

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 77 (1951)
Heft: 4

Artikel: Étude théoretique et expérimentale de la dispersion du jet dans la turbine Pelton
Autor: Oguey, Pierre / Mamin, Marcel / Baatard, François
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-58145>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les quinze jours

Abonnements:
Suisse: 1 an, 24 francs
Etranger: 28 francs
Pour sociétaires:
Suisse: 1 an, 20 francs
Etranger: 25 francs
Pour les abonnements
s'adresser à:
Administration
du « Bulletin technique
de la Suisse romande »,
Case postale Riponne 21,
Lausanne
Compte de chèques pos-
taux II. 5775, à Lausanne
Prix du numéro: Fr. 1,40

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

Comité de patronage — Président: R. Neeser, ingénieur, à Genève; Vice-président: G. Epitoux, archi-
tecte, à Lausanne; Secrétaire: J. Calame, ingénieur, à Genève — Membres, Fribourg: MM. P. Joye,
professeur; E. Latelin, architecte — Vaud: MM. F. Chenaux, ingénieur; E. d'Okolski, architecte;
A. Paris, ingénieur; Ch. Thévenaz, architecte — Genève: MM. L. Archinard, ingénieur; Cl. Grosgrin,
architecte; E. Martin, architecte; V. Rochat, ingénieur — Neuchâtel: MM. J. Béguin, architecte;
G. Furter, ingénieur; R. Guye, ingénieur — Valais: MM. J. Dubuis, ingénieur; D. Burgener, architecte.

Rédaction: D. Bonnard, ingénieur. Case postale Chauderon 475, Lausanne.

Conseil d'administration de la Société anonyme du Bulletin Technique: A. Stucky, ingénieur, président;
M. Bridel; G. Epitoux, architecte; R. Neeser, ingénieur.

Tarif des annonces

Le millimètre
(larg. 47 mm) 20 cts

Réclames: 60 cts le mm
(largeur 95 mm)

Rabais pour annonces
répétées

Annonces Suisses S.A.



5, Rue Centrale Tél. 22 33 26
Lausanne et succursales

SOMMAIRE: *Etude théorique et expérimentale de la dispersion du jet dans la turbine Pelton*, par PIERRE OGUEY, Conseiller d'Etat, ancien professeur à l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne, MARCEL MAMIN et FRANÇOIS BAATARD, ingénieurs E. P. U. L., chefs de travaux. — **BIBLIOGRAPHIE.** — **SERVICE DE PLACEMENT.** — **NOUVEAUTÉS, INFORMATIONS DIVERSES:** *Notices sur les couvertures en « eau »*, par G. HAYMANN, ingénieur civil des Mines (E. M. P.). — *Fabrique coopérative de menuiserie à Renens.*

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE LA DISPERSION DU JET DANS LA TURBINE PELTON

par PIERRE OGUEY

Conseiller d'Etat, ancien professeur à l'Ecole polytechnique
de l'Université de Lausanne

MARCEL MAMIN et FRANÇOIS BAATARD,
ingénieurs E. P. U. L., chefs de travaux

Préambule

La présente étude fait suite à celle que nous avons publiée en 1944 dans le *Bulletin technique de la Suisse romande* des 14 et 28 octobre, et à une communication au Congrès de mécanique appliquée de Paris en automne 1946.

La dite étude constituait, à notre connaissance, la première tentative d'une théorie, disons mieux d'une méthode de calcul aboutissant à des résultats cohérents devant permettre une utilisation judicieuse de ces essais sur modèles réduits qui ont donné des résultats si concluants dans les turbines à réaction. Bien qu'inachevée, nous l'avons publiée dans l'idée qu'elle rendrait quelque service aux constructeurs, et aussi avec l'espoir que ces derniers nous feraient part de leurs expériences, « qu'elles soient concordantes » disions-nous, « ou au contraire susceptibles de nous conduire à corriger notre point de vue ».

Si nous avons retiré quelque satisfaction des nombreux témoignages de l'intérêt suscité par la méthode elle-même, l'analyse critique des divers moyens expérimentaux utilisés et les conclusions qui éclairaient les constructeurs sur des phénomènes jusqu'alors incomplètement expliqués ou sujets à des interprétations contradictoires, nous devons dire en revanche que nous n'avons pas reçu de l'extérieur les renseignements attendus. Force nous était faite de continuer les

recherches par nos seuls moyens et nos propres expériences. Nous formulons en son temps comme suit les buts de l'étude entreprise :

- Examiner, à la lumière des lois physiques et des expériences techniques, les phénomènes en jeu; dissocier les divers facteurs physiques et constructifs pour en étudier séparément l'influence; établir, si faire se peut, les lois régissant l'écoulement dans le jet.
- Là où le calcul est impuissant, ou inabordable par suite de la complexité des conditions aux limites, établir des lois permettant de déterminer avec une certitude suffisante les caractéristiques réelles d'un jet sortant d'un injecteur donné, sur la base de mesures effectuées sur un autre injecteur de dimensions différentes fonctionnant sous d'autres conditions de chute et de débit.

Par ailleurs, le cadre de la première étude était fixé en ces termes :

Nous traiterons aujourd'hui de la dispersion du jet dans la zone de fonctionnement où les facteurs physiques sont nettement prépondérants, à l'exclusion presque totale des facteurs constructifs. En précisant toutefois que si, pour rendre possible une étude raisonnée, nous avons été amenés à sérier les questions, nous ne perdons jamais de vue l'interdépendance des divers facteurs ni l'ensemble du problème.

Depuis lors, nous avons procédé à de très nombreux essais, poursuivis à des distances très grandes de la tuyère de sortie, essais destinés à vérifier, éventuellement modifier, les lois

théoriques établies. Nous avons examiné de plus près l'effet de la résistance de l'air, négligée en première approximation. Enfin, nous avons cherché à mettre en compte l'influence des éléments constructifs, c'est-à-dire des tuyaux et autres organes précédant l'orifice de sortie.

Le titre du présent mémoire pourrait peut-être prêter à confusion, en laissant croire qu'il s'attache à étudier le jet d'une machine particulière, à l'exclusion de tout autre. En réalité, la turbine Pelton n'est citée que parce que l'étude a porté sur un tronçon de jet limité en longueur à 70-75 fois le diamètre du jet à la sortie, longueur déjà bien supérieure à la zone d'utilisation par la roue motrice, et parce que nos résultats doivent intéresser au premier chef les constructeurs de turbines ; *mais les considérations théoriques et pratiques qui suivent sont valables pour un jet quelconque de liquide quelconque*, sur le tronçon où les conditions relatives à la pesanteur, à la résistance de l'air, etc. sont réalisées de la même manière.

Dans la suite, nous nous référerons constamment à la première partie de notre travail, dite « Etude 1944 » que nous supposons connue du lecteur¹, en nous bornant aux rappels strictement indispensables à la compréhension des choses.

Chapitre I : Les essais et leur interprétation

1. Dispositif d'essai

La disposition générale de la machine d'essai est donnée par la figure 1 qui ne demande aucun commentaire. Divers types d'injecteurs ont été utilisés ; nous en citons deux à titre d'exemples. La figure 2 représente un injecteur à tuyère conique terminée par une plaque plane avec orifice dit « en mince paroi », c'est-à-dire à bord tranchant, et précédé de 4 ailettes de guidage courtes. La figure 3 montre un injecteur Pelton avec tuyère profilée et pointeau de réglage, précédé de 8 ailettes de guidage longues.

L'appareillage de mesure comprenait un manomètre amont, à prises multiples, et un tube de Pitot porté par un collier coulissant sur deux barres d'acier situées de part et d'autre de l'axe du jet. Le tube de Pitot lui-même était constitué

¹ Le tirage à part de cette étude 1944 est en vente à la Librairie de l'Université, Rouge & Cie, Lausanne.

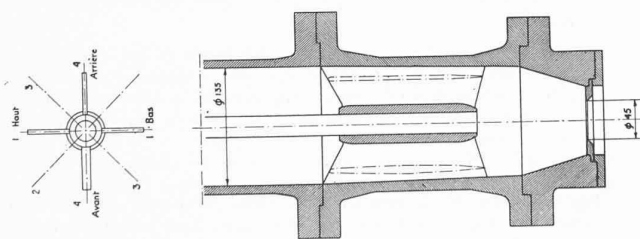


Fig. 2. — Injecteur spécial, avec orifice en mince paroi, muni de 4 ailettes de guidage courtes.

