

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 78 (1952)
Heft: 19

Artikel: Quelques remarques sur le calcul aéro-thermodynamique de l'aubage des turbomachines axiales
Autor: Schwaar, P.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-59005>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les quinze jours

Abonnements :
Suisse : 1 an, 24 francs
Etranger : 28 francs
Pour sociétaires :
Suisse : 1 an, 20 francs
Etranger : 25 francs
Pour les abonnements
s'adresser à :
Administration
du « Bulletin technique
de la Suisse romande »
Librairie Rouge & Cie
S. A., Lausanne
Compte de chèques postaux II. 8775, à Lausanne
Prix du numéro : Fr. 1.40

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Société vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des Anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

Comité de patronage — Président : R. Neeser, ingénieur, à Genève; Vice-président : G. Epitoux, architecte, à Lausanne; Secrétaire : J. Calame, ingénieur, à Genève — Membres, Fribourg : MM. P. Joye, professeur; E. Latelin, architecte — Vaud : MM. F. Chenaux, ingénieur; H. Matti, ingénieur; E. d'Okolski, architecte; Ch. Thévenaz, architecte — Genève : MM. L. Archinard, ingénieur; Cl. Grosгурin, architecte; E. Martin, architecte; V. Rochat, ingénieur — Neuchâtel : MM. J. Béguin, architecte; R. Guye, ingénieur — Valais : MM. J. Dubuis, ingénieur; D. Burgener, architecte.

Rédaction : D. Bonnard, ingénieur. Case postale Chauderon 475, Lausanne.

Conseil d'administration de la Société anonyme du Bulletin Technique : A. Stucky, ingénieur, président; M. Bridel; G. Epitoux, architecte; R. Neeser, ingénieur.

Tarif des annonces
Le millimètre
(larg. 47 mm) 24 cts
Réclames : 60 cts le mm
(largeur 95 mm)
Rabais pour annonces
répétées
Annonces Suisses S.A.

5 Rue Centrale. Tél. 22 33 26
Lausanne et succursales

SOMMAIRE : *Quelques remarques sur le calcul aéro-thermodynamique de l'aubage des turbomachines axiales*, par P. SCHWAAR, Ing. méc. E.P.F., ingénieur à la Société ARD S. A. Développement et Recherches appliquées, Zurich. — *Concours pour l'étude de plans d'une maison de paroisse et presbytère réformés, à Sierre (Valais)*. — **NÉCROLOGIE :** Jean Bolomey, ingénieur. — **BIBLIOGRAPHIE.** — **SERVICE DE PLACEMENT.** — **DOCUMENTATION GÉNÉRALE.** — **DOCUMENTATION DU BATIMENT.** — **NOUVEAUTÉS, INFORMATIONS DIVERSES.**

QUELQUES REMARQUES SUR LE CALCUL AÉRO-THERMODYNAMIQUE DE L'AUBAGE DES TURBOMACHINES AXIALES

par P. SCHWAAR, Ing. méc. E. P. F., ingénieur à la
Société ARD S. A. Développement et Recherches appliquées, Zurich

Introduction

Le calcul aéro-thermodynamique d'un aubage de turbomachine axiale se fait généralement en deux temps :

1. Calcul de la répartition des vitesses du fluide à l'entrée et à la sortie de l'aubage;
2. Tracé aérodynamique de l'aubage qui s'adapte à la répartition des vitesses calculée à son amont et réalise au mieux celle calculée à son aval.

Dans la règle, ces deux problèmes sont intimement liés. De plus, diverses nécessités pratiques contraignent souvent le turbomécanicien à limiter le champ de ses considérations aéro-thermodynamiques. Quant aux méthodes de calcul qu'il utilise, elles varient dans une large mesure et sont parfois très personnelles. Elles sont restées jusqu'à ce jour rudimentaires pour les aubages des turbines à vapeur; elles se sont perfectionnées avec les compresseurs axiaux, mais n'en sont pas moins demeurées très approximatives. A ce sujet, remarquons ce qui suit :

a) Généralement, l'état énergétique du fluide en amont du premier aubage est supposé uniforme. C'est évidemment le cas pour les turbines à vapeur et les compresseurs aspirant à l'atmosphère. Suivant la construction et la disposition des divers organes d'une turbine à gaz, cette admission se justifie encore dans une certaine mesure ou ne se justifie plus du tout : on a mesuré dans les turboréacteurs des différences de

température considérables à l'entrée de l'aubage directeur de la turbine (1)¹.

b) On admet aussi généralement que le rendement de la transformation énergétique dans l'aubage est constant sur toute sa hauteur. Cette admission est manifestement fautive (2). Si elle n'a pas de conséquence fâcheuse dans le dessin de beaucoup de turbines, c'est parce que l'écoulement accéléré du fluide moteur s'accommode assez facilement des erreurs de tracé des ailetages. Dans les compresseurs axiaux en revanche, elle provoque une détérioration progressive des profils de vitesses et conduit après quelques étages à une forme d'écoulement fort différente de celle qu'on croyait réaliser. On a donné de ce fait diverses explications qui ont maintes fois motivé un dessin d'aubage erroné et conduit à une adaptation défectueuse du compresseur et de la turbine.

c) Une question délicate concerne les déplacements radiaux des lignes de courant à la traversée des aubages. C'est un aspect fondamental du problème général de l'écoulement dans les turbomachines axiales. On a publié des études remarquables sur ce sujet [p. ex. (3)]. Il en est résulté des conséquences importantes pour le tracé des aubages. En particulier, il existe une relation simple entre la composante axiale de l'écoulement incompressible au droit de l'aubage (schématisé par un disque tourbillonnaire infiniment mince) et celles aux infinis amont

¹ Les chiffres entre parenthèses renvoient à la liste des références.

et aval, à savoir que la première est la moyenne arithmétique des deux dernières (4). Certes, cette relation n'est-elle valable que pour un aubage isolé en veine cylindrique, le montage serré des roues d'une machine multicellulaire introduisant entre elles un mécanisme de couplage qui complique la question. L'association d'étages ne modifie cependant pas essentiellement ce résultat. Quoi qu'il en soit, la connaissance des états de vitesses asymptotiques revêt ici la même importance que pour l'aubage isolé. Enfin, le comportement du fluide compressible ne diffère notablement de celui de l'incompressible qu'aux régimes éloignés du point de calcul, où l'allure méridienne de la veine ne compense plus les effets de la compressibilité. Notons en passant qu'il est parfois possible d'éviter les déplacements radiaux des lignes de courant en dessinant un aubage qui assure un écoulement à flux massique axial constant (5). Mais il n'existe aucune raison de supposer que les déplacements radiaux sont nuisibles. Il est plus important de connaître leur influence que de les éliminer.

