

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 88 (1962)
Heft: 21

Artikel: Perte de charge dans un étranglement conique
Autor: Gardel, André
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-771852>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 05.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

paraissant tous les 15 jours

ORGANE OFFICIEL

de la Société suisse des ingénieurs et des architectes
de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes (S.V.I.A.)
de la Section genevoise de la S.I.A.
de l'Association des anciens élèves de l'EPUL (Ecole polytechnique
de l'Université de Lausanne)
et des Groupes romands des anciens élèves de l'E.P.F. (Ecole
polytechnique fédérale de Zurich)

COMITÉ DE PATRONAGE

Président: † J. Calame, ing. à Genève
Vice-président: E. d'Okolski, arch. à Lausanne
Secrétaire: S. Rieben, ing. à Genève
Membres:
Fribourg: H. Gicot, ing.; M. Waeber, arch.
Genève: G. Bovet, ing.; Cl. Grosgrain, arch.; E. Martin, arch.
J.-C. Ott, ing.
Neuchâtel: J. Béguin, arch.; R. Guye, ing.
Valais: G. de Kalbermaten, ing.; D. Burgener, arch.
Vaud: A. Chevalley, ing.; A. Gardel, ing.;
M. Renaud, ing.; J.-P. Vouga, arch.

CONSEIL D'ADMINISTRATION

de la Société anonyme du « Bulletin technique »
Président: D. Bonnard, ing.
Membres: Ed. Bourquin, ing.; G. Bovet, ing.; M. Bridel; J. Favre,
arch.; A. Robert, ing.; J.-P. Stucky, ing.
Adresse: Avenue de la Gare 10, Lausanne

RÉDACTION

Vacat
Rédaction et Editions de la S.A. du « Bulletin technique »
Tirés à part, renseignements
Avenue de Cour 27, Lausanne

ABONNEMENTS

1 an	Suisse	Fr. 28.—	Etranger	Fr. 32.—
Sociétaires	»	» 23.—	»	» 28.—
Prix du numéro	»	» 1.80		

Chèques postaux: « Bulletin technique de la Suisse romande »,
N° 118773, Lausanne

Adresser toutes communications concernant abonnement, changements
d'adresse, expédition, etc., à: Imprimerie La Concorde, Terreaux 29,
Lausanne

ANNONCES

Tarif des annonces:
1/1 page Fr. 320.—
1/2 » » 160.—
1/4 » » 80.—
1/8 » » 40.—

Adresse: Annonces Suisses S.A.
Place Bel-Air 2. Tél. (021) 22 33 28. Lausanne et succursales



SOMMAIRE

Perte de charge dans un étranglement conique, par André Gardel, Dr ès sc. techn., ingénieur-conseil.
Bibliographie. — Les congrès. — Société vaudoise des ingénieurs et des architectes.
Organisation et formation professionnelles. — Carnet des concours.
Documentation générale. — Documentation du bâtiment. — Nouveautés, informations diverses.

COMMUNICATION DU LABORATOIRE D'HYDRAULIQUE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE L'UNIVERSITÉ DE LAUSANNE
Directeurs: MM. les professeurs A. STUCKY et D. BONNARD

PERTE DE CHARGE DANS UN ÉTRANGLEMENT CONIQUE

par ANDRÉ GARDEL, Dr ès sc. techn., ingénieur-conseil, privat-docent à l'Ecole polytechnique

Généralités

A. Introduction

Cette étude, entreprise il y a plusieurs années déjà, visait au début à mieux définir les pertes de charge à introduire dans le calcul d'un étranglement de chambre d'équilibre. Il est apparu par la suite qu'il s'agissait d'une question intéressante d'hydraulique générale, mais n'ayant fait l'objet que d'essais partiels. Nous n'avons trouvé aucune étude d'ensemble du problème, basée par exemple sur des essais systématiques. Le coût relativement élevé de tels essais en est probablement l'une des raisons. Nous avons donc procédé, dans le cadre du Laboratoire d'hydraulique de l'EPUL, à une série d'expériences comportant des étranglements coniques d'ouvertures variées, précédés ou suivis de conditions d'écoulement diverses. Le dépouillement des résultats obtenus et leur analyse permettent de se faire une opinion plus claire du phénomène et apportent une meilleure approximation des coefficients numériques à prendre en considération.

Le point atteint aujourd'hui par ces recherches nous paraît en justifier la publication. Celle-ci apporte des

résultats nouveaux et présente une tentative de synthèse; elle montre aussi quelles sont les questions pendantes et permet de mieux apprécier quelles sont les difficultés que l'on rencontre dans ce genre de recherches.

Le présent exposé est divisé en trois parties:

- I. Etude théorique de première approximation faite sur la base d'essais effectués par d'autres auteurs.
- II. Relation des essais effectués au Laboratoire d'hydraulique de l'EPUL.
- III. Analyse des résultats expérimentaux et étude de seconde approximation.

C'est à l'instigation de M. le professeur A. Stucky que cette étude fut entreprise et la première partie est fortement influencée par ses suggestions et conseils. La seconde partie — les essais — fut exécutée sous la direction de M. le professeur D. Bonnard¹. C'est grâce à l'aide de ces personnalités que ces recherches ont été possibles; l'auteur leur exprime ici ses remerciements pour leur appui efficace.

¹ Plusieurs collègues plus jeunes ont collaboré aux mesures et à leur interprétation; nous croyons devoir mentionner plus spécialement MM. Chappuis, Cervaz et Hoffer.

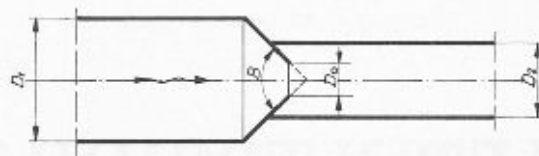


Fig. 1. — Forme générale des étranglements étudiés.