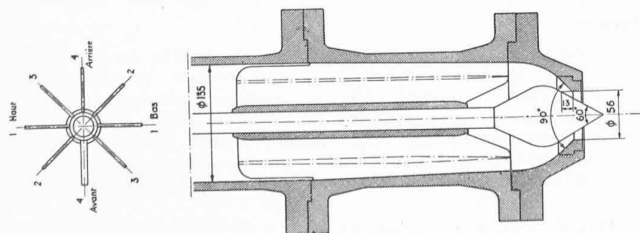


Fig. 3. — Injecteur Pelton muni du pointeau de réglage ordinaire et de 8 ailettes longues.

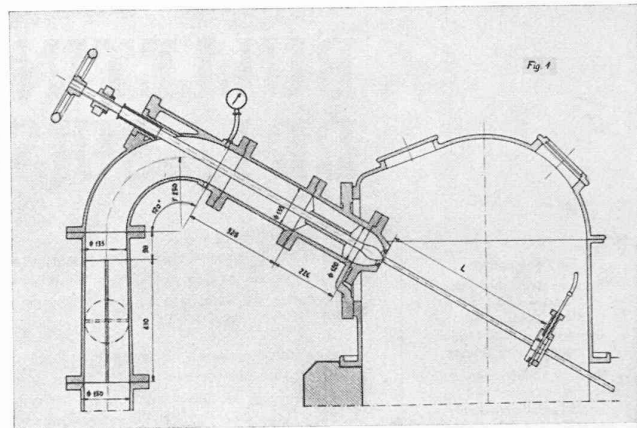


Fig. 1. — Disposition générale de la machine d'essai.

par une aiguille hypodermique pouvant être déplacée selon quatre diamètres à 45° par une tige à vis micrométrique (fig. 4) reliée à un second manomètre de mesure.

Une règle graduée permettait de lire immédiatement la distance entre la pointe de l'aiguille et la face aval de l'injecteur, prise comme origine arbitraire des abscisses L des sections de mesure, l'origine des abscisses x devant être déterminée ensuite en partant des résultats d'essais.

Le collier-support a été muni d'un dispositif électrique qui allume une ampoule lorsque l'aiguille-sonde est exactement dans l'axe du jet.

Relevons ici que nous avons envisagé et essayé d'autres procédés d'auscultation auxquels les physiciens penseront tout naturellement, tels que l'anémomètre à fil chaud ou le quartz piézo-électrique. Nous y avons renoncé pour deux raisons : premièrement parce que la construction d'un dispositif assez robuste pour résister à l'effort exercé par un jet circulant à 30 m/sec et capable de donner des mesures ponctuelles très précises est malaisée ; secondement parce que la mesure de toutes les variations de pression dynamique est moins importante que celle des pressions locales moyennes. L'enregistrement de toute la courbe de la pression exercée en fonction du temps, à supposer qu'elle fût possible et rigoureuse, nécessiterait ensuite un calcul que la mesure directe permet d'éviter avec en définitive moins de chances d'erreur. Le tube de Pitot a donc eu notre préférence sur

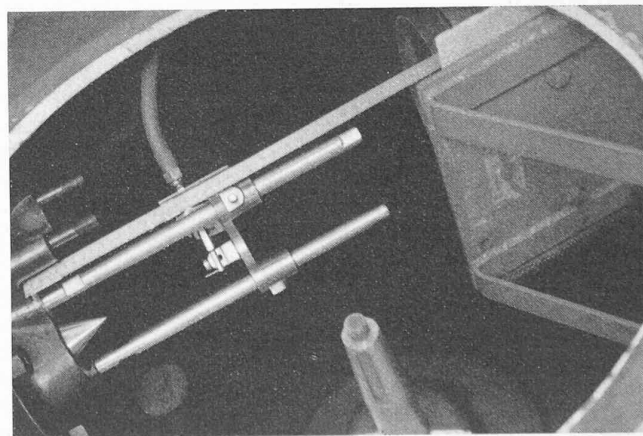


Fig. 4. — Tube de Pitot utilisé pour les mesures.

tout autre procédé, et nous l'avons utilisé exclusivement.

Les lectures aux manomètres étaient faites avec les précautions voulues, après stabilisation pour chaque position de l'aiguille, et pendant un temps assez long pour éliminer l'influence d'un facteur instantané ou momentané.

Chaque essai est caractérisé par un nombre précédé des initiales LM, permettant de retrouver facilement le type d'injecteur essayé et les conditions de l'essai.

2. Modification de la théorie de l'étude 1944 dans l'hypothèse d'une vitesse axiale des particules liquides variable dans l'espace

L'étude 1944 partait de l'hypothèse que la vitesse axiale de toutes les particules d'eau restait constante le long du tronçon de jet considéré. En conséquence, les courbes relevées au tube de Pitot déplacé le long d'un diamètre donnaient le poids spécifique moyen γ du mélange d'eau et d'air en fonction de la distance y à l'axe, ou encore, en rapportant le poids spécifique à celui de l'eau γ_o et la distance à l'axe au rayon y_o du jet dans la section contractée avaient pour équation :

$$\frac{\gamma}{\gamma_o} = f\left(\frac{y}{y_o}\right).$$

Afin de ne plus être prisonniers de cette hypothèse, dans l'idée qu'elle se trouvait imparfaitement satisfaite loin de la tuyère, nous avons admis que ces courbes donnaient, en valeurs relatives

$$\frac{h}{h_o} = f\left(\frac{y}{y_o}\right)$$

h et h_o étant les pressions, évidemment dynamiques, mesurées au tube de Pitot respectivement à distance y de l'axe et dans la zone homogène du jet, ces pressions étant fonction à la fois du poids spécifique γ du mélange et de la vitesse axiale V au point de mesure.

Au paragraphe 7 de l'étude 1944, le principe de conservation du débit d'eau à travers une section annulaire de largeur $-dy_*$ de la zone homogène (voir fig. 5) et dans une section correspondante de largeur $-dy$ à l'abscisse x donnait l'équation

$$\gamma_o 2 \cdot \pi y_* dy_* V_1 = \gamma \cdot 2 \pi y dy V$$

d'où, la vitesse axiale étant constante, $V = V_1$,

$$\frac{\gamma}{\gamma_o} = \frac{y_*}{y} \frac{dy_*}{dy}$$

Si, contrairement à l'hypothèse d'alors, on admet

$$V \neq V_1$$

il en résulte

$$\frac{\gamma}{\gamma_o} \frac{V}{V_1} = \frac{y_*}{y} \frac{dy_*}{dy}$$

V_1 étant la vitesse axiale dans la section contractée S_o du jet, soit près de l'orifice¹.

En appelant a le rayon de la zone homogène dans la section S_x des considérations géométriques montrent que

$$\frac{dy_*}{dy} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad y_* = \frac{y+a}{2}$$

¹ N. B. important : Nous conservons l'indice 1 utilisé dans l'étude 1944, mais il est entendu que partout, on peut poser $V_1 = V_o$ vitesse du jet non dispersé.

d'où

$$\frac{\gamma}{\gamma_o} \frac{V}{V_1} = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{a}{y}\right)$$

équation remplaçant l'équation (12) et donnant une courbe analogue à celle de la figure 13 de l'étude 1944 avec en abscisse les valeurs de $\frac{\gamma}{\gamma_o} \frac{V}{V_1}$.

Cette « courbe instantanée » donne en particulier le rayon

$$a = y_o + x \operatorname{tg} \alpha_*$$

correspondant à une valeur instantanée de l'angle α_* de la limite de la zone dispersée avec l'axe du jet, tel que

$$\operatorname{tg} \alpha_* = -\sqrt{f(Re) \cdot g\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{V_1 T}\right)}$$

où $f(Re)$ est une fonction du nombre de Reynolds du jet et $g\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{V_1 T}\right)$ une fonction où interviennent le temps t , l'abscisse x et un intervalle de temps T arbitraire, mais suffisamment long pour que des valeurs moyennes des diverses quantités en cause puissent être introduites.

Classons les valeurs de a pendant cet intervalle de temps T et désignons maintenant par t une durée, fraction de l'intervalle T pendant lequel le rayon du jet homogène est inférieur ou au plus égal à une valeur a . Aux temps (durées) $t = 0$ et $t = T$ correspondront deux valeurs extrêmes $a_{\min}$ et $a_{\max}$.

En prenant a comme paramètre et en posant

$$\begin{aligned} t &= \text{fonct.}(a) \\ dt &= F(a) \cdot da \end{aligned}$$

on obtient

$$T = \int_0^T dt = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} F(a) \cdot da$$

où $F(a)$ est une fonction à déterminer expérimentalement.

