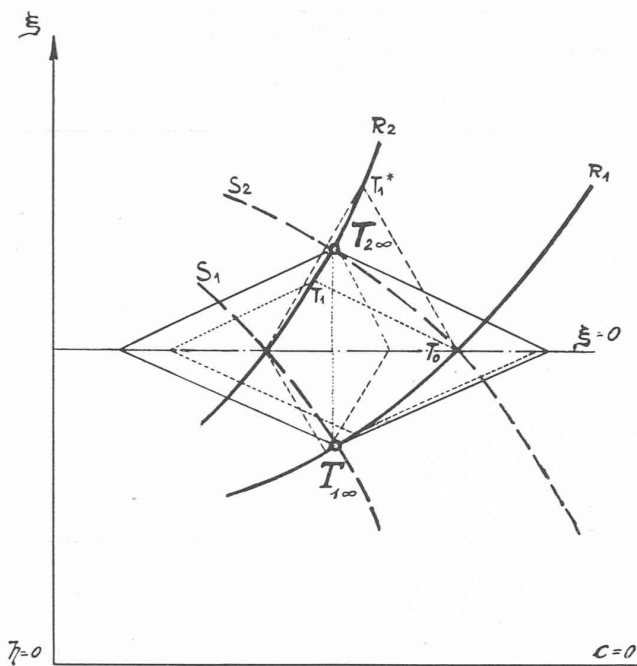


Fig. 4. — Caractéristique d'extrémité à variation rythmique.
Limite du coup de bélier.

l'amplitude des ondes de surpression tend toujours vers une valeur constante déterminée, selon la figure 4 par l'intersection de l'une des courbes d'extrémité R_2 avec la courbe inverse S_1 de l'autre extrémité R_1 . La figure permet de se rendre facilement compte si la surpression permanente est aussi la surcharge maximum. On a la même image lorsque l'alternance des courbes d'extrémité se poursuit à une période plus rapide que $2T_L$, si celle-ci reste liée à la relation $\tau = \frac{2T_L}{n}$, où n est un nombre entier. Mais la répartition du régime le long de la conduite est variable avec n . L'influence des pertes de charge, sur la pression maximum est aussi facile à déterminer¹.

Cet exemple montre nettement la commodité de la représentation graphique des problèmes des coups de bélier.

c) *Caractéristiques d'extrémité implicites.* — Il n'est pas toujours possible de définir à l'avance la relation entre la pression et la vitesse à l'extrémité d'une conduite. C'est le cas, par exemple, pour les conditions engendrées par une chambre d'air, ou lorsque plusieurs conduites différentes se rencontrent (conduites à diamètre variable, ou bifurquées); les caractéristiques d'extrémité sont alors dépendantes de l'allure du coup de bélier et doivent être déterminées pas à pas.

Exemple 1. On se propose de rechercher la variation de niveau dans une longue conduite (fig. 5 b) lorsque celle-ci

¹ Si l'on veut tenir compte approximativement de l'« énergie cinétique » $\frac{C^2}{2g}$ sur le coup de bélier on le peut sous quelques réserves, en donnant à η la signification $\eta = H + \frac{C^2}{2g}$ dans laquelle H représente la « pression » antérieure η . Mais, en ce cas, il faut aussi considérer la variation des conditions d'extrémité qui en résulte, ce que M. Bergeron a négligé dans son étude de 1932. En somme les épures ne changent nulle part.

est brusquement ouverte en A. Sitôt après l'ouverture l'eau commence à monter, d'après le diagramme, à la vitesse ΔC . On peut cependant admettre que, dans le premier intervalle $2T_L$, l'élévation du niveau est encore trop faible pour influencer sensiblement la vitesse de l'eau. Cette élévation se détermine donc par la formule $\delta H = \Delta C_m \cdot 2T_L$ ou graphiquement d'après la figure 5 b. On peut, au besoin, choisir un intervalle de temps inférieur à $2T_L$ ou corriger rétrospectivement la vitesse moyenne, sur la base des nouvelles caractéristiques d'extrémité obtenues entre temps. La variation de la durée de propagation peut aussi être prise en compte par la relation

$$\delta H' = \delta H \frac{T'_L}{T_L},$$

si la longueur de la colonne d'eau varie de façon sensible.

