Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 81 (1955)
Heft: 9

Artikel: Étude sur la détermination astronomique de l'azimut du soleil
Autor: Howald, Pierre
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-61332

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

81e année 30 avril 1955 No 9

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les quinze jours

Abonnements:
Suisse: 1 an, 24 francs
Etranger: 28 francs
Pour sociétaires:
Suisse: 1 an, 20 francs
Etranger: 25 francs
Prix du numéro: Fr. 1.40
Ch. post. « Bulletin technique de la Suisse romande » N° II. 57 75, à Lausanne.
Expédition
Imprimerie « La Concorde » Terreaux 31 — Lausanne.
Rédaction
et éditions de la S. A. du Bulletin technique (tirés à part), Case Chauderon 475
Administration générale
Ch. de Roseneck 6 Lausanne

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des Anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

Comité de patronage — Président: R. Neeser, ingénieur, à Genève; Vice-président: G. Epitaux, architecte, à Lausanne; Secrétaire: J. Calame, ingénieur, à Genève — Membres, Fribourg: MM. P. Joye, professeur; † E. Lateltin, architecte — Vaud: MM. F. Chenaux, ingénieur; A. Chevalley, ingénieur; E. d'Okolski, architecte; Ch. Thévenaz, architecte — Genève: MM. † L. Archinard, ingénieur; Cl. Grosgurin, architecte; E. Martin, architecte — Neuchâtel: MM. J. Béguin, architecte; R. Guye, ingénieur — Valais: MM. J. Dubuis, ingénieur; Burgener, D. architecte.

Rédaction: D. Bonnard, ingénieur. Case postale Chauderon 475, Lausanne.

Conseil d'administration
de la Société anonyme du Bulletin technique: A. Stucky, ingénieur, président; M. Bridel; G. Epitaux, architecte; R. Neeser, ingénieur.

Tarif des annonces

1/1 page		Fr. 264.—
1/2	»	» 134.40
1/4	»	» 67.20
1/8	»	» 33.60

Annonces Suisses S. A. (ASSA)

Place Bel-Air 2. Tél. 22 33 26
Lausanne et succursales

SOMMAIRE : *Etude sur la détermination astronomique de l'azimut du soleil*, par PIERRE HOWALD, géomètre EPUL. — *Concours d'idées en vue de l'aménagement des voies de circulation entre la rue du Mont-Blanc et le Grand-Quai, à Genève.* — BIBLIOGRAPHIE. — LES CONGRÈS. — SERVICE DE PLACEMENT. — DOCUMENTATION GÉNÉRALE. — INFORMATIONS DIVERSES.

ÉTUDE SUR LA DÉTERMINATION ASTRONOMIQUE DE L'AZIMUT DU SOLEIL

par PIERRE HOWALD, géomètre EPUL

Lorsqu'on calcule une polygonale mesurée avec un théodolite à boussole, il est nécessaire de connaître les variations journalières de la déclinaison magnétique. Afin d'obtenir ces variations aussi exactement que possible, on utilise depuis un certain temps en Suisse, une méthode astronomique permettant de déterminer l'azimut par observation du soleil. A cet effet, on peut procéder de deux façons différentes, en mesurant soit l'angle horaire, soit l'angle de hauteur de l'astre (voir [4] et [5]).

Dans cette étude, nous nous proposons d'examiner ces deux procédés du point de vue de la précision des calculs et de déduire le plus avantageux suivant les cas.

Considérons le triangle sphérique, dit triangle de position, représenté à la figure 1.

Les éléments de ce triangle sont :

$a =$ azimut de l'astre S, compté positivement dans le sens NESW, à partir du Nord.

$\delta =$ déclinaison
$t =$ angle horaire
$h =$ angle de hauteur
} de l'astre

$\varphi =$ latitude du lieu
$q =$ angle parallactique

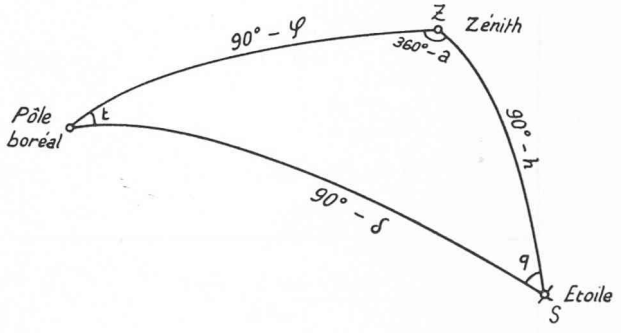


Fig. 1. — Le triangle de position.

Si la station et l'astre observé sont connus, 2 éléments du triangle de position sont fixés, la latitude φ et la déclinaison δ. Pour que l'on puisse calculer l'azimut a, il est nécessaire de connaître une seule autre grandeur. Celle-ci doit pouvoir être mesurée ; on a donc bien le choix entre l'angle horaire t et l'angle de hauteur h. Les formules, bien connues, permettant de calculer l'azimut à partir de l'une et l'autre de ces grandeurs, sont respectivement :

$$\text{(1)} \qquad \operatorname{cotg} a = \frac{\sin \varphi \cdot \cos t - \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta}{\sin t}$$

$$\text{(2)} \qquad \cos a = \frac{\sin \delta - \sin h \cdot \sin \varphi}{\cos h \cdot \cos \varphi}$$

L'angle de hauteur h défini ci-dessus est l'angle de hauteur observé, corrigé de la réfraction astronomique.