Pendant l'intervalle T considéré, il passe à travers une section annulaire de rayon y et de largeur dy un poids de liquide (le poids de l'air entraîné est négligeable)

$$2 \pi y dy V T \gamma = \int_0^T 2 \pi y dy \gamma_{ya} V_{ya} dt$$

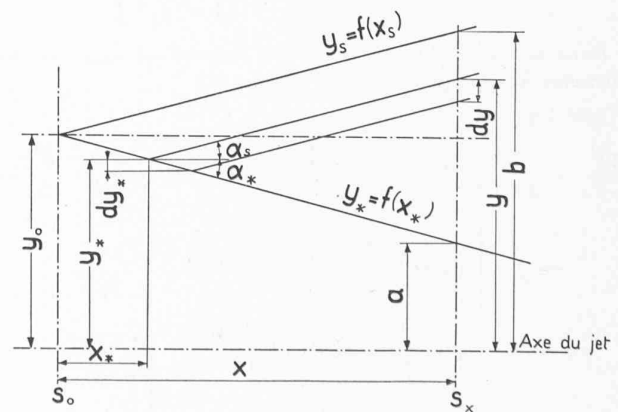


Fig. 5.

où $(\gamma_{ya} V_{ya})$ est le produit du poids spécifique instantané par la vitesse instantanée à distance y de l'axe pour une valeur arbitraire du paramètre a tandis que γ et V sont les valeurs moyennes au même point. On peut donc écrire

$$\gamma V = \frac{1}{T} \int_0^T \gamma_{ya} V_{ya} dt$$

et

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{V}{V_1} = \frac{\int_{a_{\min}}^{a_{\max}} \frac{\gamma_{ya} V_{ya}}{\gamma_0 V_1} F(a) da}{\int_{a_{\min}}^{a_{\max}} F(a) da}$$

La discussion étant conduite de la même manière, on arriverait aux expressions suivantes qui remplacent les équations (24) et (25) de l'étude 1944 :

Pour toute section du jet où subsiste une zone homogène de rayon $a_{\min}$

1) dans la région où $y_0 > y > a_{\min}$ en posant

$$\frac{y}{y_0} = \beta \quad \text{et} \quad \frac{a_{\min}}{y_0} = \beta_1$$

on a

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{V}{V_1} = & \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \frac{\arctg k \frac{1-\beta}{1-\beta_1}}{\arctg k} \\ & + \frac{1}{4\beta} \left[1 - \frac{\arctg k \frac{1-\beta}{1-\beta_1}}{\arctg k} - \right. \\ & \left. - \frac{1-\beta_1}{2k \arctg k} \ln \frac{1+k^2}{1+k^2 \left(\frac{1-\beta}{1-\beta_1} \right)^2} \right] \end{aligned}$$

2) dans la région où $b_{\max} > y > y_0$ ou encore

$$(2 - \beta_1) > \beta > 1 \text{ en posant en outre } \beta' = 2 - \beta$$

le rayon extrême de la zone dispersée étant $b_{\max}$, on a

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{V}{V_1} = & \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \frac{\arctg k \frac{1-\beta'}{1-\beta_1}}{\arctg k} + \\ & + \frac{1}{4\beta} \left[1 - \frac{\arctg k \frac{1-\beta'}{1-\beta_1}}{\arctg k} - \right. \\ & \left. - \frac{1-\beta_1}{2k \arctg k} \ln \frac{1+k^2}{1+k^2 \left(\frac{1-\beta'}{1-\beta_1} \right)^2} \right] \end{aligned}$$

Dans la région du jet entièrement dispersé où $a_{\min} < 0$ les formules à appliquer sont les suivantes :

1^{er} cas : $y < y_0$

$$\begin{aligned} \frac{\gamma V}{\gamma_0 V_0} = & \frac{1}{\arctg k} \left\{ \frac{3}{4} \arctg k \frac{1-\beta}{1-\beta_1} + \frac{1}{4} \arctg k \frac{1+\beta^*}{1-\beta_1} - \right. \\ & - \frac{1}{4\beta_1} \left[\arctg k \frac{1-\beta}{1-\beta_1} - \arctg k \frac{1+\beta^*}{1-\beta_1} + \right. \\ & \left. \left. + \frac{1-\beta_1}{2k} \ln \frac{1 + \left(k \frac{1+\beta}{1-\beta_1} \right)^2}{1 + \left(k \frac{1-\beta}{1-\beta_1} \right)^2} \right] \right\} \end{aligned}$$

2^e cas : $y > y_0$

$$\begin{aligned} \frac{\gamma V}{\gamma_0 V_0} = & \frac{1}{\arctg k} \left\{ \frac{1}{4} \arctg k \frac{1+\beta^*}{1-\beta_1} - \frac{1}{4} \arctg k \frac{1-\beta'}{1-\beta_1} - \right. \\ & - \frac{1}{4\beta} \left[\arctg k \frac{1-\beta'}{1-\beta_1} + \frac{1-\beta_1}{2k} \ln \frac{1 + \left(k \frac{1+\beta}{1-\beta_1} \right)^2}{1 + \left(k \frac{1-\beta'}{1-\beta_1} \right)^2} \right] \right\} \end{aligned}$$

Comme précédemment :

$$\beta' = 2 - \beta \quad \text{et} \quad \beta^* = -\beta_1 \quad \text{si} \quad \beta > -\beta_1.$$

A la suite de ces développements qui se conduisent comme les précédents pour lesquels $a_{\min} > 0$, on constate qu'en conservant la même fonction F il y a parfaite concordance entre le calcul théorique et l'expérience même dans le jet entièrement dispersé. Ainsi donc, la marche du calcul est exactement la même que lors de l'étude 1944, et les nouvelles équations et courbes peuvent être soumises au même examen critique que les précédentes. Avec un facteur $k = 8$ les courbes seraient identiques à celles de la figure 17 de 1944 à cette différence près que l'abscisse $\frac{\gamma}{\gamma_0}$ est remplacée

par $\frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{V}{V_1}$.

3. Interprétation des mesures au tube de Pitot

Si le tube de Pitot recevait un liquide homogène de poids spécifique constant γ animé d'une vitesse constante V ses mesures donneraient la courbe

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} \left(\frac{V}{V_1} \right)^2 = f \left(\frac{y}{y_0} \right)$$

En fait, il reçoit de l'air mélangé de gouttes d'eau, ses mesures ne dépendent pas seulement du poids spécifique moyen du mélange, mais de l'importance relative des temps de réception des deux fluides, de la fréquence des gouttes, etc. Le phénomène est infiniment complexe, et il est simplement permis de poser

$$\frac{h}{h_0} = \frac{\gamma}{\gamma_0} \cdot \text{fonction} \left(\frac{V}{V_1} \right)$$

(sans même pouvoir affirmer que cette fonction est une puissance entière de la vitesse), ce qui veut dire aussi

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} \cdot \text{fonction} \left(\frac{V}{V_1} \right) = f \left(\frac{y}{y_0} \right).$$

Relevons que les courbes du paragraphe précédent traduisent la fonction reliant pour chaque abscisse du jet le produit $\frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{V}{V_1}$ à l'ordonnée relative $\frac{y}{y_0}$.

La notion exacte de ce que mesure le manomètre relié au tube de Pitot n'étant pas encore déterminée, nous admettons provisoirement

$$\frac{h}{h_0} = \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{V}{V_1}$$

et considérons comme courbes théoriques les courbes précédemment définies qu'il sera alors facile de comparer aux courbes expérimentales.

Il va de soi que si la vitesse des particules est constante, on retombe sur le cas de l'étude 1944.

4. Etablissement des courbes expérimentales en valeurs relatives, tirées des mesures au tube de Pitot

Ce sont les courbes

$$\frac{h}{h_0} = \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{V}{V_1} = f\left(\frac{y}{y_0}\right).$$

Les calculs théoriques se réfèrent à un jet idéal de section circulaire, parfaitement symétrique par rapport à n'importe quel plan axial. Or, les courbes résultant des mesures au tube de Pitot étaient irrégulièrement dissymétriques et ne pouvaient être utilisées telles quelles pour confronter la théorie et l'expérience. A titre d'exemple, les fig. 6, 7 et 8 donnent les courbes obtenues dans une section voisine de la tuyère (6), dans une section très éloignée (8) et dans une section intermédiaire (7).