Les remarques que nous venons de rappeler sous c) justifient l'étude des répartitions asymptotiques des vitesses, compte tenu des faits décrits sous a) et b). En réalité, ces répartitions constituent la seule base pratique du tracé des aubages. C'est l'objet de cette note, qui vise à établir des formules simples.

II. Turbine

Pour fixer les idées, nous supposons avoir affaire à une turbine simple de turboréacteur, où les remarques présentées sous a), b) et c) jouent toutes un rôle. On sait qu'au début du développement de ces machines, les turbines n'ont pas donné les résultats attendus. Aujourd'hui encore, il semble paradoxal que leurs rendements polytropiques soient inférieurs à ceux des compresseurs axiaux (6). Nous supposons en outre que la turbine est alimentée par une chambre de combustion annulaire qui amène devant l'aubage directeur un fluide dont l'état énergétique d'arrêt ne varie qu'avec le rayon. C'est évidemment restreindre la généralité, mais il est pratiquement impossible de sacrifier la symétrie de révolution de l'écoulement. Nous tiendrons compte de la variation du rendement de l'aubage sur sa hauteur, des déplacements radiaux des lignes de courant à sa traversée et nous introduirons dans les calculs relatifs à l'aubage moteur un travail effectif également fonction du rayon. Les formules que nous développerons décriront les états de vitesses du fluide aux endroits où l'équilibre radial est réalisé, c'est-à-dire en principe aux infinis amont et aval de l'aubage considéré, pratiquement au droit de plans radiaux que nous nommerons « plans de référence » et dont la distance axiale aux bords d'attaque et de fuite des ailettes est de l'ordre de grandeur de la corde des profils.

Aubage directeur

Nous partons de l'équation intégrée de l'énergie, que nous écrivons pour les plans de référence amont et aval de l'aubage sous la forme :

$$1) \quad T^* = T_o + \frac{A}{2g \cdot c_p} c_o^2 = T_1 + \frac{A}{2g \cdot c_p} (c_{m1}^2 + c_{u1}^2) \quad 1$$

La variation de l'énergie du fluide à l'entrée de l'aubage se manifeste par celle de la température d'arrêt T_o^* . Il s'ensuit que 1) n'est valable que sur une surface de courant de révolution. Il en est de même de l'équation d'état polytropique :

¹ La signification des symboles est claire ou est indiquée dans le texte.

$$2) \quad p_o^* \cdot T_o^{*-\frac{m}{m-1}} = p_1 \cdot T_1^{*-\frac{m}{m-1}}$$

où p_o^* est admis constant. De plus :

$$3) \quad \frac{m}{m-1} = \frac{\kappa}{\eta_p'(\kappa-1)}$$

où $\eta_p'(r_1)$ est le rendement polytropique de l'aubage, constant sur une surface de courant caractérisée par son ordonnée r_1 . La relation 2) suppose déjà κ constant, de sorte qu'il est indiqué de choisir une valeur moyenne de κ constante pour tout l'écoulement. L'équilibre radial au droit du plan de référence aval s'exprime par :

$$4) \quad \frac{dp_1}{dr_1} = \rho_1 \frac{c_{u1}^2}{r_1}$$

Considérons une nappe de courant de révolution d'épaisseur dr . Son intersection avec les plans de référence amont et aval est un anneau de rayon r_o , respectivement r_1 et d'épaisseur dr_o , respectivement dr_1 . La continuité donne :

$$r_o \cdot c_{m_o} \cdot \rho_o \cdot dr_o = r_1 \cdot c_{m_1} \cdot \rho_1 \cdot dr_1$$

c'est-à-dire :

$$\frac{dr_o}{dr_1} = \frac{r_1 \cdot c_{m_1} \cdot \rho_1}{r_o \cdot c_{m_o} \cdot \rho_o}$$

On a donc sur les surfaces de courant $r_o = r_o(r_1)$ et toute dérivée première par rapport à r_1 d'une fonction $F(r_o(r_1))$ s'exprime par :

$$5) \quad \frac{dF}{dr_1} = \frac{dF}{dr_o} \cdot \frac{dr_o}{dr_1} = \frac{r_1 c_{m_1} \rho_1}{r_o c_{m_o} \rho_o} \cdot \frac{dF}{dr_o}$$

Logarithmons et dérivons 2) par rapport à r_1 et introduisons 4). On obtient ainsi :

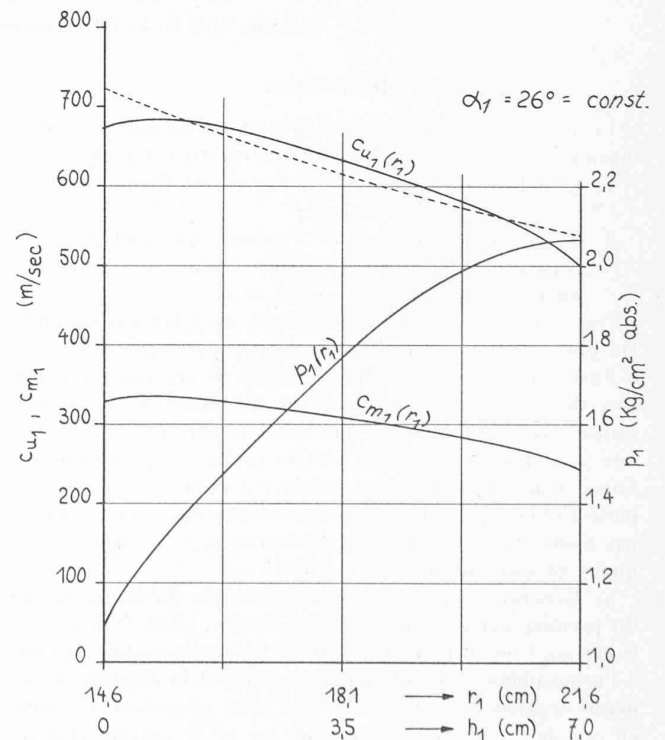


Fig. 1. — Aubage directeur de turbine.