B. Définition du problème

1. Formes de l'étranglement

Ainsi qu'on le voit par la figure 1, les formes d'étranglement envisagées résultent de la présence d'un élément conique entre deux éléments cylindriques, dont les diamètres peuvent être différents ; l'orifice du cône, c'est-à-dire son diamètre le plus faible, peut dépasser à l'intérieur du tronçon cylindrique adjacent. Il s'agit de formes de révolution, entièrement définies par quatre paramètres : les diamètres amont D_1 et aval D_2 , celui D_0 de l'orifice, et l'angle au sommet B du cône.

Pour plus de commodité, nous définirons des paramètres relatifs en rapportant la section de l'orifice aux sections amont et aval, et l'angle au sommet à 2π . Ainsi :

$$a = \frac{\pi D_0^2/4}{\pi D_1^2/4} = \left(\frac{D_0}{D_1}\right)^2 \text{ définit la section amont}$$

$$b = \frac{B}{2\pi} \text{ ou } \frac{B}{360^\circ} \text{ définit l'angle au centre}$$

$$c = \frac{\pi D_0^2/4}{\pi D_2^2/4} = \left(\frac{D_0}{D_2}\right)^2 \text{ définit la section aval.}$$

Ces paramètres varient entre zéro et un, avec les cas limites suivants :

- $a = 0$: bassin amont infiniment grand ;
- $a = 1$: diamètre amont identique à celui de l'orifice ; il n'y a plus de cône du côté amont ;
- $b = 0$: le cône est devenu cylindre amont ; diamètre amont identique à celui de l'orifice, quelle que soit la valeur de a ;
- $b = 0,5$: orifice circulaire en paroi mince, placé entre deux cylindres ;
- $b = 1$: le cône est devenu cylindre aval ; diamètre aval identique à celui de l'orifice, quelle que soit la valeur de c ;
- $c = 0$: débouché à l'aval dans un bassin infiniment grand ;
- $c = 1$: diamètre aval identique à celui de l'orifice, il n'y a plus de cône à l'aval.

Dans tous les cas, il s'agira d'orifice à arête tranchante (encore que ce ne soit pas aussi facile à réaliser en pratique qu'on pourrait le penser).

2. Types d'écoulements

Les écoulements étudiés sont des écoulements d'eau en charge, turbulents (donc présentant des nombres de Reynolds suffisamment élevés), sans cavitation, à température normale (par exemple 20°C).

Dans le cas où le diamètre aval est grand ($c \sim 0$), nous avons également pris en considération le débouché de l'orifice à l'air libre et nous le précisons chaque fois que ce sera le cas.

Nous admettons en outre qu'il s'agit d'éléments d'assez grandes dimensions pour que la viscosité au sein de la couche limite ne joue qu'un rôle négligeable. Nous sommes ainsi dans des conditions telles que les pertes de charge sont proportionnelles au carré des vitesses (donc du débit).

La présence du cône provoquera généralement une contraction de l'écoulement. On sait qu'il est d'usage de définir un coefficient de contraction ψ (rapport de la section contractée à celle de l'orifice), un coefficient de vitesse ϕ et un coefficient de débit m . Ce dernier résulte de la relation

$$(1) \quad Q = m S_0 \sqrt{2gH}$$

où Q est le débit de l'orifice, S_0 la section de l'orifice et H la charge disponible. Rappelons que ces trois coefficients sont liés par la condition

$$(2) \quad m = \phi \cdot \psi$$

Le coefficient de vitesse est le plus souvent voisin de l'unité ; ainsi le coefficient de débit ne diffère-t-il que peu du coefficient de contraction, ce dernier étant cependant un peu plus élevé. Encore que l'on puisse donc confondre souvent coefficient de contraction et coefficient de débit, nous précisons ici que nous n'utiliserons que le coefficient de débit. C'est en effet le seul susceptible d'une mesure directe précise, particulièrement lorsque l'écoulement est noyé à l'aval ; c'est aussi le seul qui intervient dans le calcul de la perte de charge, but final de l'étude.

Les schémas de la figure 2 mettent en évidence quelques cas particuliers afin de se familiariser avec les paramètres relatifs définissant les formes de l'étranglement et de mieux apprécier l'étendue des cas entrant dans la définition.

II^e PARTIE

Etude de première approximation

Il s'agit ici d'utiliser les résultats établis — théoriquement ou expérimentalement — par divers auteurs, afin d'en tirer une première loi générale du phénomène. Nous examinerons donc successivement les cas suivants :

- orifice en paroi mince plane ;
- orifice placé au sommet d'un cône ;
- diamètre limité à l'aval ;
- diamètre limité à l'amont.

Après avoir présenté quelques remarques particulières, nous établirons une formule générale de première approximation.

