

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 85 (1959)  
**Heft:** 12

**Artikel:** Statique et résistance du béton précontraint  
**Autor:** Panchaud, F.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-64120>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 22.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

paraissant tous les 15 jours

## ORGANE OFFICIEL

de la Société suisse des ingénieurs et des architectes  
de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes (S.V.I.A.)  
de la Section genevoise de la S.I.A.  
de l'Association des anciens élèves de l'EPUL (Ecole polytechnique  
de l'Université de Lausanne)  
et des Groupes romands des anciens élèves de l'E.P.F. (Ecole  
polytechnique fédérale de Zurich)

## COMITÉ DE PATRONAGE

Président: J. Calame, ing. à Genève  
Vice-président: E. d'Okolski, arch. à Lausanne  
Secrétaire: S. Rieben, ing. à Genève  
Membres:  
Fribourg: H. Gicot, ing. ; M. Waeber, arch.  
Genève: G. Bovet, ing. ; Cl. Grosgrin, arch. ; E. Martin, arch.  
Neuchâtel: J. Béguin, arch. ; R. Guye, ing.  
Valais: G. de Kalbermatten, ing. ; D. Burgener, arch.  
Vaud: A. Chevalley, ing. ; A. Gardel, ing.  
M. Renaud, ing. ; Ch. Thévenaz, arch.

## CONSEIL D'ADMINISTRATION

de la Société anonyme du « Bulletin technique »  
Président: A. Stucky, ing.  
Membres: M. Bridel ; R. Neeser, ing. ; P. Waltenspühl, arch.  
Adresse: Ch. de Roseneck 6, Lausanne

## RÉDACTION

D. Bonnard, ing.  
Rédaction et Editions de la S. A. du « Bulletin technique »  
Tirés à part, renseignements  
Adresse: Case Chauderon 475, Lausanne

## ABONNEMENTS

1 an . . . . .	Suisse Fr. 26.—	Etranger . .	Fr. 30.—
Sociétaires . . . . .	» » 22.—	» . . . . .	» 27.—
Prix du numéro . . . . .	» » 1.60		

Chèques postaux: « Bulletin technique de la Suisse romande »,  
N° II 57 75, Lausanne.

Adresser toutes communications concernant abonnement, changements  
d'adresse, expédition, etc., à: Imprimerie La Concorde, Terreaux 29  
Lausanne

## ANNONCES

Tarif des annonces:	
1/1 page . . . . .	Fr. 275.—
1/2 » . . . . .	» 140.—
1/4 » . . . . .	» 70.—
1/8 » . . . . .	» 35.—



Adresse: Annonces Suisses S. A.  
Place Bel-Air 2. Tél. (021) 22 33 26. Lausanne et succursales

Statique et résistance du béton précontraint, par F. Panchaud, ingénieur, professeur à l'Ecole polytechnique de Lausanne.  
Actualité industrielle (4).  
Bibliographie. — Les congrès. — Documentation générale. — Documentation du bâtiment.  
Informations diverses.

## STATIQUE ET RÉSISTANCE DU BÉTON PRÉCONTRAIT

par F. PANCHAUD, ingénieur, professeur à l'Ecole polytechnique de Lausanne<sup>1</sup>

### 1. Préambule

Au début de cet exposé, inaugurant ces journées d'étude sur le béton précontraint, on se doit de rendre hommage au pionnier de cette technique, M. Freyssinet ; le premier, il a reconnu le parti que l'on pouvait tirer de l'association des deux matériaux aussi dissemblables dans leur comportement que le béton et l'acier à très haute limite d'élasticité, pour mettre en valeur leurs qualités propres ; il a mis en application ses théories, créant ainsi le béton précontraint.

Aujourd'hui, le béton précontraint a pris rang dans les techniques du génie civil, et pourtant il n'y a pas très longtemps que les premières réalisations rendaient encore sceptiques beaucoup de constructeurs chevronnés. On considérait cette technique comme une curiosité ; tout au plus estimait-on que ses méthodes

devaient être réservées à des cas spéciaux. Depuis lors, on a reconnu que le principe de la précontrainte a un champ d'application très vaste, ce qui explique l'évolution rapide des esprits : mieux informés, beaucoup des adversaires d'hier sont devenus les partisans enthousiastes d'aujourd'hui.

Les applications vont se multiplier au fur et à mesure que les outillages se perfectionneront, mais aussi grâce à une connaissance plus approfondie des bases théoriques ; dans le domaine de la précontrainte, la réussite est étroitement tributaire des règles sévères qu'il n'est pas permis d'enfreindre. L'étude statique d'une construction en béton précontraint exige une analyse méthodique des effets des différents cas de charge, en tenant compte de tous les facteurs qui peuvent intervenir, en particulier, des caractéristiques physiques des matériaux, des déformations, des liaisons effectives et de la continuité. Les formes des constructions et le mode d'application de la précontrainte sont dictés par les résultats de cette analyse méthodique. Le calcul reste le moyen d'étudier à l'avance dans le détail tout le mécanisme de la résistance, à la condition que les

<sup>1</sup> Conférence présentée aux journées d'études sur les problèmes actuels du béton précontraint, organisées à Neuchâtel, les 23, 24 et 25 avril 1959, par la S.I.A. (Société suisse des ingénieurs et des architectes et son Groupe professionnel des ingénieurs des ponts et charpentes GPPC), en commun avec l'A.S.E.M. (Association suisse pour l'essai des matériaux) et la V.S.S. (Union suisse des professionnels de la route).

hypothèses de base soient constamment confrontées avec les réalités physiques, et adaptées s'il y a lieu aux résultats expérimentaux.

L'objet de mon propos n'est pas de développer toute la théorie du calcul du béton précontraint, connue de tous ceux qui ont eu l'occasion d'appliquer cette technique. Mon intention est plutôt de rappeler les principes de ce calcul pour souligner ce qui le caractérise, et mettre en lumière les sources d'erreurs possibles.

Le but d'une pareille étude est d'obliger chaque constructeur à penser « béton précontraint » : le béton précontraint n'est pas du béton armé dans lequel on remplace les armatures passives par des câbles de précontrainte ; si pareille substitution peut se faire dans certains cas, et rendre d'inestimables services, elle reste cependant une exception. En effet, les principes mêmes du béton précontraint sont trop différents de ceux du béton armé pour que l'on puisse passer sans réserve indifféremment d'un système de construction à l'autre.

## 2. Les trois principes fondamentaux du béton précontraint

1. *Le béton est l'élément porteur de la construction* ; il supporte pratiquement seul les charges extérieures, à la manière d'un solide homogène, résistant aussi bien aux tractions qu'aux compressions. La distribution des efforts à l'intérieur de cette construction peut se déterminer avec une bonne approximation en supposant que le béton est un matériau qui suit la loi de Hook.

2. *La fonction essentielle de l'armature est de créer dans le béton l'état de précontrainte*, c'est-à-dire d'engendrer à l'avance dans la construction un état de contrainte permanent conférant au béton une résistance apparente à tous les états de contrainte possibles dus aux charges et surcharges prescrites.

3. *L'armature doit agir à la manière d'un ressort bandé qui prend appui sur le béton* ; de ce fait, sa tension est sensible aux déformations du béton. Il faut donc que la course élastique initiale de ce ressort soit un multiple de ces déformations, de façon que l'effort qu'il exerce en soit peu influencé.