Comme nous l'avons déjà dit, nous voulons étudier ici la précision avec laquelle il faut connaître les éléments intervenant dans le calcul de a, soient φ, δ et t dans un cas, φ, δ et h dans l'autre, afin d'obtenir la précision nécessaire sur l'azimut. Nous limitons cette étude au cas des observations du soleil dans le cadre de la polygonation à la boussole. En pensant plus particulièrement au théodolite-boussole Wild To, dont la précision de lecture des cercles est de 1^c (minute centésimale), nous pouvons dire que nous voulons obtenir l'azimut du soleil à 1^c près.

1. Etude des erreurs dans la méthode de l'angle horaire

D'après la formule (1), on peut établir la différentielle totale de l'azimut en fonction des différentielles des variables φ, δ et t ce qui donne :

$$\text{(1.1)} \qquad da = a_\varphi \cdot d\varphi + a_\delta \cdot d\delta + a_t \cdot dt$$

Les dérivées partielles ont pour expressions :

$$\text{(1.2a)} \qquad \begin{aligned} a_\varphi &= +\sin a \cdot \operatorname{tg} h \\ a_\delta &= -\frac{\cos \varphi \cdot \sin a}{\cos \delta \cdot \cos h} \\ a_t &= +\sin \varphi - \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} h \cdot \cos a \end{aligned}$$

$$\text{(1.2b)} \qquad \begin{aligned} a_\varphi &= -\frac{\cos \delta \cdot \sin q \cdot \sin h}{\cos \varphi \cdot \cos h} \\ a_\delta &= +\frac{\sin q}{\cos h} \\ a_t &= +\frac{\cos \delta \cdot \cos q}{\cos h} \end{aligned}$$

$$\text{(1.2c)} \qquad \begin{aligned} a_\varphi &= -\frac{\sin t \cdot \cos \delta \cdot \sin h}{\cos^2 h} \\ a_\delta &= +\frac{\cos \varphi \cdot \sin t}{\cos^2 h} \\ a_t &= +\frac{\sin \varphi - \sin \delta \cdot \sin h}{\cos^2 h} \end{aligned}$$

Nous donnons ici trois expressions différentes pour chaque dérivée partielle. Elles sont toutes équivalentes, mais font intervenir d'autres grandeurs. Ces relations sont bien connues et mentionnées dans de nombreux ouvrages (par ex. : [1] : p. 57 ; [2] : p. 108 ; [3] : p. 95).

En considérant maintenant les différentielles comme étant des erreurs sur les grandeurs respectives, on peut obtenir l'erreur sur l'azimut calculé suivant la formule (1), en fonction des erreurs sur la latitude, la déclinaison et l'angle horaire.

En examinant la relation (1.1) et l'ensemble des relations (1.2), on peut déjà faire les constatations suivantes :

1. Une erreur $d\varphi$ sur la latitude de la station est sans influence sur la détermination de l'azimut, lorsque l'astre est dans le méridien du lieu ($a = 0$ ou π ; $q = 0$ ou π ; $t = 0$ ou 12^h) ou à l'horizon (lever et coucher : $h = 0$).

2. Une erreur $d\delta$ sur la déclinaison de l'astre est sans effet sur l'azimut déterminé par une observation méridienne ($a = 0$ ou π ; $q = 0$ ou π ; $t = 0$ ou 12^h).

3. Une erreur dt sur l'angle horaire n'a pas d'effet sur la détermination de l'azimut, lorsqu'on observe l'astre dans sa digression maximum $\left(q = \pm \frac{\pi}{2}\right)$. Par contre l'effet est maximum lors d'une observation méridienne de l'astre, ce qui ressort de la 3^e des relations (1.2b) :

$$a_t = + \frac{\cos \delta \cdot \cos q}{\cos h}.$$

En effet, dans le méridien nous avons : $q = 0$, donc $\cos q = 1$; de plus h est dans ce cas maximum, par conséquent $\cos h$ minimum.

Pour qu'il puisse avoir digression maximum, il faut qu'on ait :

$$\text{(1.3)} \qquad \varphi < \delta$$

Les formules et remarques énoncées jusqu'ici sont valables pour n'importe quel astre. Dans le cas du soleil, la condition (1.3) ne sera remplie que pour les latitudes comprises entre les tropiques du Cancer et du Capricorne, c'est-à-dire pour :

$$+ 23^o\,30' < \varphi < - 23^o\,30'$$

puisque pour le soleil, la déclinaison δ varie entre ces limites. Nous pouvons donc déjà dire que, pour nos latitudes (Suisse), une erreur sur l'angle horaire t ne sera jamais sans effet sur l'azimut calculé.

Etudions maintenant séparément les influences d'une erreur $d\varphi$, $d\delta$ ou dt sur l'azimut a. A partir des relations (1.1) et (1.2a), on peut écrire :

$$\text{(1.4)} \qquad da_\varphi = +\sin a \cdot \operatorname{tg} h \cdot d\varphi$$

$$\text{(1.5)} \qquad da_\delta = -\frac{\cos \varphi \cdot \sin a}{\cos \delta \cdot \cos h} \cdot d\delta$$

$$\text{(1.6)} \qquad da_t = +(\sin \varphi - \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} h \cdot \cos a) \cdot dt$$

Les expressions qui multiplient les différentielles $d\varphi$, $d\delta$ et dt, que nous appellerons coefficients de ces grandeurs, sont des fonctions de φ, δ et a, la hauteur h étant elle-même fonction de ces 3 éléments. D'après le triangle de position, nous avons en effet la relation suivante :

(1.7) $$\sin \delta = \sin h . \sin \varphi + \cos h . \cos \varphi \ . \ \cos a$$

C'est une équation trigonométrique que l'on peut résoudre pour obtenir h.

