Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 72 (1946)

Heft: 26

Inhaltsverzeichnis

72[e] année — 21 décembre 1946 — N° 26

BULLETIN TECHNIQUE
DE LA SUISSE ROMANDE

ABONNEMENTS :
Suisse : 1 an, 17 francs
Etranger : 20 francs
Pour sociétaires :
Suisse : 1 an, 14 francs
Etranger : 17 francs
Prix du numéro :
75 centimes
Pour les abonnements s'adresser à la librairie F. Rouge & C[ie], à Lausanne.

Paraissant tous les 15 jours

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

Rédaction : D. Bonnard, ingénieur. Case postale Chauderon 475, Lausanne.

Sur l'introduction des coordonnées cartésiennes obliques dans la Théorie de l'élasticité

par Henry FAVRE,
professeur à l'Ecole polytechnique fédérale, Zurich.

(Suite et fin.) [1]

§ 2. Déformation des plaques fléchies, en coordonnées obliques [2].

Considérons une plaque d'épaisseur h, sollicitée par des forces extérieures perpendiculaires aux faces, y compris les réactions le long du pourtour (fig. 7). Choisissons d'abord un système cartésien rectangulaire $Oxyz$, les axes x, y étant situés dans le plan équidistant des faces, avant la déformation. Soit $\zeta = \overline{PP'}$ le déplacement, parallèle à z, d'un point P (x, y) de ce plan. Le lieu des points P' (x, y, ζ) est la « surface élastique ».

On démontre, dans la théorie des plaques, que les tensions σ_x, ..., τ_{xy}, ... en un point (x, y, z) sont liées aux déformations par les relations suivantes :

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_x &= -\frac{E}{1-\nu^2}\, z\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}+\nu\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}\right),\\
\sigma_y &= -\frac{E}{1-\nu^2}\, z\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}+\nu\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\right),\\
\tau_{xy} &= -\frac{E}{1+\nu}\, z\,\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial y},\quad \sigma_z=\tau_{yz}=\tau_{zx}=0,
\end{aligned}\right\}\qquad (29)$$

où E désigne le module d'élasticité et $\nu = \frac{1}{m}$ le coefficient de Poisson.

Les formules (29) permettent de calculer les tensions dès que l'on connaît ζ (x, y). Cette fonction ζ doit : 1° satisfaire à l'équation aux dérivées partielles du 4[e] ordre :

$$\Delta\Delta\zeta = \frac{12\,(1-\nu^2)}{Eh^3}\,p, \qquad (30)$$

p (x,y) étant la surcharge par unité de surface ; 2° remplir les conditions au contour.

Le travail intérieur de déformation A est donné par l'intégrale double, étendue à la surface F de la plaque :

$$\begin{aligned}
A = \frac{Eh^3}{24\,(1-\nu^2)}\iint\limits_{(F)}\Big\{&\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\right)^2+\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}\right)^2+\\
&+2\nu\,\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\,\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}+2\,(1-\nu)\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial y}\right)^2\Big\}\,dF.
\end{aligned}\qquad (31)$$

Pour une déformation définie par une variation $\delta\zeta$ de ζ qui satisfait aux conditions imposées au contour, le principe des travaux virtuels s'écrit :

$$\iint\limits_{(F)} p\,\delta\zeta\,dF - \delta A = 0. \qquad (32)$$

[1] Voir *Bulletin technique* du 7 décembre 1946, p. 321.

[2] Voir les mémoires de l'auteur : *Contribution à l'étude des plaques obliques*, « Schweiz. Bauzeitung », des 25 juillet et 1[er] août 1942, ou « Bulletin technique de la Suisse romande » du 3 octobre 1942, et *Le calcul des plaques obliques par la méthode des équations aux différences*, Sixième volume des Mémoires de l'Association internationale des Ponts et Charpentes, Zurich 1943/44.