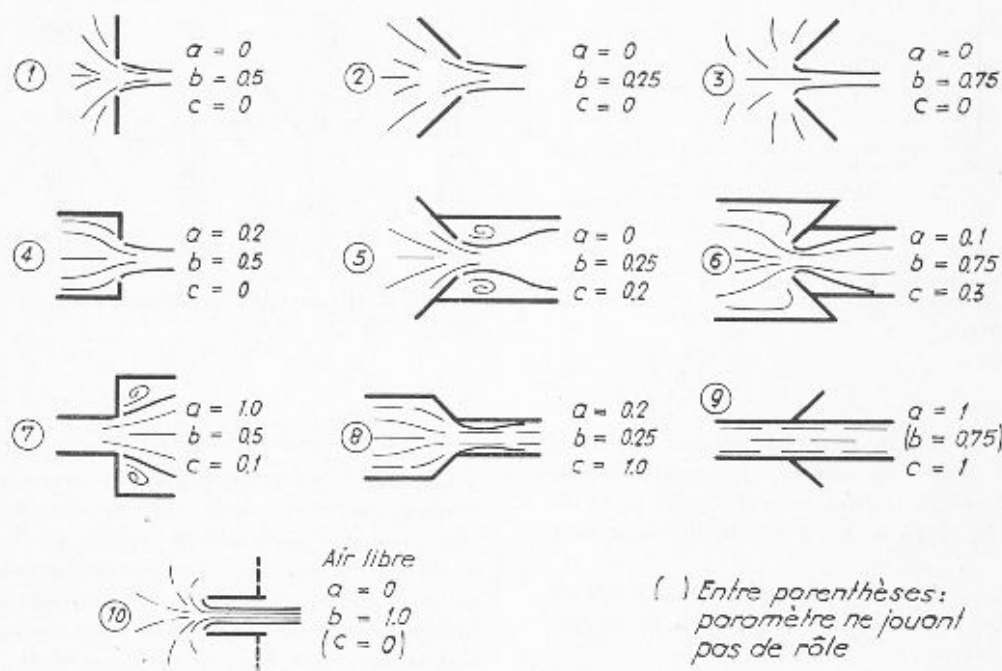


Fig. 2. — Exemples de cas particuliers entrant dans la définition générale des étranglements étudiés.

A. Orifice en paroi mince plane

1. Débouché à l'aval de l'orifice

Il y a lieu de relever que le débouché à l'air libre a pour conséquence que toute la surface extérieure du jet est soumise à une pression constante et uniforme, celle de l'atmosphère; celle-ci étant généralement prise comme valeur de référence, on dira que la pression sur le jet est uniformément nulle.

Le débouché dans un bassin de grandes dimensions n'impose pas une condition différente: tant que les vitesses sont telles qu'il n'y a pas mélange de l'eau du jet avec celle du bassin, la pression exercée sur le jet est également constante et uniforme (nulle si l'on prend le plan d'eau du bassin aval comme niveau de référence).

Les deux cas ne se différencient donc que dans la mesure où l'eau avoisinante modifie le jet d'une manière différente que ne le fait l'air avoisinant. Cet effet ne peut se faire sentir que sur une certaine distance à l'aval de l'orifice et il ne peut avoir qu'une très faible influence sur le coefficient de débit. Les essais n'ont pas permis jusqu'ici de la déceler.

Nous utiliserons donc les valeurs obtenues dans le cas du débouché à l'air libre concurremment avec celles correspondant à un débouché noyé.

D'une manière plus générale, on peut admettre que les conditions aval n'ont pas d'influence sur le coefficient de débit; elles en ont une sur la perte de charge et, de ce fait, sur le débit.

2. Orifice circulaire

Le calcul hydrodynamique de l'écoulement à trois dimensions paraît s'être révélé inextricable jusqu'ici; il est à vrai dire déjà compliqué à deux dimensions.

Des applications du théorème de la quantité de mouvement ont été faites, notamment par *Forchheimer*, et plus récemment par *F. H. Knapp*. L'un et l'autre ont admis une distribution des vitesses uniforme et radiale au travers d'une calotte sphérique construite sur l'orifice. Partant donc des mêmes hypothèses, le premier a trouvé un coefficient de débit de 0,536 pour un hémisphère, et 0,607 pour une calotte ayant une flèche égale à 0,507 du rayon de l'orifice, tandis que le second (*Knapp*) a calculé $m = 0,595$ dans le premier cas (hémisphère).

En dehors du fait qu'ils sont assez fortement divergents, ces résultats n'ont pas de valeur de démonstration, puisque les hypothèses sur la distribution des vitesses sont précisément faites en vue d'obtenir un coefficient de contraction voisin de celui de l'expérience.

De nombreux résultats expérimentaux ont été obtenus par divers auteurs. On y constate une légère influence de l'épaisseur de la couche d'eau située à l'amont de l'orifice, notamment si l'orifice est situé dans une paroi verticale. Mais on constate surtout que le coefficient de débit varie en fonction des dimensions absolues de l'orifice; cela conduit malheureusement à mettre en doute l'exactitude de nombreux essais exécutés avec des orifices de petites dimensions (< 5 cm). A cet égard, les expériences faites par *H. Smith* sont particulièrement intéressantes; avec un orifice en paroi verticale et un rapport constant et égal à 20 entre la charge amont et le diamètre de l'orifice, cet auteur a trouvé:

pour $D_0 =$	0,9	1,2	1,5	2,1	3,0	cm
$m =$	0,640	0,626	0,617	0,609	0,604	
pour $D_0 =$	4,6	6,1	12,2	30,5	cm	
$m =$	0,600	0,599	0,597	0,594		

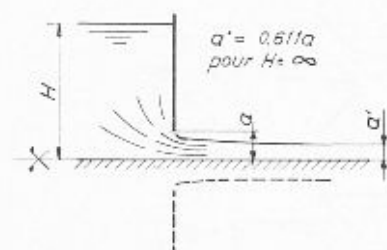


Fig. 3. — Écoulement sous vanne (identique à un écoulement au travers d'une fente).

Comme on le voit, ces résultats tendent vers une limite voisine de 0,60. Ces valeurs sont confirmées par les essais de Dvetschauer-Déry avec $D_0 = 2$ cm et de Weisbach avec $D_0 \leq 4$ cm. En 1769, Borda avait déjà trouvé 0,625.

Nous admettons donc que le coefficient de débit de l'orifice circulaire en paroi mince plane, avec charge amont grande, est de :

$$(3) \quad m = \frac{0,60 \pm 0,01}{\text{éventuellement } 0,597 \pm 0,005} \\ (a=0 \quad b=0,5 \quad c=0).$$

3. Orifice carré

Ce cas n'est mentionné ici qu'à titre de complément d'information : il est évidemment voisin du précédent. Nous mentionnerons les résultats obtenus par

- Lesbros avec un orifice carré de 20 cm de côté et 3 m de charge : $m = 0,601$
- Smith avec un orifice carré sous 6 m de charge : carré de 4 cm : $m = 0,606$
carré de 30 cm : $m = 0,600$

On vérifie à nouveau la diminution du coefficient de débit lorsque la section est plus grande (le rapport de la charge à l'orifice restant grand dans tous les cas).