$$\frac{dT_1}{dr_1} = \eta'_p \cdot \frac{(\kappa - 1)}{\kappa} \cdot \frac{T_1 \rho_1}{p_1} \cdot \frac{c_{u_1}^2}{r_1} - \frac{T_1}{T_o^*} \cdot \frac{r_1 c_{m_1} \rho_1}{r_o c_{m_0} \rho_o} \cdot \frac{dT_o^*}{dr_o} - \frac{T_1}{\eta'_p} \cdot \log \frac{T_1}{T_o^*} \cdot \frac{d\eta'_p}{dr_1}$$

Dérivons de même 1) par rapport à r_1 :

$$\frac{dT_1}{dr_1} = \frac{r_1 c_{m_1} \rho_1}{r_o c_{m_0} \rho_o} \cdot \frac{dT_o^*}{dr_o} - \frac{A}{2g \cdot c_p} \cdot \frac{d}{dr_1} (c_{m_1}^2 + c_{u_1}^2)$$

Egalons les deux expressions de dT_1/dr_1 en tenant compte des relations :

$$6) \quad p = \rho \cdot g \cdot R \cdot T \quad c_p - c_v = A \cdot R \quad c_p/c_v = \kappa \quad i = c_p \cdot T$$

On obtient, toutes réductions faites :

$$7) \quad \frac{dc_{m_1}^2}{dr_1} + \frac{dc_{u_1}^2}{dr_1} + 2\eta'_p \cdot \frac{c_{u_1}^2}{r_1} - \frac{2g}{A} \cdot i_1 \left[\frac{r_1 c_{m_1} \rho_1}{r_o c_{m_0} \rho_o} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_o^*} \right) \frac{dT_o^*}{dr_o} + \frac{1}{\eta'_p} \log \frac{T_o^*}{T_1} \cdot \frac{d\eta'_p}{dr_1} \right] = 0$$

Plusieurs possibilités peuvent alors se présenter. Nous envisagerons les deux cas suivants :

- a) On prescrit une distribution des vitesses périphériques $c_{u_1}(r_1)$;
- b) On prescrit une distribution des angles de sortie du fluide $\alpha_1(r_1)$ avec la direction périphérique.

a) $c_{u_1} = c_{u_1}(r_1)$.

On peut poser :

$$8) \quad \frac{dc_{u_1}^2}{dr_1} + 2\eta'_p \cdot \frac{c_{u_1}^2}{r_1} = P(r_1)$$

En outre, les grandeurs variables figurant au dernier membre de gauche de 7) sont, directement ou indirectement, fonction de r_1 . Nous remplacerons donc ce membre entier par une fonction $Q(r_1)$. L'équation différentielle 7) s'écrit alors :

$$9) \quad \frac{dc_{m_1}^2}{dr_1} + P(r_1) - Q(r_1) = 0$$

Mais il est évident que $Q(r_1)$ n'est pas donnée au début du calcul, puisque c'est également une fonction de c_{m_1} qui n'est connue qu'avec la solution. On procédera donc par approximations successives. Le procédé suivant conduit commodément au but : Dans l'équation 7) on néglige les déplacements radiaux, puis on pose :

$$\frac{2g}{A} \cdot i_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_o^*} \right) = a(r_1)$$

$$\frac{2g}{A} \cdot i_1 \cdot \log \frac{T_o^*}{T_1} = b(r_1)$$

On intègre alors pas à pas avec des valeurs successives constantes des coefficients a et b . On aura donc, par exemple :

$$10) \quad \overline{c_{m_1}}_{i+1} = \sqrt{c_{m_1}^2 - \int_{r_{1i}}^{r_{1i+1}} P(\xi_1) d\xi_1 + a_i^{i+1} (T_o^*_{i+1} - T_o^*_i) + b_i^{i+1} \cdot \log \frac{\eta'_{p_{i+1}}}{\eta'_{p_i}}}$$

Le nombre de pas d'intégration ne dépassera pas 4. L'approximation ainsi obtenue $\overline{c_{m_1}}$ de la répartition des vitesses axiales servira à calculer $\overline{Q}(r_1)$, approximation de $Q(r_1)$ qu'on utilisera pour l'intégration de 9). On aura donc avec :

$$11) \quad c_{m_1}(r_1) = \sqrt{c_{m_1}^2 - \int_{r_{1i}}^{r_1} [P(\xi_1) - \overline{Q}(\xi_1)] d\xi_1}$$

une deuxième approximation de la répartition des vitesses axiales c_{m_1} , dont l'exactitude suffira dans la plupart des cas. On effectuera graphiquement l'intégration qui porte sur $\overline{Q}(r_1)$, analytiquement ou graphiquement, suivant la forme donnée ou admise de $c_{u_1}(r_1)$ et de $\eta'_p(r_1)$ celle qui porte sur $P(r_1)$ et qui est indépendante de la condition de continuité. On vérifiera cette dernière par intégration graphique :

$$12) \quad G_{sec} = 2\pi \int_{r_{1i}}^{r_{1e}} \gamma_1 \cdot c_{m_1} \cdot r_1 \cdot dr_1$$

b) $\alpha_1 = \alpha_1(r_1)$.

