

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 88 (1962)  
**Heft:** 4

**Artikel:** Sur une méthode interféro-photoélectrique pour la mesure des tensions en élasticité plane et sur ses possibilités d'application à la détermination des efforts au voisinage de la surface d'un corps solide et à la mesure des tensions thermiques

**Autor:** Favre, Henry / Schumann, Walter

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-771830>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 04.05.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

paraissant tous les 15 jours

## ORGANE OFFICIEL

de la Société suisse des ingénieurs et des architectes  
de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes (S.V.I.A.)  
de la Section genevoise de la S.I.A.  
de l'Association des anciens élèves de l'EPUL (Ecole polytechnique  
de l'Université de Lausanne)  
et des Groupes romands des anciens élèves de l'E.P.F. (Ecole  
polytechnique fédérale de Zurich)

## COMITÉ DE PATRONAGE

Président: † J. Calame, ing. à Genève  
Vice-président: E. d'Okolski, arch. à Lausanne  
Secrétaire: S. Rieben, ing. à Genève

### Membres:

Fribourg: H. Gicot, ing.; M. Waeber, arch.  
Genève: G. Bovet, ing.; Cl. Groscurin, arch.; E. Martin, arch.  
Neuchâtel: J. Béguin, arch.; R. Guye, ing.  
Valais: G. de Kalbermatten, ing.; D. Burgener, arch.  
Vaud: A. Chevalley, ing.; A. Gardel, ing.;  
M. Renaud, ing.; J.-P. Vouga, arch.

## CONSEIL D'ADMINISTRATION

de la Société anonyme du « Bulletin technique »  
Président: D. Bonnard, ing.

Membres: M. Bridel; J. Favre, arch.; † R. Neeser, ing.; A. Robert,  
ing.; J.-P. Stucky, ing.

Adresse: Avenue de la Gare 10, Lausanne

## RÉDACTION

Vacat

Rédaction et Editions de la S. A. du « Bulletin technique »

Tirés à part, renseignements  
Avenue de Cour 27, Lausanne

## ABONNEMENTS

|                          |        |          |          |          |
|--------------------------|--------|----------|----------|----------|
| 1 an . . . . .           | Suisse | Fr. 28.— | Etranger | Fr. 32.— |
| Sociétaires . . . . .    | »      | » 23.—   | »        | » 28.—   |
| Prix du numéro . . . . . | »      | » 1.60   |          |          |

Chèques postaux: « Bulletin technique de la Suisse romande »,  
N° II 57 75, Lausanne

Adresser toutes communications concernant abonnement, changements  
d'adresse, expédition, etc., à: Imprimerie La Concorde, Terreaux 29,  
Lausanne

## ANNONCES

Tarif des annonces:

|                    |           |
|--------------------|-----------|
| 1/1 page . . . . . | Fr. 320.— |
| 1/2 » . . . . .    | » 165.—   |
| 1/4 » . . . . .    | » 85.—    |
| 1/8 » . . . . .    | » 42.50   |

Adresse: Annonces Suisses S. A.

Place Bel-Air 2. Tél. (021) 2233 26. Lausanne et succursales



## SOMMAIRE

Sur une méthode interféro-photoélectrique pour la mesure des tensions en élasticité plane et sur ses possibilités d'application à la détermination des efforts au voisinage de la surface d'un corps solide et à la mesure des tensions thermiques, par Henry Favre et Walter Schumann, Ecole polytechnique fédérale, Zurich.

La session partielle de la Conférence mondiale de l'énergie de 1961 en Suisse, par E.-H. Etienne.

Nécrologie: René Neeser, ingénieur. — Bibliographie. — Divers. — Les congrès. — Carnet des concours.

Documentation générale. — Nouveautés, informations diverses.