Un premier procédé, dit « méthode des symétriques » a été utilisé pour l'étude 1944 et le début de la présente :

On choisit sur le graphique expérimental un axe de pliage déterminé par la superposition des deux demi-parties de la courbe d'ordonnée $y_0/2$ où la mesure h au tube de Pitot est sensiblement égale à $h_0/2$, et la courbe moyenne est tracée à partir des deux demi-courbes superposées. Dans la section de jet considérée, les mesures effectuées selon 4 diamètres donnent 4 courbes dont on dessine par superposition des graphiques la courbe moyenne dans la dite section.

Une seconde méthode, plus rapide et plus sûre, dite « méthode des courbes de niveau » a été mise au point :

L'axe géométrique du jet étant exactement déterminé, les quatre courbes relevées pour une section de jet peuvent

donc être tracées avec une origine des ordonnées bien déterminée. Coupées par des plans équidistants perpendiculaires au jet, elles donnent des points permettant de tracer des courbes de niveau correspondant à des valeurs fixes de la mesure h au tube de Pitot (fig. 9, 10, 11). Le planimétrage de la surface limitée par chacune de ces courbes et le tracé du cercle de même surface donne « l'image traitée » du jet dans la section considérée. On peut donc tracer la « courbe spécifique traitée » puisque chaque rayon d'un cercle en fournit deux points, et c'est cette courbe, expérimentale, qui sera confrontée avec les courbes théoriques.

5. La fonction expérimentale F et le facteur k

Nous avons dit en 1944 que la fonction expérimentale qui semblait convenir était de la forme

$$F(y) = F_0 \frac{1}{1 + u^2}$$

où

$$u = k \frac{1 - \frac{y}{y_0}}{1 - \frac{a_{\min}}{y_0}}.$$

Pour $y = y_0$ on a $u = 0$ et $F(y_0) = F_0$ valeur indépendante de $a_{\min}$ et nous avons montré que le facteur k caractérisait l'inclinaison de la tangente à la courbe $F(y)$, en son point d'inflexion. (Voir fig. 16 de l'étude 1944.)

Nos premiers essais, effectués relativement près de la tuyère, jusqu'à l'abscisse égale à 20 fois le rayon y_0 du jet contracté semblaient révéler un facteur k constant et égal à 8.

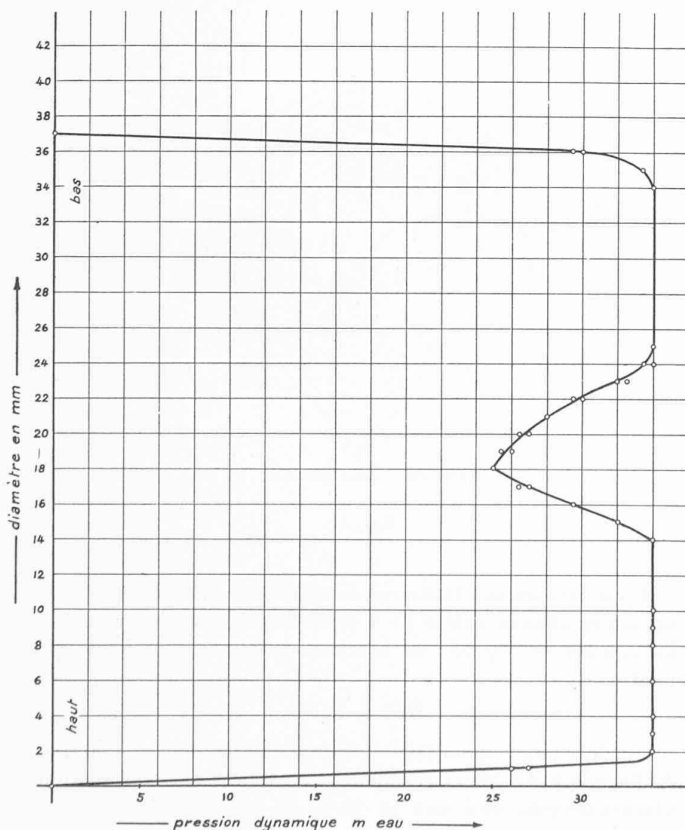


Fig. 6. — Pressions dynamiques relevées au tube de Pitot, en fonction du rayon, à une distance $L = 45$ mm de la tuyère. Injecteur $90^\circ/60^\circ$ — Tuyère $\varnothing = 56$ mm — Chute $H = 34$ m.

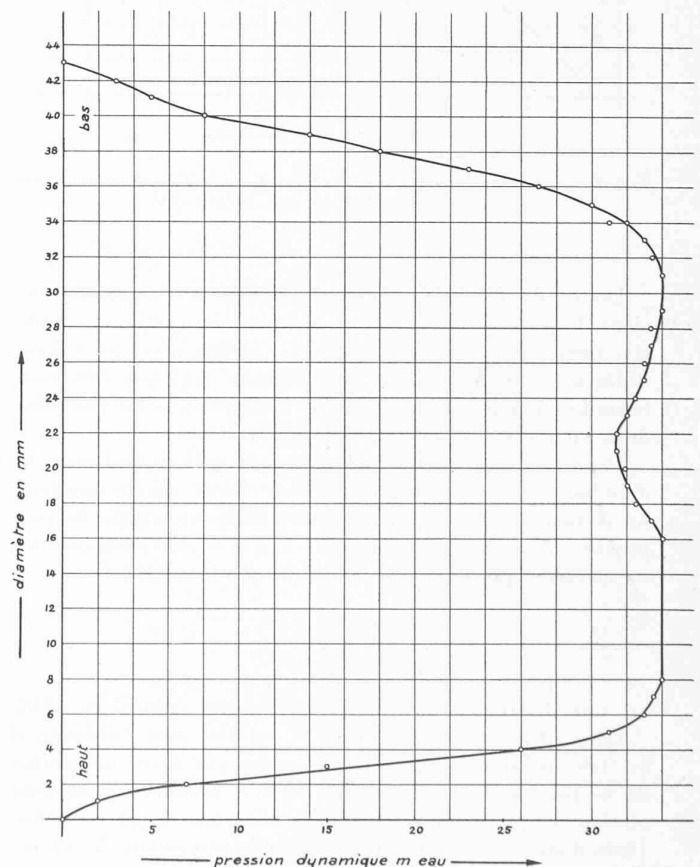


Fig. 7. — Essai identique à celui que représente la figure 12 mais effectué à une distance $L = 360$ mm de la tuyère.

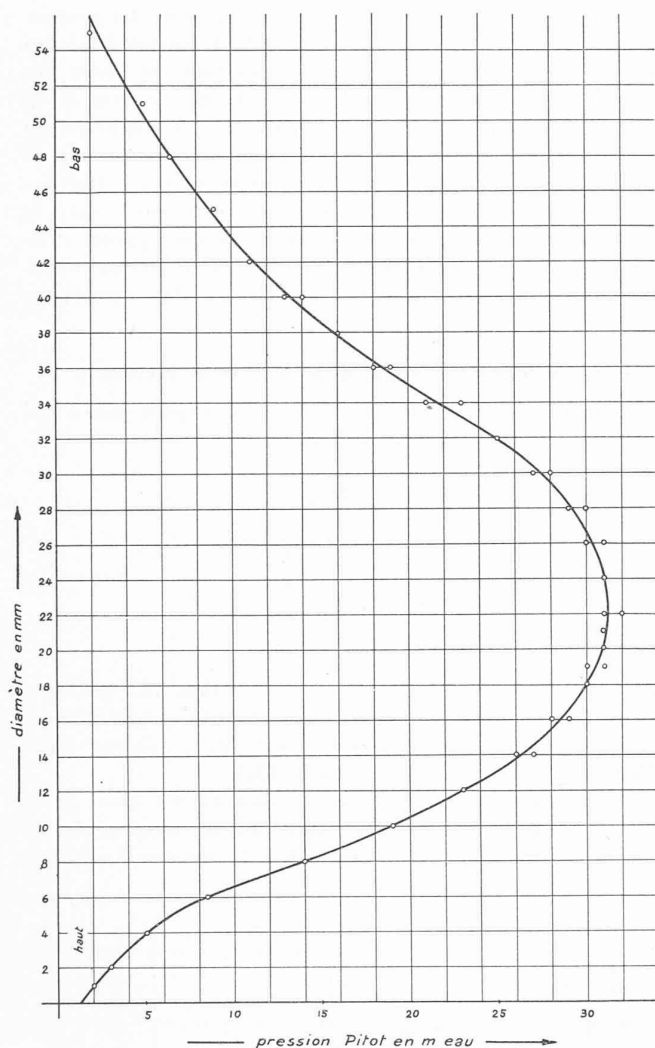


Fig. 8. — Essai effectué à une distance $L = 1142$ mm de la tuyère (toujours dans les mêmes conditions).