Nous poserons :

$$13) \quad \frac{c_{m_1}^2}{c_{u_1}^2} = \text{tg}^2 \alpha_1 = f(r_1)$$

L'équation différentielle 7) s'écrit alors :

$$14) \quad \frac{d}{dr_1} [(1 + f(r_1))c_{u_1}^2] + 2\eta'_p \cdot \frac{c_{u_1}^2}{r_1} - Q(r_1) = 0$$

Soient $\overline{Q}(r_1)$ une approximation de $Q(r_1)$ et :

$$15) \quad \frac{df}{dr_1} + \frac{2\eta'_p}{r_1} = R(r_1)$$

On intègre l'équation 14) en posant $c_{u_1}^2 = U(r_1) \cdot V(r_1)$. Le calcul est élémentaire et nous écrivons le résultat sous la forme :

$$16) \quad c_{u_1}^2 = \left[c_{u_1}^2 + \int_{r_{1i}}^{r_1} \frac{\overline{Q}(\lambda_1)}{1 + f(\lambda_1)} \exp \left\{ + \int_{r_{1i}}^{\lambda_1} R(\xi_1) d\xi_1 \right\} d\lambda_1 \right] \exp \left\{ - \int_{r_{1i}}^{r_1} R(\xi_1) d\xi_1 \right\}$$

On obtient aisément une première approximation $\overline{c_{u_1}}$ de la répartition des vitesses périphériques en intégrant pas à pas avec des valeurs successives constantes de la fonction $\frac{\overline{Q}(r_1)}{1 + f(r_1)}$. La deuxième approximation donnée par 16) suffira dans la plupart des cas (voir l'exemple traité sous IV).

Aubage moteur

L'équation de l'énergie, que nous écrivons pour les plans de référence amont de l'aubage directeur et aval de l'aubage moteur, prend ici la forme :

$$17) \quad T_o^* = T_2 + \frac{A}{2g \cdot c_p} (c_{m_2}^2 + c_{u_2}^2) + \frac{A \cdot H}{c_p}$$

où $H(r_2)$ est le travail effectif de l'aubage (kgm/kg). En procédant de la même manière que précédemment, on obtient l'équation différentielle

$$18) \quad \frac{dc_{m_2}^2}{dr_2} + \frac{dc_{u_2}^2}{dr_2} + 2\eta''_p \cdot \frac{c_{u_2}^2}{r_2} + 2g \cdot \frac{dH}{dr_2} - \frac{2g}{A} \cdot i_2 \left[\frac{r_2 c_{m_2} \rho_2}{r_o c_{m_0} \rho_o} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_o^*} \right) \frac{dT_o^*}{dr_o} + \frac{1}{\eta''_p} \log \frac{T_o^*}{T_2} \cdot \frac{d\eta''_p}{dr_2} \right] = 0$$

où $\eta''_p(r_2)$ est le rendement polytropique de l'étage entier.

La fonction choisie $H(r_2)$ et la répartition $c_{u_1}(r_1)$ calculée précédemment fixeront approximativement $c_{u_2}(r_2)$. La solution s'écrit donc :

$$19) \quad c_{m_2}(r_2) = \sqrt{c_{m_2}^2 - \int_{r_{2i}}^{r_2} (P(\xi_2) - \overline{Q}(\xi_2)) d\xi_2 - 2g(H(r_2) - H(r_{2i}))}$$

où la signification de $P(r_2)$ et de $Q(r_2)$ est évidente par analogie avec 8) et 9). Dans bien des cas, on pourra négliger l'intégrale de $P(r_2)$ devant les autres termes de 19). Il ne sera donc souvent pas nécessaire de déterminer $c_{u_2}(r_2)$ en tenant compte des déplacements radiaux. En revanche, on vérifiera à l'aide de la solution trouvée la condition importante :

$$20) \quad 2\pi \int_{r_{2i}}^{r_{2e}} \gamma_2 \cdot c_{m_2} \cdot H(r_2) \cdot r_2 \cdot dr_2 = N_e$$

où N_e est la puissance effective requise de l'étage exprimée en kgm/sec, ainsi que la condition de continuité.

Remarque et généralisation

Nous avons admis que l'équation d'état polytropique 2) décrivait l'évolution thermodynamique du fluide moteur depuis l'état d'arrêt initial jusqu'aux états statiques en aval des aubages. On aurait tout aussi bien pu tracer les lignes d'expansion polytropique par les points figurant les états thermodynamiques statiques du fluide moteur. On aurait alors admis c_o constant, de sorte que T_o^* aurait été remplacé par T_o dans toutes les formules.

Les formules que nous venons de développer pour la turbine simple sont évidemment applicables au calcul d'un étage de turbine multicellulaire. La température d'arrêt $T_{o_x}^*(r_{o_x})$ devant le $x^{\text{ième}}$ étage sera fonction de celle, $T_{o_1}^*(r_{o_1})$ devant le premier étage et de la somme des travaux effectifs $\sum_{x-1}^1 H(r_{2_{x-1}})$ effectués jusque devant le $x^{\text{ième}}$ étage considéré, mais il y aurait lieu de tenir compte d'une égalisation par turbulence et conduction de chaleur des différences initiales de température. Pour le $x^{\text{ième}}$ étage, on écrirait l'équation de l'énergie sous la forme

$$T_{o_x}^* = T_{o_1}^* - \sum_1^{x-1} \frac{A \cdot H}{c_p} = T_{1_x} + \frac{A}{2g \cdot c_p} (c_{m_{1_x}}^2 + c_{u_{1_x}}^2)$$

pour l'aubage directeur, et :

$$T_{o_x}^* = T_{o_1}^* - \sum_1^{x-1} \frac{A \cdot H}{c_p} = T_{2_x} + \frac{A}{2g \cdot c_p} (c_{m_{2_x}}^2 + c_{u_{2_x}}^2) + \frac{A \cdot H_x}{c_p}$$

pour l'aubage moteur. On admettrait alors pour $T_{o_1}^*$ une répartition plus égalisée $T_{o_1}^*(x, r_{o_x})$ de la température initiale.

On voit aussi que sous cette forme les problèmes de l'aubage directeur et moteur sont mathématiquement les mêmes pour le cas a) d'une répartition $c_{u_{1_x}}(r_{1_x})$ donnée et que la généralisation des formules est immédiate.

III. Compresseur¹

En principe, le calcul des répartitions asymptotiques des vitesses du fluide véhiculé dans l'aubage d'un compresseur axial est semblable à celui de la turbine. Pratiquement, le problème se pose un peu différemment. Dans les applications aéronautiques, que nous considérerons à nouveau pour fixer les idées, on tend à aspirer le plus d'air possible par unité de surface du maître-couple de la machine et à réaliser des sauts de pression considérables par étage. Il en résulte des rapports $v = \frac{r_i}{r_e}$ du premier ailetage parfois inférieurs à

¹ Nous ne considérons que les compresseurs axiaux subsoniques.

