

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 83 (1957)  
**Heft:** 20

**Artikel:** Influence de la partie de l'aménagement située à l'aval de la chambre d'équilibre sur les petites oscillations avec réglage automatique  
**Autor:** Gardel, André  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-62798>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les quinze jours

**Abonnements :**  
Suisse: 1 an, 26 francs  
Etranger: 30 francs  
Pour sociétaires:  
Suisse: 1 an, 22 francs  
Etranger: 27 francs  
Prix du numéro: Fr. 1.60  
Ch. post. « Bulletin technique de la Suisse romande »  
N° II. 57 75, à Lausanne.

Adresser toutes communications concernant abonnements, changements d'adresse, expédition à **Imprimerie La Concorde, Terreaux 31, Lausanne**

**Rédaction**  
et éditions de la S. A. du Bulletin technique (tirés à part), Case Chauderon 475  
**Administration de la S. A. du Bulletin Technique**  
Ch. de Roseneck 6 Lausanne

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des Anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale

Comité de patronage — Président : J. Calame, ingénieur, à Genève ; Vice-président : † G. Epitoux, architecte, à Lausanne — Membres : Fribourg : MM. H. Gicot, ingénieur ; M. Waeber, architecte — Vaud : MM. A. Gardel, ingénieur ; A. Chevalley, ingénieur ; E. d'Okolski, architecte ; Ch. Thévenaz, architecte — Genève : MM. Cl. Grosgurin, architecte ; E. Martin, architecte — Neuchâtel : MM. J. Béguin, architecte ; R. Guye, ingénieur — Valais : MM. G. de Kalbermatten, ingénieur ; D. Burgener, architecte.

Rédaction : D. Bonnard, ingénieur. Case postale Chauderon 475, Lausanne.

Conseil d'administration  
de la Société anonyme du Bulletin technique : A. Stucky, ingénieur, président ; M. Bridel ; P. Waltenspuhl, architecte ; R. Neeser, ingénieur.

## Tarif des annonces

1/1 page	Fr. 275.—
1/2 »	» 140.—
1/4 »	» 70.—
1/8 »	» 35.—

**Annonces Suisses S. A. (ASSA)**



Place Bel-Air 2. Tél. 22 33 26  
Lausanne et succursales

**SOMMAIRE :** *Influence de la partie de l'aménagement située à l'aval de la chambre d'équilibre sur les petites oscillations avec réglage automatique*, par ANDRÉ GARDEL, Dr ès sciences techniques, ingénieur-conseil. — *Comité suisse de l'Eclairage (CSE)*. — **BIBLIOGRAPHIE.** — Société suisse des ingénieurs et des architectes : *Cours sur les études de routes*. — **CARNET DES CONCOURS.** — **SERVICE DE PLACEMENT.** — **DOCUMENTATION GÉNÉRALE.** — **DOCUMENTATION DU BATIMENT.** — **INFORMATIONS DIVERSES.**

## Stabilité des chambres d'équilibre

# INFLUENCE DE LA PARTIE DE L'AMÉNAGEMENT SITUÉE A L'AVANT DE LA CHAMBRE D'ÉQUILIBRE SUR LES PETITES OSCILLATIONS AVEC RÉGLAGE AUTOMATIQUE

par ANDRÉ GARDEL, Dr ès sciences techniques, ingénieur-conseil

### 1. Introduction

Le mode de calcul des dimensions à donner aux chambres d'équilibre a fait l'objet ces dernières années de nombreuses études et recherches. Cet intérêt soutenu n'est pas surprenant étant donné le coût élevé de ces ouvrages et l'importance prise par la construction des aménagements hydro-électriques.

Cependant, cet intérêt tient aussi au fait qu'il s'agit d'une question qui se prête bien à l'analyse mathématique. Enfin, l'étude expérimentale se heurte parfois à de grandes difficultés, en particulier lors de l'examen de la stabilité de la marche avec réglage automatique. Dans ce cas l'étude expérimentale complète ne peut être exécutée qu'en vraie grandeur, dans une centrale existante ; mais le nombre élevé des paramètres rend alors souvent l'interprétation des résultats très difficile [8.25.26]<sup>1</sup>.

A défaut de pouvoir recourir à de telles expériences en vraie grandeur, généralement trop onéreuses, c'est en établissant des méthodes de calcul plus complètes et plus fouillées que nous pourrions améliorer notre compréhension des problèmes soulevés par la marche avec réglage automatique.

Nous avons examiné ailleurs l'influence des dimensions du bassin amont et celles des formes du raccordement de la chambre d'équilibre à la galerie d'amenée [23]. Nous ne nous préoccupons ici que des principaux éléments situés à l'aval de la chambre d'équilibre :

- conduite forcée ;
- turbine ;
- réseau.

<sup>1</sup> Les numéros entre crochets renvoient à la bibliographie placée à la fin de l'étude.

Par ailleurs, nous avons simplifié le problème autant que possible en considérant un aménagement hydro-électrique comprenant une galerie d'amenée unique, une seule conduite forcée, une turbine<sup>1</sup> avec canal de fuite court (et par conséquent démunie de chambre d'équilibre aval); cet aménagement est représenté à la figure 1.

Nous n'examinerons la stabilité du réglage que dans le cas de petites oscillations. C'est non seulement un avantage du point de vue mathématique, puisque le problème peut ainsi être rendu linéaire, mais encore justifié par le fait que de grandes oscillations font naître dans la chambre des pertes de charge supplémentaires favorables à l'amortissement de ces oscillations<sup>2</sup>.

Enfin, nous ne tiendrons pas compte dans la présente étude de la possibilité de stabiliser les oscillations par un asservissement de la marche de la turbine, par exemple en acceptant délibérément de faibles variations de la tension ou de la fréquence<sup>3</sup>. Cette question a déjà fait l'objet d'études particulières et d'essais et sort du cadre de cet exposé [5, 6, 7, 8, 22].

Nous tenons ici à exprimer nos vifs remerciements à M. le professeur D. Gaden pour les conseils très précieux qu'il nous a donnés lors de la préparation de cette étude, et tout particulièrement pour les indications précises et importantes dont il nous a fait bénéficier en ce qui concerne l'influence de la turbine.

## 2. Généralités

Lorsque le vannage de la turbine est commandé par un dispositif de réglage automatique de la vitesse du groupe, il est bien connu que la chambre d'équilibre peut être le siège d'oscillations non amorties. Depuis que le professeur Thoma a analysé ce phénomène pour la première fois en 1910 au sujet de la centrale de Heimbach, de très nombreuses études ont été publiées sur cette question. Le problème réside dans la détermination de la section horizontale qu'il est nécessaire de donner à la chambre d'équilibre pour assurer un amortissement suffisant de ces oscillations du niveau dues au dispositif de réglage.

Pour y parvenir, on admet généralement les simplifications suivantes :

1° les variations de charge du réseau sont réparties suffisamment au hasard dans le temps pour que les

<sup>1</sup> S'il y a, pour une seule chambre d'équilibre, plusieurs conduites forcées alimentant plusieurs turbines, le cas le plus défavorable correspond le plus souvent à la marche à pleine puissance; il peut alors être aisément ramené au cas du présent calcul.

<sup>2</sup> Nous soulignons ce point parce que plusieurs auteurs ont montré que de grandes oscillations étaient plus défavorables et obtenu ainsi des conditions de stabilité différentes [16, 18]; mais il s'agit d'études faites en négligeant les pertes de charge supplémentaires. Le professeur Escande a d'ailleurs démontré que les conditions de stabilité sont effectivement améliorées si l'on tient compte de la perte de charge à l'entrée de la chambre [11].

<sup>3</sup> Ou par asservissement mécanique de l'ouverture, ainsi que l'ont proposé MM. Gaden et Borel [22].

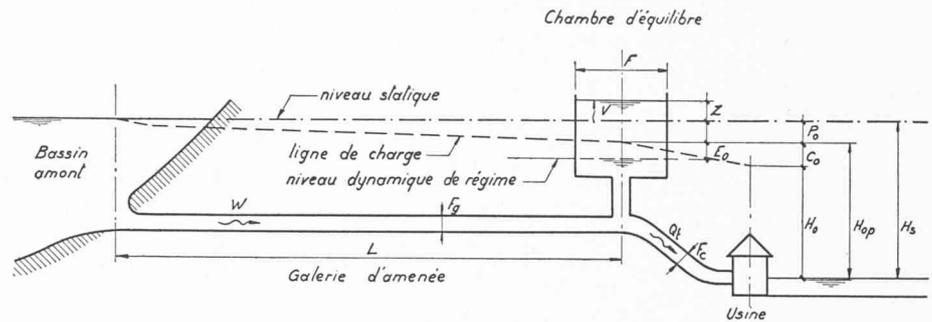


Fig. 1. — Schéma de l'aménagement.

mouvements de vannage et les écarts de débit auxquels elles donnent lieu ne risquent pas de faire entrer en résonance le système galerie d'amenée—chambre d'équilibre, lui-même assez sélectif (voir § 3, f, et fig. 6). Pour l'étude des oscillations du niveau dans la chambre d'équilibre, ces variations peuvent donc être laissées de côté et la puissance (résistante) consommée par la clientèle du réseau admise de valeur constante ;