Les essais ultérieurs nous ont conduits à d'autres conclusions. La superposition d'une courbe expérimentale et successivement d'une série de graphiques calculés avec des valeurs différentes de k révèlent des valeurs toujours comprises entre 1 et 4 mais variables d'un jet à l'autre et même variables, dans un même jet, en fonction de l'abscisse.

Dans l'hypothèse d'une valeur unique de k pour l'ensemble d'un jet, en dépit d'une coïncidence locale moins constamment bonne entre courbe expérimentale et courbe la plus proche du graphique unique ($k = 1, 2, 3$ ou 4) correspondant, on constate que la courbe limite du jet homogène

$$\frac{a_{\min}}{y_0} = f\left(\frac{L}{y_0}\right)$$

est une droite, conformément au résultat énoncé en 1944.

Dans l'hypothèse d'un facteur k variable avec l'abscisse, il est très difficile d'interpréter les essais car il est impossible de se prononcer sur la valeur de k à admettre dans telle section où plusieurs valeurs paraissent également convenir. Dans d'autres cas, on pourrait sans faire violence à l'objectivité admettre la même valeur de k tout le long du jet, ce qui nous ramènerait à la première hypothèse.

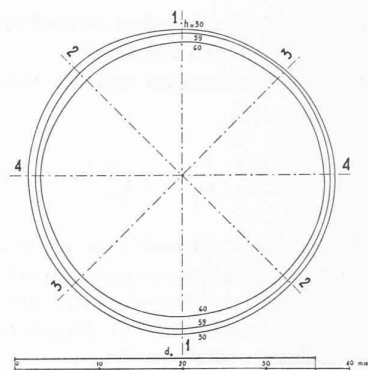


Fig. 9.

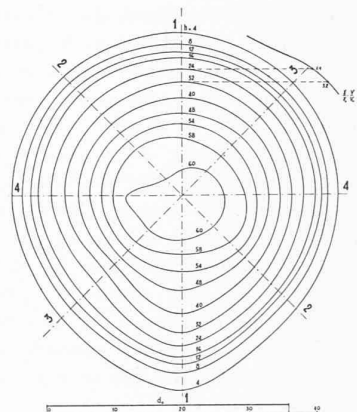


Fig. 10.

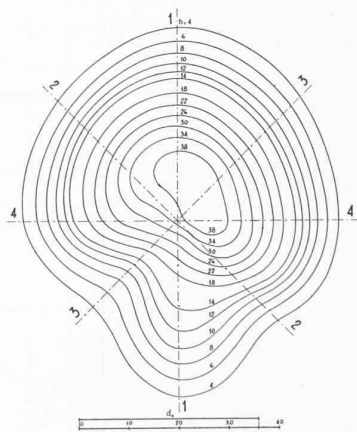


Fig. 11.

Il est intéressant toutefois de constater que, d'après tous les essais, chaque valeur de k déterminant une valeur de $\log \alpha$ les courbes de $\log \alpha$ en fonction de k sont des droites. La relation

$$k = f(\log \alpha)$$

serait donc une exponentielle, dans le cas où k serait fonction de l'abscisse. Ces deux grandeurs sont reliées par une relation mathématique, ceci sur la base de résultats strictement expérimentaux; on pourrait tirer de cette constatation un point de départ d'une modification de la théorie si celle de

l'étude de 1944 se révélait nettement insuffisante. Ce ne semble pas être le cas, et dès maintenant nous admettrons qu'il existe une seule valeur du facteur k par jet, valeur qu'il s'agit de déterminer.

A titre d'exemple, pour une série d'essais, donnons les valeurs de k (celui de l'abaque théorique qui donne une correspondance satisfaisante entre courbes expérimentales et courbes calculées) et de $\operatorname{tg} \alpha$ correspondantes (résultant de l'abaque et de l'abscisse de la section de mesure).

On constate que les variations de k et de $\operatorname{tg} \alpha$ ont lieu dans le même sens. Ce tableau donne une correspondance permettant de construire les courbes

$$\operatorname{tg} \alpha = f(k) \quad \text{et} \quad \log \operatorname{tg} \alpha = f(k).$$

Ces dernières, qui sont toujours des droites (fig. 12), établissent une relation entre les $\operatorname{tg} \alpha$ et les valeurs de k parmi lesquelles on peut choisir une valeur unique (moyenne ou probable) pour un jet déterminé.

Reportons maintenant sur un même graphique (fig. 13) les droites

$$\log \operatorname{tg} \alpha = f(k)$$

pour tous les jets étudiés par nous, qu'ils sortent d'injecteurs Pelton avec pointeau ou d'orifices en mince paroi. Toutes ces droites sont sensiblement parallèles. Marquons sur la droite de chaque jet la zone dans laquelle on pourrait choisir une valeur de k assurant une bonne correspondance entre courbes expérimentales et courbes calculées. En reliant l'extrémité des zones linéaires ainsi déterminées, on obtient la surface hachurée de la figure 13.

Imaginons que nous puissions modifier progressivement la construction et les conditions de fonctionnement et effectuer des essais sur des jets en nombre infini dont les droites viendraient remplir le graphique entre les droites LM 524 et LM 528.

Si k varie d'une façon continue lorsqu'on passe d'un jet à l'autre, ce qui suppose que tous ces jets peuvent être comparés au moyen d'une fonction continue

$$k = f(\operatorname{tg} \alpha)$$

la courbe représentant cette fonction doit être contenue dans la zone hachurée. A titre d'exemple, les courbes (1), (2), (3) et (4) sont également plausibles.

Les possibilités de choix peuvent être fortement réduites par les considérations suivantes.

Calculons pour chaque jet un nombre de Reynolds

$$Re = \frac{V_o d_o}{z}$$

nous réservant de définir ultérieurement d'autres critères de comparaison.

Dans un graphique (fig. 14) reportons

$$\log Re = f(\log 100 \operatorname{tg} \alpha)$$

on obtient pour les jets étudiés les droites horizontales tracées en trait pointillé.

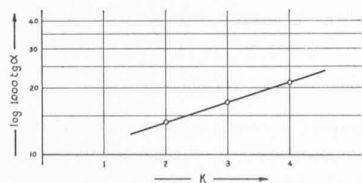


Fig. 12.

VALEURS DE k ET DE $\operatorname{tg} \alpha_{\max}$ CORRESPONDANTES

LM	Chute en m	k	tg α
522	60	2	0,029
		3	0,035
		4	0,043
524	60	1	0,043-0,050
		2	0,039
		3	0,050-0,060
526	34	2	0,053
		3	0,0265
		4	0,036
527	60	2	0,044
		3	0,019
		4	0,023
527	34	2	0,030
		3	0,015
		4	0,019
528	60	2	0,0225
		4	0,014
		3	0,021
528	34	2	0,017
		3	0,0096
		4	0,0116
529	34	1	0,0130
		2	0,021
		3	0,026
529	60	3	0,032
		4	0,040
		1	0,0235
530	60	2	0,029
		3	0,036
		4	0,044
530	34	2	0,0185
		3	0,0220
		4	0,0255
531	34	2	0,017
		3	0,019
		4	0,021
531	60	1	0,0070
		2	0,0088
		3	0,0104
531	34	4	0,0123
		1	0,0090
		2	0,0107
532	60	3	0,0128
		4	0,0143
		1	0,0093
532	34	2	0,011
		3	0,013
		4	0,015
532	60	1	0,0070
		2	0,0088
		3	0,0108
532	34	4	0,0123

k est le facteur de l'abaque qui donne une correspondance satisfaisante entre courbes expérimentales et courbes calculées.
 $\operatorname{tg} \alpha$ résulte de l'abaque et de la situation des sections de mesure.

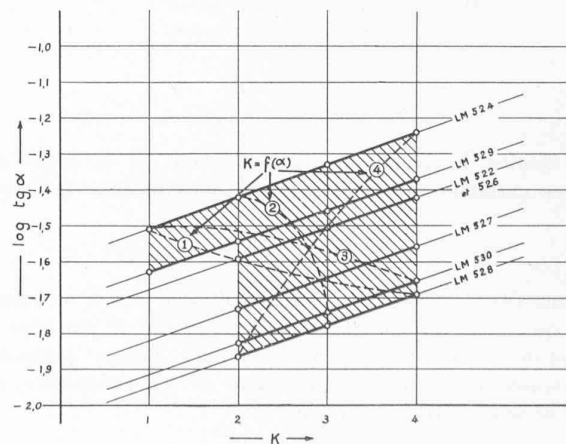


Fig. 13.

k et $\operatorname{tg} \alpha$ sont liées, pour un jet déterminé, par une fonction (fig. 12).