En attribuant à φ et δ des valeurs fixes, les coefficients mentionnés ne dépendent plus que de a. Si nous reportons maintenant dans un graphique l'azimut a en abscisse, et en ordonnées les valeurs correspondantes de ces coefficients multipliés par les différentielles $d\varphi$, $d\delta$ et dt respectives, nous obtenons des courbes représentant l'influence des erreurs $d\varphi$, $d\delta$ et dt sur l'azimut. L'azimut a est la variable indépendante. D'autre part, chaque courbe est caractérisée par 2 paramètres, φ et δ. En maintenant la valeur de la latitude fixe et en changeant celle de la déclinaison (paramètre dépendant du moment de l'année), nous obtenons pour chacune des fonctions da_φ, da_δ et da_t une famille de courbes.

Si nous voulons obtenir da_φ, da_δ et da_t en secondes centésimales, nous pouvons introduire $d\varphi$ et $d\delta$ directement avec cette même unité dans (1.4) et (1.5) respectivement, tandis qu'il faut encore transformer (1.6) afin de pouvoir y introduire dt en secondes de temps.

En se basant sur les relations :

(1.8)
$$1^s \text{ (sec. temps)} = 46^{cc}, 29\,629$$
$$1^{cc} \text{ (sec. cent.)} = 0{,}216^s$$

on peut écrire les équations (1.4), (1.5) et (1.6) de la façon suivante :

(1.9) $$da_\varphi{}^{cc} = + \sin a \ . \ \operatorname{tg} h \ . \ d\varphi^{cc}$$

(1.10) $$da_\delta{}^{cc} = - \frac{\cos \varphi \ . \ \sin a}{\cos \delta \ . \ \cos h} \cdot d\delta^{cc}$$

(1.11) $$da_t{}^{cc} = + 46{,}3 \ . \ (\sin \varphi - \operatorname{tg} h \ . \ \cos \varphi . \cos a) . dt^s$$

Pour établir les graphiques mentionnés plus haut, nous introduisons pour les paramètres φ et δ les valeurs numériques suivantes :

$\varphi = + 47^o$
(latitude moyenne de la Suisse)

$\delta = + 23^o\,30'$: solstice d'été (22 juin) ;
$\delta = + 10^o$: env. 16 avril et 28 août
$\delta = 0^o$: équinoxes de printemps et d'automne (22 mars et 22 septembre)
$\delta = - 10^o$: env. 24 février et 20 octobre
$\delta = - 23^o\,30'$: solstice d'hiver (22 décembre).

Les dates indiquées permettent de situer dans le cours de l'année les moments correspondant aux valeurs choisies de la déclinaison. D'autre part, les valeurs extrêmes de δ ($\pm 23^o\,30'$), sont des valeurs approchées à quelques minutes du maximum et du minimum de celle-ci.

Donnons à $d\varphi$, $d\delta$ et dt les valeurs numériques suivantes :

$$d\varphi^{cc} = + 10^{cc}$$
$$d\delta^{cc} = + 10^{cc}$$
$$dt^s = + 1^s$$

Il est facile de déduire les valeurs de da_φ, da_δ et da_t correspondant à des $d\varphi$, $d\delta$ et dt quelconques.

Dans les graphiques 1 et 2, nous n'avons dessiné les courbes représentatives des fonctions (1.9), (1.10) et (1.11) que pour les valeurs de l'azimut comprises entre le lever et le coucher du soleil.

Au moyen de ces graphiques, nous pouvons, connaissant $d\varphi$, $d\delta$ et dt, trouver l'erreur qui en résulte sur l'azimut calculé.

Il est possible d'étudier maintenant la précision avec laquelle il faut connaître la latitude φ, la déclinaison δ et l'angle horaire t pour que l'azimut calculé soit obtenu à 1^c près.

Considérons d'abord le cas de la déclinaison. Des tables donnent sa valeur pour chaque jour de l'année à 0^h TU (temps universel), comme par exemple dans [8]. Il faut donc interpoler la valeur de la déclinaison au moment de l'observation ; on le fait linéairement suivant la formule :

(1.12) $$\Delta_1\delta = x \ . \ \Delta^1\delta$$

avec :

$\Delta^1\delta =$ différence première de δ pour 24^h ;

$\Delta_1\delta =$ { 1^{er} terme d'interpolation à ajouter à la valeur de δ pour $TU = 0\,h.$;

$x =$ { fraction de jour, de 0^h TU au moment de l'observation (en TU également).

Pour le soleil, on a :

$$\Delta^1\delta_{max} = \text{env. } 45^c \text{ (min. cent.)}$$

Pour $x = 1^m = 0{,}000\,694$ jour
cela donne :

$$\Delta_1\delta_{max} = 0{,}000\,694 \ . \ 45^c = 0{,}03^c.$$

Il est par conséquent évident qu'il suffit de connaître x à la minute près, pour que le premier terme d'interpolation soit connu avec une précision suffisante.