Grâce à la précontrainte, les qualités apparentes du béton sont changées. On entend dire quelquefois que le béton précontraint est un nouveau matériau. Pareille affirmation n'est pas exacte. La précontrainte ne modifie pas les qualités absolues du béton, mais déplace seulement les limites de ses capacités résistantes ; elle décale la frange d'utilisation du matériau des zones de compression vers les zones de traction (fig. 1) ; soit un

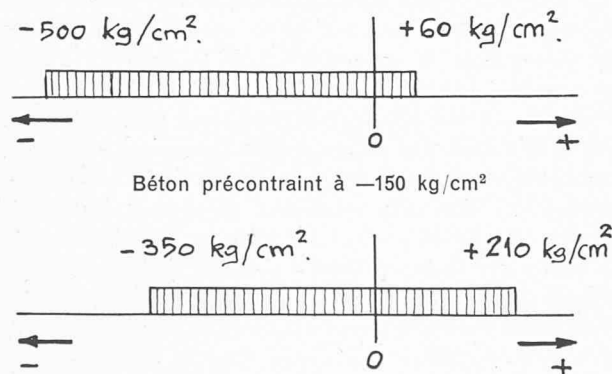


Fig. 1.

béton dont la capacité de résistance est comprise entre une compression de  $-500 \text{ kg/cm}^2$  et une traction de  $+60 \text{ kg/cm}^2$  ; soumis à l'effet d'une précontrainte de compression de  $-150 \text{ kg/cm}^2$ , sa capacité de résistance vis-à-vis des charges extérieures sera comprise entre  $-350$  et  $+210 \text{ kg/cm}^2$ . La frange d'utilisation a donc été décalée de  $150 \text{ kg/cm}^2$  des compressions vers les tractions.

Le calcul du béton précontraint exige une analyse méthodique des phases successives de résistance : on ne peut pas se contenter de connaître seulement les moments fléchissants extrêmes qui peuvent solliciter les différentes sections d'une construction, car les cas de charge les plus défavorables ne se produisent pas nécessairement lorsque la construction est chargée. A ce point de vue, les conditions du calcul sont essentiellement différentes de celles du béton armé, ou de toute autre construction où les matériaux jouent un rôle passif, où les matériaux sont en quelque sorte à disposition pour résister aux efforts, sont en attente, et où les contraintes maximums ne sont qu'éventuelles, et ne se produisent que si les charges maximums sont appliquées. Dans le béton précontraint, il en est tout autrement : les matériaux sont actifs et les sollicitations les plus grandes, dues le plus souvent à la précontrainte, s'exercent avec certitude. Par surcroît, il faut remarquer que les contraintes engendrées dans l'ouvrage, dues à la précontrainte, sont non seulement certaines, mais souvent beaucoup plus grandes que les contraintes dues aux charges et surcharges. La résistance de la construction est assurée grâce à une neutralisation partielle des unes par les autres.

Dans une construction où les matériaux sont passifs, on peut sans autre — abstraction faite de l'influence que cela peut avoir dans les constructions hyperstatiques — augmenter les sections de béton et d'armature, en vue d'augmenter la capacité de résistance. En béton précontraint, il n'en est plus ainsi. La résistance n'augmente pas sans autre si l'on augmente l'importance de la précontrainte ou si l'on augmente les sections d'un profil. En conclusion, l'étude de la résistance exige une analyse systématique de toutes les phases par lesquelles peut passer la construction.

## 3. Domaines d'application de la précontrainte

On peut étendre le principe de la précontrainte à tous les types d'ouvrages : poutres, dalles, voûtes autoportantes. On peut précontraindre soit l'ensemble de l'ouvrage, ou se borner à n'exercer des forces de précontrainte que dans certaines parties de la construction. La précontrainte peut s'exercer dans plusieurs directions ; dans les dalles, par exemple, on appliquera en général des précontraintes bi-axiales suivant deux directions choisies convenablement ; les états de contrainte résultants peuvent alors être étudiés par la méthode classique du cercle de Mohr.

Quel que soit le type de construction, dans chaque cas particulier, on doit étudier très soigneusement la distribution réelle des contraintes résultant des forces de précontrainte exercées ; on doit tenir compte en particulier des conditions de déformation et des liaisons réelles. Si l'on a affaire à des poutres, la précontrainte engendre des contraintes qui se distribuent sur les sections selon la règle de Navier que le câble soit rectiligne

ou courbe, comme on peut le montrer par des essais en photoélasticité (fig. 2). Si l'on a affaire à des voiles (fig. 3), la distribution des contraintes résultant de la précontrainte est très différente ; le problème devient alors un problème d'élasticité. L'influence des déformations dues aux efforts de précontrainte joue un rôle important dans la répartition des efforts, lorsque les parties précontraintes ne peuvent pas se déformer librement. Si, par exemple, on précontraint l'anneau de base d'une coupole (fig. 4), par suite de sa déformation une partie de la précontrainte se diffusera dans la

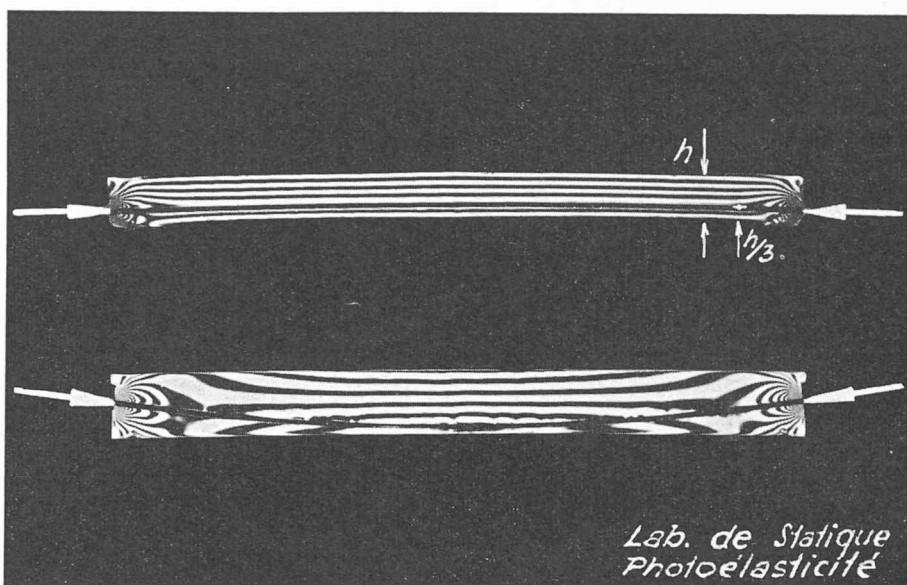


Fig. 2.

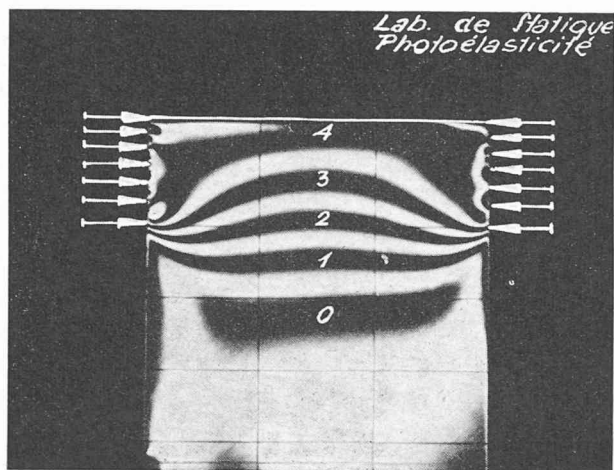


Fig. 3.

couple et dans la paroi qui lui sont solidaires, engendrant ainsi des efforts parasites.

En résumé, le calcul du béton précontraint comporte deux types de problèmes :

- 1° l'analyse des phases successives de résistance à partir de la mise en tension et jusqu'à la mise en charge ;
- 2° l'analyse des déformations et des efforts parasites qui peuvent en résulter, influençant notablement le régime de précontrainte exercé.