0,5 et des vitesses d'entrée relatives de l'air élevées dans les aubages moteurs et généralement au rayon intérieur des aubages directeurs. Mais ces vitesses sont strictement limitées par les nombres de Mach admissibles des aubages, qui ne peuvent pas être dépassés sans altération prohibitive de l'écoulement autour des ailettes et du rendement des transformations énergétiques. On est ainsi amené à dessiner des aubages directeurs qui engendrent un écoulement dont les vitesses périphériques sont dirigées dans le sens de rotation de la machine. On constate alors que les écoulements giratoires classiques du type à potentiel ($c_u \cdot r = \text{const.}$, $c_m = \text{const.}$) ne permettent pas d'utiliser les limites admissibles des nombres de Mach sur toute la hauteur des ailettes et de réaliser les sauts de pression désirables. On a donc étudié d'autres types d'écoulement, que nous caractériserons par la forme mathématique simple de la composante de vitesse périphérique :

$$21) \quad \delta_1 = c_{u_1} \cdot r_1 = k \cdot r_1^n$$

où le facteur constant k mesure l'intensité de rotation, tandis que l'exposant constant n caractérise la nature de l'écoulement giratoire. Ce sont les écoulements qui correspondent à des valeurs de $n > 1$ qu'on utilise de plus en plus dans les machines modernes. Ayant choisi n , on peut déterminer l'intensité k en fonction des nombres de Mach relatifs admissibles sur la hauteur des aubes motrices. Remarquons cependant que la détermination de k ne se fera généralement que pour le premier étage. Dans la plupart des cas, en effet, une diminution de k dans les étages suivants est limitée par l'augmentation consécutive de la charge aérodynamique des aubages directeurs (voir plus loin).

Nous considérerons un étage quelconque d'une machine multicellulaire, formé d'un aubage directeur suivi d'un aubage moteur, tous deux ralentissant l'écoulement, c'est-à-dire un étage à degré de réaction moyen inférieur à 1. Comme il ne s'agit que de répartitions données ou prescrites de vitesses périphériques, nous n'écrirons les équations que pour l'aubage moteur. Celles qui se rapportent à l'aubage directeur s'en déduiront en remplaçant l'indice 2 par l'indice 1 et en annulant le terme représentant le travail de compression de l'étage. Le $x^{\text{ième}}$ étage considéré est précédé de $x-1$ étages qui ont

fourni la somme des travaux effectifs $\sum_1^{x-1} H(r_{2_{x-1}})$. Comme

$r_{2_{x-1}} \equiv r_{o_x}$ et que nous écrivons à nouveau l'équation de l'énergie pour les plans de référence amont du $x^{\text{ième}}$ aubage directeur et aval de l'aubage moteur correspondant, nous supprimerons les indices $(x-1)$ et x et nous désignerons par $\sum H(r_o)$ la somme des travaux dont il vient d'être question et par $H(r_2)$ le travail effectif de l'aubage moteur considéré. Contrairement au cas de la turbine, nous formulons l'équation d'état polytropique pour les états statiques du fluide véhiculé. Nous écrivons donc tout d'abord :

$$22) \quad T_o + \frac{A}{2g \cdot c_p} (c_{m_o}^2 + c_{u_o}^2) = T_{1_1} + \frac{A}{2g \cdot c_p} (c_{m_{1_1}}^2 + c_{u_{1_1}}^2) + \sum \frac{A \cdot H(r_o)}{c_p} = T_2 + \frac{A}{2g \cdot c_p} (c_{m_2}^2 + c_{u_2}^2) - \frac{A \cdot H(r_2)}{c_p}$$

où T_{1_1} est la température statique et $(c_{m_{1_1}}, c_{u_{1_1}})$ l'état de vitesse absolu devant le premier aubage moteur de la machine. Ensuite :

$$23) \quad p_o \cdot T_o^{-\frac{m}{m-1}} = p_2 \cdot T_2^{-\frac{m}{m-1}}$$

où, cette fois :

$$24) \quad \frac{m}{m-1} = \eta_p'' \frac{\kappa-1}{\kappa}$$

Nous admettrons évidemment :

$$T_{o1}^* = T_{11} + \frac{A}{2g \cdot c_p} (c_{m1}^2 + c_{u1}^2) = \text{const.},$$

de sorte qu'en dérivant 22) par rapport à r_2 , on obtiendra :

$$\frac{dT_2}{dr_2} = \frac{A}{c_p} \cdot \frac{dH}{dr_2} - \frac{A}{2g \cdot c_p} \cdot \frac{d}{dr_2} (c_{m2}^2 + c_{u2}^2) + \frac{A}{c_p} \cdot \frac{d}{dr_o} \left[\sum H \right] \cdot \frac{dr_o}{dr_2}$$

Il viendra ensuite, de 23) :

$$\frac{dT_2}{dr_2} = \frac{T_2}{T_o} \cdot \frac{dT_o}{dr_o} \cdot \frac{dr_o}{dr_2} + \frac{1}{\eta_p'' \cdot g \cdot R} \cdot \frac{\kappa-1}{\kappa} \cdot \frac{c_{u2}^2}{r_2} - T_2 \cdot \log \frac{T_2}{T_o} \cdot \frac{1}{\eta_p''} \cdot \frac{d\eta_p''}{dr_2} - \frac{1}{\eta_p'' \cdot g \cdot R \cdot T_o} \cdot \frac{\kappa-1}{\kappa} \cdot \frac{c_{u_o}^2}{r_o} \cdot \frac{dr_o}{dr_2}$$

Egalant les deux expressions de dT_2/dr_2 , on obtient l'équation différentielle correspondant à 18) :

$$25) \quad \frac{d}{dr_2} (c_{m2}^2 + c_{u2}^2) + \frac{2}{\eta_p''} \frac{c_{u2}^2}{r_2} - 2g \left\{ \frac{d}{dr_o} \left[\sum H(r_o) \right] \cdot \frac{dr_o}{dr_2} + \frac{dH(r_2)}{dr_2} \right\} - \frac{2}{\eta_p''} \frac{T_2}{T_o} \frac{c_{u_o}^2}{r_o} \frac{dr_o}{dr_2} + \frac{2g}{A} \cdot i_2 \left[\frac{1}{T_o} \cdot \frac{dT_o}{dr_o} \cdot \frac{dr_o}{dr_2} - \log \frac{T_2}{T_o} \cdot \frac{1}{\eta_p''} \cdot \frac{d\eta_p''}{dr_2} \right] = 0$$