D'autre part, il y a lieu de se rendre compte s'il faut faire intervenir le 2^e terme d'interpolation pour δ, qui se calcule par la formule :

(1.13) $$\Delta_2\delta = \frac{1}{2} \ . \ x \ . \ (x - 1) \ . \ \Delta^2\delta$$

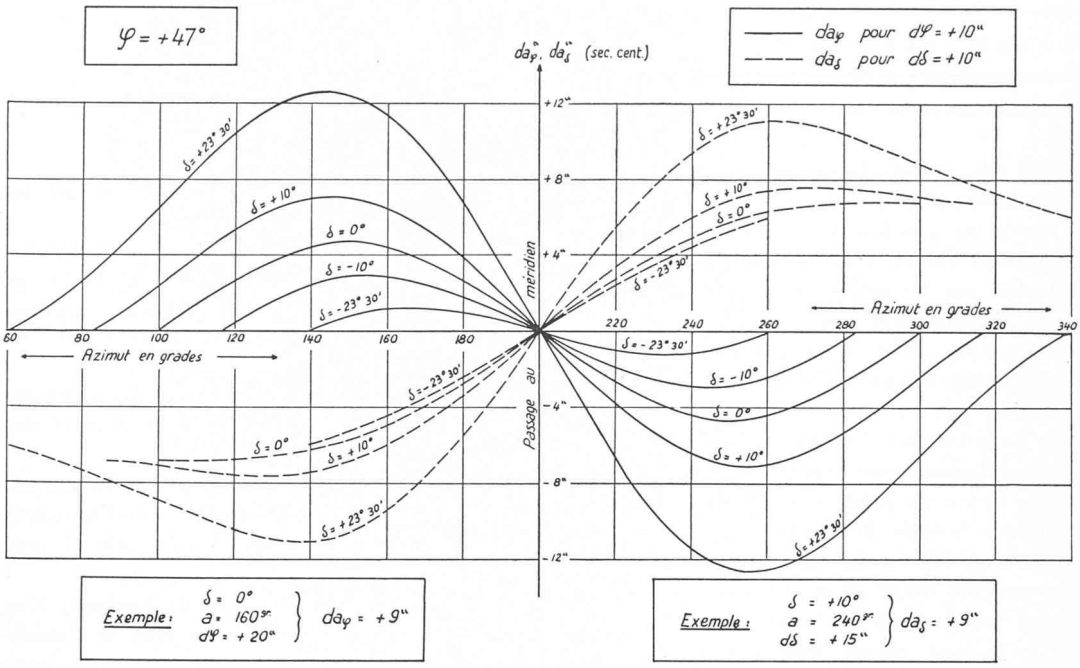
ou :

$\Delta^2\delta =$ différence seconde de δ pour 24^h ;

$\Delta_2\delta = 2^e$ terme d'interpolation pour δ ;

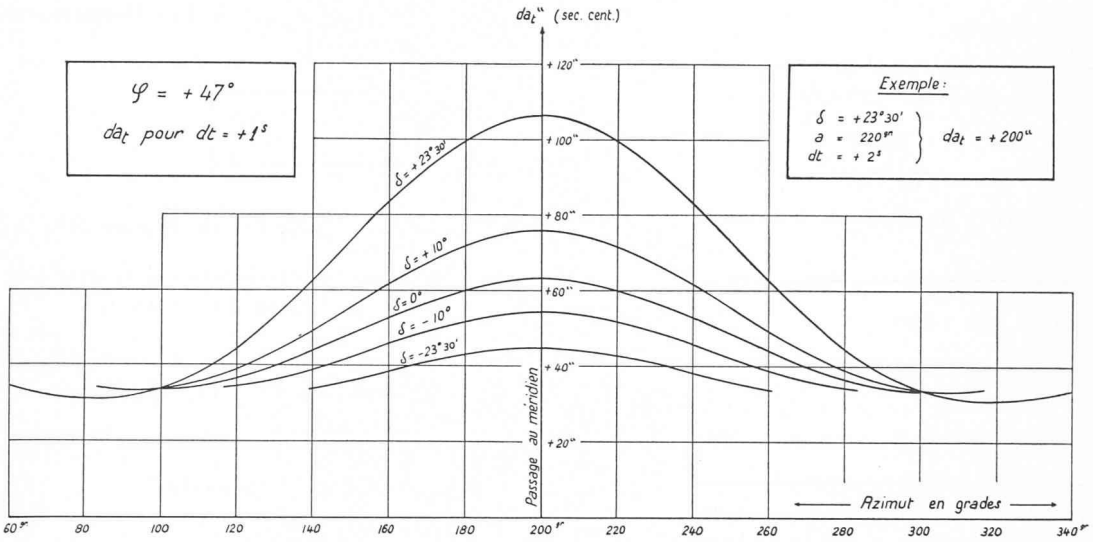
$x =$ { fraction de jour de 0^h TU au moment de l'observation.

(cf. [2], page 23).



GRAPHIQUE 1

Influences de dφ *et* dδ *sur l'azimut.*



GRAPHIQUE 2

Influences de dt *sur l'azimut*

Il est facile de démontrer qu'au cours de 24^h, $\Delta_2\delta$ est maximum pour $x = \frac{1}{2}$. Dans ce cas, sa valeur est donnée par :

$$\Delta_2\delta_{max} = -\frac{1}{8} \cdot \Delta^2\delta_{max} .$$

Des tables donnant la déclinaison du soleil, il ressort que l'on a :

$$\Delta^2\delta_{max} = \text{env. } 90^{cc} \text{ (sec. cent.)}$$

d'où :

$$\Delta_2\delta_{max} = -\frac{1}{8} \cdot 90^{cc} = \text{env.} -11^{cc}.$$

L'erreur commise sur la valeur de la déclinaison du soleil en négligeant le 2e terme d'interpolation est donc à peine supérieure à 10^{cc}. D'après le graphique 1, on voit que l'erreur maximum qui en résulte sur la détermination de l'azimut est du même ordre de grandeur, donc 0,1 minute centésimale. Il n'est par conséquent pas nécessaire de tenir compte du 2e terme d'interpolation pour la déclinaison, ce qui n'était pas évident à priori.