Exemple 2. Conduites à diamètre variable. — Nous considérons toujours une conduite de ce genre comme un ensemble de conduites différentes dont l'une donne aux autres, par ses conditions d'élasticité, leurs caractéristiques d'extrémité. On voit immédiatement que celles-ci ne sont autres, pour chaque tronçon, que les droites de surpression du tronçon voisin. Une conduite à diamètre variable ne peut pas être le siège d'oscillations harmoniques; par contre des oscillations superposées peuvent s'y produire. Une analogie mécanique est représentée par un système de deux ressorts accrochés l'un à l'autre avec interposition de masses différentes. Il est donc faux de chercher à déduire, pour une conduite de ce genre, les mêmes lois d'oscillation que pour une conduite simple. Cependant, lorsque les variations de pression sont lentes, une conduite, dont le diamètre et les caractéristiques de parois ne varient pas trop d'un tronçon à l'autre, peut être traitée approximativement, avec une précision suffisante, comme une conduite uniforme.

1. *Cas particulier.* — Lorsqu'un tronçon de conduite est très court par rapport à un autre, le premier peut

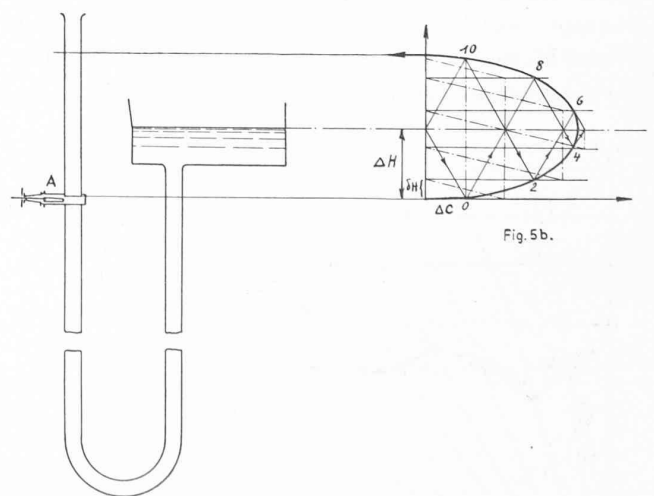


Fig. 5a.

Fig. 5. — Représentation de l'oscillation du niveau de l'eau dans une conduite ouverte brusquement.

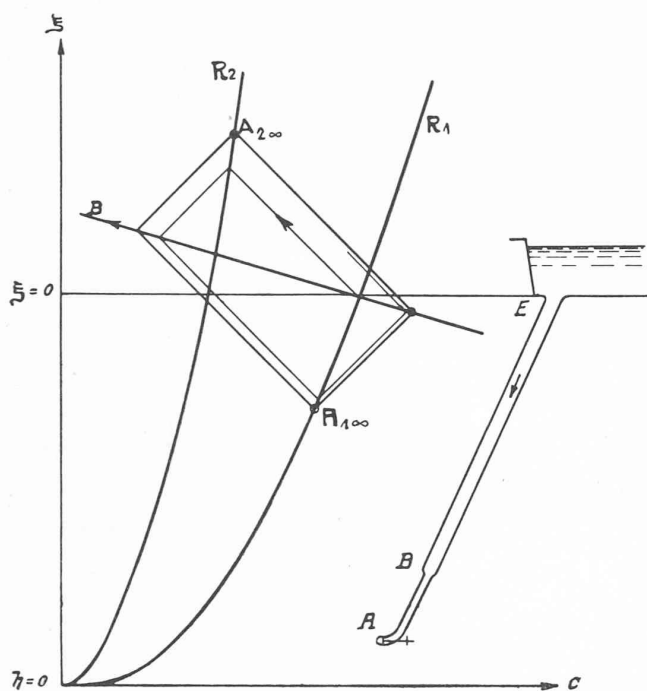


Fig. 6. — Phénomène de résonance dans un tronçon de conduite.

être le siège d'oscillations si ces caractéristiques d'extrémité explicites présentent une variation rythmique. Dans la figure 6, R_1 et R_2 représentent les courbes d'extrémité extérieures, tandis que la droite de surpression G est la ligne d'extrémité telle qu'elle est imposée par le plus long tronçon. Pendant le temps qu'emploie la perturbation à parcourir ce dernier dans les deux sens, le tronçon court présentera, si la variation de la courbe d'extrémité entre en résonance, avec la période d'oscillation de la conduite, les régimes extrêmes permanents A et B de la figure 6.