4. Fente

Le cas de la fente est particulièrement intéressant, parce qu'il a fait l'objet d'un calcul hydrodynamique à deux dimensions, avec comparaison expérimentale, et parce que ce cas a été également étudié avec une paroi inclinée sur l'axe du jet : cela nous donnera ultérieurement d'utiles indications sur l'effet de l'angle.

Par un calcul hydrodynamique, Kirchhoff a trouvé dès 1883 la valeur $m = 0,611$. Ce résultat a été retrouvé par Fawer comme cas particulier de l'écoulement sous vanne, celui-ci pouvant être assimilé par raison de symétrie au cas de la fente (fig. 3).

L'expérience fournit des valeurs proches : Lesbros a trouvé $m = 0,615$ pour une fente de 2 cm sous 3 m de charge, et $m = 0,609$ avec une fente de 1 cm sous la même charge (il convient toutefois de préciser que la longueur de la fente n'était pas identique : 60 cm dans le premier cas et 20 cm dans le second). Fawer a trouvé 0,63, mais il s'agissait d'un écoulement sous faible charge et la proximité du plan d'eau (fig. 3) par rapport à l'orifice contribue évidemment à diminuer la contraction, donc à augmenter le coefficient de débit.

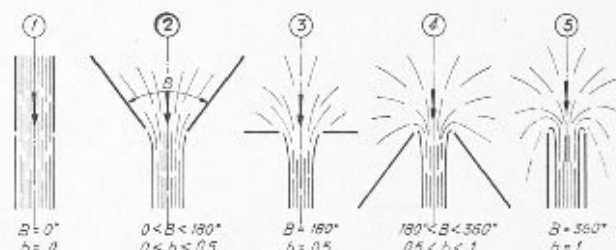


Fig. 4. — Divers cas d'écoulement pour $0 < b < 1$ ($a = c = 0$).

5. Comparaison des résultats

Quoique la présente étude soit consacrée au cas de l'orifice circulaire, nous croyons devoir souligner la constance du coefficient de débit, quelle que soit la forme de l'orifice : que l'orifice soit circulaire ou carré ou qu'il s'agisse d'une fente d'une longueur limitée ou infinie, le coefficient de débit ne varie que de 0,60 à 0,61. Remarquons que dans le cas de la fente, la réduction d'épaisseur de la lame est de 39 %, tandis que la diminution du diamètre de la veine traversant l'orifice circulaire n'est que de 22 % ($1 - \sqrt{0,60}$). Les trajectoires des particules ne sont donc pas semblables ; néanmoins, le coefficient de débit est presque identique.

B. Orifice au sommet d'un cône

1. Cas extrêmes

Le cône, circulaire à paroi mince, forme un récipient illimité, caractérisé par son angle B au sommet, b en valeurs relatives. Divers cas sont représentés sur la figure 4.

Le cas 3 est celui examiné au paragraphe A. 2. ci-dessus et pour lequel nous avons admis $m = 0,60$. Le cas 1 donne $m = 1,00$.

Le cas 5 peut être résolu par le calcul, en appliquant le théorème de la quantité de mouvement, et conduit à $m = 0,50$. Ce cas a également été étudié expérimentalement et Borda avait trouvé $m = 0,515$ avec un orifice de 3,2 cm sous 25 cm de charge, tandis que Froude obtenait une valeur encore plus proche de 0,50. Weisbach mentionne $m = 0,54$, mais avec un orifice de seulement 2 cm de diamètre. On vérifie à nouveau ici que plus l'orifice est petit, plus le coefficient de débit s'élève au-dessus de la valeur limite.

Nous admettons donc :

$$(4) \quad \begin{array}{ccc} b = 0 & 0,5 & 1,0 \\ m = 1,00 & 0,60 & 0,50 \end{array}$$

2. Cas intermédiaires

Plusieurs séries d'essais ont été exécutées par divers expérimentateurs.

a) Nous citerons tout d'abord les résultats obtenus par Castel, avec un cône de 5 cm de longueur et un orifice de 2 cm de diamètre (fig. 5).

$B = 2^\circ 50'$	$6^\circ 54'$	$12^\circ 10'$	$13^\circ 40'$	$15^\circ 02'$	$18^\circ 10'$	$23^\circ 4'$	$33^\circ 52'$
$b = 0,008$	$0,019$	$0,034$	$0,038$	$0,042$	$0,051$	$0,064$	$0,094$
$m = 0,914$	$0,938$	$0,949$	$0,956$	$0,949$	$0,939$	$0,930$	$0,920$

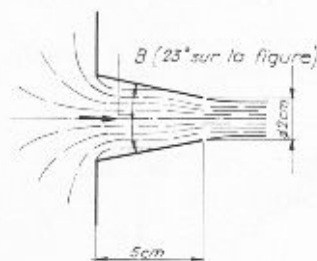
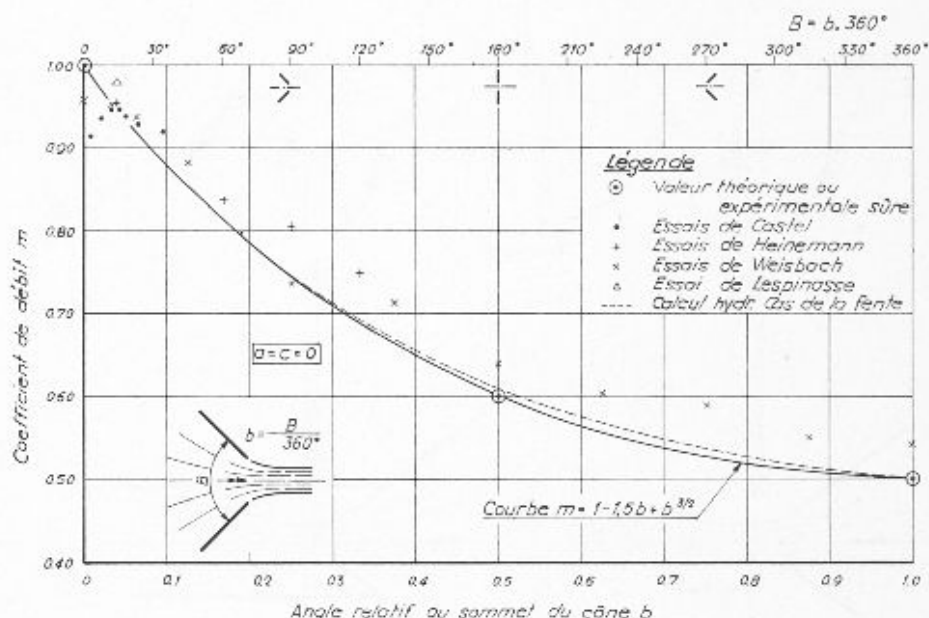


Fig. 5. — Formes étudiées par Castel.