On déterminera $c_{u2}(r_2)$, fonction de $H(r_2)$ et de $c_{u1}(r_1)$ en tenant compte des déplacements radiaux des lignes de courant. Le travail de compression $H(r_2)$ s'effectue le long d'une ligne de courant dont les ordonnées r_1 et r_2 au droit des plans de référence amont et aval de l'aubage moteur sont liées par la relation $r_1 = r_1(r_2)$. On doit donc écrire :

$$c_{u2}(r_2) \cdot u_2 - c_{u1}(r_1(r_2)) \cdot u_1 = g \cdot H(r_2)$$

c'est-à-dire :

$$26) \quad c_{u2}(r_2) = c_{u1}(r_1(r_2)) \frac{r_1(r_2)}{r_2} + \frac{g \cdot H(r_2)}{\omega \cdot r_2}$$

On calculera donc une première approximation $\bar{c}_{m2}(r_2)$ de la répartition des vitesses axiales en intégrant 25) avec la fonction approchée :

$$\bar{P}(r_2) = \frac{d\bar{c}_{u2}^2}{dr_2} + \frac{2}{\eta_p''} \frac{\bar{c}_{u2}^2}{r_2}$$

où \bar{c}_{u2} se calcule en négligeant les déplacements radiaux, c'est-à-dire au moyen de 26) simplifiée :

$$\bar{c}_{u2}(r_2) = c_{u1}(r_2) + \frac{g \cdot H(r_2)}{\omega \cdot r_2}$$

On posera en outre :

$$\frac{2g}{A} \cdot i_2 \cdot \log \frac{T_2}{T_o} = b(r_2)$$

$$\sum H(r_o) + H(r_2) = \sum H(r_2)$$

Cette première approximation s'écrira donc :

$$27) \quad \bar{c}_{m2i+1} = \sqrt{c_{m2i}^2 - \int_{r_{2i}}^{r_{2i+1}} \bar{P}(\xi_2) d\xi_2 + 2g \left[\sum (H_{2i+1} - H_{2i}) \right]} + b_i^{i+1} \cdot \log \frac{\eta_{p_i}''}{\eta_{p_i}''} - \frac{2g}{A} \cdot i_{2i}^{i+1} \cdot \log \frac{T_{o_i+1}}{T_{o_i}} + \left[\frac{T_2}{T_o} \right]^{i+1} \int_{r_{2i}}^{r_{2i+1}} \frac{2}{\eta_p''} \frac{c_{u_o}^2}{r_2} dr_2$$

et livrera la fonction approchée $\bar{r}_1(r_2)$ qu'on utilisera dans 26) pour le calcul de $c_{u2}(r_2)$ et de $P(r_2)$. Une intégration graphique de 25) en tout point semblable à 19) donnera enfin une deuxième approximation de la répartition des vitesses axiales $c_{m2}(r_2)$, qui suffira dans tous les cas.

Nous déterminons encore l'intensité de rotation k de l'écoulement giratoire pour le premier étage, dont l'aubage directeur est nécessairement accélérant. C'est donc l'équation 7) que nous utilisons sous forme réduite, T_o^* étant constant. Pour une approximation qu'on contrôlera de toute façon durant le calcul de l'étage, il suffira également d'admettre η_p'' constant :

$$28) \quad \frac{dc_{m1}^2}{dr_1} + \frac{dc_{u1}^2}{dr_1} + 2\eta_p'' \cdot \frac{c_{u1}^2}{r_1} = 0$$

Le triangle des vitesses donne :

$$29) \quad c_{m1}^2 + c_{u1}^2 = \omega_1^2 + 2\omega \cdot \delta_1 - \omega^2 r_1^2$$

Introduisons 29) dans 28) en tenant compte de 21). On obtient :

$$\frac{d\omega_1^2}{dr_1} + 2\omega \cdot k \cdot n \cdot r_1^{n-1} + 2\eta_p'' \cdot k^2 r_1^{2n-3} - 2\omega^2 r_1 = 0$$

qu'on intègre entre les limites r_{1i} et r_{1e} :

$$30) \quad \omega_{1e}^2 - \omega_{1i}^2 = \omega^2 (r_{1e}^2 - r_{1i}^2) - 2\omega \cdot k (r_{1e}^n - r_{1i}^n) - \frac{\eta_p'' \cdot k^2}{n-1} \left[r_{1e}^{2(n-1)} - r_{1i}^{2(n-1)} \right]$$

On peut donc déterminer k en fonction des vitesses relatives d'entrée ω_{1i} et ω_{1e} aux rayons intérieur et extérieur de l'aubage moteur, c'est-à-dire en fonction des nombres de Mach admissibles correspondants. La relation 30) donne deux valeurs de k , mais il n'y a qu'une valeur convenable, k étant positif par définition. Ajoutons encore qu'avec k et n , le degré de réaction moyen de l'étage est fixé pour une valeur donnée du travail à effectuer. On pourra le modifier dans les étages suivants en modifiant k et n . En particulier, une réduction de k augmentera le degré de réaction moyen et, dans une certaine mesure le travail de compression réalisable. Comme nous l'avons déjà remarqué, cette réduction est plutôt limitée par la surcharge aérodynamique consécutive des aubages directeurs que par l'augmentation éventuelle des nombres de Mach relatifs des ailettes motrices.