2° les variations de vitesse du groupe qui peuvent être le fait du fonctionnement en régime transitoire de son dispositif de réglage, ainsi que les mouvements de vannage et les écarts de débit auxquels ce fonctionnement peut donner lieu, sont de période bien plus courte (10 à 20 sec.) que celle (plusieurs minutes) des oscillations propres du système galerie d'amenée - chambre d'équilibre et par conséquent des mouvements de vannage que ces oscillations provoquent. Les deux phénomènes ne peuvent donc pratiquement pas réagir l'un sur l'autre ; il est dès lors possible, pour le calcul qui nous intéresse, de ne pas tenir compte du fonctionnement en régime transitoire du dispositif de réglage et d'admettre qu'au cours des oscillations du système galerie - chambre ce dispositif de réglage est toujours en régime permanent. Cela conduit à ne prendre en considération ni l'inertie mécanique ( $PD^2$ ) des masses tournantes du groupe, ni la rapidité de réponse (promptitude) de son dispositif de réglage ;

3° en régime permanent, les seules variations de vitesse que le fonctionnement du dispositif de réglage engendre sont celles dues à son statisme permanent. Or, ce statisme n'est généralement que de quelques pour-cent ; un mouvement de vannage, provoquant un certain écart du couple moteur développé par la turbine, n'entraîne donc, par la faible variation de vitesse à laquelle il correspond, qu'un écart de couple résistant négligeable par rapport à l'écart de couple moteur précité (fig. 2). Il sera donc fait abstraction de cet écart de couple résistant, qui dépend d'ailleurs des

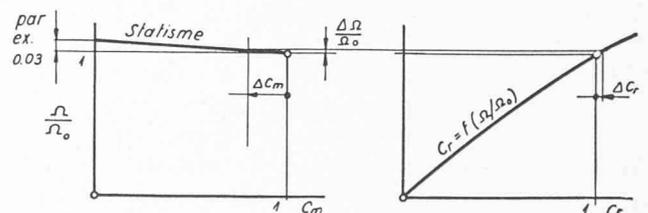


Fig. 2. — Variation  $\Delta C_r$  du couple résistant due à l'écart de vitesse  $\Delta\Omega/\Omega_0$  consécutif à un écart  $\Delta C_m$  du couple moteur (en valeurs relatives).

caractéristiques des appareils de consommation du réseau, et la vitesse du groupe admise de valeur constante.

On peut établir que, sauf cas très exceptionnels<sup>1</sup>, l'adoption de ces simplifications n'entraîne aucune erreur appréciable dans la détermination des conditions de stabilité d'une chambre d'équilibre. Par contre, il y a lieu de tenir compte :

de l'énergie cinétique de l'eau s'écoulant dans la galerie au droit du raccordement à la chambre ;

de la perte de charge et éventuellement du coup de bélier dans la conduite forcée ;

de la marche en parallèle des groupes de la centrale considérée avec d'autres ;

des variations de rendement des turbines.

Nous nous proposons de montrer que, par une formule générale et complète, il est possible de tenir compte simultanément de ces diverses influences, souvent importantes.

Nous n'envisagerons que le cas des petites oscillations autour des valeurs de régime, les variables étant remplacées par leurs écarts par rapport à ces valeurs de régime. Nous traiterons le problème à l'aide de valeurs relatives.

### 3. Equations fondamentales

#### a) Galerie d'amenée et chambre d'équilibre

L'application de la loi de Newton à la galerie d'amenée donne :

$$(1) \quad \frac{L}{g} \frac{dW}{dT} + Z + P + E = 0,$$

où, selon figure 1 :

$L$  : longueur de la galerie d'amenée,

$W$  : vitesse dans la galerie d'amenée (positive vers l'aval),

$T$  : temps,

$g$  : accélération de la pesanteur,

$Z$  : niveau dans la chambre, au-dessus du niveau statique,

$P = P_0(W/W_0)^2$  : perte de charge dans la galerie d'amenée. L'indice  $0$  se rapporte aux valeurs de régime.

$E$  : hauteur représentative de l'énergie cinétique de l'écoulement dans la galerie au droit de l'insertion de la chambre.

Cette équation (1) est l'équation classique des chambres d'équilibre, dans laquelle nous avons séparé, de la perte de charge  $P$  dans la galerie, la hauteur représentative  $E$  de l'énergie cinétique. Nous admettons que

$$(2) \quad E = E_0(W/W_0)^2.$$

Cette relation, exacte en régime permanent, ne l'est plus rigoureusement en régime oscillatoire : une partie du débit entre et sort alors de la chambre, modifiant la valeur du terme  $E$  dont il y a lieu de tenir compte. L'étude plus détaillée de cette valeur a été faite ailleurs [23, 24]. L'équation (2) peut être considérée comme une première approximation.

<sup>1</sup> On trouvera ailleurs [1.8.13 à 17] des méthodes de calcul permettant de résoudre la question en tenant compte des influences négligées ; mais, à cause du nombre élevé des paramètres, ces méthodes ne peuvent s'appliquer qu'à des cas particuliers et nécessitent généralement de longs calculs.

Suivant l'exemple de MM. Calame et Gaden [3], nous introduirons des valeurs relatives des variables, de manière à réduire au minimum le nombre des paramètres subsistants.

Toutes les hauteurs ( $Z, P, E, C, H$ ) sont rapportées à une hauteur de comparaison  $Z_*$  qui est la montée maximum du niveau de l'eau dans la chambre, consécutive à une fermeture instantanée totale du vannage, la perte de charge  $P$  étant supposée nulle :

$$(3) \quad Z_* = W_0 \sqrt{\frac{LF_g}{gF}}$$

où  $F_g$  : section de la galerie d'amenée.

D'autre part, nous rapportons les vitesses à leurs valeurs correspondant au débit du régime.

Le temps est rapporté à  $T_g$ , temps caractéristique de la galerie d'amenée, égal au quotient par  $2\pi$  de la période  $T_*$  de l'oscillation provoquant  $Z_*$  :

$$(4) \quad T_g = \sqrt{\frac{LF}{gF_g}}$$

Dès lors, nous pouvons poser les définitions suivantes :

$$(5) \quad z = \frac{Z}{Z_*} \quad p = \frac{P}{Z_*} \quad p_0 = \frac{P_0}{Z_*} \quad e = \frac{E}{Z_*} \quad e_0 = \frac{E_0}{Z_*}$$

$$w = \frac{W}{W_0} = \frac{WF_g}{Q_0} \quad t = \frac{T}{T_g}$$

Les dérivées successives d'une variable quelconque  $x$  par rapport au temps seront désignées par  $x', x'', \dots$

Enfin, les petits écarts des variables par rapport aux valeurs de régime seront désignées par  $\Delta$ . L'équation (1) s'écrit ainsi :

$$\Delta w' + \Delta z + \Delta p + \Delta e = 0,$$

où  $\Delta p = 2p_0 \cdot \Delta w$  et  $\Delta e = 2e_0 \cdot \Delta w$ .

Il en résulte l'équation suivante :

$$(6) \quad \Delta w' + \Delta z + 2(p_0 + e_0)\Delta w = 0.$$

À l'insertion de la chambre dans la galerie, on peut établir l'équation de continuité qui exprime que le débit fourni par la galerie d'amenée est égal à la somme du débit entrant dans la chambre, et de celui absorbé par la turbine :

$$(7) \quad WF_g = VF + Q_t$$

$Q_t$  : débit de la turbine,

$V$  : vitesse de montée du niveau dans la chambre.

$$(8) \quad V = dZ/dT.$$

Avec les valeurs relatives et en posant  $q = Q_t/Q_0$ , il vient :

$$\Delta w = \Delta v + \Delta q, \quad \text{et} \quad \Delta v = \Delta z',$$

d'où :

$$(9) \quad \Delta w = \Delta z' + \Delta q.$$

#### b) Conduite forcée

La charge disponible à la turbine est

$$(10) \quad H_t = H_s + Z + E - C + \Delta H_c,$$

où  $H_s$  = chute statique (différence de niveau entre la retenue et la turbine),

$C = C_0(Q_t/Q_0)^2$  = perte de charge dans la conduite forcée,

$E$  = hauteur représentative de l'énergie cinétique dans la galerie au droit de l'insertion de la chambre. Nous poserons encore ici que  $E = E_0(W/W_0)^2$ , ce qui revient à admettre que la charge dans la galerie immédiatement à l'aval du raccordement à la chambre d'équilibre est la même qu'à l'amont (et non la pression),

$\Delta H_c$  = surpression due au coup de bélier.

En valeurs relatives et en ne considérant que les petits écarts des variables :

$$(11) \quad \Delta h = \Delta z + 2e_0 \cdot \Delta v - 2c_0 \cdot \Delta q + \Delta h_c.$$

Soulignons que  $\Delta h$  est l'écart de chute rapporté à  $Z_*$ , et non à la chute de régime  $H_0$ . ( $H_0 = H_s - P_0 - C_0$ ).

