DIVERS

Plantons des jalons.

L'article intitulé « Recherche de l'Elastique d'un tube cylindrique de révolution à épaisseur variable » qui a paru l'an dernier dans les numéros 15 et 16 de ce *Bulletin*, a sans doute été très remarqué par tous ceux qui s'intéressent aux problèmes de la résistance des matériaux. Au point de vue mathématique, cette étude réalise une solution, sinon simple, du moins très scientifique du calcul d'un tube cylindrique de révolution à épaisseur de paroi variable. Aussi je me permets d'en féliciter très sincèrement l'auteur qui a fait preuve de flair et de connaissances mathématiques rarement rencontrés chez un ingénieur.

M'occupant depuis un certain temps du même problème et l'ayant résolu par une méthode toute différente de celle suivie par M. J. Paschoud (l'exposé de cette méthode paraîtra prochainement), cette étude était pour moi une occasion inespérée de comparer les deux méthodes.

Pour les deux premiers exemples numériques tout concordait à la perfection. Mais pour le troisième exemple, celui du piston de pompe, les résultats furent très discordants. Qu'on en juge :

Valeurs calculées par M. Paschoud :

$$M_A = -45{,}815 \text{ kg mm/mm circonf.}$$
$$N_A = +\ 5{,}740 \text{ kg/mm circonf.}$$

Valeurs obtenues par ma méthode en négligeant l'élasticité radiale de la plaque :

$$M_A = +1{,}97 \text{ kg mm/mm circonf.}$$
$$N_A = -0{,}123 \text{ kg/mm circonf.}$$

Mêmes valeurs, mais en tenant compte de l'élasticité radiale de la plaque :

$$M_A = +2{,}05 \text{ kg mm/mm circonf.}$$
$$N_A = -0{,}137 \text{ kg/mm circonf.}$$

Pour savoir qui a raison, *plantons des jalons*, c'est-à-dire cherchons par des calculs très simples le signe et l'ordre de grandeur de M_A et N_A.

Signe et ordre de grandeur de M_A.

Le tube ne peut que s'opposer à la déformation de la plaque en réalisant un encastrement partiel de celle-ci. Le moment d'encastrement est évidemment positif, c'est-à-dire qu'il tend les fibres inférieures de la plaque.

Passons maintenant à la valeur de M_A. On constate que la formule tirée de l'ouvrage de Timoshenko et exprimant la tangente à la ligne élastique de la plaque est entachée d'une erreur de signe. La pression p et la force P étant de sens différents, les termes dans lesquels figurent ces valeurs doivent être de signe contraire.

L'équation de la tangente doit s'écrire :

$$(1) \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{px^3}{16D} - \frac{Px}{8\pi D}(2 \operatorname{Lg} x - 1) - \frac{C_1 x}{2}.$$

(On fait abstraction du dernier terme qui, dans le cas d'une plaque, est toujours nul.)

Il est facile de se rendre compte de l'exactitude de cette formule.

Dans ce but, supposons la plaque encastrée sur son pourtour.

Pour $x = r$ $\qquad \dfrac{dy}{dx} = 0.$

Cette condition nous permet de déterminer la valeur de la constante C_1 et l'équation 1 devient

$$(2) \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{px}{16D}(x^2 - r^2) - \frac{Px}{4\pi D} \operatorname{Lg} \frac{x}{r}.$$

En dérivant cette équation on obtient

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{p}{16D}(3x^2 - r^2) - \frac{P}{4\pi D}\left(\operatorname{L}\frac{x}{r} + 1\right).$$

Le moment d'encastrement a pour valeur

$$(3) \qquad M'_A = -D\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{x=r} = -\frac{pr^2}{8} + \frac{P}{4\pi}.$$

La formule 3 est une formule générale valable quelles que soient les valeurs attribuées à p et P.

Si l'on suppose $P = 0$ on a le cas d'une plaque soumise à une pression uniforme p appuyée et encastrée sur son pourtour. La réaction d'appui est égale à $-p\pi r^2$ et le moment d'encastrement a pour valeur $-\dfrac{pr^2}{8}$. Il est négatif, par conséquent le signe attribué au premier terme de la formule 1 est exact. Si maintenant on suppose que p est nul et $P = p\pi r^2$, la réaction d'appui sera égale à $+p\pi r^2$ et le moment d'encastrement a pour valeur $+\dfrac{pr^2}{4}$. Il est positif, donc le signe attribué au second terme de la formule 1 est exact.