Il suffit donc d'interpoler linéairement la valeur de la déclinaison suivant la relation (1.12) et d'y introduire x à la minute près.

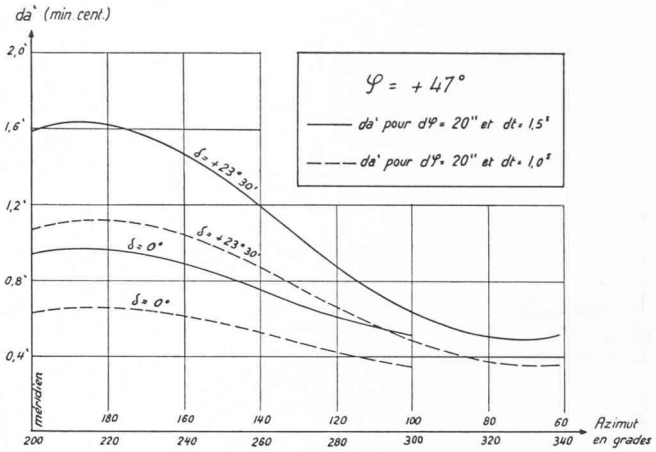
Dans les considérations qui précèdent, nous nous sommes basés sur des tables donnant la déclinaison du soleil toutes les 24^h, et avons démontré qu'elles suffisent. Il faut cependant mentionner qu'il existe d'autres tables, donnant la déclinaison avec un autre intervalle. Dans [7] en particulier, la valeur de δ est indiquée toutes les 4 heures.

Il ne reste maintenant plus qu'à considérer une erreur sur la latitude φ du lieu et une erreur sur l'angle horaire t du soleil. Si nous voulons connaître l'erreur totale qui en résulte sur l'azimut de l'astre, nous pouvons écrire, en valeur absolue :

$$|da^{cc}| = |a_\varphi \cdot d\varphi^{cc}| + 46{,}3 \cdot |a_t \cdot dt^s| \qquad (1.14)$$

Si l'on applique pour le calcul de la latitude et de la longitude de la station, les formules simplifiées établies dans [6], on peut admettre que l'on connaît la première à 20cc près, tandis que pour la seconde, il faut compter avec une erreur de 0,5s. La longitude intervient dans le calcul de l'angle horaire à partir du temps légal observé (cf. [5]). Mais en ce qui concerne la précision de l'angle horaire, il faut encore considérer une erreur provenant de la compensation des temps lus au chronomètre au moment de l'observation, erreur que l'on peut admettre égale à 0,5s à 1,0s. Cela fait en définitive 1,0s à 1,5s pour dt.

Le graphique 3 représente les valeurs de da, données par la relation (1.14), pour $d\varphi = 20^{cc}$ et $dt = 1{,}0^s$ d'une part, pour $d\varphi = 20^{cc}$ et $dt = 1{,}5^s$ d'autre part.



GRAPHIQUE 3

Valeurs maxima de da *pour* dφ *et* dt *donnés.*

2. Etude des erreurs dans la méthode de l'angle de hauteur

Nous allons procéder de la même façon que pour la méthode de l'angle horaire. Les grandeurs intervenant dans le calcul de l'azimut par la formule (2) sont la latitude φ de la station, la déclinaison δ et l'angle de hauteur h de l'astre au moment de l'observation. Rappelons qu'il s'agit de l'angle de hauteur observé, corrigé de la réfraction astronomique.

Pour obtenir la relation donnant l'erreur da sur l'azimut en fonction des erreurs $d\varphi$ sur φ, $d\delta$ sur δ et dh sur h, nous différencions la formule (2), ce qui donne :

$$da = a_\varphi . d\varphi + a_\delta . d\delta + a_h . dh \tag{2.1}$$

avec les dérivées partielles suivantes :

$$a_\varphi = + \frac{\operatorname{tg} h - \cos a . \operatorname{tg} \varphi}{\sin a}$$

$$a_\delta = - \frac{\cos \delta}{\cos h . \sin a . \cos \varphi} \tag{2.2a}$$

$$a_h = - \frac{\operatorname{tg} \varphi - \cos a . \operatorname{tg} h}{\sin a}$$

$$a_\varphi = - \frac{\cos t}{\sin t . \cos \varphi} = - \frac{\cos t}{\sin q . \cos h}$$

$$a_\delta = + \frac{1}{\sin t . \cos \varphi} = + \frac{1}{\sin q . \cos h} \tag{2.2b}$$

$$a_h = - \frac{\cos q}{\sin t . \cos \varphi} = - \frac{\cos q}{\sin q . \cos h}$$

Comme dans le paragraphe 1, nous ne donnons pas les développements qui aboutissent à ces formules différentielles. On les trouve dans les ouvrages d'astronomie (cf. [2] : page 121).

A partir de ces relations différentielles, constatons simplement que a_h sera nul lorsque $q = \pm \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire quand l'astre observé sera dans sa digression maximum. Comme nous l'avons déjà vu au paragraphe précédent, ceci n'est jamais le cas pour nos latitudes.