## SUR UNE MÉTHODE INTERFÉRO-PHOTOÉLECTRIQUE POUR LA MESURE DES TENSIONS EN ÉLASTICITÉ PLANE ET SUR SES POSSIBILITÉS D'APPLICATION A LA DÉTERMINATION DES EFFORTS AU VOISINAGE DE LA SURFACE D'UN CORPS SOLIDE ET A LA MESURE DES TENSIONS THERMIQUES<sup>1</sup>

par HENRY FAVRE et WALTER SCHUMANN, Ecole polytechnique fédérale, Zurich

### § 1. Introduction.

L'objet de la photoélasticité bidimensionnelle est la détermination des tensions dans un modèle transparent (lame à faces parallèles) à l'aide de rayons lumineux polarisés, en utilisant les propriétés de la biréfringence accidentelle. La mise en charge du modèle engendre des *variations de marche* de ces rayons, dont la mesure permet de déterminer les tensions intérieures cherchées.

Dans la plupart des méthodes utilisées, la principale grandeur observée est la *variation relative de marche*  $\delta_3$ . Cette grandeur est la différence des *variations absolues*

de marche  $\delta_1, \delta_2$  des deux composantes, suivant les directions 1, 2 des tensions principales  $\sigma_1, \sigma_2$ , d'un rayon traversant orthogonalement la lame<sup>2</sup>. Entre  $\sigma_1, \sigma_2$  et  $\delta_3$  existe la relation, appelée *loi de Wertheim*:

$$\delta_3 = ce (\sigma_1 - \sigma_2), \quad (1)$$

où  $e$  désigne l'épaisseur de la lame et  $c$ , une constante dépendant de la matière utilisée et de la longueur d'onde  $\lambda$  du rayon incident, supposé monochromatique. Pour obtenir  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  — pour « séparer les tensions principales » — il est nécessaire de com-

meurer (isochromes), soit à l'aide d'un compensateur. Il va de soi qu'une mesure préliminaire est nécessaire, celle de l'azimut d'une des deux directions principales 1, 2. Cette dernière mesure peut être faite, par exemple, en photographiant les lignes d'égale inclinaison des directions principales (isoclines), ou encore en repérant, en un certain nombre de points de la lame, la direction d'extinction des polarisateurs croisés.

<sup>1</sup> Traduction française libre d'une communication en anglais faite au *Symposium international de photoélasticité*, organisé du 29 au 31 octobre 1961 à l'*Illinois Institute of Technology*, à Chicago, sur l'initiative et sous la présidence du professeur M. M. Frocht. Le mémoire original paraîtra dans les « *Proceedings* » de ce symposium.

<sup>2</sup>  $\delta_3$  peut être déterminé soit en plaçant le modèle entre deux polarisateurs croisés et en repérant les franges d'égale intensité lumi-

pléter la mesure de  $\delta_3$  par une autre opération, une intégration graphique par exemple, ou la mesure de la variation relative de marche subie par des rayons traversant obliquement la lame, etc.

On peut aussi mesurer, comme on l'a fait dès 1927 à l'aide d'un interféromètre à lames fixes (de *Mach-Zehnder* par exemple), les variations absolues de marche  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ , qui sont liées aux tensions par les relations :

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= ae \sigma_1 + be \sigma_2, \\ \delta_2 &= be \sigma_1 + ae \sigma_2, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

où  $a$  et  $b$  désignent des constantes analogues à  $c$  (on a  $c = a - b$ , puisque  $\delta_3 = \delta_1 - \delta_2$ ) [4]<sup>3</sup>.

En 1930, *Ch. Fabry* proposa une variante de cette méthode, consistant à utiliser comme interféromètre la lame elle-même. Les interférences sont alors produites par les réflexions (et réfractions) successives d'un rayon sur les faces [2]. Continuant dans cette direction, *A. Dose* et *R. Landwehr* réussirent, à l'aide de modèles très peu biréfringents et en utilisant les franges constituant un *moiré*, à obtenir des lignes où la somme  $\sigma_1 + \sigma_2$  a une valeur constante le long de chacune d'elles (isopachic lines). Ayant déterminé d'autre part  $\sigma_1 - \sigma_2$  à l'aide d'un modèle fortement biréfringent, il est alors facile de séparer les tensions [3]. Un autre progrès fut ensuite réalisé par *D. Post*, qui utilisa comme interféromètre deux lames fixes semi-transparentes, placées de part et d'autre du modèle [4].