2. *Cas particulier.* — Lorsqu'à un bout, la caractéristique d'extrémité est linéaire dans le temps et que l'autre bout se trouve sous hauteur manométrique constante, le coup de bélier dans une conduite à diamètre variable tend toujours vers une valeur permanente, comme on peut s'y attendre d'après la théorie de l'écoulement dans les conduites rigides.

La recherche de cette surpression permanente se réduit, dans notre méthode, à un problème purement géométrique.

La ligne de surpression, qui se brise à chaque changement du diamètre, doit se prolonger tout le long de la conduite de façon à se répéter identiquement à chaque intervalle de temps.

A chaque pression permanente correspond donc, dans l'intervalle de temps T_L une variation de vitesse proportionnelle. Le facteur de proportionnalité se détermine graphiquement en recherchant pour une valeur quelconque de ΔC , la pression ΔH correspondante, ce qui a été fait dans la figure 7, à l'aide des diagrammes « longueur-temps » et « pression-vitesse », pour une conduite

à deux changements de diamètre. Chacun des tronçons participe pour une part $\xi_i = \Delta C_i \rho_i$.

ΔC_i correspondant au temps que met l'onde à le parcourir nous en déduisons le coup de bélier permanent :

$$(3) \quad \xi_A = \Delta C \left(\frac{T_{LI}\rho_I + T_{LII}\rho_{II} + T_{LIII}\rho_{III}}{T_{LI} + T_{LII} + T_{LIII}} \right).$$

En remarquant que $T_{LI} = \frac{L_I}{a_I}$ et $\rho_I = \frac{a_I c_{I0}}{gH_0}$ on voit que l'expression dans la parenthèse n'est autre que la caractéristique de service moyenne de la conduite, c'est-à-dire la valeur obtenue par le calcul habituel, sur la base de données moyennes, la conduite étant considérée comme uniforme.

Nous pouvons donc poser $\xi_A = \rho_m \Delta C$ en mettant

$$\rho_m = \frac{T_{LI}\rho_I + T_{LII}\rho_{II} + T_{LIII}\rho_{III}}{T_{LI} + T_{LII} + T_{LIII}}$$

qui nous donne la surpression permanente à la sortie, de la même manière que selon la figure 3 pour une conduite uniforme.

Cette équation représente, dans le diagramme H_c ,

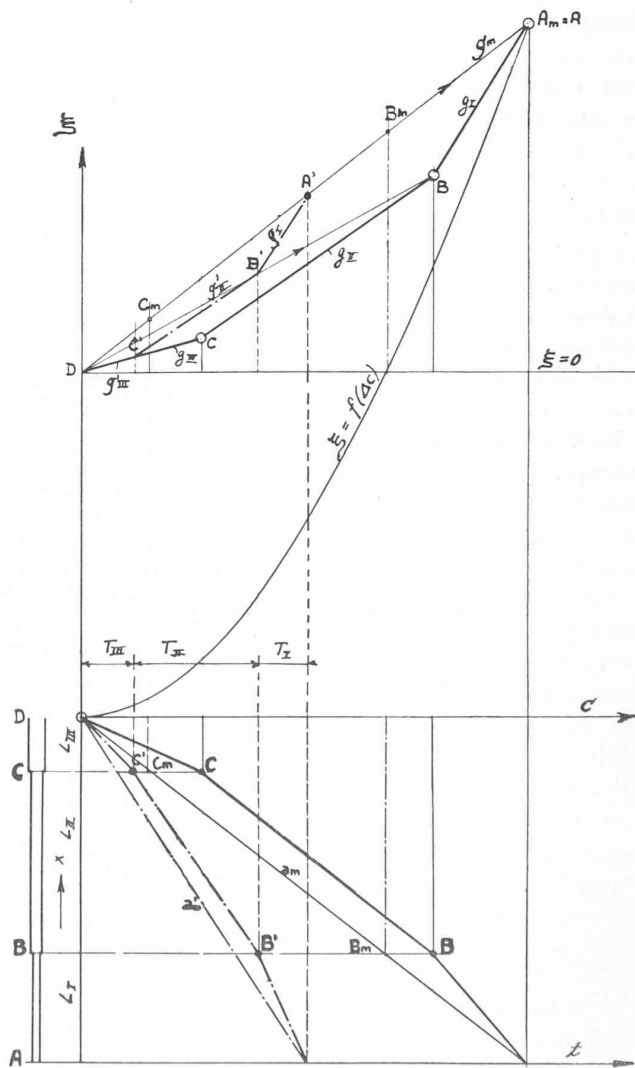


Fig. 7. — Détermination du coup de bélier-limite pour une conduite à caractéristique multiple.

une droite dont l'intersection avec la fonction de déplacement $\xi = f(\Delta C_I)$ donne la surpression permanente cherchée. L'inclinaison de cette droite coïncide avec celle de la droite de surpression de la conduite uniforme fictive.