IV. Applications

a) Turbine

Nous avons calculé un aubage directeur avec les données et admissions suivantes :

$$\begin{aligned} p_o^* &= 4,2 \text{ ata} & G_{\text{sec}} &= 16,0 \text{ kg/sec} \\ T_o^* &= 860 - 13,06 (r_o - r_{om})^2 \text{ } ^\circ\text{C} \\ \eta_p'' &= 0,95 - 3,81 \cdot 10^{-5} (r_1 - r_{1m})^6 \\ \alpha_1 &= 26^\circ = \text{const.} \\ r_{oi} &= r_{1i} = 14,6 \text{ cm} & v &= 0,676 \\ r_{oe} &= r_{1e} = 21,6 \text{ cm} & h &= 7,0 \text{ cm.} \end{aligned}$$

La première approximation de la répartition des vitesses périphériques a été calculée au moyen de 16) en négligeant les déplacements radiaux et en intégrant pas à pas comme indiqué plus haut. La fonction $R(r_1)$ et les intégrales correspondantes sont déterminées une fois pour toutes. La deuxième approximation a été calculée en intégrant 16) graphiquement et en négligeant encore les déplacements radiaux, qui se sont avérés négligeables par la suite. Nous donnons dans le tableau suivant quelques détails numériques de ce calcul :

r_1	14,6	16,35	18,1	19,85	21,6 cm
α_1	26°	=	=	=	26°
$1 + f$	1,238	=	=	=	1,238
T_o^*	700° C	820° C	860° C	820° C	700° C
η_p'	0,880	0,949	0,950	0,949	0,880
$R(r_1)$	0,0974	0,0937	0,0849	0,0772	0,0659
$\int_{r_i}^{r_1} R(\xi_1) d\xi_1$	0	0,168	0,324	0,467	0,591
\int_e	1	1,183	1,383	1,595	1,807
c_{u1}	673,0	674,0	634,5	580,0	496,0
$10^{-6} \frac{\bar{Q}}{1+f}$	8,82	1,822	0	-1,355	-5,07
c_{u1}	673,0	674,5	633,0	581,0	499,5
$r_1 - r_o$ (dépl. rad.)	0	1,9 mm	1,5 mm	0,5 mm	0

On voit que la première approximation est déjà très exacte. Les déplacements radiaux des lignes de courant sont effectivement négligeables. On sait que c'est le cas des aubages directeurs à angle de sortie du fluide α_1 , température d'arrêt initiale T_o^* et rendement polytropique η_p' constants sur le rayon et à détente sonique au rayon intérieur (5). Les répartitions $T_o^*(r_o)$ et $\eta_p'(r_o)$ ne semblent donc pas affecter ce résultat. Il est évidemment difficile d'établir une comparaison qui puisse faire l'objet de remarques générales. Il serait sans doute intéressant de connaître l'erreur commise en calculant un étage de turbine pour T_o^* , η_p' et η_p'' constants lorsqu'en réalité, ces grandeurs varient avec le rayon. Mais c'est une étude qui mènerait trop loin. Nous n'avons donné qu'à titre de comparaison qualitative la répartition $c_{u1}(r_1)$ pour $\alpha_1 = 26^\circ = \text{const.}$ et les valeurs moyennes constantes $\eta_p' = 0,94$ et $T_o^* = 850^\circ \text{C}$ (en pointillé sur le diagramme), calculée au moyen de la formule :

$$31) \quad c_{u1}(r_1) = c_{u1} \left[\frac{r_{1i}}{r_1} \right]^{1+f} \frac{\eta_p'}{\eta_p''}$$

dérivable immédiatement de 14) et pour un drall moyen approximativement égal à celui de notre exemple. Nous ne formulerons qu'une seule remarque à ce sujet. Pour T_o^* et η_p' constants, un écoulement à angle α_1 constant est plus stable qu'un écoulement à potentiel, car son drall augmente avec le rayon. Il est dès lors intéressant de constater que dans le cas que nous avons calculé, l'écoulement est instable dans la partie supérieure de l'aubage, le drall commençant à diminuer à partir de $h_1 = 5 \text{ cm}$. Il est difficile de prévoir les conséquences de ce fait. Mais il est certain qu'on ne dessinera pas sciemment un aubage qui présente cette particularité et qui, par conséquent, engendrera une répartition de vitesses nécessairement différente de celle qu'on calcule.

Notons encore que nos admissions initiales $\eta_p'(r_1)$ et $T_o^*(r_o)$ ne sont nullement exagérées. On a mesuré sur le turboréacteur BMW 003A des différences de température initiales supérieures à 300°C (1). En les réduisant dans notre exemple, nous avons voulu tenir compte d'une égalisation des températures par transmission de chaleur et par turbulence à la traversée de l'aubage directeur. Il est sans doute possible de dessiner une chambre de combustion qui livre un gaz moteur à température à peu près uniforme. Il est peu probable que cela puisse se faire sans augmenter notablement la perte de pression de la chambre et sans affecter outre mesure le rendement thermique de la machine. D'autre part, les gaz relativement froids qui lèchent la périphérie du disque de la turbine constituent un moyen de refroidissement naturel et efficace qui permet d'alléger la turbine ou d'utiliser pour sa construction des alliages de moindre qualité. Quant à l'admission de η_p' , elle correspond aux pertes de profil, secondaires et aux parois limitant la veine fluide, inhérentes à toute turbomachine axiale. Pour l'aubage moteur, il y aurait lieu d'admettre des différences de η_p'' sensiblement plus grandes. Ajoutons encore que dans le cas d'un aubage directeur du type « free vortex », l'instabilité de l'écoulement se manifesterait dès l'endroit où la température passe son maximum, c'est-à-dire pratiquement dans toute la moitié supérieure de l'ailette. Comme nous venons de l'indiquer, il serait nécessaire d'entreprendre une étude plus complète pour formuler d'autres remarques. Il subsiste ainsi un fait préoccupant : la chute de la courbe des pressions statiques $p_1(r_1)$ aux deux extrémités de l'ailette, en particulier au rayon intérieur, qui pourrait diminuer le degré de réaction local d'une turbine calculée pour T_o^* et η_p' constants et une réaction souvent nulle ou presque nulle à cet endroit. Mais nous ne pouvons insister.

b) Compresseur

Pour ne pas allonger cet exposé, nous avons renoncé à donner un exemple de calcul d'aubage de compresseur axial. Mais des calculs effectués à la Société ARD S. A. ont confirmé les remarques faites sous 1 b). Il n'existe ici qu'un moyen d'empêcher la détérioration progressive des profils de vitesses, c'est d'effectuer un travail de compression $H(\eta_p''(r_2))$ tel que le travail adiabatique soit le même sur toute la hauteur des ailettes¹. Il faut évidemment réaliser des travaux adiabatiques variables lorsqu'on désire engendrer une répartition non uniforme d'énergie mécanique, mais il va de soi qu'on n'effectuera pas systématiquement des travaux adiabatiques différents sur le rayon de tous les aubages moteurs d'une machine multicellulaire. En revanche, on pourra provoquer intentionnellement une détérioration des profils de vitesses en dessinant un ou plusieurs étages avec H constant. Il en résultera une concentration du flux massique axial dans la partie médiane des ailettes, où le rendement est le plus élevé. On empêchera toute détérioration supplémentaire en dessinant les étages suivants en conséquence. Selon les cas, on augmentera ainsi plus ou moins le rendement de la machine.