#### 4. Etude sommaire des phases de résistance d'une poutre en béton précontraint

Pour mettre en lumière les caractéristiques du calcul, nous voulons considérer maintenant le cas particulier de la poutre précontrainte, et examiner sommairement les différentes phases de résistance. Les conclusions de principe que nous pourrions déduire de cet examen pourront s'étendre par analogie aux voiles et aux coupoles.

Les poutres sont des pièces prismatiques au sens de la résistance des matériaux ; les contraintes dans les sections découlent des efforts intérieurs résultants, moment fléchissant, effort normal et effort tranchant. La poutre en béton précontraint se comporte d'une

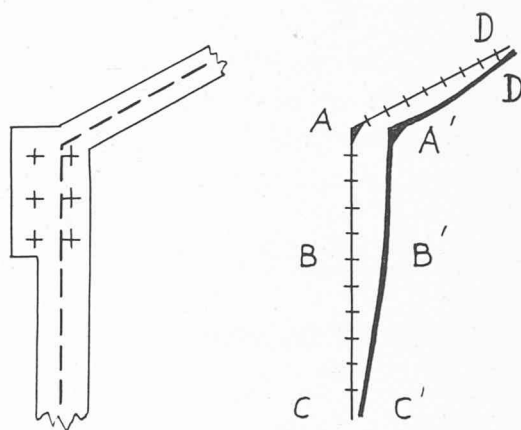


Fig. 4. — Anneau de base d'une coupole.

manière analogue à une voûte en béton non armé. Cette analogie permet d'analyser aisément le mode de résistance.

a) 1<sup>re</sup> phase. — Mise en tension des armatures (fig. 5)

La poutre bétonnée repose sur son coffrage et l'on exerce l'effort de précontrainte initial  $X_0$  à la distance  $a'$  de la poutre inférieure. Sous l'effet de cette force, la poutre va se déformer et en particulier se libérer de son coffrage plus ou moins complètement suivant ses liaisons, de sorte que, dans la section considérée, un moment  $M_0$  s'exercera simultanément avec la force de précontrainte  $X_0$ . La valeur de  $M_0$  dépend du mode d'appui de la poutre et peut se calculer en tenant compte des liaisons, sans négliger l'élasticité des étais.

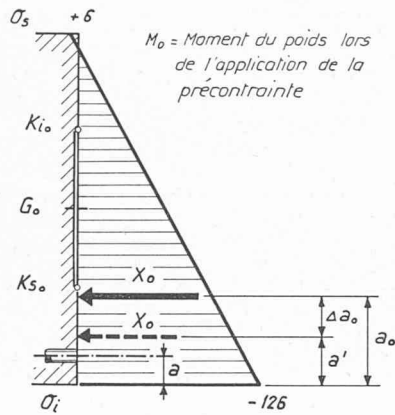
Dans cette première phase, la section résistante est constituée uniquement par la section de béton. Après la mise en précontrainte, la force de précontrainte occupe une nouvelle position et se déplace de

$$\Delta a_0 = - M_0 : X_0.$$

Supposons que l'on procède maintenant à l'injection des câbles par du lait de ciment pour les protéger contre la corrosion sous tension et réaliser leur solidarité avec le béton. Dès lors, toute déformation du béton au

### 1<sup>ère</sup> phase

Précontrainte initiale  $X_0$   
et  $M_0$

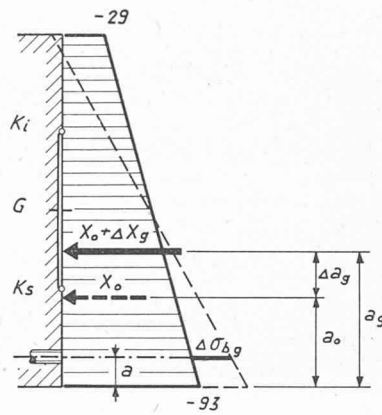


$$\Delta a_0 = -\frac{M_0}{X_0}$$

$a' - a =$  effet des efforts parasites lors de la mise en précontrainte

### 2<sup>ème</sup> phase

Moment complémentaire permanent  $M_g$



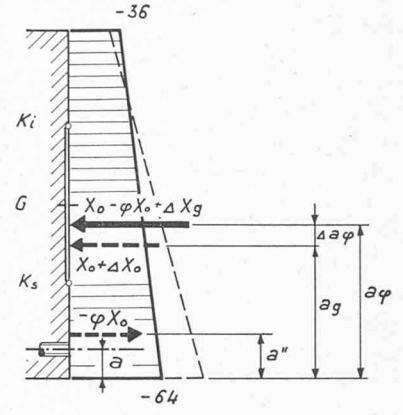
$$\Delta a_g = -\frac{M_g + \Delta X_g (a'_0 - a)}{X_0 + \Delta X_g}$$

Formule simplifiée:

$$\Delta a_g = -\frac{M_g}{X_0}$$

### 3<sup>ème</sup> phase

Effet des pertes de tension  $-\varphi X_0$   
 $a'' = a'$  si les liaisons identiques 1<sup>ère</sup> phase



$$\Delta a_g = \frac{\varphi X_0 (a_g - a'')}{(1 - \varphi) X_0 + \Delta X_g}$$

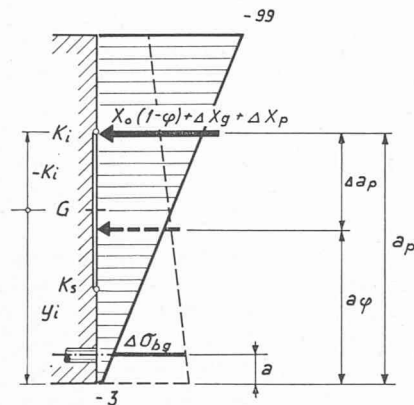
Formule simplifiée:

$$\Delta a_g = \frac{\varphi (a_g - a'')}{(1 - \varphi)}$$

Fig. 5. (3<sup>ème</sup> phase lire  $\Delta a_\varphi$  au lieu de  $\Delta a_g$ ).

### 4<sup>ème</sup> phase

Moment des surcharges  $M_p$



$$\Delta a_p = -\frac{M_p + \Delta X_p (a_\varphi - a)}{X_0 (1 - \varphi) + \Delta X_g + \Delta X_p}$$

Formule simplifiée:

$$\Delta a_p = -\frac{M_p}{X_0 (1 - \varphi)}$$

niveau des câbles entraînera une déformation identique des câbles, et par conséquent une variation des tensions, que ces déformations soient dues au fluage ou au retrait du béton, ou encore aux charges nouvelles qui pourraient être appliquées sur la poutre.

Si  $\Delta \sigma_b$  est la variation de contrainte dans le béton au niveau des câbles, la variation de contrainte instantanée dans les câbles aura la valeur suivante :

$$\Delta \sigma_a = \Delta \sigma_b \cdot \frac{E_a}{E_b} \cong 5 \Delta \sigma_b,$$

Si  $F_a$  est la section des câbles, la tension subira une augmentation

$$\Delta X = \Delta \sigma_a \cdot F_a.$$

Sur le béton,  $\Delta X$  est une compression supplémentaire, appliquée au niveau des câbles.

À partir du moment où les câbles sont injectés, ils sont solidaires du béton et le profil résistant est constitué à la fois par le béton et les câbles. Les efforts pris par les câbles sont cependant faibles, sans être toujours négligeables.