Il est facile de déterminer cette inclinaison, d'après la figure, en partageant la distance en parties proportionnelles aux temps de parcours T_{LI} , T_{LII} et T_{LIII} et en y représentant les lignes de surpression avec les inclinaisons ρ_I , ρ_{II} et ρ_{III} . La ligne cherchée joint les points extrêmes.

La figure 7 montre comment on peut, de façon analogue, déterminer au moyen d'un diagramme « longueur-temps » la vitesse moyenne de propagation.

Les conditions, trouvées par le procédé des valeurs moyennes ne correspondent à la réalité qu'aux extrémités de la conduite. Ce calcul donne, aux points intermédiaires, des résultats qui en diffèrent plus ou moins, suivant les conditions spéciales. Dans la figure 7, les points A , B , C et D représentent les conditions réelles, et les points C_m et B_m les résultats du calcul par valeurs moyennes.

Le diagramme 7 nous montre, d'autre part, qu'à un certain moment, la surpression permanente une fois atteinte, la vitesse d'écoulement est la même tout le long d'un tronçon; cela revient à dire que l'élasticité de celle-ci ne joue plus de rôle, et l'on peut donc aussi calculer la surpression permanente par la théorie du coup de bélier, supposé que l'eau et les parois de la conduite sont rigides.

Exemple 3. Conduites bifurquées (embranchements). — Ces conduites ont en pratique une importance capitale, et *Joukovsky* a déjà reconnu le danger des coups de bélier dont elles peuvent être le siège. Récemment *M. Jæger*, en particulier, a, dans sa « Théorie générale du coup de bélier », exploré ce domaine de façon approfondie.

Pour l'étude des coups de bélier dans les conduites bifurquées nous procéderons, dans notre méthode, comme pour les conduites à diamètre variable. Nous partageons un réseau quelconque en conduites particulières, dont nous recherchons les caractéristiques d'extrémité.

Naturellement, chaque conduite divisée ne présente pas *a priori* des conditions de coup de bélier plus défavorables qu'une conduite simple, de même que chaque embranchement n'a pas la même importance dans l'allure du coup de bélier. Mais c'est précisément pour ce motif qu'on peut être conduit à passer sur une disposition dangereuse.

Si plusieurs conduites se rencontrent en un même point, la ligne d'extrémité de l'une d'elles se détermine d'après les lignes de surpression de toutes les autres.

Nous limiterons ici nos considérations au cas le plus simple d'une bifurcation (fig. 8). Le régime au point de rencontre, à un moment donné, ne dépend que des conditions d'écoulement qui existaient aux trois extrémités libres aux instants antérieurs correspondant aux temps de propagation de la perturbation dans les trois conduites.