Les relations (2.1) et (2.2a) permettent d'écrire :

$$da_\varphi{}^{cc} = + \frac{\operatorname{tg} h - \cos a . \operatorname{tg} \varphi}{\sin a} \cdot d\varphi^{cc} \tag{2.3}$$

$$da_\delta{}^{cc} = - \frac{\cos \delta}{\cos h . \sin a . \cos \varphi} \cdot d\delta^{cc} \tag{2.4}$$

$$da_h{}^{cc} = - \frac{\operatorname{tg} \varphi - \cos a . \operatorname{tg} h}{\sin a} \cdot dh^{cc} \tag{2.5}$$

Si on introduit $d\varphi$, $d\delta$ et dh en secondes centésimales dans ces relations, on obtiendra respectivement da_φ, da_δ et da_h avec la même unité.

Les remarques faites au sujet des relations (1.4), (1.5) et (1.6) s'appliquent également aux équations ci-dessus. Les coefficients des différentielles $d\varphi$, $d\delta$ et dh sont donc des fonctions de a, φ et δ. Nous pouvons représenter ces fonctions par des graphiques, toujours en reportant l'azimut en abscisse et la valeur de la fonction en ordonnée. Pour les paramètres φ et δ, nous avons choisi les valeurs suivantes :

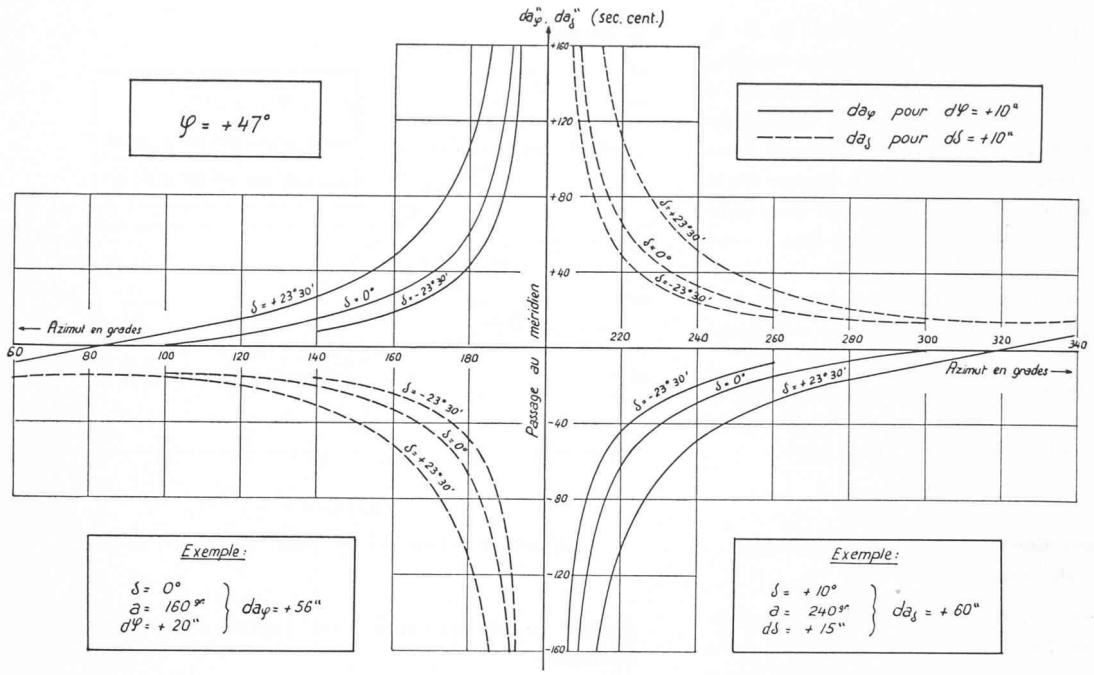
$$\varphi = + 47^o$$
$$\delta = + 23^o\,30' , 0^o , - 23^o\,30'$$

et pour les différentielles :