Le but de cette communication est de présenter un nouveau procédé, permettant de mesurer les tensions en un point quelconque, en réalisant l'idée de la variante proposée par *Ch. Fabry*, mentionnée plus haut, à l'aide de mesures photoélectriques d'intensités lumineuses.

Il s'agit donc d'une méthode de mesures « point par point » des tensions, par opposition aux « observations d'ensemble » de ces grandeurs dans un domaine fini. De telles mesures sont aujourd'hui critiquées par de nombreux photoélasticiens. On leur reproche 1° d'être lentes à exécuter, 2° de ne pas montrer immédiatement les zones où existent les plus grandes tensions, 3° de nécessiter souvent l'emploi d'un nombre élevé de mises en charge et de décharges du modèle. On peut cependant éviter en grande partie ces inconvénients, en repérant préalablement les zones les plus sollicitées à l'aide d'une observation sommaire des lignes isochromes, et en faisant ensuite dans ces domaines la mesure exacte des tensions dangereuses — qui sont les seules qui intéressent les ingénieurs — par le procédé que nous allons décrire. D'autre part, des mesures photoélectriques récentes de la variation relative de marche, ont révélé la grande précision de cette technique, en particulier lorsqu'on l'applique à la détermination de la différence  $\sigma_1 - \sigma_2$  dans le cas où les tensions varient en fonction du temps (essais dynamiques) [5], [6], [7]. Il est donc indiqué de chercher également à utiliser la photoélectricité pour la mesure des variations absolues de marche, afin de pouvoir séparer les tensions principales.

La méthode proposée n'est aucunement limitée à l'élasticité bidimensionnelle, mais peut aussi être

appliquée à la mesure des tensions intérieures au voisinage de la surface limitant un corps solide quelconque — transparent ou non — sollicité par des forces données, et il semble possible de pouvoir aussi l'appliquer à la mesure des efforts dus à des variations de température (tensions thermiques). Comme toutes les méthodes interférométriques, le nouveau procédé offre les avantages de permettre de séparer les tensions et de pouvoir contrôler en chaque point les résultats des mesures, en s'appuyant sur une relation analogue à  $\delta_3 = \delta_1 - \delta_2$ . Il présente de plus ce nouvel avantage, que les variations absolues à mesurer sont beaucoup plus grandes que celles qui interviennent lorsqu'on utilise un interféromètre à lames fixes, les variations relatives restant les mêmes que précédemment.

Les recherches faisant l'objet de la présente communication ont été subventionnées par le *Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique*. La première application décrite dans le § 5 a déjà fait l'objet d'une publication [8], après que les bases théoriques du nouveau procédé eurent été données dans un autre mémoire [9].

## § 2. Variations des intensités lumineuses du rayon réfléchi et du rayon émergent, produites par l'application des forces sur la lame, en tenant compte des réflexions intérieures.

Soit un rayon lumineux monochromatique  $i$ , de longueur d'onde  $\lambda$ , arrivant orthogonalement sur une lame à faces planes et parallèles (fig. 1). Supposons qu'il n'agisse d'abord aucune force sur cette lame, et que le rayon soit polarisé, la direction de vibration étant celle qu'aura au point considéré la tension principale  $\sigma_1$ , après la mise en charge du modèle (application sur le contour d'un système de forces en équilibre, situées toutes dans le plan moyen). La lumière est successivement partiellement réfléchiée sur les deux faces, et une infinité de rayons  $r_1, r_2, \dots$  sont en définitive réfléchis par la lame, une autre infinité de rayons la traversant.