Par ailleurs, $\operatorname{tg} \alpha$ et Re sont liés par les relations établies dans l'étude 1944.

En supposant que la fonction caractéristique $k = f(\operatorname{tg} \alpha)$ permettant de passer d'un jet à l'autre soit précisément le nombre de Reynolds, sa courbe sera située à l'intérieur de la zone hachurée obtenue en reportant pour chaque jet, donc chaque valeur de Re , les valeurs extrêmes de k satisfaisantes.

Si l'on admet (hypothèse 1944) que $\operatorname{tg} \alpha$ en fonction de Re défini par le diamètre du jet, est fonction monôme de Re^n , la courbe

$$\log \operatorname{tg} \alpha = f(\log Re)$$

sera une droite dont la pente permettra de déterminer la valeur de l'exposant n .

En effet (Etude 1944, § 10) pour deux jets quelconques

$$(\operatorname{tg} \alpha)^2 = G f(Re) = G \cdot Re^n$$

et

$$(\operatorname{tg} \alpha')^2 = G f(Re') = G \cdot Re'^n$$

d'où

$$n = \frac{2 \log \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} \right)}{\log \left(\frac{Re'}{Re} \right)}$$

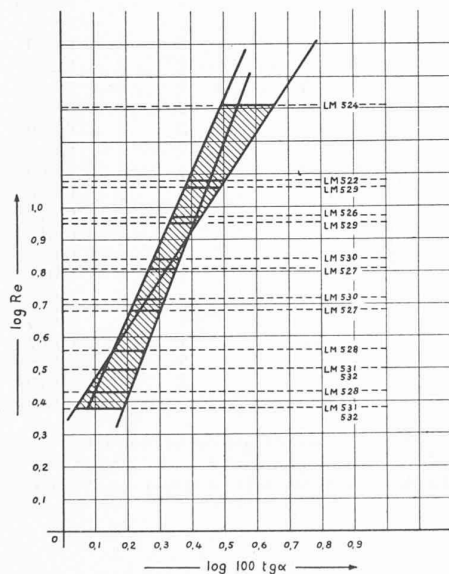


Fig. 14.

Il résulte du graphique figure 14, soit de la pente des droites extrêmes qu'on peut tracer dans la zone hachurée, que

$$0,8 < n < 1,33.$$

Dans l'étude 1944, nous avons admis $n = 1$ et on remarque qu'une droite de pente correspondante se placerait au milieu de la zone hachurée. Il n'y a donc aucune contradiction entre ces nouveaux résultats et les précédents qui nous avaient permis de poser

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{G \cdot Re} = \sqrt{\text{cte} \cdot Re}.$$

6. Critique des mesures au tube de Pitot et correction correspondante des courbes expérimentales

Un tube de Pitot placé dans un fluide homogène mesure, aux oscillations près dues à la turbulence, l'énergie cinétique locale du fluide qui lui arrive.

Dans un mélange d'air et d'eau, il est soumis à un régime très complexe qui ne permet pas de dire a priori ce que mesure exactement son manomètre. En première approximation, on pourrait admettre qu'il mesure (voir paragraphe 3) l'énergie cinétique correspondant au demi-produit du carré de la vitesse locale de translation par la masse spécifique moyenne du mélange. En fait, l'aiguille reçoit à un instant donné une certaine quantité d'eau; un instant plus tard, elle reçoit de l'air, puis de nouveau de l'eau. L'eau qui lui arrive soudain produit un choc, avec le coup de bélier multiple qui en résulte dans l'aiguille et le tuyau de liaison au manomètre, puis une pression plus ou moins constante, avec *absorption de liquide* par l'appareil; ensuite, lorsque l'air seul arrive, la pression exercée à l'orifice baisse et *l'appareil se vide* jusqu'au moment où une nouvelle masse liquide intervient. On conçoit aisément que l'indication du manomètre ne dépendra pas seulement du poids spécifique moyen, mais *des temps* pendant lesquels l'aiguille sera soumise à l'effet des masses d'eau et des masses d'air successives.

Des calculs sur l'écoulement, laminaire ou turbulent, dans l'aiguille, le coup de bélier dans les conduites en cause et l'observation stroboscopique ont permis de trouver un *procédé de correction* du poids spécifique moyen du mélange γ_{moy} en fonction de la *distance moyenne* λ qui sépare deux masses d'eau se succédant au point de mesure. Sans entrer dans les détails d'une étude qui fera l'objet d'une publication ultérieure, nous en citerons les résultats appliqués à nos essais:

La figure 15 donne γ_{moy} corrigé en fonction de la distance λ pour les valeurs de

$$\gamma_{\text{moy}}^{\text{mesuré}} = 0,250 \quad 0,500 \quad 0,750$$

sous une chute de 34 m.

La figure 16 donne γ_{moy} corrigé en fonction de γ_{moy} mesuré pour trois valeurs

$$\lambda = 5 \quad 10 \quad 15 \text{ cm}$$

mesurées par photographie.

Une *seconde correction* est encore nécessaire, en raison de la perturbation provoquée par *l'aiguille de mesure* à la périphérie du jet. D'après les courbes relevées sur un jet homogène, la pression dynamique mesurée varie de sa valeur maximum à zéro dans une zone d'épaisseur 0,70 mm, alors qu'elle devrait rester rigoureusement constante et s'annuler au rayon y_0 du jet. La présence de l'aiguille a pour effet d'augmenter au-delà de y_0 l'ordonnée sur laquelle on peut encore déceler une pression locale non nulle et de diminuer en-dessous de y_0 l'ordonnée où la pression devient constante.

Nous avons donc admis comme valeur y_0 du jet dans la section contractée le rayon où la pression est nulle diminué de la moitié de l'épaisseur de la zone perturbée, soit 0,35 mm.

Par suite, les rayons relatifs $\frac{y}{y_0}$ reportés en ordonnée sur tous les graphiques d'essais doivent être corrigés par modification du dénominateur, y_0 étant remplacé par $y_0 - 0,35$ mm ceci étant valable bien entendu *pour le type d'aiguille utilisé dans nos essais*.

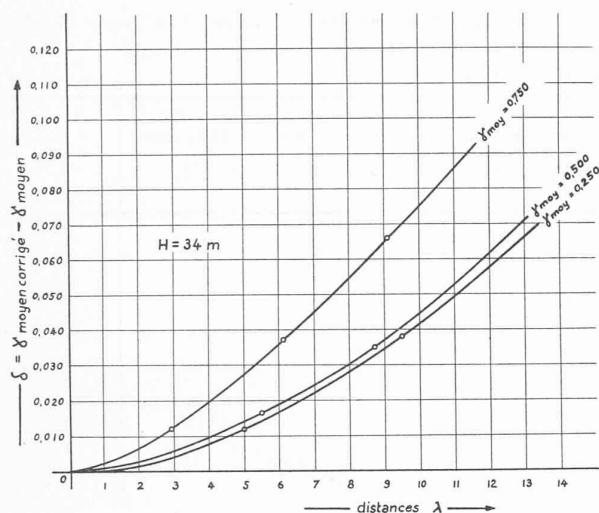


Fig. 15. — Courbes donnant γ moyen corrigé en fonction de la distance λ pour des valeurs mesurées de γ moyen = 0,250 ; 0,500 ; 0,750 et pour une chute $H = 34$ m.

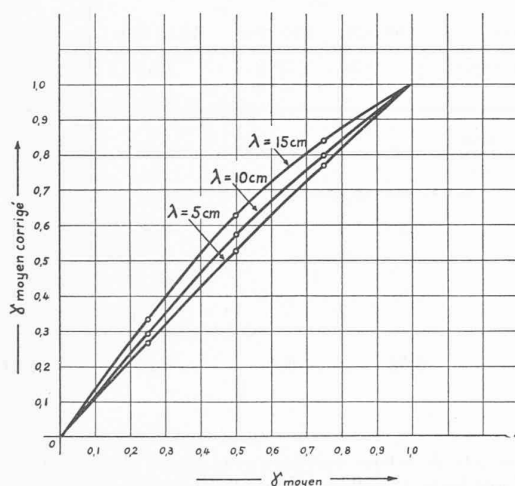


Fig. 16. — Courbes donnant γ moyen corrigé en fonction de γ moyen mesuré, pour 3 valeurs du paramètre λ : 5 cm, 10 cm, 15 cm déterminées par photographies stroboscopiques.