Pour faire le calcul de tous les effets des charges s'exerçant après l'injection des câbles, il suffit d'assimiler le profil résistant à un profil constitué par le béton et  $n$  fois la section d'acier ( $n \cong 5$ ).

b) 2<sup>ème</sup> phase. — Application de la charge morte complémentaire produisant le moment  $M_g$

Cette charge morte complémentaire entraîne des contraintes dans le béton et dans les armatures : la précontrainte  $X_0$  passe de la valeur  $X_0$  à  $X_0 + \Delta X_g$ , augmentation de compression due à l'effet de déformation du béton au niveau des câbles ; la précontrainte résultante par suite de l'application du moment  $M_g$  se déplace de

$$\Delta a_g = -\frac{M_g + \Delta X_g (a'_0 - a)}{X_0 + \Delta X_g}.$$

La deuxième phase de résistance correspond à l'état de charge « permanent initial ». C'est en partant de ces contraintes sur le béton que l'on calcule les effets du fluage et du résidu de retrait.



c) 3<sup>e</sup> phase. — Influence du fluage et du retrait du béton et de la relaxation des aciers

La conjugaison de ces trois phénomènes a pour conséquence une perte de tension dans les câbles, que l'on peut rapporter à la tension initiale, et désigner par  $-\phi X_0$ . La position de cette force dépend des liaisons et des déformations du système. Si les déformations provoquant la perte de tension sont compatibles avec les liaisons, le point d'application de  $-\phi X_0$  coïncide avec le centre de gravité des câbles. Si, au contraire, ces déformations ne sont pas compatibles avec les liaisons des efforts hyperstatiques parasites prendront naissance, provoquant le plus souvent une flexion supplémentaire  $M'$  dans la section considérée et entraînant de ce fait un déplacement de l'effort  $-\phi X_0$  de  $a$  à  $a''$ . Si, par exemple, les liaisons de la construction sont les mêmes que celles qui existaient lors de la mise en tension des câbles, et que dans toutes les sections les coefficients  $\phi$  soient les mêmes,  $a'' = a'$ .

Par suite de la perte de tension, la précontrainte initiale diminue pour atteindre la précontrainte résiduelle, qui se déplace en outre de  $\Delta a_\phi$ . A la fin de la 3<sup>e</sup> phase, on a une image de l'état de contrainte permanent qui se produira dans la construction quand tous les phénomènes lents auront achevé leur évolution.

d) 4<sup>e</sup> phase. — Application des surcharges de service

Dans la section considérée, ces surcharges produisent des moments  $M_p$  entraînant des contraintes dans le béton et dans les armatures. La force de précontrainte totale

$$X_0(1 - \phi) + \Delta X_g + \Delta X_p$$

se déplace encore vers la fibre supérieure de  $\Delta a_p$ . L'état de la 4<sup>e</sup> phase représente les conditions de résistance au moment où les surcharges les plus défavorables seront appliquées, et en supposant que les effets du fluage et du retrait se sont entièrement développés. Les quatre phases précédentes constituent les phases de résistance du béton précontraint proprement dit.

e) 5<sup>e</sup> phase. — Fissuration (fig. 6)

Si la charge extérieure augmente, la fibre inférieure du profil va se décompresser et finalement des tractions vont apparaître, entraînant la fissuration du béton. A

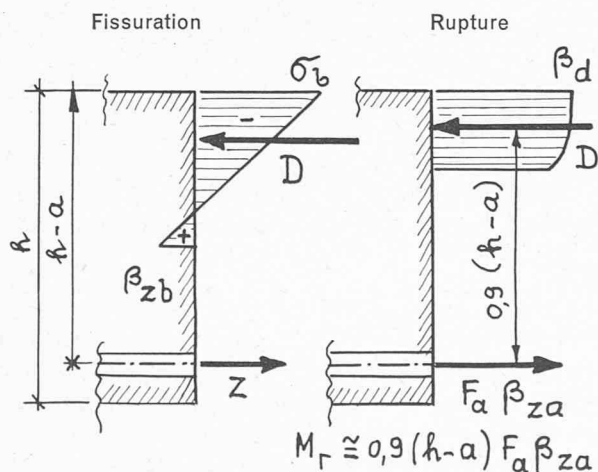


Fig. 6.

partir du début de la fissuration, le comportement du profil change et devient semblable à celui d'un profil en béton armé ordinaire : les câbles résistent alors à la manière des armatures de béton armé. La résistance du profil est assurée par les tractions dans les câbles, et par les compressions dans le béton. On cesse d'être dans le domaine du béton précontraint.

f) 6<sup>e</sup> phase. — Rupture

La rupture est analogue à celle du béton armé lorsque les armatures subissent de grands allongements. Si l'adhérence des câbles est médiocre ou nulle, les fissures sont peu nombreuses et l'une d'elles se transforme en une crevasse amenant la rupture par épauffrement du béton comprimé. Si l'adhérence est grande, la rupture peut se produire par rupture des câbles. En première approximation, on peut évaluer le moment de rupture par la formule

$$M_{\text{rupture}} \cong 0,9(h - a) F_a \beta_{za}$$

où  $\beta_{za}$  = résistance à la rupture des aciers des câbles.

Si l'on compare cette évolution de la résistance à celle d'un profil en béton armé, on voit que la précontrainte a pour effet primordial de retarder la fissuration au-delà de l'application du moment utile  $M_0 + M_g + M_p$ .

Grâce à la précontrainte, convenablement choisie en tenant compte du comportement physique de tous les matériaux en jeu dans tous les cas de sollicitations, on reste dans le stade de non-fissuration du béton. Contrairement à ce qui se passe pour le béton armé, il est facile de réaliser ces conditions avec toute la sécurité voulue.

En définitive, on voit que la résistance normale du béton précontraint n'est concevable que dans le stade de non-fissuration, et tout doit être mis en œuvre pour qu'il en soit ainsi. Le stade de non-fissuration est donc bien le stade de calcul.

Cela ne veut pas dire que l'on doit négliger les stades de fissuration et de rupture. On doit les considérer cependant à un point de vue différent, car ils se trouvent au-delà des limites du domaine de béton précontraint proprement dit ; on se trouve dans le domaine du béton armé avec faible densité d'armatures.

C'est pour se réserver une certaine marge que l'on introduit les coefficients de sécurité à la fissuration et à la rupture. Il n'est pas dans mon propos de discuter cette importante question ici.

g) Commentaires sur les phases de résistance

Sur le graphique de la figure 7, on a récapitulé les résultats de l'analyse des différentes phases de résistance. On en tire les conclusions suivantes :

1. Les variations de charge sur l'ouvrage, comme les pertes de tension dans les câbles, ont pour effet de faire cheminer la force de précontrainte sur la hauteur du profil. Si l'on veut éviter toute traction provenant de la flexion, il suffit d'imposer que l'effort normal de précontrainte reste entre les limites supérieure et inférieure du noyau central de la section pour tous les cas de charge et dans toutes les circonstances.