Dans le calcul de la surpression, nous considérons le coup de bélier comme un phénomène de masse (conduite indéformable contenant un liquide incompressible). Cette hypothèse est parfaitement admissible puisque la période des oscillations du système galerie d'amenée-chambre d'équilibre est largement supérieure à la période des oscillations propres de pression dues au coup de bélier, s'il était considéré comme un phénomène de propagation d'ondes dans une conduite élastique. Ceci est d'autant plus vrai que dans les basses chutes, où le problème de la stabilité du réglage est important, la conduite forcée est courte.

En appliquant la loi de Newton à la colonne d'eau de la conduite forcée (longueur  $L_c$ , section  $F_c$ ), on trouve :

$$\gamma F_c \Delta H_c = - \frac{\gamma L F_c}{g} \frac{d(Q_t/F_c)}{dT},$$

d'où :

$$\Delta H_c = - \frac{L}{g F_c} \frac{dQ_t}{dT},$$

$$\frac{\Delta H_c}{H_0} = - \frac{L Q_0}{g H_0 F_c} \frac{d(Q_t/Q_0)}{dT} = - T_c \frac{d(Q_t/Q_0)}{dT}.$$

En valeurs relatives, avec  $t_c = T_c/T_g$ , on a :

$$(12) \quad \frac{\Delta h_c}{h_0} = - t_c \cdot \Delta q'.$$

#### c) Condition relative à la puissance

Comme indiqué au paragraphe 2, nous admettons que la puissance consommée par le réseau est de valeur constante.

Si le groupe considéré alimente seul un *réseau isolé*, sa puissance motrice doit être toujours égale à la puissance résistante consommée (hypothèse de la vitesse constante) et par conséquent, comme elle, de valeur constante. Les variations de la puissance motrice du groupe sont donc nulles :

$$\Delta p_m = 0.$$

Si, par contre, le groupe considéré *marche en parallèle* avec des groupes d'autres usines pour alimenter ensem-

ble le réseau, les conditions ne sont plus les mêmes. Nous pouvons ici encore admettre que la puissance résistante consommée par le réseau est constante :

$$\Delta p_t = 0.$$

Cependant, toute variation d'ouverture du groupe considéré entraîne par l'effet de son statisme une légère variation de sa vitesse, qui provoque à son tour un écart de puissance des autres groupes marchant en parallèle, lesquels sont également dotés d'un statisme et, à cause de leur couplage, tournent à une vitesse égale ou proportionnelle à celle du groupe considéré. Si les variations de vitesse peuvent être négligées (comme indiqué au paragraphe 2, sous 3°) au point de vue de leur effet sur la valeur du couple résistant, il est indispensable de tenir compte de leur conséquence sur la répartition des puissances entre les différents groupes couplés en parallèle, répartition déterminée par leurs statismes ; nous reviendrons sur ce point au paragraphe f.

#### d) Rendement

Si le rendement de la turbine était constant, la variation de la puissance motrice s'exprimerait en valeurs relatives par la relation connue :

$$\Delta p_m = \Delta q + \frac{\Delta h}{h_0}.$$

Si le rendement de la turbine varie, cette équation devient :

$$(13) \quad \Delta p_m = \Delta q + \frac{\Delta h}{h_0} + \frac{\Delta \eta}{\eta_0}.$$

Il est donc nécessaire de déterminer cette variation relative  $\Delta \eta/\eta_0$  du rendement. Puisque la *vitesse  $\Omega$  de la turbine est admise constante*, cette variation  $\Delta \eta/\eta_0$  du rendement n'est fonction que de la chute et du débit ; on peut aussi, ce qui nous paraît plus commode, considérer comme variables indépendantes la chute et l'ouverture du vannage, *en convenant de mesurer cette ouverture par la puissance à laquelle elle correspond sous la chute et à la vitesse de régime*. La variation du rendement s'écrit alors :

$$(14) \quad \frac{\Delta \eta}{\eta_0} = \frac{\partial \eta/\eta_0}{\partial p_0} \cdot \Delta p_0 + \frac{\partial \eta/\eta_0}{\partial h/h_0} \cdot \frac{\Delta h}{h_0}.$$

$\Delta p_0$  est la variation d'ouverture du vannage, mesurée par la variation de puissance correspondante à chute et vitesse constantes<sup>1</sup>.

$\frac{\partial \eta/\eta_0}{\partial p_0}$  est la variation du rendement en fonction de la puissance, à chute et vitesse constantes, au voisinage du point de régime.

$\frac{\partial \eta/\eta_0}{\partial h/h_0}$  est la variation du rendement en fonction de la chute, à puissance et vitesse constantes, au voisinage du point de régime.

Pour déterminer l'écart de rendement  $\Delta \eta/\eta_0$  nous effectuerons un calcul proposé par M. le professeur Gaden.

<sup>1</sup> Lorsqu'une des variables est considérée comme constante, elle est admise égale à la valeur de régime.

Le turbinier est habitué à établir la courbe du rendement en fonction de la puissance, à chute et vitesse constantes, c'est-à-dire en fonction de l'ouverture telle que nous venons de la désigner (fig. 3); c'est la fonction  $\frac{\eta}{\eta_0} = f(p_0)$ . La pente  $\text{tg } \rho$  de cette courbe au point de régime est donc précisément la dérivée partielle  $\frac{\partial \eta / \eta_0}{\partial p_0}$  que nous cherchons.

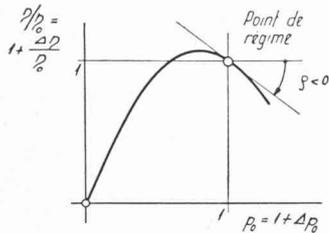


Fig. 3. — Rendement en fonction de la puissance à chute et vitesses constantes, c'est-à-dire en fonction de l'ouverture (en valeurs relatives).

Cette dérivée doit être multipliée dans l'équation (14) par l'écart d'ouverture  $\Delta p_0$  que nous allons maintenant calculer à partir de l'écart de puissance motrice  $\Delta p_m$ . Remarquons à cet effet que l'écart de puissance motrice  $\Delta p_m$  résulte à la fois de l'écart d'ouverture  $\Delta p_0$ , et de l'écart de chute :

$$\left. \begin{array}{l} \text{écart de puissance} \\ \text{à chute variable} \\ \text{et ouverture variable} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{écart de puissance} \\ \text{à chute constante} \\ \text{et ouverture variable} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{écart de puissance} \\ \text{à chute variable} \\ \text{et ouverture constante} \end{array} \right\}$$

Les trois écarts s'entendent à vitesse constante. Le premier membre est  $\Delta p_m$ ; le premier terme du second membre est  $\Delta p_0$ . Le dernier terme n'est pas autre chose que l'écart de puissance ou de couple  $\Delta c_m$  (puisque la vitesse est constante) à chute variable et ouverture constante. D'où :

$$\Delta p_m = \Delta p_0 + \Delta c_m$$

et

$$\Delta p_0 = \Delta p_m - \Delta c_m.$$

Pour calculer l'écart  $\Delta c_m$  de couple à chute variable, rappelons tout d'abord, qu'à ouverture constante, si la vitesse de rotation  $\Omega$  de la turbine augmente en valeur relative de  $\frac{\Delta \Omega}{\Omega_0}$  et si la chute croît simultanément de  $\frac{\Delta h}{h_0} = 2 \frac{\Delta \Omega}{\Omega_0}$  (chute variant proportionnellement au carré de la vitesse), les triangles des vitesses d'écoulement (évaluées en m/s) restent semblables à eux-mêmes; par ailleurs, les pertes de charge restent dans le même rapport vis-à-vis de la chute. Le rendement demeure donc constant. Les pressions en tous points de l'aubage augmentent comme la chute, et il en est par conséquent de même du couple  $\Delta c_m$ . L'augmentation du couple à chute variable est donc égale à  $\frac{\Delta h}{h_0}$  si la vitesse de la turbine croît de  $\frac{\Delta \Omega}{\Omega_0}$ , avec  $\frac{\Delta \Omega}{\Omega_0} = \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h_0}$ .

Mais nous cherchons la variation du couple à vitesse de rotation  $\Omega$  constante. Il nous faut donc connaître

sa variation, à chute et ouverture constantes, mais à vitesse variable. C'est un renseignement que le turbinier peut fournir, sous la forme de la courbe de la figure 4.

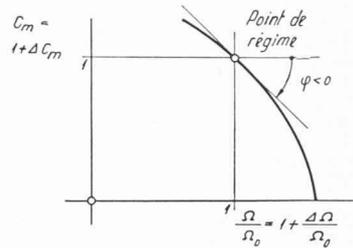


Fig. 4. — Couple moteur en fonction de la vitesse de rotation de la turbine à ouverture et chute constantes (en valeurs relatives).