Si p et P agissent simultanément, la réaction d'appui sera nulle et le moment d'encastrement aura la valeur suivante :

$$(4) \qquad M'_A = -\frac{pr^2}{8} + \frac{pr^2}{4} = +\frac{pr^2}{8}.$$

En introduisant les valeurs numériques on obtient

$$(5) \qquad M'_A = +\frac{0{,}01 \times 50^2}{8} = +3{,}125 \text{ kg mm/mm.}$$

On peut donc affirmer que le moment d'encastrement partiel produit par le tube est plus grand que zéro, mais plus petit que M'_A.

Donc

$$(6) \qquad 0 < M_A < 3{,}125 \text{ kg mm/mm.}$$

La valeur $M_A = -45{,}815$ kg mm/mm est par conséquent manifestement erronée.

Signe et ordre de grandeur de N_A.

L'auteur a admis que la déformation radiale de la plaque était nulle. La flèche du tube à l'endroit de sa liaison avec la plaque l'est aussi. Si M_A agissait seul il produirait un évasement du tube, autrement dit une flèche positive. L'effort tranchant doit, par conséquent, produire une flèche négative égale à la flèche positive produite par M_A. L'effort tranchant étrangle le tube ; il est donc négatif et sa réaction sur la plaque est une force centrifuge. La plaque est, par conséquent, soumise à une tension radiale et non pas à une compression radiale comme l'indique l'auteur.

Cherchons l'ordre de grandeur de N_A. Dans ce but utilisons les formules de mon étude sur les tubes à paroi d'épaisseur constante, parue dans le Bulletin des A. C. M. V. de 1945. Pour passer de ma notation à celle de M. Paschoud il faut remplacer

M_o par $-M_A r$
T_o par $-N_A r$
b par r

Supposons que le tube ait une épaisseur constante égale à 10 mm. La flèche produite par M_A est donnée par la formule 366

$$(7) \qquad J_{OM_A} = \frac{2\alpha r^2}{hE} \alpha M_A k_3$$

La flèche produite par N_A est donnée par la formule 364

$$J_{ON_A} = \frac{2\alpha r^2}{hE} N_A k_1 \qquad (8)$$

En tenant compte que ces deux flèches doivent être égales et de signe contraire, on peut écrire

$$L = \frac{M_A}{-N_A} = \frac{1}{\alpha} \frac{k_1}{k_3}. \qquad (9)$$

Dans cette formule k_1 et k_3 sont des coefficients qui dépendent de la longueur du tube et dont la valeur est exprimée par les relations 372 et 374. Le graphique de la figure 22 donne la valeur de ces coefficients en fonction de la longueur du tube exprimée en degrés.

Si le tube est long, le rapport $\frac{k_1}{k_3}$ est égal à l'unité et la longueur L est égale à la longueur d'onde divisée par 2π.

Si le tube est très court, le rapport $\frac{k_1}{k_3}$ est égal à $\frac{2\alpha l}{3}$ de sorte que L est égal au $\frac{2}{3}$ de la longueur du tube.

La valeur de α est donnée par l'équation

$$\alpha = \frac{1{,}285}{\sqrt{hr}}. \qquad (10)$$

Si le tube a une épaisseur constante de 10 mm,

$$\alpha = \frac{1{,}285}{\sqrt{10 \times 50}} = 0{,}0575 \ 1/\text{mm}.$$

La longueur du tube en degrés est égale à

$$\frac{180^o \times 0{,}0575 \times 50}{\pi} \cong 165^o.$$

Si l'on se réfère au graphique de la figure 22 on constate que le rapport $\frac{k_1}{k_3}$ est sensiblement égal à l'unité, de sorte que

$$L_{h=10} = \frac{M_A}{-N_A} = \frac{1}{\alpha} = 17{,}4 \text{ mm}.$$

Faisons les mêmes calculs en supposant que le tube ait une épaisseur constante de 3 mm.