Fig. 6. — Coefficient de débit pour écoulement à travers un orifice circulaire au sommet d'un cône.



Il est cependant difficile de tenir compte entièrement de ces valeurs dans la présente étude : pour les faibles angles, il est évident que l'écoulement est fortement influencé par la contraction à l'entrée du cône ; on se rapproche du cas de l'ajutage. D'autre part, les petites dimensions de l'orifice font que le coefficient de débit est sans doute un peu trop élevé (les valeurs correspondantes sont néanmoins reportées sur le graphique de la figure 6, conjointement avec les autres résultats mentionnés ci-après).

b) Des essais ont été faits par Heinemann avec des cônes de plus grande ouverture, mais malheureusement avec des orifices également très petits :

$B = 13^{\circ}30'$	60°	90°	120°
$b = 0,038$	$0,167$	$0,250$	$0,333$
$m = 0,956$	$0,838$	$0,807$	$0,749$

c) Weisbach, poursuivant des recherches analogues, a exécuté une série complète, de 0° à 360° , mais toujours avec des cônes n'ayant qu'un orifice de 2 cm de diamètre :

$B =$	0°	$11\frac{1}{2}^{\circ}$	$22\frac{1}{2}^{\circ}$	45°	90°	135°
$b =$	0	$0,032$	$0,063$	$0,125$	$0,250$	$0,375$
$m =$	$0,957$	$0,952$	$0,937$	$0,883$	$0,737$	$0,716$

$B =$	180°	225°	270°	315°	360°
$b =$	$0,500$	$0,625$	$0,750$	$0,875$	$1,000$
$m =$	$0,639$	$0,604$	$0,591$	$0,549$	$0,543$

On vérifie que le coefficient de débit est manifestement trop élevé dans les deux cas particuliers $b = 0,5$ et $b = 1$, dépassant de 7 % à 9 % les valeurs attendues. Nous obtenons ainsi, une fois de plus, la preuve qu'il est nécessaire d'utiliser des orifices suffisamment grands ($D_0 \geq 1$ dm). En outre, ces essais sont entachés d'une assez forte dispersion, comme cela ressort nettement du graphique récapitulatif de la figure 6. Il faut enfin relever que, pour les faibles valeurs de l'angle au sommet, on devrait se rapprocher du résultat que fournit un ajutage, soit environ 0,83 ; si l'on observe des coefficients de débit plus élevés, c'est que l'arête à l'entrée du cône était arrondie.

d) Pour un angle faible, une valeur intéressante a été obtenue par Lepinasse, quoique avec une tuyère rectangulaire : section d'entrée de 73/97,5 cm, section de sortie de 15,5/19 cm, longueur de 292 cm. Ces sections sont équivalentes à des cercles de 95,2 et 19,3 cm de diamètre, l'angle au sommet du cône correspondant étant de $14^{\circ}48'$, soit $b = 0,041$. Le coefficient de débit obtenu a été de 0,98 ; cette valeur est intéressante tant par les grandes dimensions de l'orifice que par la longueur relative élevée de la tuyère ($L/D_0 = 15$ au lieu de 2,5 dans les essais précédents).

3. Fente le long de l'arête d'un dièdre

Parmi les résultats mentionnés au paragraphe 2 ci-dessus, peu nombreux sont ceux qui peuvent nous fournir une base solide pour définir une fonction $m(b)$ liant le coefficient de débit à l'angle au sommet du cône. C'est pourquoi il est utile d'examiner les résultats correspondant au passage à travers une fente placée le long de l'arête d'un dièdre. D'une part, s'agissant d'un écoulement bidimensionnel, le calcul hydrodynamique en a été fait et les coefficients obtenus ont été vérifiés par l'expérience. D'autre part, les valeurs du coefficient sont, pour les cas extrêmes, très voisines de celles connues pour le cône (cf. paragraphe B. 1. ci-dessus). Si pour $b = 0$ ($B = 0^{\circ}$) on a évidemment $m = 1$ pour le dièdre et pour le cône, nous avons vu que pour $b = 0,5$ ($B = 180^{\circ}$, plaque) on trouve $m = 0,60$ avec l'orifice circulaire et $m = 0,61$ avec la fente, valeurs relativement voisines. Enfin, pour $b = 1$ ($B = 180^{\circ}$), le calcul donne $m = 0,50$ avec les deux formes d'orifice.

On peut donc espérer que la loi valable pour l'étranglement conique ne sera que très peu différente de celle, exactement connue, pour la fente placée le long de l'arête du dièdre.