L'écart du couple  $\Delta c_m$  cherché, à chute variable, à ouverture et vitesse constantes, est ainsi égal à l'écart de couple  $\frac{\Delta h}{h_0}$  à chute variable, la vitesse variant simultanément de  $\frac{\Delta \Omega}{\Omega_0} = \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h_0}$ , diminué de l'écart de couple dû à la seule variation de vitesse précitée :

$$\begin{aligned} \Delta c_m &= \frac{\Delta h}{h_0} - \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h_0} \text{tg } \varphi \\ &= \frac{\Delta h}{h_0} \left( 1 - \frac{1}{2} \text{tg } \varphi \right). \end{aligned}$$

Il en résulte que :

$$(15) \quad \Delta p_0 = \Delta p_m - \frac{\Delta h}{h_0} \left( 1 - \frac{1}{2} \text{tg } \varphi \right).$$

Revenons maintenant à l'équation (14). Nous désirons encore connaître la valeur de la dérivée  $\frac{\partial \eta / \eta_0}{\partial h / h_0}$  du rendement en fonction de la chute, à vitesse et ouverture constantes. Or, nous avons rappelé plus haut qu'à ouverture constante, si une augmentation  $\Delta h / h_0$  de la chute est accompagnée d'une augmentation de la vitesse de rotation de  $\Delta \Omega / \Omega_0 = \Delta h / 2 h_0$ , le rendement reste invariable. En d'autres termes, l'effet sur le rendement d'une variation de vitesse  $\Delta \Omega / \Omega_0$  (la chute restant constante) est égal et de signe contraire à l'effet d'une variation de même sens de la chute  $\Delta h / h_0 = 2 \Delta \Omega / \Omega_0$  (la vitesse restant constante). Le turbinier peut indiquer comment varie le rendement en fonction de la vitesse, à chute constante : c'est la courbe de la figure 5.

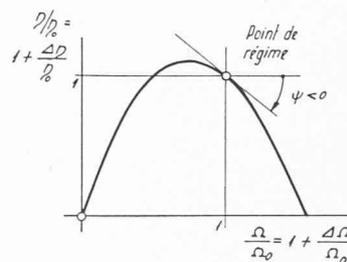


Fig. 5. — Rendement en fonction de la vitesse de rotation de la turbine à ouverture et chute constantes (en valeurs relatives).

Au voisinage du point de régime :

$$\frac{\partial \eta / \eta_0}{\partial \Omega / \Omega_0} = \text{tg } \psi,$$

d'où :

$$\frac{\partial \eta / \eta_0}{\partial h / h_0} = -\frac{1}{2} \operatorname{tg} \psi.$$

L'équation (14) s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \eta}{\eta_0} &= \operatorname{tg} \rho \left[ \Delta p_m - \frac{\Delta h}{h_0} \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) \right] - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \psi \cdot \frac{\Delta h}{h_0}, \\ \frac{\Delta \eta}{\eta_0} &= \operatorname{tg} \rho \cdot \Delta p_m - \left[ \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) \operatorname{tg} \rho + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \psi \right] \frac{\Delta h}{h_0}. \end{aligned} \quad (16)$$

Ce résultat peut être introduit dans (13) qui devient :

$$(1 - \operatorname{tg} \rho) \Delta p_m = \Delta q + \frac{\Delta h}{h_0} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) \operatorname{tg} \rho - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \psi \right]. \quad (17)$$

L'intervention du rendement utilise donc trois paramètres  $\operatorname{tg} \rho$ ,  $\operatorname{tg} \varphi$  et  $\operatorname{tg} \psi$ .

La courbe la plus utilisée en pratique est celle de la figure 3, donnant le rendement en fonction de la puissance à chute et vitesse constantes ; elle permet de déterminer la valeur de  $\operatorname{tg} \rho$  qui est le paramètre généralement prédominant. Au voisinage de l'ouverture totale, cette valeur est légèrement négative et atteint fréquemment l'ordre de grandeur de  $-0,2$  à  $-0,3$ .

La valeur de  $\operatorname{tg} \varphi$  caractérise le degré de réaction de la roue ; elle est en moyenne voisine de  $-1$  ; mais selon que la vitesse spécifique de la roue est faible ou forte, elle peut varier de  $-0,8$  à  $-1,2$ .

La valeur de  $\operatorname{tg} \psi$  est nulle pour la chute de tracé de la roue. Si la turbine doit fonctionner sous chute variable, cette valeur devient négative pour les faibles chutes et positive pour les chutes élevées. Dans le cas de grandes variations du niveau statique amont, la valeur de  $\operatorname{tg} \psi$  peut ne pas être négligeable : par exemple si la chute varie de 1 (chute de tracé) à 0,7 ou à 1,25, la valeur de  $\operatorname{tg} \psi$  peut varier de zéro à  $-0,6$  ou à  $+0,2$ , cela pour une vitesse spécifique de la turbine de l'ordre de 250.

#### e) Fonctionnement isolé du groupe considéré

Comme indiqué au paragraphe 3 c ci-dessus, nous admettons que la puissance motrice reste constante ; l'écart  $\Delta p_m$  est nul. La relation (17) donne :

$$\Delta q + \frac{\Delta h}{h_0} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) \operatorname{tg} \rho - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \psi \right] = 0. \quad (18)$$

(Si  $\operatorname{tg} \rho = \operatorname{tg} \psi = 0$ , on retrouve bien  $\Delta q + \Delta h/h_0 = 0$  qui est l'expression connue de la condition de puissance constante lorsque l'on néglige l'effet du rendement.)

#### f) Fonctionnement en parallèle du groupe considéré avec d'autres

Ainsi que nous l'avons rappelé au paragraphe 3 c ci-dessus, le couplage en parallèle impose, par l'effet des statismes, des variations simultanées des ouvertures des groupes.

Si la puissance du groupe considéré augmente sous

l'influence d'un accroissement de la chute, la turbine ferme ; mais elle entraîne la fermeture de toutes les turbines des autres groupes couplés. La puissance totale restant constante, le groupe considéré ferme donc moins que s'il était isolé. Il en résulte un effet stabilisant très marqué du couplage parallèle.

Nous reprendrons le calcul indiqué par MM. Gaden et Borel [22], et introduirons l'énergie réglante en considérant que l'écart de puissance  $\Delta P_0$  du groupe considéré, qui correspond à l'écart de fréquence  $\Delta F$ , est égal au produit de l'énergie réglante  $E_r$  par le dit écart de fréquence  $\Delta F$ . L'énergie réglante est ainsi l'écart de puissance (en kW) provoqué par un écart de fréquence de 1 Hz. Il s'agit naturellement d'un écart de puissance à chute constante :

$$(19) \quad \Delta P_0 = -E_r \cdot \Delta F.$$

En valeurs relatives

$$\Delta p_0 = -\frac{E_r}{P_0} \cdot \Delta F.$$

De même, on peut écrire pour l'ensemble des groupes couplés en parallèle, y compris le groupe considéré, et en prenant toujours pour unité la puissance  $P_0$  de ce dernier :

$$\Delta p_{0t} = -\frac{E_{rt}}{P_0} \cdot \Delta F,$$

où  $E_{rt} = \sum E_r =$  énergie réglante totale des groupes fonctionnant en parallèle.

A ouverture et vitesse constantes, l'écart de puissance  $\Delta c_m$  du groupe considéré sous l'effet d'une variation de chute  $\Delta h/h_0$  a été calculé au paragraphe 3 d ci-dessus :

$$\Delta c_m = \frac{\Delta h}{h_0} \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right).$$

La puissance résistante consommée par l'ensemble du réseau étant supposée constante (voir § 3 c), l'écart total de puissance motrice doit rester nul :

$$\Delta p_t = \Delta c_m + \Delta p_{0t} = 0 = \frac{\Delta h}{h_0} \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) - \frac{E_{rt}}{P_0} \cdot \Delta F.$$

On peut en déduire l'écart de fréquence :

$$\Delta F = \frac{\Delta h}{h_0} \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) \frac{P_0}{E_{rt}}.$$

Du fait de sa variation d'ouverture  $\Delta p_0$  et de la variation de chute  $\Delta h/h_0$  l'écart de puissance du groupe considéré s'élève à :

$$\Delta p_m = \Delta c_m + \Delta p_0 = \frac{\Delta h}{h_0} \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) - \frac{E_r}{P_0} \cdot \Delta F$$

ou, en remplaçant  $\Delta F$  par sa valeur :

$$\Delta p_m = \frac{\Delta h}{h_0} \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) \left( 1 - \frac{E_r}{E_{rt}} \right).$$

Cette expression peut être introduite dans l'équation (17), en posant pour en simplifier l'écriture :  $\varepsilon = (E_{rt} - E_r)/E_{rt}$ . Le coefficient  $\varepsilon$  est donc égal au rapport de la variation de puissance (variation sous chute et vitesse constantes qui mesure la variation

d'ouverture) des groupes autres que celui considéré, à la variation totale de puissance de tous les groupes.

$$\Delta q + \frac{\Delta h}{h_0} \left[ 1 - \operatorname{tg} \rho \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) (1 - \varepsilon) - \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) \varepsilon - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \psi \right] = 0$$

$$(20) \quad \Delta q + \frac{\Delta h}{h_0} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) (1 - \operatorname{tg} \rho) \varepsilon - \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) \operatorname{tg} \rho - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \psi \right] = 0.$$

Si  $\varepsilon = 0$ , on retrouve bien l'équation (18).