On obtient

$$L_{h=3} = \frac{M_A}{-N_A} = \frac{\sqrt{3 \times 50}}{1{,}285} = 9{,}53 \text{ mm}.$$

On peut donc affirmer que le rapport $\frac{M_A}{-N_A}$ du tube étudié est compris entre les limites $9{,}53 < \frac{M_A}{-N_A} < 17{,}4$ mm.

M. Paschoud obtient un rapport d'environ 8 mm. Ce rapport est certainement trop petit. J'obtiens un rapport de 16 mm, ce qui signifie que le tube d'épaisseur variable se comporte au point de vue de la flèche à son extrémité comme un tube d'une épaisseur constante égale à 8,4 mm, ce qui paraît beaucoup plus exact, car la région active du tube est située vers son extrémité la plus épaisse.

Bien entendu, les remarques ci-dessus ne diminuent en aucune façon la valeur de la méthode de M. Paschoud, elles montrent simplement qu'il est prudent, quand on entreprend de longs calculs numériques, de planter des jalons afin de pouvoir contrôler d'une façon approximative les résultats obtenus.

J. Tâche,
ingénieur E. I. L.

Au sujet de l'article « Plantons des jalons » de M. J. Tâche, ingénieur.

C'est avec un vif intérêt que j'ai pris connaissance de cet article. Je ne saurais assez féliciter son auteur d'avoir mis aussi clairement en évidence l'utilité de recoupements propres à déterminer l'ordre de grandeur de la solution numérique cherchée. Dans tous les cas pratiques, pour lesquels le résultat numérique a par lui-même une importance primordiale, cette manière de procéder est absolument de rigueur.

M. Tâche considère le troisième exemple traité dans mon exposé : « Recherche de l'élastique d'un tube de révolution à épaisseur variable » (*Bulletin technique* n^os^ 15 et 16 du 28 juillet 1945) et montre par des recoupements que les résultats numériques en sont aberrants. Il est de fait que plusieurs erreurs de calcul numérique ont faussé *les résultats numériques* de cet exemple.

Le but de mon travail était aussi de « planter un jalon », mais, dans mon idée, d'une espèce très différente, tendant à mettre à la disposition de l'ingénieur les moyens de déterminer la résistance de corps dont le calcul était encore pratiquement inabordable. Ce premier jalon très général fut depuis lors suivi de beaucoup d'autres, amenant des simplifications essentielles qui, par exemple, permettent actuellement de résoudre numériquement, à la règle à calcul et en quelques vingt minutes, les exemples développés dans mon exposé précité.

Dans ce travail, l'importance étant exclusivement attachée à *la méthode de calcul*, je laissais au lecteur le soin d'obtenir les résultats numériques pouvant l'intéresser dans chaque cas pratique. Les exemples traités étaient donc uniquement *des exemples de cheminement* et le lecteur autorisé s'en sera parfaitement rendu compte, en particulier par la forme du piston de pompe calculé comme troisième exemple, forme étrangère à tout spécialiste et très éloignée de celles réellement utilisées. Aucun des résultats numériques de ces exemples n'avait été vérifié par recoupement, ces résultats numériques n'ayant absolument aucune espèce d'importance !

Jacques Paschoud.

NÉCROLOGIE

Oscar Oulevey, architecte.

Oscar Oulevey, architecte, vient de s'éteindre peu après avoir fêté son soixante-quinzième anniversaire.

Atteint par la maladie, il y a quelques semaines, il garda jusqu'à la fin sa pleine activité, dirigeant ses travaux de son lit et donnant ses ordres aux maîtres d'état le jour de sa mort.

Elevé à Chesalles s/Moudon, il fréquente l'école industrielle ; bachelier à dix-sept ans, il est à vingt et un ans diplômé de l'Ecole polytechnique de Zurich. Se rend à Paris, y fréquente l'Ecole des Beaux-Arts et revient à Lausanne en 1894, où il travaille dans divers bureaux et s'établit en 1899.

Associé à l'architecte Bonjour, ils obtiennent ensemble le premier prix au concours pour les prisons de district, au Bois Mermet, qui sont inaugurées en 1902 et ils édifient la synagogue de Lausanne, quelques années plus tard.

Il obtient en 1912, le second prix pour l'Ecole de Commerce, puis, en 1913, le premier prix pour les collèges classique et scientifique au Champ de l'Air, dont la construction on fut renvoyée à cause de la guerre de 1914-1918.