Le calcul hydrodynamique a été effectué par Cisotti et Faver. Il ne manque pas d'être assez compliqué et nous nous bornerons à en rappeler ici la valeur finale dans le cas particulièrement simple où la charge amont est grande par rapport à la largeur de la fente. Ces auteurs ont trouvé :

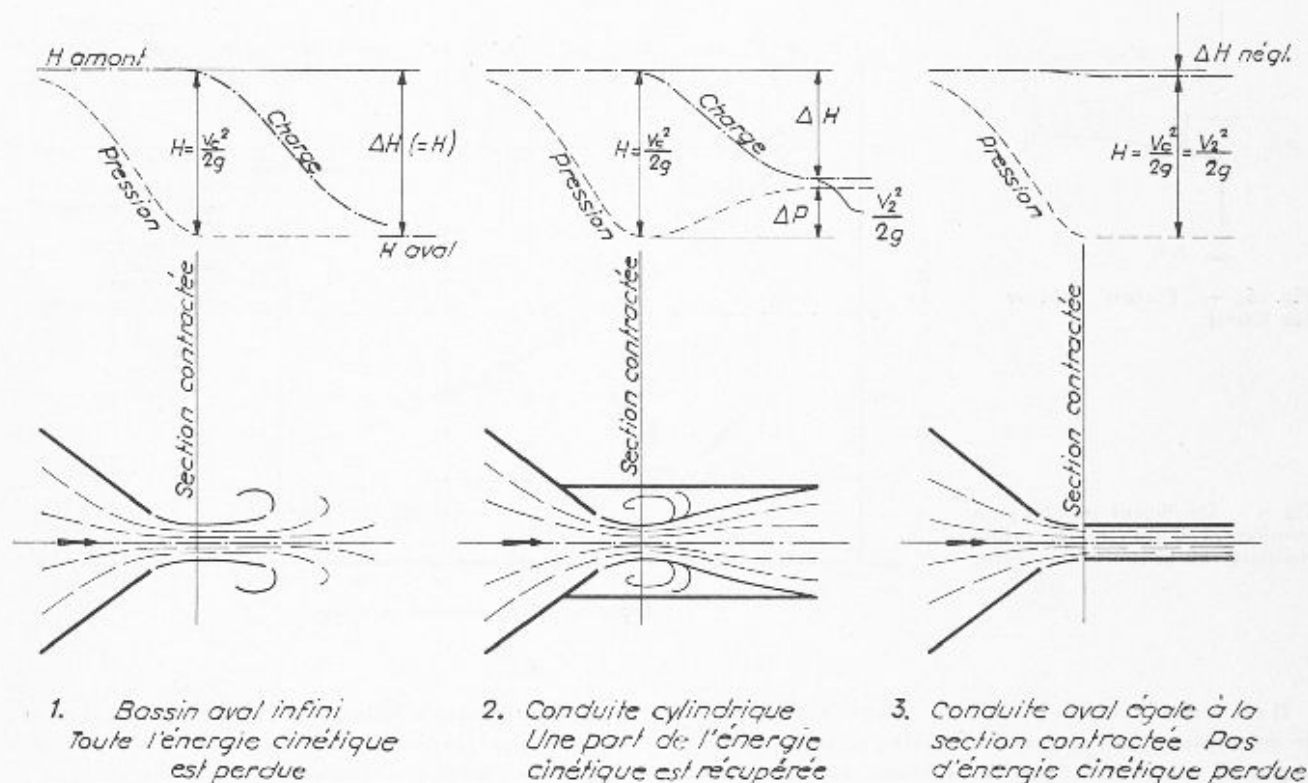


Fig. 7. — Influence des conditions aval, à débit constant.

$$m = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\pi b} + \frac{2}{\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{s!}{(b+1)(b+2)\dots(b+s+1)} \cdot \frac{1}{2^{s+1}} \right) \quad (5)$$

On peut notamment en tirer les valeurs numériques suivantes :

$B =$	0°	30°	60°	90°	120°	150°
$b =$	0	0,083	0,167	0,250	0,333	0,417
$m =$	1,000	0,897	0,814	0,747	0,692	0,648

$B =$	180°	225°	270°	315°	360°
$b =$	0,500	0,625	0,750	0,875	1,000
$m =$	0,611	0,568	0,537	0,515	0,500

Rappelons que la formule générale (non mentionnée ici) a fait l'objet d'un contrôle expérimental qui montre bien que le coefficient de débit diminue au fur et à mesure que la charge augmente et tend vers une limite voisine de la valeur calculée. On vérifie en outre que les coefficients sont un peu trop élevés (la fente n'étant que de 2 à 4 cm), cela d'autant plus que la fente est plus étroite (pour un rapport constant de la charge à la largeur de la fente).

4. Influence de l'angle au sommet du cône

Les résultats mentionnés aux paragraphes précédents sont reportés sur le graphique de la figure 6.

Nous admettons comme impératives les deux valeurs limites $m = 1,00$ et $0,50$ pour $b = 0$ et $1,00$. L'allure générale de la loi $m(b)$ est donnée par la courbe calculée dans le cas de la fente. La fonction paraît donc relativement bien définie et on peut en rechercher une expression analytique. De nombreuses formes mathématiques

peuvent être envisagées ; nous pensons cependant qu'il convient d'en adopter une aussi simple que possible, cela en tenant compte du fait qu'il ne s'agit de toute manière que d'une approximation empirique, et aussi pour ne pas compliquer exagérément les expressions que l'on obtiendra plus loin en tenant compte d'autres influences.

Nous constatons donc que la fonction

$$(6) \quad m = 1 - 1,5 b + b^{3/2} \quad a = c = 0$$

est satisfaisante. Si la plupart des valeurs expérimentales sont supérieures, nous avons indiqué plus haut quelles en sont les raisons, principalement les trop petites dimensions des orifices.

C. Conduite cylindrique à l'aval de l'orifice¹

Dans les écoulements examinés jusqu'ici, toute la charge était utilisée pour assurer le passage de l'eau ; la perte de charge était donc totale. La présence à l'aval d'une conduite cylindrique de diamètre limité permettra de diminuer la charge perdue, ou, à perte de charge égale, d'augmenter le débit par un effet d'aspiration. Cependant, le spectre de l'écoulement à travers l'orifice n'est pas modifié, ni par conséquent la section contractée.