Il convient ici de remarquer que dans le calcul de  $\Delta p_{0t}$ , nous avons admis implicitement (suivant en cela MM. Gaden et Borel) que les mouvements de réglage du groupe considéré ne provoquent des variations de pression que sur ce groupe, mais pas sur les autres groupes couplés en parallèle. Cette hypothèse peut, à première vue, paraître optimiste ; sa validité dépend des périodes propres des chambres d'équilibre des autres aménagements, s'ils en ont. Les adductions de ceux-ci sont le siège d'oscillations forcées provoquées par l'aménagement considéré. Imaginons un instant que les périodes propres des autres aménagements soient identiques à celles de l'aménagement considéré ; tous les systèmes oscilleront en phase et il n'y aura plus d'effet stabilisant du couplage en parallèle. Pourtant, cette hypothèse d'une pression constante sur les autres groupes est généralement tout à fait acceptable car une chambre d'équilibre constitue un système oscillant très sélectif ainsi qu'il ressort des courbes de comportement à fréquence variable établies par MM. Gaden et Borel et dont nous reproduisons ici un exemplaire (fig. 6). On voit que, si la fréquence du mouvement de vannage diffère de seulement 20 % de la fréquence propre du système ( $\beta = 0,8$  ou  $1,2$ ), l'oscillation du niveau est réduite en amplitude (vecteur  $R$ ) approximativement à 40 % de la valeur de l'amplitude à la résonance et déphasée d'environ 70 % (presque en quadrature) par rapport à l'oscillation du mouvement de vannage (ouverture). Toutefois, si l'on devait compter sur le couplage en parallèle pour assurer la stabilité de marche d'une centrale puissante, et que les autres aménagements aient par hasard des adductions de fréquences propres voisines de celle de l'aménagement considéré, il conviendrait d'examiner la question d'une façon plus approfondie.

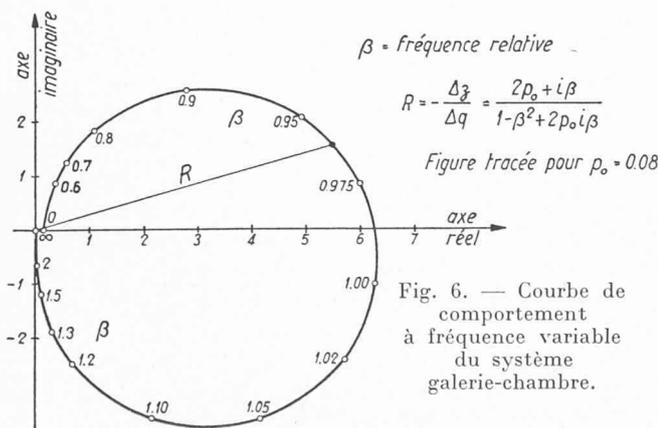


Fig. 6. — Courbe de comportement à fréquence variable du système galerie-chambre.

4. Détermination de la section de la chambre

a) Système d'équations

Le système des équations à prendre en considération est :

$$(6) \quad \Delta w' + \Delta z + 2(p_0 + e_0) \cdot \Delta w = 0$$

$$(9) \quad \Delta w = \Delta z' + \Delta q$$

$$(11) \quad \Delta h = \Delta z + 2e_0 \cdot \Delta w - 2c_0 \Delta q + \Delta h_c$$

$$(12) \quad \Delta h_c = -h_{0t} c \Delta q'^1$$

$$(20) \quad \Delta q + \frac{\Delta h}{h_0} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) (1 - \operatorname{tg} \rho) \varepsilon - \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) \operatorname{tg} \rho - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \psi \right] = 0^1$$

ou, pour simplifier l'écriture,  $\Delta q + \frac{\Delta h}{h_0} \cdot \xi = 0$

soit 5 équations entre 5 variables et le temps.

b) Cas de Thoma

Pour obtenir les conditions conduisant à la formule classique de Thoma, il faut négliger :

- l'énergie cinétique au droit de l'insertion  $e_0 = 0$
- la perte de charge dans les conduites forcées  $c_0 = 0$
- le coup de bélier  $t_c = 0$
- la variation du rendement  $\operatorname{tg} \rho = \operatorname{tg} \psi = 0$
- le couplage en parallèle  $\varepsilon = 0$

De ces simplifications il résulte immédiatement :

$$\Delta h = \Delta z \quad (\text{éq. 11})$$

$$\Delta z'' + 2p_0 \Delta z' + \Delta z + \Delta q' + 2p_0 \Delta q = 0 \quad (\text{éq. 9 et 20})$$

$$\Delta q = -\Delta h / h_0 \quad (\text{éq. 20})$$

d'où

$$(21) \quad \Delta z'' + \Delta z' \left( 2p_0 - \frac{1}{h_0} \right) + \Delta z \left( 1 - \frac{2p_0}{h_0} \right) = 0,$$

équation déjà connue [23]

Cette équation est linéaire du 2<sup>e</sup> ordre, à coefficients constants. Son intégrale générale est de la forme

$$(22) \quad \Delta z = C e^{\alpha t} \sin(\beta t + \mu) ;$$

elle représente un mouvement sinusoïdal amorti.

Nous désignerons par  $x$  le rapport de la section  $F$  de la chambre à la section  $F_t$  de Thoma :

$$(23) \quad x = F / F_t \quad \text{où} \quad F_t = \frac{W_0^2}{2g} \frac{L F_g}{P_0 (H_s - P_0)}$$

Par définition  $x = 2p_0 h_0$ .

Nous appellerons  $x_0$  et  $F_0$  les valeurs de  $x$  et  $F$  pour lesquelles les petites oscillations du niveau dans la chambre sont entretenues par le réglage automatique.

On obtient la condition limite de stabilité en annulant dans (21) le coefficient de  $\Delta z'$  :

$$(24) \quad 2p_0 - \frac{1}{h_0} = 0 \quad \text{d'où} \quad 2p_0 h_0 = 1.$$

La condition obtenue s'écrit donc

$$x_0 = F_0 / F_t = 1 \quad F_0 = F_t.$$

On vérifie bien ainsi que l'on retrouve la section de Thoma comme cas limite de la stabilité.

Il est cependant intéressant de connaître la relation existant entre  $x$  et l'amortissement des petites oscillations.

<sup>1</sup> Dans les équations (12) et (20),  $h_0 = h_s - p_0 - c_0$ .

Nous définirons l'amortissement comme la diminution de l'amplitude de l'exponentielle enveloppe de la sinusoïde amortie, pendant un temps  $T_0$ . Nous choisirons  $T_0$  de manière que l'écriture soit simplifiée le plus possible ; cette valeur de  $T_0$  présente en outre l'avantage, avec les valeurs absolues, d'être indépendante de la section  $F$  de la chambre [5]. Soit

$$(25) \quad T_0 = \frac{W_0 L}{g P_0}$$

L'amortissement est défini, en valeurs relatives<sup>1</sup>, par (fig. 7) :

$$(26) \quad A = 1 - \frac{E_2}{E_1} = 1 - e^{\alpha t}$$

où  $t_0 = T_0/T_g = 1/P_0$ .

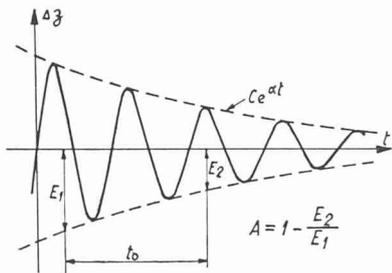


Fig. 7. Définition de l'amortissement.

Par définition :

$$(27) \quad t_0 = 2h_0x$$

De l'équation (26), on tire ainsi

$$(28) \quad \alpha t_0 = \ln(1 - A)$$

et, compte tenu de (27) :

$$(29) \quad 2\alpha h_0 = x \ln(1 - A)$$

En mettant l'équation (21) sous la forme  $\Delta z'' + a_1 \Delta z' + a_0 \Delta z = 0$ , on trouve :

$$\alpha = -\frac{a_1}{2} \quad \text{et} \quad a_1 = 2p_0 - \frac{1}{h_0}$$

d'où, avec (29) :

$$(30) \quad x = \frac{1}{1 + \ln(1 - A)}$$

c) Effet de l'énergie cinétique à l'insertion

Les influences énumérées au paragraphe b ci-dessus étant négligées, sauf celle de  $e_0$ , nous obtenons

$$(31) \quad \Delta z'' + \Delta z' \left[ 2(p_0 + e_0) - \frac{1}{h_0} \right] + \Delta z \left( 1 - \frac{2p_0}{h_0} \right) = 0$$

Il en résulte :

$$(32) \quad x_0 = \frac{p_0}{p_0 + e_0} = \frac{1}{1 + \frac{e_0}{p_0}} = \frac{1}{1 + \frac{E_0}{P_0}}$$

Avec  $a_1 = 2(p_0 + e_0) - \frac{1}{h_0}$ , on trouve :

$$(33) \quad x = \frac{F}{F_t} = \frac{1}{1 + \frac{E_0}{P_0} + \ln(1 - A)}$$

On vérifie le fait connu que l'énergie cinétique a un effet stabilisant ; elle intervient par son rapport avec la perte de charge dans la galerie d'amenée.

d) Effet de la perte de charge dans la conduite forcée

Nous négligeons de nouveau toutes les influences énumérées au paragraphe 4 b, sauf celle de la perte de charge  $c_0$

$$e_0 = t_c = \varepsilon = \text{tg } \rho = \text{tg } \psi = 0$$

On aboutit dès lors à l'équation :

$$(34) \quad \Delta z'' + \Delta z' \left( 2p_0 - \frac{1}{h_{op} - 3c_0} \right) + \Delta z \left( 1 - \frac{2p_0}{h_{op} - 3c_0} \right) = 0$$

dans laquelle  $h_{op}$  désigne la chute nette ( $h_s - p_0$ ) telle qu'elle est utilisée dans la formule de Thoma, c'est-à-dire en faisant abstraction de la perte de charge  $c_0$  dans la conduite forcée :  $h_{op} = h_0 + c_0$ .