Dans le cas où, pour une ou deux des conduites, la

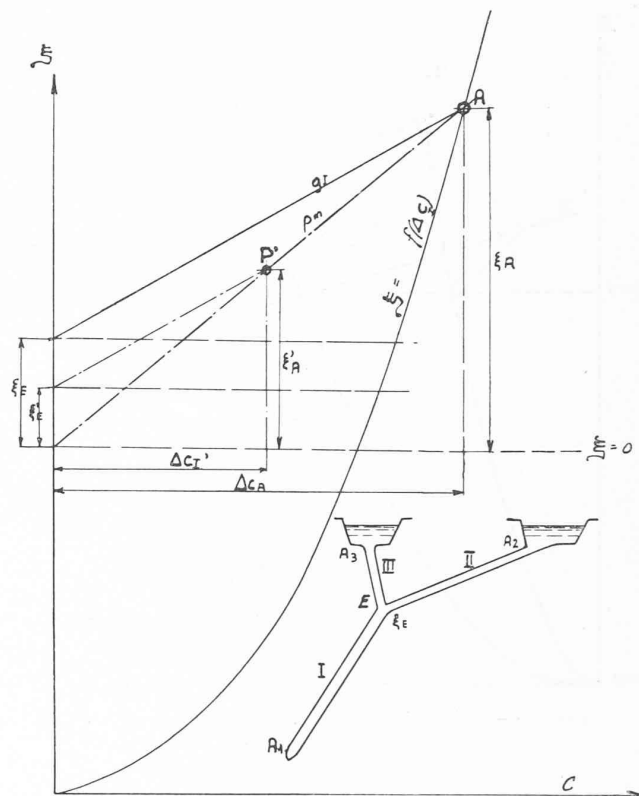


Fig. 8. — Détermination du coup de bélier-limite pour une conduite bifurquée.

caractéristique d'extrémité libre varie linéairement dans le temps, la troisième conduite restant sous pression constante, on arrive aussi à la conclusion que le coup de bélier, dans cet ensemble, tend à une valeur permanente. De plus, si les longueurs individuelles des trois tronçons sont très différentes, un régime permanent intermédiaire peut de même s'établir dans le plus court, durant un certain temps, pendant lequel les caractéristiques d'extrémité implicites ne changent pas d'allure.

Exemple. — Admettons, pour les extrémités libres A_2 et A_3 du réseau représenté par la figure 8, une pression constante, tandis que la troisième caractéristique d'extrémité A_1 varie linéairement. On a en ce point :

$$(4) \quad \xi_A = f(\Delta C_I) \text{ où } \Delta C_I \text{ se rapporte à la durée } \frac{L_I}{a_I}.$$

Si la surpression permanente à la bifurcation atteint la valeur ξ'_E , les conduites II et III sont, à chaque intervalle du temps $\frac{L}{a}$ le siège d'une augmentation de vitesse

$$(5) \quad \Delta C_{II} = \pm \frac{\xi'_E}{\rho_{II}} \text{ et } \Delta C_{III} = \pm \frac{\xi'_E}{\rho_{III}}$$

ou, en introduisant la période de la première conduite,

$$(6) \quad \Delta' C_{II} = \pm \frac{\xi'_E T_I}{\rho_{II} T_{II}} \text{ et } \Delta C_{III} = \pm \frac{\xi'_E}{\rho_{III}} \cdot \frac{T_I}{T_{III}}.$$

L'équation de continuité nous donne :

$$(7) \quad \Delta C_I = \Delta C'_{II} + \Delta C'_{III}$$

tandis que, pour la première conduite, la loi d'accélération implique :

$$(8) \quad \xi_A - \xi_E = \pm \rho_I \Delta C_I.$$

Ces équations permettent de déterminer toutes les inconnues.

Des équations 6 et 7 on déduit :

$$(9) \quad \Delta C_I = \pm \xi_E \left(\frac{1}{\rho_{II}} \frac{T_I}{T_{II}} + \frac{1}{\rho_{III}} \frac{T_I}{T_{III}} \right)$$

et les équations 8 et 9 nous donnent :

$$(10) \quad \xi_A = \pm \rho_I \Delta C_I \left(\frac{\frac{1}{\rho_I T_I} + \frac{1}{\rho_{II} T_{II}} + \frac{1}{\rho_{III} T_{III}}}{\frac{1}{\rho_{II} T_{II}} + \frac{1}{\rho_{III} T_{III}}} \right)$$

ou, en désignant la parenthèse par α_m

$$(11) \quad \xi_A = \pm \alpha_m \rho_I \Delta C_I.$$

C'est pour le diagramme $\xi - C$ l'équation d'une droite qui représente la caractéristique d'extrémité implicite de la conduite I au point de bifurcation. Son intersection avec la courbe $\xi_A = f(\Delta C_L)$ donne, pour la sortie de cette même conduite, la surpression permanente cherchée.

On peut aussi, comme le montre la figure 8, trouver cette droite d'extrémité sans grands détours, en admettant pour le point E une certaine surpression ξ'_E ; on calcule pour cela $\Delta C'_{II}$ et $\Delta C'_{III}$ puis $\Delta' C_A$. On a, par ce moyen, fixé dans le diagramme un point de la ligne d'extrémité. L'intention de cette dernière avec la courbe d'extrémité libre donne finalement le point représentatif du régime permanent en A.

Cette surpression ainsi obtenue est analogue au « coup de bélier rigide », car la même vitesse règne, à chaque instant, tout le long de chaque conduite.