La figure 7 montre schématiquement comment varient la charge et la pression, à débit constant, pour différentes conditions aval. Pour déterminer les caractéristiques de l'écoulement, il nous faut connaître la loi

¹ Il pourrait paraître plus naturel de commencer par l'étude de l'effet d'une conduite placée à l'amont, puisqu'elle aurait pour effet de modifier le coefficient de débit précédemment déterminé. Mais la connaissance de l'influence de la conduite aval est nécessaire pour analyser les résultats obtenus avec un diamètre amont limité. C'est pourquoi nous suivons cet ordre.

liant la perte de charge ΔH à la section de la conduite aval, ou, plus exactement, à la valeur relative de cette section par rapport à celle de l'orifice.

La perte de charge résultant d'une augmentation de section a été calculée par Borda, qui a trouvé en 1766 déjà la formule bien connue

$$(7) \quad \Delta H = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

V_1 est, pour nous, la vitesse dans la section contractée.

Cette formule a fait l'objet de vérifications expérimentales, en particulier par Bünningner. Celui-ci a fait varier le rapport de la section aval à la section amont de 1,1 à 10 et a constaté une bonne coïncidence des résultats des essais avec les valeurs théoriques. Nous admettrons donc que cette formule est rigoureuse. En désignant par D_c , S_c et V_c le diamètre, la section et la vitesse dans la section contractée, nous pouvons calculer la perte de charge (cf. cas 2 de la fig. 7) :

$$\Delta H = \frac{(V_c - V_2)^2}{2g} = \frac{V_c^2}{2g} \left(1 - \frac{V_2}{V_c}\right)^2$$

or $S_c = \psi S_0$ (S_0 : section de l'orifice
 ψ : coefficient de contraction)

et $V_2/V_c = S_c/S_2 = \psi S_0/S_2 = \psi c$.

En assimilant ici le coefficient de contraction ψ au coefficient de débit m , il vient

$$\Delta H = \frac{V_2^2}{2g} (1 - mc)^2.$$

Nous rapporterons les charges à l'énergie cinétique correspondant à l'orifice sans contraction ; ainsi :

$$\Delta h = \frac{\Delta H}{V_0^2/2g} \quad \text{ou} \quad V_0 = \frac{Q}{S_0} = \frac{Q}{\pi D_0^2/4} \quad (\text{cf. fig. 4}).$$

Donc $V_c = V_0/m$.

$$(8) \quad \Delta H = \frac{V_0^2}{2g} \left(\frac{1}{m} - c\right)^2$$

$$(9) \quad \Delta h = \left(\frac{1}{m} - c\right)^2$$

On peut d'ailleurs vérifier que l'on a bien (cf. cas 2, fig. 7) :

$$H = \Delta H + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta P$$

ou, en valeurs relatives (rapportées à $V_0^2/2g$) :

$$(10) \quad h = \Delta h + e_2 + \Delta p.$$

$$(11) \quad \begin{cases} \text{En effet :} \\ h = \frac{1}{m^2} \\ \Delta h = \left(\frac{1}{m} - c\right)^2 \\ e_2 = c^2 \\ \Delta p = 2c \left(\frac{1}{m} - c\right) \end{cases}$$

Ces valeurs (11) satisfont identiquement à la condition (10).

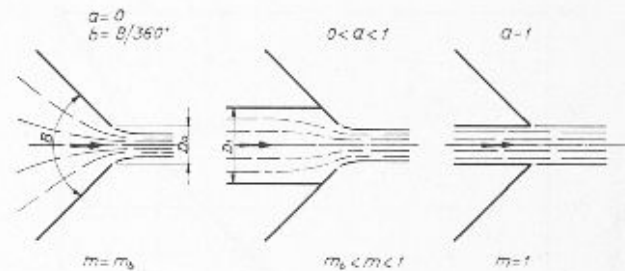


Fig. 8. — Influence des conditions amont.

D. Conduite cylindrique à l'amont de l'orifice

La contraction due à un orifice conique est évidemment maximale si le cône s'étend à l'infini à l'amont. Si le cône se raccorde à un cylindre de même axe, la contraction sera d'autant plus faible que le diamètre du cylindre sera plus voisin de celui de l'orifice (fig. 8). Il est donc nécessaire de connaître l'effet d'un diamètre limité, à l'amont. En désignant par m_b la valeur du coefficient de débit pour un cône illimité (seul paramètre : b , angle au sommet), c'est-à-dire pour $D_1 = \infty$ ou $a = 0$ (cf. fig. 1), on peut poser

$$(12) \quad m = m_b + (1 - m_b) \cdot f(a)$$

avec $f(a) = 0$ pour $a = 0$ $D_1 = \infty$
et $f(a) = 1$ pour $a = 1$ $D_1 = D_0$

1. Cas du diaphragme ($b = 0,5$; $B = 180^\circ$)

Des résultats expérimentaux très soigneusement établis existent dans ce cas, et servent de base aux normes de jaugeage par diaphragme. Il y a alors également une conduite aval et le coefficient de débit est déduit des mesures par application de la formule de Borda. Quoiqu'il ne s'agisse pas à proprement parler de mesures directes du coefficient de débit, nous les utiliserons sans autre, la formule de Borda étant considérée comme exacte.

Sur la figure 9, nous avons reporté les valeurs

- des normes de jaugeage allemandes VDI ;
- obtenues par Weisbach avec un tuyau à l'aval ;
- obtenues par Weisbach sans tuyau à l'aval ;
- obtenues par Weisbach pour une section rectangulaire.

Au sujet des résultats de Weisbach, nous noterons que les valeurs correspondant à un orifice circulaire sont peu différentes de celles indiquées pour l'orifice carré : on vérifie à nouveau que le coefficient de débit est très peu influencé par la forme de l'orifice. Par contre, il faut remarquer que la valeur obtenue pour $a = 0$ soit 0,62 — 0,63 est certainement trop élevée dans tous les cas.

Nous admettrons donc que c'est aux valeurs tirées des normes VDI qu'il faut attacher le plus de crédit et nous cherchons par conséquent une loi s'en rapprochant tout en conservant une forme mathématique simple.