Il convient de signaler le fait que dans la formule (35) qui suit, de même que dans la formule (47), et la figure 8, établies plus loin, c'est cette valeur  $h_{op}$  de la chute nette qui est utilisée (et non  $h_0 = h_s - p_0 - c_0$  comme c'est le cas dans le reste des calculs).

A partir de l'équation (34), on calcule la valeur suivante du rapport  $x$  :

$$(35) \quad x = \frac{1}{\left( 1 - \frac{3c_0}{h_{op}} \right) \left[ 1 + \ln(1 - A) \right]} = \frac{1}{\left( 1 - \frac{3c_0}{h_s - p_0} \right) \left[ 1 + \ln(1 - A) \right]}$$

On voit que la perte de charge intervient par le triple de son rapport à la chute. Néanmoins, en pratique, cette influence déstabilisante est généralement faible.

e) Effet de la variation du rendement

$$e_0 = c_0 = t_c = \varepsilon = 0$$

$$(36) \quad \Delta z'' + \Delta z' \left( 2p_0 - \frac{\xi}{h_0} \right) + \Delta z \left( 1 - \frac{2p_0 \xi}{h_0} \right) = 0$$

d'où  $x = \frac{\xi}{1 + \ln(1 - A)}$

avec  $\xi = 1 - \left( 1 - \frac{1}{2} \text{tg } \varphi \right) \text{tg } \rho - \frac{1}{2} \text{tg } \psi$ .

Nous pouvons dès lors écrire :

$$(37) \quad x = \frac{1 - \frac{3}{2} \text{tg } \sigma}{1 + \ln(1 - A)} \quad \text{avec} \quad \text{tg } \sigma = \frac{2 - \text{tg } \varphi}{3} \text{tg } \rho + \frac{\text{tg } \psi}{3}$$

L'usage de  $\text{tg } \sigma$  met en évidence la prépondérance de  $\text{tg } \rho$ . En effet, nous avons indiqué au paragraphe 3 d que  $\text{tg } \varphi$  est voisin de  $-1$ , tandis que  $\text{tg } \psi$  ne diffère généralement que peu de zéro ; avec ces valeurs de  $\text{tg } \varphi$  et  $\text{tg } \psi$ , on trouve  $\text{tg } \sigma \equiv \text{tg } \rho$ .

<sup>1</sup> Cette définition correspond bien à la compréhension usuelle du terme d'amortissement :  $A = 0$  si l'oscillation est entretenue,  $A > 0$  si l'oscillation est amortie,  $A < 0$  si elle est amplifiée.

On appréciera mieux l'influence de la variation du rendement à l'aide de l'exemple suivant :

	tg ρ	tg ψ	tg φ	tg σ	x <sub>0</sub>
Pas d'effet du rendement . . . . .	0	0	-1,0	0	1,00
Valeurs très fréquentes des paramètres . . . . .	-0,2	0	-1,0	-0,2	1,30
Valeurs moins fréquentes des paramètres . . . . .	-0,25	-0,2	-1,1	-0,32	1,48
Valeurs exceptionnelles des paramètres . . . . .	-0,3	-0,6	-1,2	-0,52	1,78

Il n'est donc pas rare de rencontrer en pratique des cas dans lesquels l'influence du rendement conduit à majorer de 30 % à 50 % la section de la chambre d'équilibre.

Pour A = 0, et avec tg ψ = 0 et tg φ = -1, on trouve x<sub>0</sub> = 1 - 3/2 tg ρ, résultat déjà établi par MM. Calame et Gaden [4].

f) Effet du coup de bélier

$$e_0 = c_0 = \varepsilon = \text{tg } \rho = \text{tg } \psi = 0.$$

$$(38) \quad \Delta z''' + \Delta z'' \left( 2p_0 - \frac{1}{t_c} \right) + \Delta z' \left( 1 + \frac{1}{h_0 t_c} - \frac{2p_0}{t_c} \right) + \Delta z \left( \frac{2p_0}{h_0} - 1 \right) \frac{1}{t_c} = 0.$$

Il est aisé d'établir la relation existant entre l'exposant α du terme exponentiel de la solution d'une équation différentielle du troisième ordre et les coefficients de cette équation (voir par exemple [23], p. 28). Pour une équation de la forme

$$(39) \quad \Delta z''' + a_2 \Delta z'' + a_1 \Delta z' + a_0 = 0$$

on trouve la relation

$$(40) \quad (2\alpha)^3 + 2a_2(2\alpha)^2 + (a_2^2 + a_1)2\alpha + a_1a_2 - a_0 = 0.$$

En y introduisant les coefficients de l'équation (38) ci-dessus, en faisant apparaître le facteur 2αh<sub>0</sub> que l'on peut remplacer par x ln(1 - A) (éq. 29), et en posant :

$$\ln(1 - A) = l \quad \text{et} \quad \frac{1}{2p_0 t_c} = \zeta$$

on obtient une équation du premier degré en x, qui donne :

$$(41) \quad x = \frac{\zeta(\zeta - l)}{(l + 1) \left[ (\zeta - l)(\zeta - l - 1) + \frac{1}{4p_0^2} \right]}$$

Dans le cas limite des oscillations entretenues (A = 0, l = 0), cette condition (41) se simplifie beaucoup et conduit à :

$$x_0 = \frac{1}{1 - 2p_0 t_c + t_c^2}$$

Comme t<sub>c</sub> est toujours petit, nous écrirons plus simplement :

$$(42) \quad x_0 \cong 1 + 2p_0 t_c$$

$$t_c = T_c / T_g \quad \text{où} \quad T_c = \frac{L_c Q_0}{g H_0 F_0}$$

La valeur de T<sub>c</sub> est en pratique comprise entre 1 et 2,5 sec., et s'élève en moyenne à 1,2 sec. T<sub>g</sub> étant généralement supérieur à 20 secondes, on voit que t<sub>c</sub> n'est qu'exceptionnellement supérieur à 0,05. Mais t<sub>c</sub> est encore multiplié par le facteur 2p<sub>0</sub> généralement inférieur à l'unité. Il est donc tout à fait admissible de négliger l'effet du coup de bélier sur la section limite de la chambre d'équilibre. Ce n'est que dans le cas exceptionnel d'une conduite forcée très peu inclinée, où la vitesse d'écoulement est grande, avec une période courte des oscillations dans la chambre d'équilibre et une forte perte de charge dans la galerie d'aménée, que l'effet de coup de bélier pourrait jouer un rôle important.

g) Effet du couplage en parallèle

$$e_0 = c_0 = t_c = \text{tg } \rho = \text{tg } \psi = 0$$

$$(43) \quad \Delta z'' + \Delta z' \left[ \frac{1}{h_0} \left( \frac{3}{2} \varepsilon - 1 \right) + 2p_0 \right] + \Delta z \left[ 1 + \frac{2p_0}{h_0} \left( \frac{3}{2} \varepsilon - 1 \right) \right] = 0$$

d'où :

$$(44) \quad x = \frac{1 - \frac{3}{2} \varepsilon}{1 + \ln(1 - A)} \quad \text{avec} \quad \varepsilon = 1 - \frac{E_r}{E_{rt}} \quad (\text{voir } \S 3 f).$$

On voit que la stabilité de marche est assurée quelle que soit la section de la chambre si ε > 2/3, c'est-à-dire si E<sub>r</sub> < E<sub>rt</sub>/3. Cette condition est fréquemment satisfaite sur les réseaux importants.

A la limite de la stabilité (A = 0), on trouve x<sub>0</sub> = 1 - 3/2 ε; c'est, sous une autre forme, le résultat déjà établi par MM. Calame et Gaden [4].

h) Cas général

Nous ne négligerons ici que l'effet du coup de bélier : t<sub>c</sub> = 0, d'où Δh<sub>c</sub> = 0.