2. Les variations de contrainte dans les aciers, dues aux charges, sont très faibles. Elles sont égales à cinq fois les variations de contrainte dans le béton au niveau

$\sigma_i$  contrainte du béton de la fibre inférieure  
 $\sigma_s$  contrainte du béton de la fibre supérieure  
 $\sigma_a$  contrainte des câbles

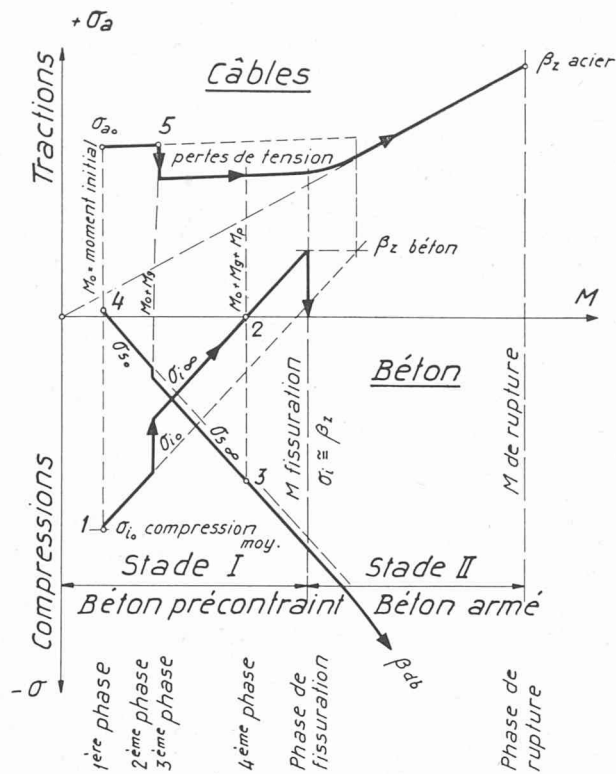


Fig. 7. — Récapitulation des phases de résistance.

des câbles. Il est bien exact de dire que pratiquement l'armature ne subit que de faibles variations de tension sous l'effet des charges.

3. Les cas de charge déterminants sont les suivants :

a) Pour la fibre inférieure, la compression maximum se produit lors de la mise en précontrainte en première phase, au moment où le béton est jeune et la compression minimum a lieu au moment de l'application de la surcharge, après que les effets du fluage, du retrait du béton et de la relaxation des aciers se soient manifestés.

b) Pour la fibre supérieure, la contrainte minimum se produit lors de la mise en tension, et la compression maximum lors de l'effet de la surcharge.

c) L'état intermédiaire important est celui de la charge permanente. Il sert de base au calcul des déformations lentes du béton et par conséquent des pertes de tension.

Les considérations ci-dessus permettent une analyse soignée de la résistance d'un profil donné. Dans les applications et en particulier pour la recherche du profil, des simplifications peuvent être introduites, en négligeant la section des câbles, le profil résistant étant constitué simplement par le profil de béton de la première phase. Par cette simplification, on néglige l'effet favorable des variations de tension dans les câbles. On doit cependant calculer les suppléments de contrainte dans les aciers résultant des déformations du béton avec lequel ils sont solidaires en appliquant la formule

$$\Delta\sigma_a \cong 5 \Delta\sigma_b.$$

Les contraintes les plus défavorables sur les fibres inférieure et supérieure des profils découlent alors des quatre formules qui sont les formules fondamentales du calcul du béton précontraint, dans lesquelles on suppose les tractions positives et les compressions négatives. Le profil est défini par ses caractéristiques résistantes, selon les conventions de signes de la figure 8.

Les quatre équations fondamentales

où  $\sigma_b < 0$  = compression admissible du béton.  
 $\sigma_{bz} > 0$  = traction admissible du béton.

Fibre inférieure :

Compression maximum

$$1. \quad \sigma_i = \frac{M_o + X_o (y_i - k_i - a')}{w_i} \geq \sigma_b$$

Compression minimum

$$2. \quad \sigma_i = \frac{M_o + M_g + M_p + X_o (y_i - k_i - a') (1 - \phi)}{w_i} \leq 0$$

Fibre supérieure :

Compression maximum

$$3. \quad \sigma_s = \frac{M_o + M_y + M_p + X_o (y_i - k_s - a') (1 - \phi)}{w_s} \geq \sigma_b$$

Compression minimum

$$4. \quad \sigma_s = \frac{M_o + X_o (y_i - k_s - a')}{w_s} \leq \sigma_{bz}.$$

(Voir la figure donnant les caractéristiques des sections. Fig. 8.)

De ces quatre formules, on peut en déduire les formules nécessaires à la détermination des dimensions du profil et de la position de la précontrainte.

Les équations de recherche du profil et de la position de la précontrainte

$$w_i \geq - \frac{\phi M_o + M_g + M_p}{(1 - \phi) \sigma_b}$$

$$X_o \leq - \frac{M_o + M_g + M_p}{(1 - \phi) (y_i - a' - k_i)}$$

$$w_s \leq - \frac{(M_o + M_y + M_p) \left( (1 - \frac{y_i - k_s - a'}{y_i - k_i - a'}) \right)}{\sigma_b}$$

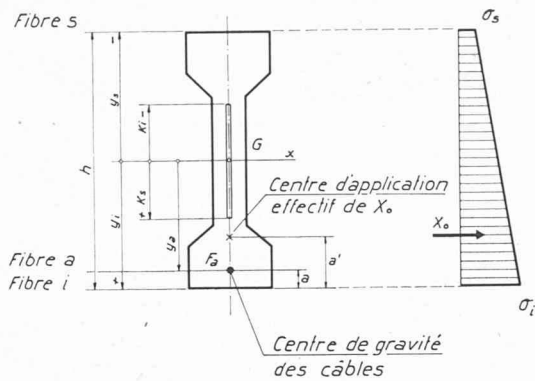
$$a' \geq y_i - k_s + \frac{M_o - \sigma_z w_s}{X_o}$$

Si dans une section la tension est  $X_o$ , il faut que :

$$a' \leq y_i - k_i + \frac{M_o + M_g + M_p}{X_o (1 - \phi)}.$$

(Voir la figure donnant les caractéristiques des sections. Fig. 8.)

Dans ces formules,  $X_o$  donne la précontrainte initiale nécessaire pour assurer la résistance du profil, en supposant qu'elle s'applique au niveau  $a'$  et que  $\phi$  représente la fraction de la tension initiale qui disparaît



$a - a'$  = effet des moments parasites éventuels lors de la mise en précontrainte

Fig. 8. — Caractéristiques du profil.

avec le temps par suite des déformations lentes du béton et de la relaxation des aciers. Le coefficient  $\phi$  doit être évalué dans chaque cas en fonction de l'état de contrainte permanente (2<sup>e</sup> phase) et de l'âge du béton lors de la mise en tension. La valeur de  $\phi$  varie entre 0,16 et 0,20 dans les cas pratiques.

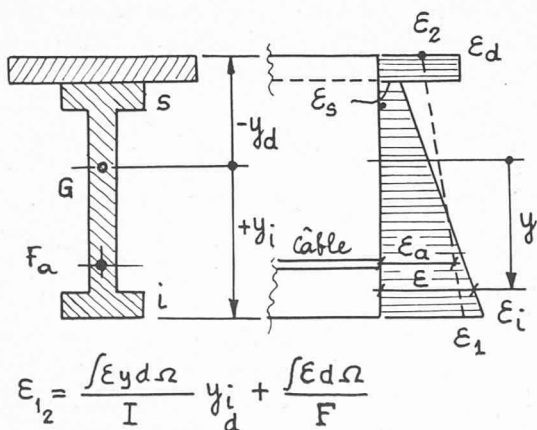
La distance  $a' - a$  représente le déplacement de la force de précontrainte provenant du moment parasite éventuel  $M'$  qui se produit lors de la mise en précontrainte. On a

$$a' - a = -M' : X_0.$$

Dans la pratique, l'effort de précontrainte est choisi de façon à satisfaire aux conditions de résistance dans la section la plus sollicitée. Il en résulte que, dans les autres sections, la précontrainte est souvent connue, étant égale soit à la précontrainte  $X_0$  de la section déterminante, soit plus faible, par suite de la suppression de un ou de plusieurs câbles.

Les équations ci-dessus permettent alors de trouver dans chaque section les excentricités limites  $a'$  et  $a''$ , entre lesquelles doit se placer la résultante des efforts dans les câbles.