V. Conclusion

Pour les applications que nous avons en vue, il est hors de doute qu'un calcul minutieux des répartitions asymptotiques des vitesses est rentable dès l'instant où il permet de serrer la réalité de plus près. On y parviendra d'autant mieux à l'aide de nos formules, que les admissions de T_o^* , η_p' et η_p''

¹ Cette suggestion importante est due à mon collègue et ami E. Hänni, ing. méc. E. P. F.

seront mieux étayées par l'expérience. Toutefois, il faut reconnaître que pour un compresseur multicellulaire, les calculs sont laborieux. Dans chaque cas, on ne calculera donc une deuxième approximation des répartitions de vitesses que lorsque l'importance des déplacements radiaux des lignes de courant le rendra nécessaire. Nous venons de voir avec l'aube directeur à angle de sortie du fluide constant un exemple où les déplacements radiaux sont effectivement négligeables. Là où cette simplification n'est pas justifiée, on ne peut guère espérer aboutir à des méthodes de calcul à la fois plus simples et aussi précises que celles proposées ici.

Si nous nous sommes placés sur le plan des applications aéronautiques pour présenter ces quelques remarques, ce n'est pas seulement parce que les faits discutés ici semblent y jouer un rôle plus important qu'ailleurs, mais aussi parce que les conceptions aéro-thermodynamiques et les principes de construction appliqués au problème particulier de la propulsion des avions s'étendent de plus en plus, et à juste raison, au domaine entier de la locomotion.

Il va de soi que dans le cadre d'un exposé nécessairement restreint, nous avons dû passer sous silence une foule de remarques importantes. En particulier, rien n'a été dit sur le choix des degrés de réaction et des charges aérodynamiques des aubages. Ce sont là des questions intimement liées au problème essentiel des pertes et qui devront être discutées avant ou pendant le calcul des répartitions de vitesses. Nous ne pouvions pas nous y attarder, car le but de cette note n'était pas de passer en revue les multiples aspects du dessin des aubages, mais de présenter quelques formules qui cons-

tituent, nous l'espérons du moins, un progrès dans le calcul aéro-thermodynamique de l'ailetage des turbomachines axiales.

* * *

Summary

Practical formulae for the computation of the asymptotic gas velocity distributions after an axial turbine and compressor blade row (both stator and rotor) have been derived, which take in account the non uniform total energy distribution, the variation of the blade efficiency along the radius and the radial displacements of the stream lines.

* * *

RÉFÉRENCES

- (1) *Annular Combustion Chamber*. « Flight », août 1946.
- (2) E. MÜHLEMANN: *Experimentelle Untersuchungen an einer axialen Gebläsestufe*. Diss. E. P. F. 1946. Verlag AG. Gebr. Leemann & Co., Zürich.
- (3) R. SIESTRUNCK et J. FABRI: *Écoulements tourbillonnaires dans les machines axiales*. O.N.E.R.A. Publication n° 45, 1950.
- (4) P. RUDEN: *Investigation of Single Stage Axial Fans*. NACA TM No. 1062, 1944.
- (5) W. TRAUPEL: *Kompressible Strömung durch Turbinen*. Schweizer Archiv, Nr. 5-6, mai-juin 1950.
- (6) H. CONSTANT: *The Gas Turbine in Perspective*. Proceedings 1950, Vol. 163, Inst. Mech. Eng.

MAISON DE PAROISSE ET PRESBYTÈRE RÉFORMÉS A SIERRE (VALAIS)

CONCOURS D'ARCHITECTURE

Extrait du règlement

En décembre 1951, la paroisse protestante de Sierre ouvrait un concours *restreint* en vue d'obtenir des plans d'une Maison de paroisse et d'un presbytère. Quatre architectes furent sollicités.

Les plans devaient être rendus pour le 30 avril 1952. Une somme de 800 fr. était mise à disposition du jury pour récompenser les auteurs des projets primés ; en outre 300 fr. devaient être versés à tout concurrent ayant présenté un projet conforme au règlement du concours.

Les bâtiments projetés devaient comporter : la *Maison de paroisse*, avec salle pour 100 personnes et scène, ainsi que divers locaux annexes ; un *presbytère* de cinq pièces et un *appartement* pour la Sœur de paroisse ; un garage.

Extrait du règlement du jury

Le jury, composé de MM. A. Richon, ingénieur, président, K. Guler, ingénieur, W. Müller, P. Indermühle et C. Grosgrün, architectes (voix consultative : M. Th. Hahn, pasteur), s'est réuni les 6 et 7 mai 1952.

Les quatre projets présentés furent reconnus conformes aux prescriptions du programme.

Après s'être rendu sur place, le jury décide de se baser sur les critères suivants : situation et position relative des divers immeubles, plans, tenue architecturale, économie, impression générale.

Après examen détaillé des projets et rédaction détaillée des critiques, le jury établit le classement suivant : 1. projet « Markus » ; 2. projet « Avenue des Alpes » ; 3. projet « Bella Lui » ; 4. projet « Stern ».

A l'unanimité, il alloue un prix de 500 fr. à l'auteur du projet classé en premier rang, et un prix de 300 fr. à l'auteur du deuxième rang ; chaque auteur recevant en outre l'allocation de 300 fr.

Le jury décide en outre de recommander à la paroisse de Sierre de confier l'étude définitive et la direction des travaux à l'auteur du projet classé en premier rang.

L'ouverture des enveloppes, faite après lecture et signature du procès-verbal, révèle les noms des lauréats :

1er prix, 500 fr., M. Peter Lanzrein, architecte F. A. S., à Thoune.

2e prix, 300 fr., M. W. Eigenheer, architecte, à Sierre.