Le système est formé par les équations (6), (9), (11) et (20). On trouve :

$$(45) \quad \Delta z'' + \Delta z' \left[ \frac{1}{2c_0 - \frac{h_0}{\xi}} + 2(p_0 + e_0) \right] + \Delta z \left[ 1 + \frac{2p_0}{2c_0 - \frac{h_0}{\xi}} \right] = 0$$

$$(46) \quad \text{où} \quad \xi = 1 - \left( 1 - \frac{1}{2} \text{tg } \phi \right) (1 - \text{tg } \rho) \varepsilon - \left( 1 - \frac{1}{2} \text{tg } \phi \right) \text{tg } \rho - \frac{1}{2} \text{tg } \psi.$$

On peut vérifier qu'en y faisant les hypothèses convenables cette équation conduit bien aux formes plus simples déjà obtenues (équations 21, 31, 34, 36 et 43).

A partir de l'équation (45), on calcule, en opérant comme précédemment, et en introduisant h<sub>0p</sub> = h<sub>0</sub> + c<sub>0</sub> (§ 4 d) :

$$(47) \quad x = \frac{1}{1 + \frac{e_0}{p_0} + \ln(1 - A)} \cdot \frac{1}{\frac{1 - c_0/h_{0p}}{\xi} - 2 \frac{c_0}{h_{0p}}}$$

Nous pouvons dès lors écrire :

(48)

$$\frac{F}{F_t} = \frac{1}{\left[1 + \lambda \frac{E_0}{P_0} + \ln(1-A)\right]} \cdot \left[ \frac{1 - C_0/H_{0p}}{1 - \frac{3\epsilon}{2} - \frac{3}{2}(1-\epsilon) \operatorname{tg} \sigma} - \frac{2C_0}{H_{0p}} \right]$$

$H_{0p}$  = chute nette utilisée dans la formule de Thoma  
 $H_{0p} = H_s - P_0$ ,

$P_0$  = perte de charge dans la galerie, non compris l'énergie cinétique  $E_0$ ,

$F$  = section de la chambre,

$F_t$  = section de Thoma  $F_t = \frac{W_0^2}{2g} \cdot \frac{LF_g}{P_0(H_s - P_0)}$

$\lambda$  = coefficient dépendant des formes de l'insertion (voir [23] chap. III : pour une insertion perpendiculaire à la galerie, et de même diamètre, on a environ  $\lambda = 0,7$ ),

$E_0$  = énergie cinétique dans la galerie au droit de la chambre,

$A$  = amortissement (voir § 4 b),

$C_0$  = perte de charge dans la conduite forcée,

$\epsilon$  = effet du couplage en parallèle =  $1 - E_r/E_{rt}$  (énergies réglantes),

$\operatorname{tg} \rho$  = effet du rendement.

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{2 - \operatorname{tg} \varphi}{3} \operatorname{tg} \rho - \frac{\epsilon}{3(1-\epsilon)} (1 + \operatorname{tg} \varphi) + \frac{\operatorname{tg} \psi}{3(1-\epsilon)}$$

si  $\operatorname{tg} \varphi = -1$  (cas le plus fréquent)

$$\operatorname{tg} \sigma = \operatorname{tg} \rho + \frac{\operatorname{tg} \psi}{3(1-\epsilon)} \cong \operatorname{tg} \rho.$$

La détermination de la valeur de  $F/F_t$  suivant la formule (48) peut être effectuée très simplement à l'aide du graphique de la figure 8. Cet abaque permet également le calcul rapide de l'amortissement assuré par une chambre de section  $F$  connue. Il suffit pour cela de calculer la section de Thoma  $F_t$ , d'où  $x = F/F_t$ ; l'abaque donne  $x_1$  dont on déduit  $x_2 = x/x_1$ ; le graphique donne alors l'amortissement  $A$ .

5. Application numérique

a) Données

A titre d'exemple, nous avons appliqué les résultats de l'étude qui précède à un cas particulier. Il s'agit, à quelques simplifications près, d'un aménagement hydro-électrique réel.

Galerie d'amenée :	longueur . . . . .	$L$	= 180 m
	section . . . . .	$F_g$	= 40 m <sup>2</sup>
	vitesse . . . . .	$W_0$	= 3,3 m/s
	perte de charge . . . . .	$P_0$	= 0,445 m
	énergie cinétique . . . . .	$E_0$	= 0,555 m
Chute brute . . . . .		$H_s$	= 8,00 m
Conduite forcée :	longueur . . . . .	$L_c$	= 30 m
	section . . . . .	$F_c$	= 40 m <sup>2</sup>
	perte de charge . . . . .	$C_0$	= 0,2 m
Turbine :	débit . . . . .	$Q_0$	= 132 m <sup>3</sup> /s
	pente de la courbe de rendement . . . . .	$\operatorname{tg} \rho$	= -0,18
		$\operatorname{tg} \varphi$	= -1
		$\operatorname{tg} \psi$	= 0
Réseau :	couplage en parallèle . . . . . $E_r/E_{rt} = 0,7$		
	d'où . . . . . $\epsilon = 0,3$		

Nous n'avons envisagé qu'une faible influence du couplage en parallèle, l'énergie réglante de l'usine étudiée représentant les 70 % de l'énergie réglante totale; de même, l'influence de la variation du rendement choisie est petite.

$$\frac{F}{F_t} = x = x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{\left[1 + \lambda \frac{E_0}{P_0} + \ln(1-A)\right]} \left[ \frac{1 - C_0/H_{0p}}{1 - \frac{3}{2}\epsilon - \frac{3}{2}(1-\epsilon) \operatorname{tg} \sigma} - \frac{2C_0}{H_{0p}} \right]$$

$$F = x_1 x_2 F_t \quad F_t = \frac{W_0^2}{2g} \cdot \frac{LF_g}{P_0 H_{0p}} \quad H_{0p} = H_s - P_0$$

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{2 - \operatorname{tg} \varphi}{3} \operatorname{tg} \rho - \frac{\epsilon}{3(1-\epsilon)} (1 + \operatorname{tg} \varphi) + \frac{\operatorname{tg} \psi}{3(1-\epsilon)}$$

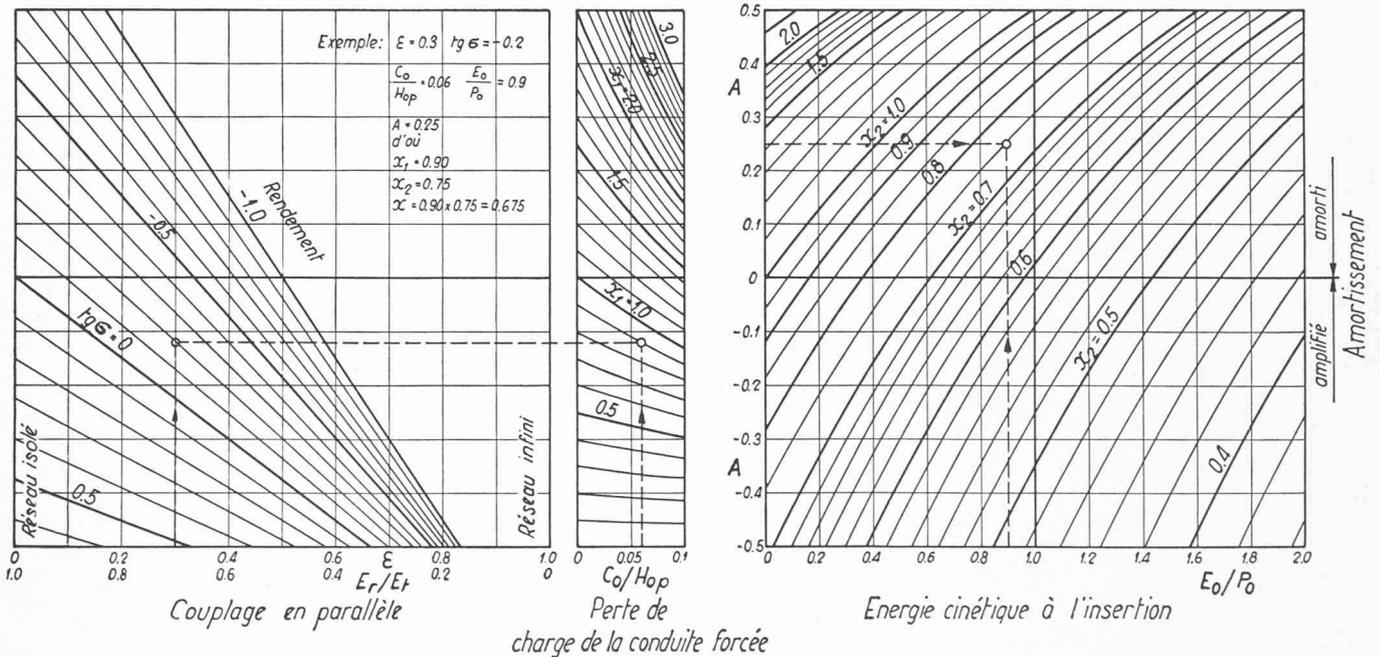


FIG. 8. — Détermination de la section  $F$  de la chambre. (Peut être utilisée pour le calcul de l'amortissement  $A$  lorsque  $F$  est donné.) Graphique établi avec  $\lambda = 0,7$ .

## b) Section limite de la chambre d'équilibre

Nous ne calculerons que la section limite pour laquelle les oscillations sont entretenues.