Il peut arriver, dans certains cas de charge, et pour des profils de faible hauteur, que les variations de moments extérieurs entraînent une incompatibilité entre les deux conditions fixant les valeurs de  $a'$  et  $a''$ .



$$\epsilon_{1/2} = \frac{\int \epsilon y d\Omega}{I} y_i + \frac{\int \epsilon d\Omega}{F}$$

Fig. 9. — Fluage d'un profil composé.

$F$  = Section résistante  $\left\{ \begin{array}{l} F_b \text{ si câbles non injectés} \\ \text{ou } F_b + 5F_a \text{ si câbles injectés} \end{array} \right.$   
 $G$  = Centre de gravité de la section résistante  
 $I$  = Moment d'inertie par rapport à  $Gx$   
 $W_i = I : y_i$  (+)  
 $W_s = I : y_s$  (-)  
 $W_a = I : y_a$  (+)  
 $K_i = -\frac{W_i}{F}$   
 $K_s = -\frac{W_s}{F}$  } Limites du noyau central  
 $\sigma_i = \frac{M_{K_i}}{W_i}$   
 $\sigma_s = \frac{M_{K_s}}{W_s}$   
 $M_{K_i}$  et  $M_{K_s}$  = Moments des efforts intérieurs sur la section de béton par rapport à  $K_i$ , respectivement  $K_s$   
 Les efforts de traction sont positifs.

$X_0$  = Efforts de précontrainte sur le béton. Compression (négatif)

Cela signifie que le profil choisi ne peut pas satisfaire aux conditions imposées pour les moments extérieurs qui le solliciteront.

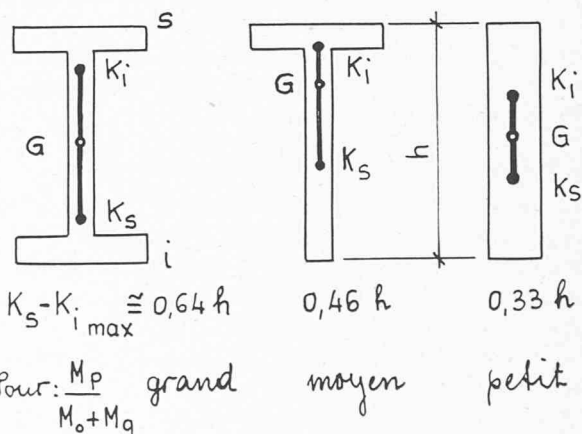
### 5. Déformations par fluage et retrait d'un profil composé

Il arrive souvent que le profil soit bétonné et mis en précontrainte en deux temps : tout d'abord la partie supérieure du profil, puis la table de compression. Isolées, ces deux parties subiraient des déformations par fluage et retrait, représenté sur la figure 9. Etant solidaires, elles exercent l'une sur l'autre un effet de coaction, de sorte que la section reste plane ; la déformation effective, linéaire sur toute la hauteur de la section, se déduit des formules données sur la figure, qui expriment l'équivalence de la déformation effective et des déformations propres de chaque élément. La perte de tension dans les aciers découle de la déformation effective d'après la formule :

$$\Delta\sigma_{a\phi} = \epsilon_a E_a.$$

### 6. Formes des profils

On a vu que la variation de charge sur un profil en béton précontraint a pour effet de provoquer le déplacement de l'effort de précontrainte à l'intérieur du noyau. Dès lors, si les moments dus aux surcharges



$$K_s - K_i \max \cong 0,64 h$$

Pour:  $\frac{M_p}{M_0 + M_g}$  grand

$$0,46 h$$

moyen

$$0,33 h$$

petit

Fig. 10. — Formes des profils.



sont importants par rapport au moment des charges permanentes, le déplacement sera grand et il faudra que la hauteur du noyau central soit suffisante. On aura donc intérêt, dans ce cas, à choisir des profils à très grand noyau central. Guyon, dans son ouvrage classique sur le béton précontraint, étudie ce problème ; il appelle « rendement du profil » le rapport entre la grandeur du noyau central et la hauteur du profil.

Le profil en I a un rendement maximum qui peut atteindre 0,64. Le profil en T a un rendement maximum de 0,46, tandis que le profil rectangulaire a un rendement de 0,33. On réservera donc ce type de profil aux constructions où les surcharges sont très peu variables, pour prévoir des profils en I dans les constructions où les surcharges sont importantes par rapport au poids propre (fig. 10).

### 7. Evaluation des effets de la précontrainte

Le constructeur en béton précontraint doit se soucier constamment que la précontrainte soit effectivement appliquée à l'endroit prévu avec l'intensité prescrite. Il doit par conséquent être constamment en éveil pour détecter et tenir compte de tous les phénomènes qui pourraient influencer l'effort de précontrainte. Deux groupes de phénomènes sont à signaler particulièrement : les efforts parasites et les frottements des câbles.

En fait, la précontrainte s'exerce sur le béton à la manière d'une force extérieure agissant en tous les points où les câbles sont en contact avec le béton. En général, les câbles sont ancrés après leur mise en tension aux extrémités de la poutre et s'appuient sur le béton dans les parties concaves de leur logement.

La poutre, libre de tout appui est en équilibre sous l'action des seules forces de précontrainte. Dans chaque section, la précontrainte qui s'exerce au niveau du câble, formant un polygone funiculaire, engendre trois forces intérieures. Sous l'effet de ces forces, la poutre va se déformer. Si les déformations sont compatibles avec les liaisons, les contraintes provenant de l'effort de précontrainte découlent directement des efforts  $M$ ,  $N$  et  $T$ , la précontrainte est appliquée au centre de gravité des câbles  $a' = a$  (fig. 11).

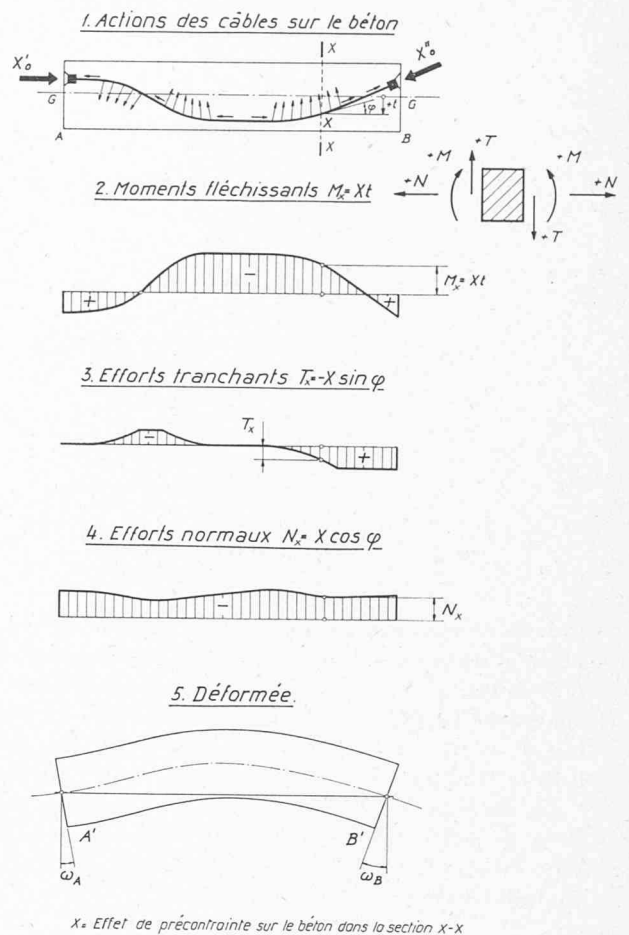
Si au contraire les liaisons s'opposent à la libre déformation de la poutre, on verra apparaître des efforts de liaison dits parasites, entraînant le plus souvent des flexions supplémentaires  $M'$ . La précontrainte se déplacera alors de  $a$  à  $a'$ , telle que  $a' - a = -M' : X_0$ .