$$d\varphi = + 10^{cc}$$
$$d\delta = + 10^{cc}$$
$$dh = + 10^{cc}$$

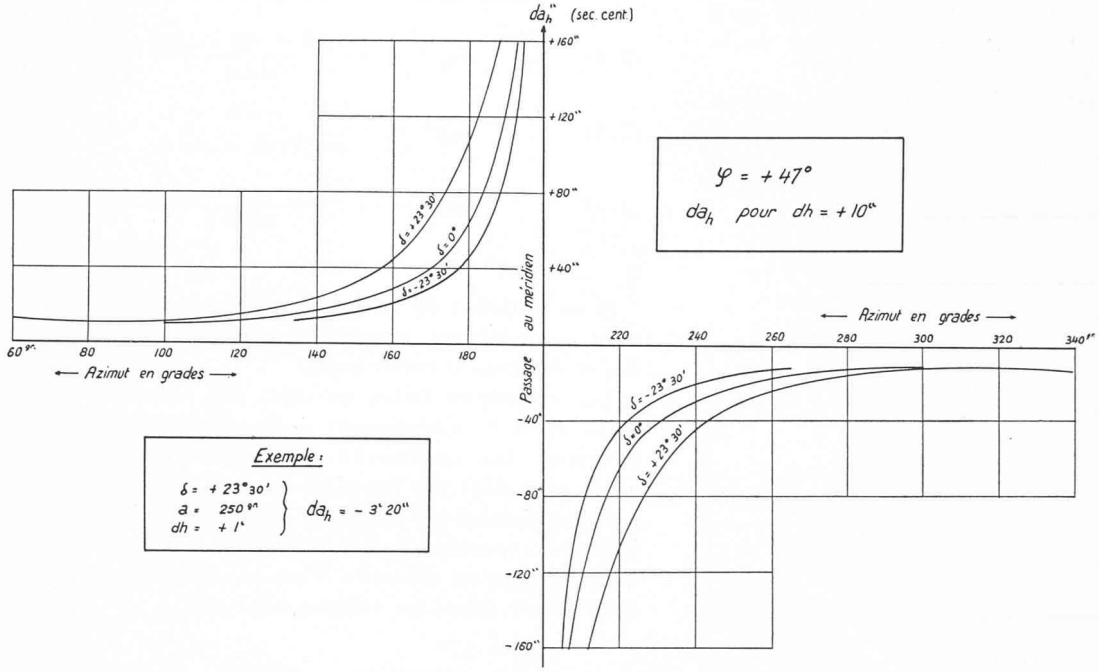
Dans les graphiques 4 et 5, nous avons également dessiné les courbes représentatives des fonctions pour les valeurs de l'azimut comprises entre le lever et le coucher du soleil seulement.

Nous pouvons maintenant analyser les effets des erreurs $d\varphi$, $d\delta$ et dh sur l'azimut. On remarque d'abord que pour $a = 200^g$ (méridien), toutes les courbes tendent vers l'infini. Cela veut dire qu'au voisinage du



Graphique 4

Influences de dφ *et* dδ *sur l'azimut.*



Graphique 5

Influences de dh *sur l'azimut*

méridien, le problème est indéterminé, ce qui est logique, l'azimut variant beaucoup et la hauteur peu.

D'autre part, nous voyons que seule une erreur sur la latitude φ peut être sans influence, tandis que des erreurs sur la déclinaison et sur l'angle de hauteur entraînent toujours des erreurs égales ou plus grandes sur l'azimut.

L'instant de l'observation doit être connu à 3-4^m près, afin que l'erreur sur la déclinaison ne dépasse pas 10^{cc}. Là aussi, nous pouvons interpoler sa valeur linéairement, de la même façon que pour la méthode de l'angle horaire.

La latitude de la station peut se calculer par la formule simplifiée développée dans [6]. Nous obtenons ainsi sa valeur à 20^{cc} près en tout cas.

Quant à la précision avec laquelle nous connaissons l'angle de hauteur introduit dans la formule (2) pour le calcul de l'azimut, il est beaucoup plus difficile de l'évaluer. Il faut considérer d'une part, l'erreur de lecture proprement dite, et en pensant toujours au théodolite-boussole Wild To, on peut dire qu'elle est de l'ordre de 1^c (min. cent.). D'autre part, il faut faire intervenir la réfraction astronomique et il est difficile de savoir avec quelle précision on la connaît. Pour fixer les idées, admettons que l'erreur totale sur l'angle de hauteur corrigé de la réfraction est de 2^c.

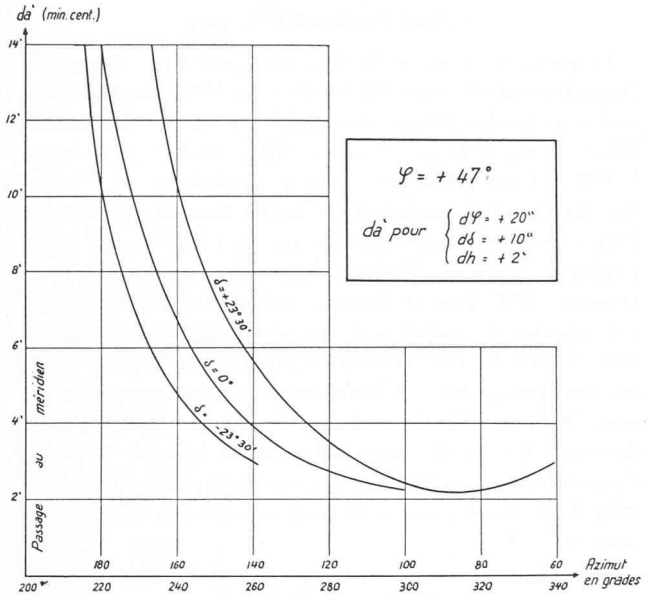
Sur la base de ces données, considérons maintenant l'erreur totale qui en résulte sur l'azimut, en posant :

$$|da^{cc}| = |a_\varphi . d\varphi^{cc}| + |a_\delta . d\delta^{cc}| + |a_h . dh^{cc}| \qquad (2.6)$$

avec :

$$d\varphi = 20^{cc}$$
$$d\delta = 10^{cc}$$
$$dh = 200^{cc}$$

Le graphique 6 montre quelle est la courbe de l'erreur da donnée par (2.6).



Graphique 6

Valeurs maxima de da *pour* dφ, dδ *et* dh *donnés.*

3. Conclusions

Nous pouvons maintenant comparer les précisions obtenues par les deux méthodes analysées pour la détermination de l'azimut du soleil.