Si, maintenant, une conduite avec pression d'extrémité constante est très longue relativement aux deux autres, la surpression permanente est précédée, dans ces deux dernières, d'une pression-limite, phénomène dont la durée est limitée par la période d'oscillation de la conduite longue.

L'équation du coup de bélier élastique donne pour la conduite III, supposée très longue :

$$(11) \quad \xi_E = \pm \rho_{III} C_{III}$$

tandis que pour les deux premières on a les équations :

$$(12) \quad \xi_A - \xi_E = \pm \rho_I \Delta C_I$$

$$(13) \quad \xi_E = \pm \rho_{II} \Delta C_{II}.$$

La loi de continuité au point de bifurcation exige que

$$(14) \quad C_I - C_{III} = C_{II}$$

en admettant comme positif, dans la figure le sens de la flèche. Cette équation est indépendante du temps, et il en résulte avec : $\Delta C_{III} = 0$

$$(15) \quad \Delta C_I - \Delta C_{II} = 0, \quad (16) \quad \Delta C'_{II} = \Delta C_{II} \frac{T_I}{T_{II}}$$

et nous trouvons :

$$(17) \quad \xi_E = \rho_{II} \frac{T_{III}}{T_{II}} \Delta C_I$$

$$(18) \quad \xi_A = \pm \rho_I \Delta C_I \left(1 + \frac{\rho_{II} T_{III}}{\rho_I T_{II}} \right).$$

Ce résultat¹ est d'un grand intérêt pour l'étude des chambres d'équilibre. Plus la période d'oscillation de la chambre-conduite II est petite, en regard de celle de la conduite forcée, — moins importante est sa part au coup de bélier, si la fermeture est linéaire, c'est-à-dire que la chambre d'équilibre a presque la même influence qu'un bassin de grande capacité.

En posant

$$1 + \frac{\rho_{II} T_{III}}{\rho_I T_{II}} = B_m$$

nous obtenons une équation analogue à celle de

$$\xi_A = \pm \alpha_m \rho_I \Delta C_I \quad \text{c'est} \quad \xi_A = \pm B_m \rho_I \Delta C_I$$

qui, avec la relation $\xi_A = f(\Delta C)$ permet de calculer ξ_A dans chaque cas particulier.

Enfin, dans le cas où la conduite II est très courte, non seulement relativement à la troisième mais aussi à la première, on arrive, pour une certaine allure des lignes d'extrémité au point A, à la conclusion que le coup de bélier au point de bifurcation tend vers une valeur permanente aussi pendant la période d'oscillation $T_{II} - 3T_{II}$. C'est le cas, par exemple, lorsque dans une conduite le coup de bélier et la vitesse varient ensemble linéairement au commencement d'une fermeture linéaire. De nombreuses recherches ont été faites, d'autre part, dans ce domaine, et nous renonçons ici à nous y attarder ou à multiplier les exemples, bien que ceux-ci soient susceptibles de dévoiler encore plus d'un point intéressant.

Pour rechercher les coups de bélier limites dans un réseau à nombreuses dérivations, comme le sont les distributions d'eau, on procédera comme suit : on admettra, pour les surpressions permanentes aux points de bifurcation, des valeurs arbitraires, que l'on rectifiera après coup à l'aide d'un système d'équations linéaires découlant de l'accélération des masses d'eau dans les diverses conduites et des caractéristiques d'extrémité de celles-ci.

Nous remarquons encore qu'une perturbation se propageant dans un embranchement fermé à son extrémité libre a pour résultat une surpression permanente ; par contre tout écoulement ne peut évidemment que s'arrêter.

La connaissance des surpressions limites dans un système de conduites est importante à plusieurs chefs. Elle sert de jalon pour les hypothèses éventuelles permettant de simplifier les calculs et montre où l'on peut sans danger se passer de ceux-ci. Elle peut, d'autre part, aider à contrôler toute une suite de calculs et renseigner sur l'ordre de grandeur des coups de bélier auxquels il faut s'attendre.

Mais l'exposé de cette méthode montre surtout comment des problèmes compliqués de coups de bélier peuvent être, grâce à elle, transformés en questions géométriques faciles à résoudre par des moyens simples et clairs.

Klus, 30 mars 1936.

¹ Voir, notamment, l'article cité de MM. Calame et Gaden où l'on trouve sur ce sujet un exposé très ingénieux et simple.