Nous donnons, à titre d'exemple la correction d'une courbe expérimentale, qui se rapporte à un jet mince paroi $\varnothing$ tuyère = 25 mm, $d_o = 19,6$ mm, 8 ailettes.

On constate ainsi que la meilleure correspondance a lieu dans l'abaque $K = 4$, donnant $\frac{a_{min}}{y_o} = -0,5$.

Sur la figure 17, abaque pour $k = 4$, nous avons reporté :

- 1° la courbe expérimentale non corrigée ;
 - 2° la courbe corrigée
- et indiqué :
- 3° la courbe de l'abaque théorique qui se place le mieux entre les deux précédentes.

Or, et c'est là un fait important, on constate qu'il est toujours possible de trouver une courbe calculée qui tombe dans la zone comprise entre la courbe tirée directement des mesures et la courbe corrigée selon la méthode exposée. Mieux encore, les anomalies qui subsistaient entre certains essais et dont nous cherchions la cause dans des phénomènes parasites ou des facteurs méconnus disparaissent.

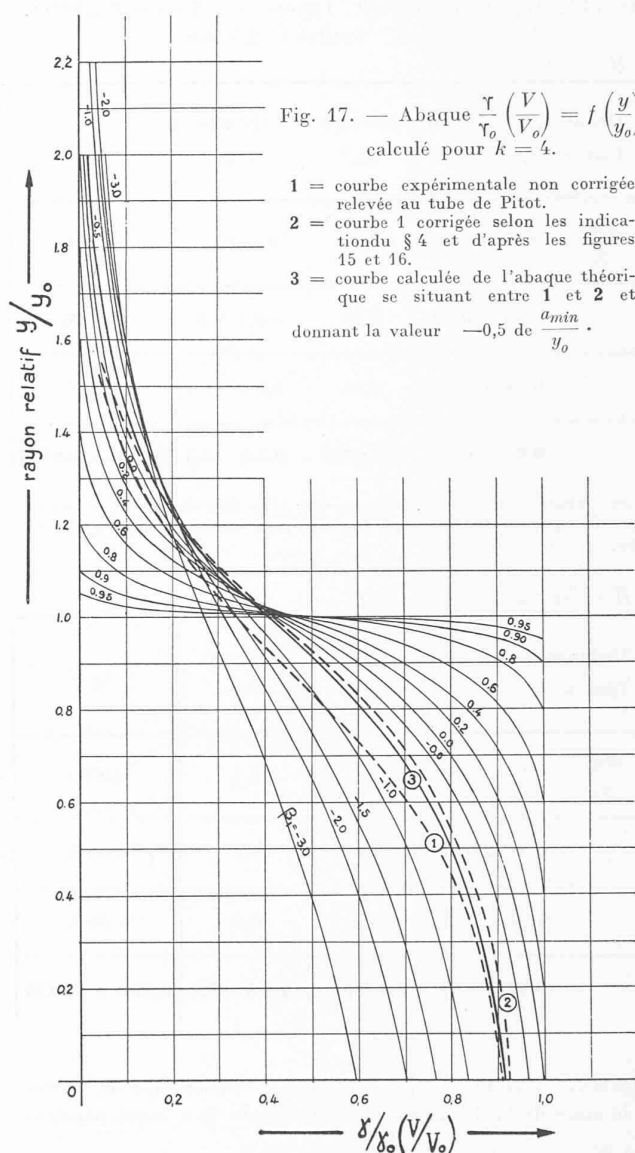


Fig. 17. — Abaque $\frac{\gamma}{\gamma_o} \left(\frac{V}{V_o} \right) = f \left(\frac{y}{y_o} \right)$ calculé pour $k = 4$.

- 1 = courbe expérimentale non corrigée relevée au tube de Pitot.
- 2 = courbe 1 corrigée selon les indications du § 4 et d'après les figures 15 et 16.
- 3 = courbe calculée de l'abaque théorique se situant entre 1 et 2 et donnant la valeur $-0,5$ de $\frac{a_{min}}{y_o}$.

En fait, cette double correction nous a permis de donner une cohérence beaucoup plus grande à nos résultats expérimentaux et d'en tirer des conclusions théoriques intéressantes.

7. Détermination de $\frac{a_{min}}{y_o}$, et par suite du facteur k à partir des courbes expérimentales corrigées

Chaque courbe expérimentale détermine une valeur de $\frac{a_{min}}{y_o}$ et du facteur k . D'après les explications précédentes, la valeur de $\beta_1 = \frac{a_{min}}{y_o}$ adoptée est celle qui caractérise la courbe de l'abaque théorique qui se situe dans la zone comprise entre la courbe tirée directement de l'expérience et la courbe corrigée par la méthode exposée (voir fig. 17).

Le facteur k est déterminé par l'abaque qui fournit la meilleure correspondance.

Les tableaux de la page suivante donnent l'ensemble des ré-

LM 532 : Injecteur 180°/50°. Tuyère $\varnothing = 45$ mm. 8 ailettes.
 $d_o = 20,2$ mm. Course = 8,5 mm.

a) $H = 60$ m.

k	Distance $L = 60$ mm Dist. relat. $\frac{L}{y_o} = 5,95$	360 mm 35,7	1170 mm 116	$\text{tg } \alpha$
1	$\frac{a_{\min}}{y_o} = 0,98 \text{ à } 0,99$	0,75	0 à 0,2	0,0070
2	0,98 à 0,99	0,70	—0,2 à 0	0,0090
3	0,98 à 0,99	0,65	—0,3 à —0,2	0,0111
4	0,98 à 0,99	0,5 à 0,6	—0,7 à —0,5	0,0130 à 0,0145

Les valeurs en caractères gras, les plus satisfaisantes, c'est-à-dire correspondant le mieux aux abaques, seront utilisées par la suite.

b) $H = 34$ m.

k	Distance $L = 60$ mm Dist. relat. $\frac{L}{y_o} = 5,95$	360 mm 35,7	1170 mm 116	$\text{tg } \alpha$
1	$\frac{a_{\min}}{y_o} = 0,98 \text{ à } 0,99$	0,8	0,4	0,0051
2	0,98 à 0,99	0,75	0,2	0,0068
3	0,98 à 0,99	0,7	0,0	0,0086
4	0,98 à 0,99	0,6 à 0,7	—0,4 à —0,2	0,0104 à 0,0120

sultats obtenus pour les jets auscultés¹. Nous indiquons, en vue de la suite de la discussion, les valeurs de $\text{tg } \alpha$ correspondant aux diverses valeurs de $\frac{a_{\min}}{y_o}$.

Valeurs du facteur k

Les essais, encore trop fragmentaires de l'Etude 1944 avaient conduit à une valeur $k = 8$. Nos essais ultérieurs, beaucoup plus complets, ont révélé que ce chiffre était trop élevé, d'une part, et d'autre part qu'il fallait admettre pour k des valeurs différentes selon les jets.

Examinant les courbes expérimentales obtenues, nous pouvons énoncer divers résultats :

1. Un jet issu d'un injecteur avec pointe admet une valeur unique du facteur k sur toute sa longueur. Variable d'un jet à l'autre, elle est égale à 4 ou à 3.
2. Pour un jet issu d'un orifice à mince paroi, le facteur k diminue en fonction de l'abscisse de la section de mesure.
3. Le facteur k est plus petit pour un jet de grand diamètre que pour un jet de petit diamètre.
4. Les valeurs de k pour un jet s'écoulant sous la chute de 60 m. sont toujours égales ou inférieures à celles correspondant à une chute de 34 m.

¹ Nous donnons ici à titre d'exemple quatre des tableaux qui seront reproduits en entier dans le tirage à part du présent article.

LM 530 : Injecteur 90°/60°. Tuyère $\varnothing 56$ mm. 8 ailettes.
 $d_o = 34,65$ mm. Course = 13 mm.

a) $H = 60$ m.

k	Distance $L = 56$ mm Dist. relat. $\frac{L}{y_o} = 3,23$	356 mm 20,5	1232 mm 71,1	$\text{tg } \alpha$
1	$\frac{a_{\min}}{y_o} = 0,99$	0,8	0,2	0,0114
2	0,99	0,75	—0,2 à 0	0,0143 à 0,0172
3	0,98	0,70	—0,5 à —0,2	0,0171 à 0,0215
4	0,98	0,6 à 0,7	—0,6	0,0200

b) $H = 34$ m.

k	Distance $L = 56$ mm Dist. relat. $\frac{L}{y_o} = 3,23$	356 mm 20,5	1232 mm 71,1	$\text{tg } \alpha$
1	$\frac{a_{\min}}{y_o} = 0,99$	0,8 à 0,85	0,4	0,0084
2	0,99	0,8	0,2	0,0112
3	0,98	0,75	0	0,0141
4	0,98	0,7	—0,2	0,0171

5. Des jets de même diamètre sous même chute, mais sortant d'injecteurs à orifices différents montrent que le facteur k diminue si la contraction augmente, et vice versa.