Pour la *méthode de l'angle horaire*, nous voyons que la principale source d'erreur sur l'azimut, est une erreur sur l'angle horaire de l'astre au moment de l'observation. Il s'agit donc de connaître celui-ci avec une assez grande précision, c'est-à-dire à 1,0^s-1,5^s près. Par conséquent, il est nécessaire d'avoir un chronomètre dont la marche est très régulière et qui donne une précision de 1,0^s. Il faut contrôler son état le plus souvent possible, par exemple le matin, à midi et le soir. On pourra ainsi procéder à une compensation des temps lus, si l'état du chronomètre a varié entre temps. Une compensation graphique suffit.

D'autre part, il y a lieu de connaître la longitude de la station à 0,5^s près. Pour obtenir cette précision, il faut que le lieu soit fixé à environ 160 m. près suivant la direction perpendiculaire au méridien. Malgré cette précision relativement grande exigée pour la longitude, il est possible de la calculer suivant la formule simplifiée établie dans [6].

En ce qui concerne la latitude de la station, la précision avec laquelle nous l'obtenons par la formule établie dans [6] également, sera toujours suffisante, à condition de connaître le lieu à 200 m près suivant le méridien.

Il est intéressant de remarquer que, pour des valeurs fixes de $d\varphi$ et dt, la précision sur l'azimut est la moins bonne pour des déterminations faites au voisinage du méridien, tandis qu'elle est la meilleure lorsque l'astre est à proximité de l'horizon (graphique 3). Autrement dit, plus le soleil sera bas sur l'horizon, meilleure sera la détermination de l'azimut.

Cependant, d'après le graphique 3, qui donne l'erreur maximum supposée sur l'azimut en fonction des erreurs $dt = 1{,}5^s$ et $d\varphi = 20^{cc}$, on constate que da_{max} dépasse de peu 1,5^c.

Dans le cas particulier qui nous occupe, on peut dire que la précision obtenue sur l'azimut du soleil déterminé par la méthode de l'angle horaire, sera pratiquement suffisante à n'importe quel moment.

Comme pour la méthode de l'angle horaire, c'est une imprécision sur la grandeur observée qui entraîne la plus forte erreur sur l'azimut déterminé par la *méthode de l'angle de hauteur*. Le graphique 5 montre en effet, que l'erreur sur l'azimut est pour le moins aussi grande que celle sur l'angle de hauteur. Dans le paragraphe 2, nous avons supposé $dh = 2^c$, $d\varphi = 20^{cc}$ et $d\delta = 10^{cc}$, ce qui a permis d'établir le graphique 6. Celui-ci montre que l'azimut est d'autant mieux déterminé que l'astre est plus près de l'horizon, et, de plus, qu'il est inutile de faire des observations par cette méthode lorsque le soleil est au voisinage du méridien. On peut dire qu'il faut suspendre les observations 2-3 heures avant jusqu'à 2-3 heures après le passage du soleil au méridien. Ceci s'explique par le fait que dans cette zone, l'azimut varie beaucoup plus rapidement que l'angle de hauteur, de sorte qu'une petite erreur sur ce dernier entraîne une grande erreur sur l'azimut.

D'autre part, lorsque l'astre est trop près de l'horizon, on a une plus grande imprécision sur la valeur de la réfraction astronomique dont il faut corriger l'angle de hauteur observé. Là aussi, il faut interrompre les observations quand le soleil est à moins de 10^o sur l'horizon.

Nous voyons par là que le laps de temps durant lequel cette méthode peut être employée avec succès est relativement court. La comparaison des graphiques 3 et 6 montre qu'en déterminant l'azimut par observation de l'angle de hauteur, on n'obtient jamais la précision que donne la méthode de l'angle horaire. Il est donc facile de conclure en disant qu'il est préférable de déterminer l'azimut du soleil en mesurant son angle horaire plutôt que son angle de hauteur.

Cette étude ayant été faite pour le cas particulier d'observations du soleil à l'aide du théodolite-boussole Wild To, il ne faudrait pas vouloir généraliser nos conclusions et en déduire qu'il est toujours plus avantageux de procéder par mesure de l'angle horaire.

Il y a lieu de faire une dernière remarque. Dans l'établissement des graphiques, nous avons considéré la latitude moyenne de la Suisse, soit $\varphi = +47^o$. Notre pays étant compris entre les latitudes $+46^o$ et $+48^o$, cela fait une différence de $\pm 1^o$ par rapport à la valeur moyenne choisie. Les écarts que cela entraîne sur les valeurs données par les différents graphiques sont cependant négligeables, de telle sorte que ce qui a été établi est valable pour l'ensemble du pays.

PUBLICATIONS MENTIONNÉES :

[1] Dr. M. Waldmeier : *Leitfaden der Astronomischen Orts-und Zeitbestimmung*, 1946.
[2] R. Roelofs : *Astronomy applied to Land Surveying*, 1950.
[3] Albrecht : *Formeln und Hilfstafeln*, 4e éd. 1908.
[4] P. Peytrequin : *Détermination de la déclinaison magnétique à l'aide du théodolite à boussole Wild To, par observation du soleil.* Revue technique suisse des Mensurations, n° 12, 1953.
[5] W. K. Bachmann : *Utilisation du théodolite à boussole pour la polygonation.* Bulletin technique de la Suisse romande, n° 24, 1954.
[6] P. Howald : *Formules simplifiées pour le calcul de la latitude et de la longitude.* Bulletin technique de la Suisse romande, n° 7, 1955.
[7] *Astronomisch-Geodätisches Jahrbuch vom Astronomischen-Rechen-Institut in Heidelberg.*
[8] *The Nautical Almanac*, H. M. Stationery Office, London.