Les liaisons extérieures, qui influencent les forces de précontrainte, peuvent être de différente nature, soit des liaisons élastiques dans le cas des cadres, par exemple, soit des forces de frottement (fig. 12) sur les appuis des poutres statiques. On doit tenir compte de toutes ces influences.

### 8. Pertes de tension par frottement des câbles

Lorsqu'on exerce les forces  $X'_0$  et  $X''_0$ , le câble s'allonge, entraînant des mouvements relatifs entre le béton et le câble ; partout où le câble presse contre les parois de la gaine, une force de frottement prend naissance, dirigée dans le sens opposé au mouvement, diminuant la tension au fur et à mesure que l'on s'éloigne des extrémités du câble.

Cette perte de tension est une fraction de la tension à l'extrémité et dépend de la forme du câble, de sa lon-



$x$  = Effet de précontrainte sur le béton dans la section  $x-x$

Fig. 11. — Efforts intérieurs dus à la précontrainte.

gueur et du coefficient de frottement dans la gaine. La perte de tension le long d'un élément de courbure constante, à la distance  $x$  du point d'application de la tension  $T_0$ , découle de la formule connue

$$T_x = T_0 e^{-kx}$$

où  $k = \frac{\mu}{r}$  ;

$r$  = rayon de courbure du câble ;

$\mu$  = coefficient de frottement du câble dans sa gaine.  $\mu = 0,20$  à  $0,25$ .

Si le câble est droit, l'expérience montre qu'il y a également un effet de frottement variable suivant le type de câble. Cela tient au fait qu'en réalité, le câble n'est jamais rigoureusement rectiligne, mais toujours

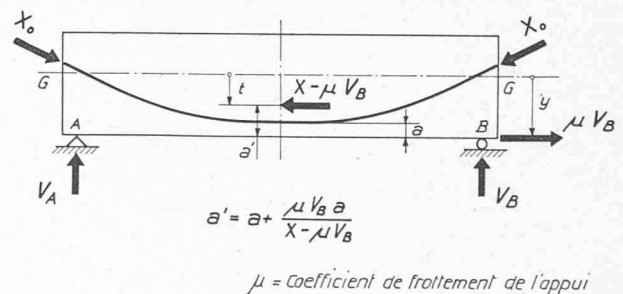


Fig. 12. — Effet des frottements des appuis s'opposant à la déformation due à la précontrainte.

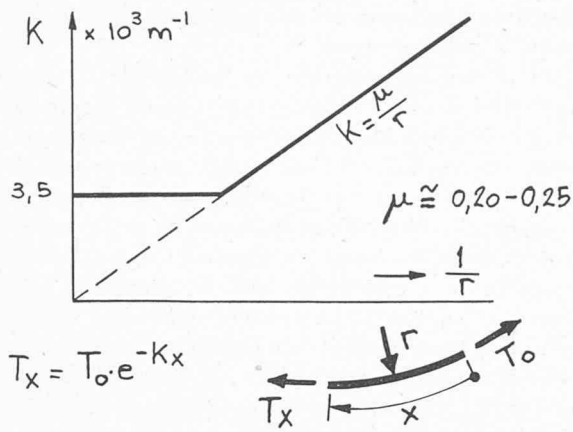


Fig. 13. — Frottement des câbles.

légèrement ondulé. C'est pourquoi le coefficient  $k$  peut être défini en principe selon le diagramme de la figure 13, où le coefficient minimum correspond à des câbles de 12 fils de 7 mm dans une gaine ondulée.

### 9. Fractionnement des câbles

Lorsque les charges extérieures produisent des moments fléchissants de signes opposés, on est souvent conduit à remonter la résultante des efforts de précontrainte pour éviter des tractions sur l'une ou l'autre des fibres extrêmes du profil. Si l'effort de précontrainte n'est exercé que par un seul câble, il occupe alors obligatoirement une position centrale éloignée des fibres extrêmes du profil. Cette disposition n'a pas d'inconvénient tant que l'on reste dans le stade du béton précontraint. Mais si l'on considère ce qui se passe en dehors de ce stade, et en particulier lors de la rupture, on trouve que le moment de rupture, proportionnel à la hauteur  $h - a$ , peut diminuer beaucoup et même tomber au-dessous de la valeur limite prescrite. Cette situation est alors dangereuse, car le profil devient fragile.

Comment remédier à cet état de choses ? Il faut alors exercer la précontrainte par l'intermédiaire de deux ou plusieurs câbles, que l'on place au voisinage des fibres extrêmes du profil, de façon que la résultante occupe la position prévue.

Les câbles pourront alors jouer, au moment de la rupture, le rôle des armatures de béton armé.

### 10. Contraintes admissibles

On ne peut pas parler de calculs de résistance sans discuter des contraintes admissibles. Ce problème est très important et mériterait de faire l'objet d'un exposé particulier. Nous voulons nous borner ici à en fixer les principes fondamentaux.

Deux matériaux sont en jeu : les bétons et les aciers des câbles.

#### a) Béton

La compression maximum est fonction des qualités du béton. Dans les régions des câbles, où le risque de flambement n'existe pas, on peut admettre des contraintes élevées. Une seule limitation intervient : les contraintes élevées entraînent un fluage plus intense et par conséquent une plus grande chute de tension.

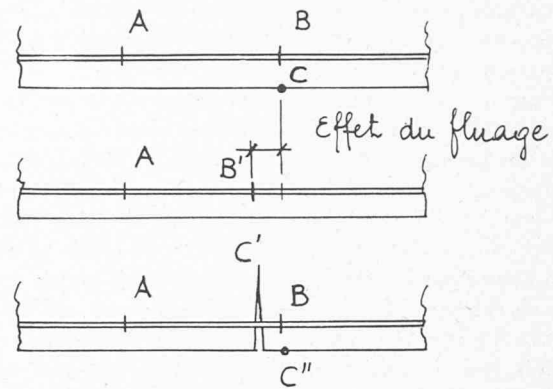
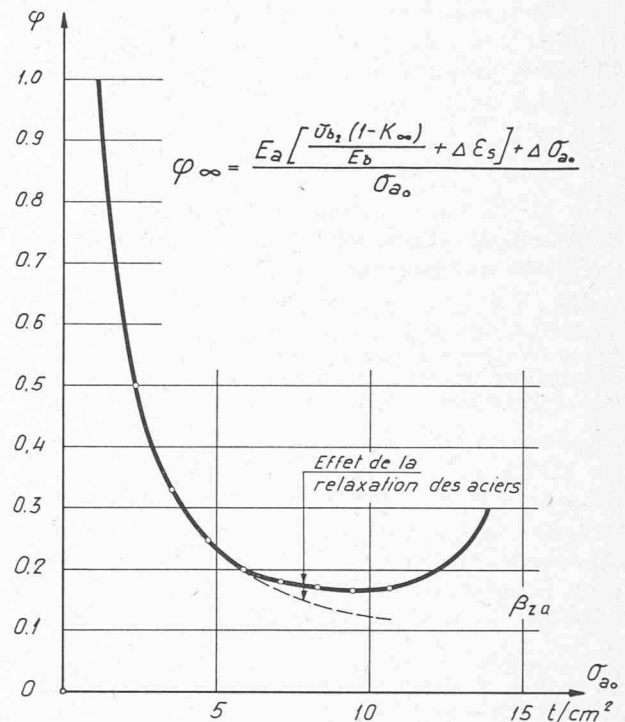


Fig. 14. — Effet d'une armature passive.