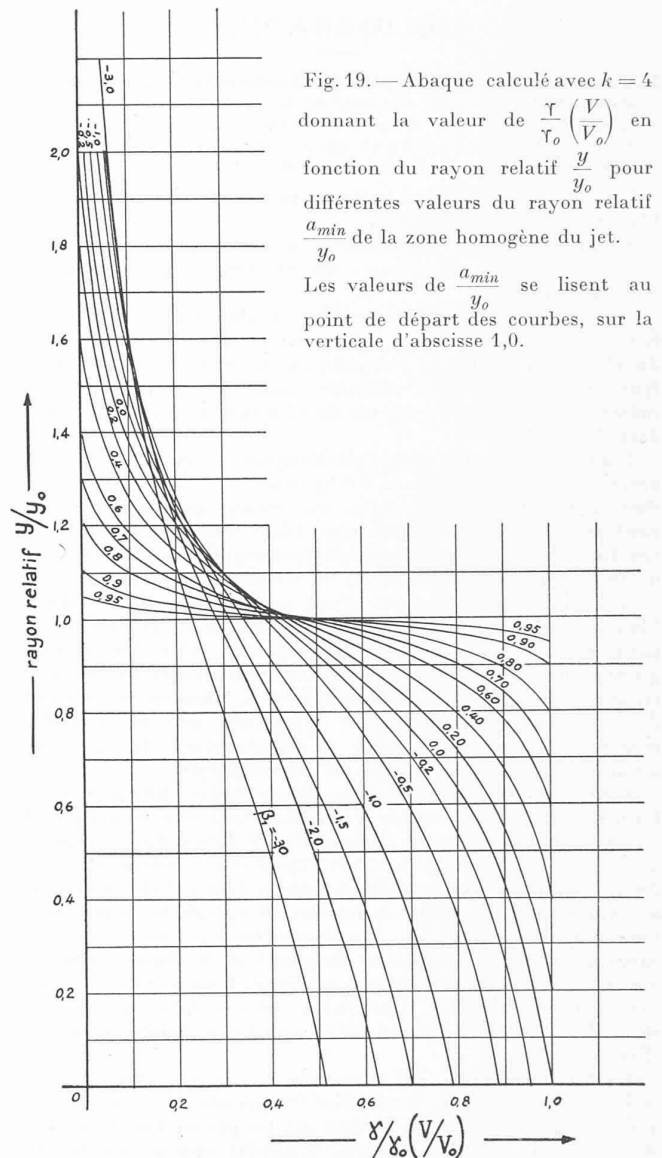
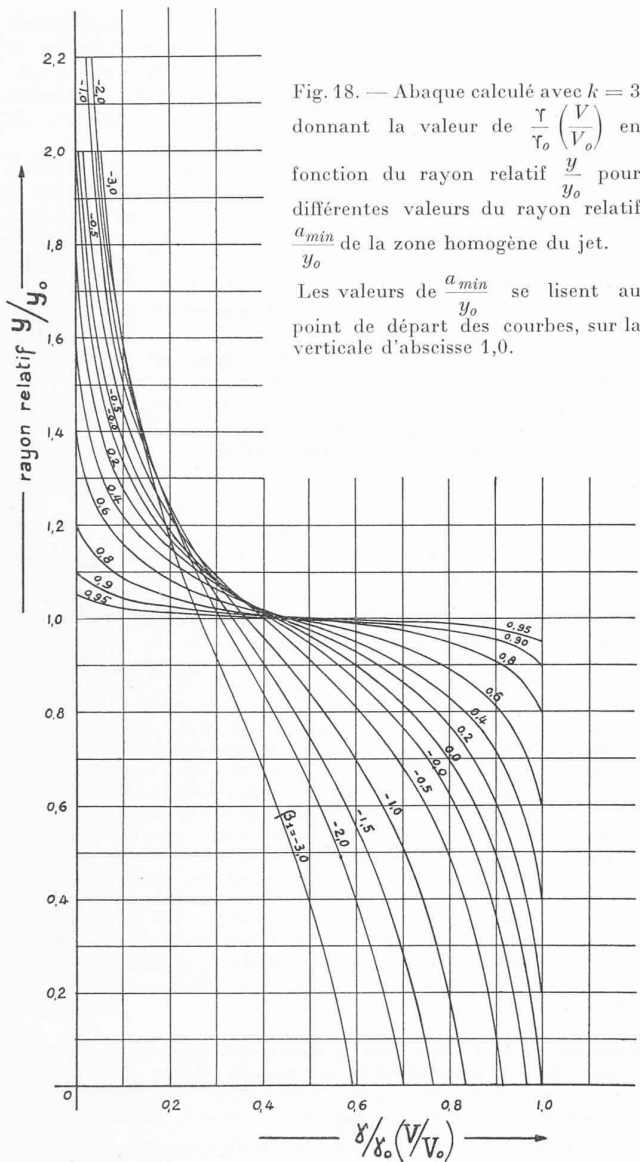
6. Des jets de même diamètre, même chute et même contraction, mais issus d'injecteurs munis de croisillons de guidage différant par le nombre d'ailettes ont les mêmes valeurs de k .

En conclusion, et pour des jets sortant d'injecteurs Pelton, on peut considérer que chaque jet comporte une seule valeur de k comprise entre 3 et 4. Sous réserve d'essais ultérieurs ou de vérifications sur de grandes turbines, les industriels pourraient donc admettre les abaques des figures 18 ($k = 3$) et 19 ($k = 4$).

8. Détermination des $\text{tg } \alpha$ par voie de photographies instantanées

Les photographies « instantanées », c'est-à-dire obtenues par un éclair de quelques millièmes de seconde permettent de saisir une image détaillée d'un jet, alors que la rapidité de l'écoulement ne permet d'en voir ordinairement qu'une « enveloppe ». Elles donnent également un moyen infaillible de contrôle des valeurs de $\text{tg } \alpha$ précédemment obtenues.

Les photographies sont prises, les unes à une distance de 1 mètre, les autres à une distance d'environ 20 cm. de l'axe du jet. Les premières permettent d'examiner une portion de



jet d'à peu près 60 cm., donnant une excellente image de la forme du jet, les secondes rendent compte du processus de la formation des protubérances puis des gouttes.

Sur une photographie quelconque, à deux abscisses aussi éloignées que possible, on peut déterminer les diamètres :

- des cercles au-delà desquels il n'y a plus de gouttes perceptibles et
- des cercles passant par le sommet des protubérances liées au jet,

et par suite deux droites limites correspondantes.

Nous avons démontré (Etude 1944) que la droite limite extérieure du jet devait être symétrique, par rapport à la limite du jet non dispersé, à la droite limite de la zone restée homogène.

Or, les photographies révèlent que la droite passant par le sommet des protubérances est effectivement la symétrique de la droite limite de la zone homogène, ce qui confirme la théorie puisque sur les tronçons examinés le volume d'eau correspondant aux gouttes isolées est encore relativement négligeable; ces droites font le même angle avec l'axe du jet.

Il est intéressant (fig. 20) de constater que les valeurs de tga tirées des photographies, donc de l'observation directe,

confirment de façon très satisfaisante les valeurs de tga obtenues au moyen des abaques théoriques par celles de leurs courbes qui s'appliquent le mieux aux courbes de pression relevées au tube de Pitot et traitées conformément aux paragraphes précédents.

(A suivre.)

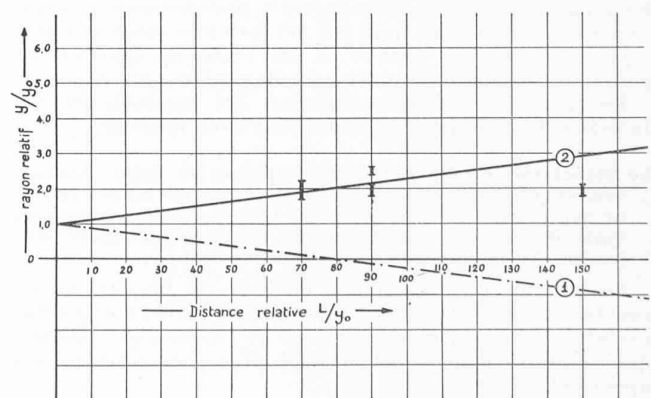


Fig. 20.