On vérifie sur la figure 9 que la fonction

$$(13) \quad m = m_b + (1 - m_b) a^2$$

convient bien, ayant ici la forme simple

$$m = 0,6 + 0,4 a^2$$

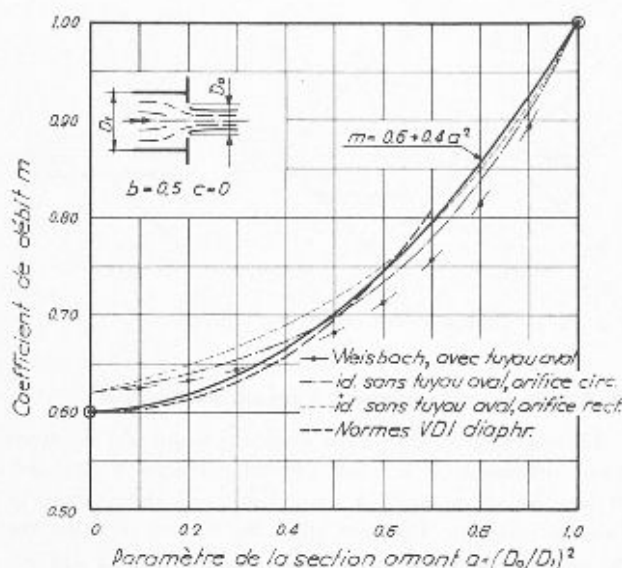


Fig. 9. — Coefficient de débit avec conduite amont et $b = 0,5$ ($B = 180^\circ$).

(on peut penser que des valeurs légèrement plus faibles de m conviendraient encore mieux dans la zone centrale de la courbe : par exemple $m = 0,69$ au lieu de $0,70$ pour $a = 0,5$; l'exposant devrait alors être un peu augmenté et porté à $2,1$ ou $2,2$; nous y renonçons vis-à-vis de l'incertitude subsistant dans cette première approximation).

2. Cas du cône ($b \neq 0,5$)

Nous n'avons trouvé dans la littérature aucune valeur expérimentale correspondant à un cône précédé d'une conduite cylindrique. Un essai exécuté il y a quelques années au Laboratoire d'hydraulique de l'EPUL avait donné $m = 0,862$ pour $a = 0,317$ et $b = 0,147$ ($B = 53^\circ$). Avec ces valeurs, la formule précédente donnerait $m = 0,852$, valeur à vrai dire assez voisine de celle mesurée.

On pourrait être tenté d'utiliser les résultats analytiques et expérimentaux fournis par l'étude de l'écoulement à travers une fente (écoulement sous vanne). Cela n'est cependant pas possible, car des valeurs intéressantes de a correspondraient à une faible profondeur à l'amont et l'on sait que dans ce cas, c'est-à-dire si la charge est faible, le coefficient de débit est modifié.

L'absence d'autres renseignements, nous constaterons que si a joue un rôle appréciable (donc si D_1 n'est pas beaucoup plus grand que D_0), on se trouve généralement dans le domaine $0 < b < 0,5$ ($B < 180^\circ$). Or, pour $b = 0,5$, l'effet de a est assez bien connu (paragraphe D. 1. ci-dessus), tandis que pour b voisin de zéro, l'effet de a est faible. Nous admettrons donc de nous en tenir en première approximation aux formules (6), (9) et (13).

E. Formule générale

Des considérations développées dans les paragraphes précédents, nous pouvons tirer tout d'abord une expres-

sion générale du coefficient de débit (mettant m_b en évidence dans (13) et le remplaçant par la valeur (6)) :

$$(14) \quad m = 1 - (1 - a^2) (1,5 b - b^{3/2})$$

On peut introduire cette valeur dans la définition (9) de la perte de charge

$$(15)$$

$$\Delta h = \left[\frac{1}{1 - (1 - a^2) (1,5 b - b^{3/2})} - c \right]^2 = \left(\frac{1}{m} - c \right)^2$$

Rappelons encore les définitions utilisées (cf. fig. 1) :

a paramètre de la conduite amont $= (D_0/D_1)^2 = S_0/S_1$;

b paramètre de l'angle au sommet du cône $= B/360^\circ$;

c paramètre de la conduite aval $= (D_0/D_2)^2 = S_0/S_2$;

m coefficient de débit ($Q = m S_0 \sqrt{2gH}$) ;

Δh perte de charge $= \frac{\Delta H}{V_0^2/2g}$;

h charge sur l'orifice $= \frac{1}{m^2} = \frac{H}{V_0^2/2g} = \frac{V_2^2}{2g}$;

D_0, S_0, V_0 diamètre, section, vitesse relatifs à l'orifice (section non contractée) ;

V_c vitesse dans la section contractée.

Les paramètres géométriques a, b, c peuvent varier entre 0 et 1. Il en résulte que

$$\begin{aligned} 0,5 &< m < 1 \\ 4 &> \Delta h > 0 \\ 4 &> h > 1 \end{aligned}$$

Les valeurs de gauche des inéquations correspondent au cas 10 de la figure 2, tandis que les valeurs de droite sont celles du cas 9 de la même figure.

F. Conclusion de la première partie

Utilisant les résultats théoriques et expérimentaux déjà connus, nous avons établi les formules (14) et (15) donnant le coefficient de débit et la perte de charge à travers un étranglement conique circulaire, quels que soient les diamètres des conduites cylindriques placées à l'amont et à l'aval.

Si l'on peut espérer que la structure générale de ces formules est correcte, force est d'admettre qu'elles sont basées sur des résultats assez incomplets. Certaines valeurs sont bien déterminées, tel le coefficient de débit à travers un orifice placé dans un plan ($b = 0,5$) ; pour d'autres cas, l'expérience et la théorie font défaut. D'autre part, de nombreux résultats d'essais correspondent à des orifices de dimensions trop faibles.

Il est donc apparu intéressant de procéder à une série d'essais nouveaux. Leur relation fait l'objet de la deuxième partie de cette étude.

(A suivre)