Dans les parties de l'ouvrage qui ne sont pas munies de câbles, les contraintes de compression doivent être fixées pour que la stabilité élastique soit assurée avec sécurité, pour éviter un déversement latéral du profil.

Les tractions sur les arêtes de l'ouvrage en service, sous le seul effet des charges, doivent être en principe prohibées. On est tenté souvent de les tolérer et de compenser cette déficience par des armatures passives que l'on place dans ces régions. Pareille solution est discutable, tout spécialement dans les zones où les compressions permanentes sont intenses. Dans ces zones, le béton subira un grand fluage ; en présence d'une



$$\sigma_{a_0 \text{ max.}} \approx 0.7 \beta_z \text{ contrainte dans l'acier}$$

$$K_{\infty} = \text{Coefficient de fluage du béton}$$

$$\Delta \epsilon_5 = \text{Retrait résiduel après la mise en tension}$$

$$\Delta \sigma_{a_0} = \text{Relaxation des aciers.}$$

$$E_b \text{ et } E_a = \text{Modules d'élasticité du béton et de l'acier.}$$

$$\sigma_{b_2} = \text{Compression permanente du béton}$$

Fig. 15. — Coefficient de perte de tension  $\varphi_{\infty}$  en fonction de la tension initiale.

armature passive, une partie de l'effort de précontrainte passera dans l'armature, qui se comprimera élastiquement parallèlement au fluage du béton.

Dans de telles conditions, si on suppose une surcharge accidentelle extraordinaire capable de produire une traction du béton, l'armature, à son tour, se décomprimera élastiquement, accentuant du même coup l'effort local de traction (fig. 14). On peut ainsi se demander si l'effet du remède n'est pas pire que le mal. Par ailleurs, une fissure qui se forme dans ces conditions risque de ne pas se refermer. A mon point de vue, il est préférable d'éviter toute traction sur les poutres extérieures des profils, qui sont des zones vulnérables pour la fissuration et limiter en tout cas les armatures passives à un faible pourcentage de la section de béton.

Les tractions consécutives aux efforts tangentiels sont beaucoup moins graves, puisque, en général, elles n'aboutissent pas sur les fibres extrêmes du profil.

#### b) Aciers des câbles

Les aciers sont destinés avant tout à créer l'effort de précontrainte, mais ils assurent aussi la sécurité à la rupture du profil. Cette dernière condition étant satisfaite, on doit prescrire la contrainte que l'on peut exercer lors de la mise en tension. Comme la sécurité à la rupture est pratiquement indépendante de la tension de précontrainte, on a intérêt à tolérer une tension aussi élevée que le permet le matériau à disposition pour rester dans un état élastique permanent. On est limité dans cette tension par le risque de rupture sur le chantier. Les conséquences d'une telle rupture sont différentes suivant le système d'ancrage qui permet de

remplacer plus ou moins facilement un câble qui s'est rompu accidentellement.

D'une manière générale, on doit tendre les câbles avec déformation élastique aussi grande que possible qui soit toujours un multiple des raccourcissements du béton dus au fluage et au retrait. C'est pourquoi les normes prescrivent non la résistance de l'acier, mais sa capacité de déformation élastique. La perte de tension relative dans les aciers en fonction de la tension de précontrainte, représentée sur le graphique de la figure 15, mesure la part d'incertitude sur la valeur finale de la tension, que l'on a intérêt à rendre minimum. Lorsque la tension augmente, cette perte relative diminue jusqu'à une certaine limite voisine de  $0,7 \beta_s$ , pour augmenter ensuite. Au-delà de cette valeur, la relaxation des aciers devient prépondérante, de sorte que l'on n'a plus intérêt à tendre les aciers au-delà de cette valeur, pour que la perte de tension relative soit minimum.

#### 11. Conclusions

De ce qui précède, on peut dire que le calcul du béton précontraint exige de l'auteur du projet un examen méthodique de toutes les conditions physiques dans lesquelles l'ouvrage sera appelé à résister, pour s'assurer que toujours et en toute circonstance les contraintes resteront comprises, avec sécurité, entre les valeurs limites admissibles. L'étude doit porter sur les différentes phases de résistance de l'ouvrage, en tenant compte de l'effet des déformations instantanées et lentes qui produisent des pertes de tension avec le temps et peuvent engendrer aussi des moments parasitaires.

## ACTUALITÉ INDUSTRIELLE 4

### Comparaison entre la bache spirale du type Piguet et une bache conventionnelle

Grâce à l'amabilité des Ateliers des Charmilles, nous sommes en mesure de publier le résumé d'un article paru dans les *Informations techniques Charmilles* n° 7 (1958), dû à M. Bernard Chaix, ingénieur diplômé E.P.F., ancien assistant du professeur Ackeret.

La bache spirale conçue aux Ateliers des Charmilles par M. Piguet se distingue des constructions conventionnelles par une simplification des formes et par une utilisation plus rationnelle des tôles (fig. 1). Cette construction<sup>1</sup> permet de réaliser des bâches entièrement soudées pour des chutes et des dimensions qui exigeaient jusqu'à présent l'usage de pièces coulées.

Alors que la spirale classique présente en coupe méridienne un contour sinueux (fig. 1 - 2), les viroles de tôle de la nouvelle construction apparaissent comme de simples arcs de cercle. Ces viroles sont soudées aux entablements des anneaux d'entretoise (en K, fig. 1 et 2) de manière à ne pas être sollicitées à la flexion, mais seulement à la traction. Les épaisseurs des tôles peuvent être réduites en conséquence.

La nouvelle disposition des viroles, avec la réduction de l'encombrement qu'elle entraîne, donne aux sections de passage de l'eau un profil visiblement altéré. Une tôle de guidage légère (F, fig. 2) permet d'améliorer à peu de frais le profil hydraulique. Il reste cependant un angle rentrant et un arrondi de faible rayon dont les effets sur l'écoulement devaient être vérifiés.

Un modèle de la nouvelle bache a donc été soumis à des essais et comparé au modèle correspondant à la

construction conventionnelle<sup>2</sup>. On a accentué la différence entre les deux profils hydrauliques, en choisissant un rayon de courbure  $\rho$  de la tôle de guidage (fig. 2 - 2) extrêmement petit.

Les mesures ont porté sur l'énergie, la vitesse et la direction de l'écoulement entre les entretoises et les directrices. Ces dernières mesures furent répétées pour différentes ouvertures du vannage. Les essais ont été effectués à l'aide de modèles en bois et en cellulose, parcourus par un écoulement d'air; recouverts d'un enduit de suie, ces modèles permirent également l'observation du comportement de la couche-limite. (Au banc d'essais aérodynamiques, on atteint, à puissance et à dimensions égales, des nombres de Reynolds qui ne sont que de 30 % inférieurs à ceux réalisés à l'aide d'un banc d'essais hydraulique.)

Les résultats de mesure, transposés au prototype (en l'occurrence une turbine Francis de vitesse spécifique moyenne) montrent que la puissance dissipée dans la bache et le distributeur reste inférieure à 2 % dans les deux constructions. Pour les ouvertures moyennes du distributeur, la nouvelle bache est nettement supérieure à l'ancienne, du point de vue hydraulique. Dans un domaine de surouverture qui n'entre pas en ligne de compte aux vitesses spécifiques considérées, la comparaison serait par contre moins favorable à la nouvelle

<sup>1</sup> Brevet suisse n° 322758.

<sup>2</sup> Le professeur Ackeret, à Zurich, a bien voulu faire exécuter les essais dans le laboratoire d'aérodynamique de l'E.P.F., les nouveaux laboratoires des Ateliers des Charmilles étant alors encore en construction.