- 1° Calcul de Thoma  $x_0 = 1,000$   $F_t = 1190 \text{ m}^2$   
 2° En y ajoutant l'effet de l'énergie cinétique au droit de l'insertion de la chambre  
 $x_0 = 0,445$   $F_0 = 530 \text{ m}^2$   
 3° En ajoutant à 1° l'effet de la perte de charge dans la conduite forcée  $x_0 = 1,087$   $F_0 = 1294 \text{ m}^2$   
 4° En ajoutant à 1° l'effet de la variation du rendement de la turbine  $x_0 = 1,270$   $F_0 = 1512 \text{ m}^2$   
 5° En ajoutant à 1° l'effet du coup de bélier dans la conduite forcée  $x_0 = 1,020$   $F_0 = 1213 \text{ m}^2$   
 ( $T_c = 1,34 \text{ s}$   $T_g$  et  $Z_*$  calculés avec  $F = 750 \text{ m}^2$ )  
 6° En ajoutant à 1° l'effet du couplage en parallèle  
 $x_0 = 0,550$   $F_0 = 654 \text{ m}^2$   
 7° En cumulant les effets 1° à 4° (calcul avec la formule 48, sans couplage en parallèle  $\epsilon = 0$ )  
 $x_0 = 0,623$   $F_0 = 752 \text{ m}^2$   
 8° En cumulant les effets 1° à 4° et 6° (calcul avec la formule 48, avec couplage en parallèle  $\epsilon = 0,3$ )  
 $x_0 = 0,379$   $F_0 = 452 \text{ m}^2$

## 6. Conclusion

Des calculs qui précèdent, il résulte que l'amortissement des petites oscillations dues au réglage automatique de vitesse est fortement influencé par la valeur de l'énergie cinétique de l'eau de la galerie au droit de la chambre, par la variation du rendement et par le couplage en parallèle. D'autres influences sont faibles; en particulier, celle du coup de bélier est en général négligeable.

L'effet du couplage en parallèle ne peut pas toujours être considéré comme assuré: on désire souvent que l'usine soit capable d'alimenter seule un réseau isolé. Par ailleurs, il est indispensable de tenir compte des influences de la variation du rendement et de l'énergie cinétique à l'insertion. Négliger ces influences peut conduire à des erreurs de l'ordre 1 à 2, dans un sens ou dans l'autre.

Sur cette base, nous avons établi la formule donnant la section horizontale nécessaire pour la chambre d'équilibre, en fonction de l'amortissement souhaité des petites oscillations (§ 4 h, éq. 48), pour le cas de la marche avec ou sans couplage en parallèle, en tenant compte de l'influence de l'énergie cinétique de l'eau de la galerie au droit de la chambre, de la perte de charge dans la conduite forcée et de l'effet du rendement de la turbine. Cette formule est traduite graphiquement par l'abaque de la figure 8.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] ARREDI, F.: *Lo studio della stabilita dei sistemi adduttori-generatori degli impianti idro elettrici col criterio di Leonhard*. L'Energia Elettrica, novembre-décembre 1947, p. 559.  
 [2] BOUVARD, M.: *A propos de la condition de Thoma dans les cheminées cylindriques à étranglement optimum*. Houille blanche A, 1952, p. 168.  
 [3] CALAME, J. et GADEN, D.: *Théorie des chambres d'équilibre*. Gauthier-Villars, Paris, et La Concorde, Lausanne, éd. 1926.  
 [4] CALAME, J. et GADEN, D.: *De la stabilité des installations munies de chambres d'équilibre*. Schweizerische Bauzeitung, juillet 1927, p. 55.  
 [5] CUÉNOD, M. et GARDEL, A.: *Stabilisation des oscillations du plan d'eau des chambres d'équilibre*. Bulletin technique de la Suisse romande, 12 août 1950.  
 [6] CUÉNOD, M. et GARDEL, A.: *Stabilité de la marche d'une centrale hydro-électrique avec chambre d'équilibre compte tenu des caractéristiques dynamiques du réglage de vitesse*. Bulletin technique de la Suisse romande, 26 juillet 1952.  
 [7] CUÉNOD, M. et GARDEL, A.: *Stabilisation de la marche de centrales hydro-électriques au moyen d'un asservissement de la charge électrique à la charge hydraulique*. Bulletin CIGRE, n° 313, 1952.  
 [8] CUÉNOD, M. et GARDEL, A.: *Essai de stabilisation du réglage d'un groupe hydro-électrique muni de chambre d'équilibre*. Bulletin technique de la Suisse romande, 8 juillet 1953.  
 [9] DEFFOREY et PONSAR: *Sur une détermination par la méthode graphique de la condition de Thoma pour la stabilité des cheminées d'équilibre*. Houille blanche A, 1949, p. 345.  
 [10] ESCANDE, L.: *Oscillations entretenues dans les chambres d'équilibre à étranglement*. Revue générale de l'hydr., juillet-août 1951, p. 188.  
 [11] ESCANDE, L.: *Etude de la stabilité des chambres d'équilibre à étranglement*. Génie civil, juin et juillet 1951, p. 227.  
 [12] ESCANDE, L.: *Conditions de stabilité des chambres d'équilibre à montage venturi*. Génie civil, 15 mars 1954, p. 110.  
 [13] EVANGELISTI, G.: *Sulla stabilita di regolazione nelle installazioni idro elettriche*. Energia Elettrica 1946, p. 334.  
 [14] EVANGELISTI, G.: *Problemi tecnici e sperimentali intorno alle vasche d'oscillazione*. Energia Elettrica, novembre-décembre 1947, p. 552.  
 [15] EVANGELISTI, G.: *Pozzi piezometrici e stabilita di regolazione*. Energia Elettrica, mai 1950, p. 253.  
 [16] EVANGELISTI, G.: *Sopra la stabilita delle grandi oscillazioni nei pozzi piezometrici*. Energia Elettrica, décembre 1951, p. 673.  
 [17] EVANGELISTI, G.: *Pozzi piezometrici e stabilita di regolazione, II*. Energia Elettrica, mars 1953, p. 137.  
 [18] FRANK, J.: *Zur Stabilität der Schwingungen in Schachtwasserschlossern mit unveränderlicher Leistungsentnahme*. Wasserkraft u. -wirtschaft, décembre 1942, p. 279.  
 [19] GADEN, D.: *Considérations sur le problème de la stabilité. Contribution à l'étude des régulateurs de vitesse*. La Concorde, éd., 1945.  
 [20] GADEN, D., avec la collaboration de A. Germond, Th. Bovet, J. Desbaillets: *Etude de la stabilité d'un réglage automatique de vitesse par des diagrammes vectoriels*. Informations techniques Charmilles, n° 2, Genève, 1946.  
 [21] GADEN, D.: *Considérations sur la précision du réglage*. Bulletin de la Société française des Electriciens, avril 1952.  
 [22] GADEN, D. et BOREL, L.: *A propos de chambres d'équilibre: influence de la loi de variation de la puissance sur la condition de stabilité de Thoma*. Bulletin technique de la Suisse romande, mai 1951, p. 117.  
 [23] GARDEL, A.: *Chambres d'équilibre. Analyse de quelques hypothèses usuelles. Méthodes de calcul rapide*. F. Rouge & C<sup>ie</sup> S.A., éd., Lausanne, 1956.  
 [24] GARDEL, A.: *Les pertes de charge dans les écoulements au travers de branchements en T*. Bulletin technique de la Suisse romande, n° 9, 1957, p. 123.  
 [25] GHETTI, A.: *Ricerche sperimentali sulla stabilita di regolazione dei gruppi idroelettrici con derivazione in pressione e pozzo piezometrico*. Energia Elettrica, novembre-décembre 1947, p. 619.  
 [26] GHETTI, A.: *Ricerche sperimentali sulla stabilita di regolazione dei gruppi idroelettrici con derivazione in pressione e pozzo piezometrico*. Energia Elettrica, novembre 1951.  
 [27] JAEGER, CH.: *De la stabilité des chambres d'équilibre et des systèmes de chambres d'équilibre*. Schweizerische Bauzeitung, novembre 1943, p. 255.  
 [28] JAEGER, CH.: *Technische Hydraulik*. Birkhäuser, éd., Bâle, 1949 (trad. française Dunod, éd., 1954).  
 [29] JAEGER, CH.: *Present Trends in Surge Tank Design*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Vol. 168, n° 2, 1954.  
 [30] MAINARDIS: *Le Vasche di oscillazione nei riguardi della stabilita di regolazione delle turbine idrauliche*. Energia Elettrica, février 1940, p. 78.  
 [31] RANSFORD, G. D.: *La stabilité d'une chambre d'équilibre placée sur la galerie de fuite d'une usine*. La Houille blanche n° 2, 1957, p. 213.  
 [32] SCIMEMI: *Sulla validità della regolo di Thoma per le vasche di oscillazione degli impianti idroelettrici*. Energia Elettrica, novembre-décembre 1947, p. 537.  
 [33] THOMA, D.: *Beiträge zur Theorie der Wasserschlosser bei selbsttätig geregelten Turbinenanlagen*. Oldenburg, Munich, 1910.