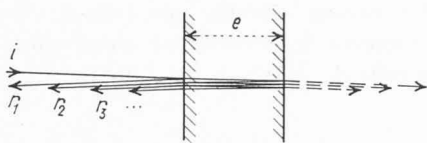
Si nous choisissons comme unité d'intensité lumineuse celle du rayon incident, l'intensité  $\beta$  du premier rayon réfléchi est :

$$\beta = (n - 1)^2 / (n + 1)^2, \quad (3)$$

$n$  désignant l'indice de réfraction.  $\beta$  est le coefficient de réflexion ou pouvoir réflecteur de la matière du modèle. Les intensités des rayons réfléchis  $r_1, r_2, \dots$  ont les valeurs  $\beta, (1 - \beta)^2 \beta, (1 - \beta)^4 \beta^3, \dots$  et si nous désignons par  $e$  l'épaisseur de la lame non chargée, les phases initiales des vibrations constituant ces rayons sont respectivement égales à  $-\pi, -4\pi ne/\lambda, -8\pi ne/\lambda, \dots$ , celle du rayon incident étant choisie égale à zéro (il s'agit par exemple des phases initiales des vibrations au point où se réfléchissent les rayons sur la première face de la lame, celle recevant la lumière incidente).

Remarquant que les amplitudes des vibrations sont égales (à un facteur constant près) aux racines carrées des intensités lumineuses, la vibration réfléchiée résultante  $S$  est donnée, en fonction du temps  $t$  et au point considéré, par la formule suivante, où  $\omega$  désigne la pulsation ou fréquence circulaire :

<sup>3</sup> Les chiffres entre crochets se rapportent à la bibliographie placée à la fin de ce mémoire.



|         |                                                    | intensité            | phase initiale     |
|---------|----------------------------------------------------|----------------------|--------------------|
| $i$     | rayon incident                                     | 1                    | 0                  |
| $r_1$   | première réflexion                                 | $\beta$              | $-\pi$             |
| $r_2$   | seconde "                                          | $(1-\beta)^2\beta$   | $-4\pi ne/\lambda$ |
| $r_3$   | troisième "                                        | $(1-\beta)^2\beta^3$ | $-8\pi ne/\lambda$ |
|         | ....                                               |                      |                    |
| $n$     | indice de réfraction                               |                      |                    |
| $\beta$ | $\beta = (n-1)^2/(n+1)^2$ coefficient de réflexion |                      |                    |

Fig. 1. — Schéma des réflexions successives d'un rayon lumineux sur une lame transparente à faces parallèles.

$$S = \sqrt{\beta} \left\{ -\cos \omega t + \right. \\ \left. + (1-\beta) \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \cos \left[ \omega t - \frac{4\pi ne}{\lambda} (i+1) \right] \right\}. \quad (4)$$

En calculant la somme de la série figurant au second membre, on obtient une expression de la forme  $S = B \cos(\omega t - \chi)$ ,  $B$  et  $-\chi$  désignant respectivement l'amplitude et la phase initiale de la vibration résultante. La valeur du carré de cette amplitude,  $B^2 = J$ , qui n'est autre que l'intensité du rayon réfléchi, est donnée par la formule :

$$J = \frac{2\beta \left( 1 - \cos \frac{4\pi ne}{\lambda} \right)}{1 - 2\beta \cos \frac{4\pi ne}{\lambda} + \beta^2}. \quad (5)$$

Supposons maintenant que — sans modifier le rayon incident — on applique sur le contour du modèle un système de forces en équilibre, situées toutes dans le plan moyen. Au point considéré, l'indice de réfraction  $n$  et l'épaisseur  $e$  varieront et prendront respectivement les valeurs très voisines  $n_1$  et  $e'$ . En remarquant que la variation de  $\beta$  est ici négligeable, l'intensité du rayon réfléchi prendra la nouvelle valeur :

$$J_1 = \frac{2\beta \left( 1 - \cos \frac{4\pi n_1 e'}{\lambda} \right)}{1 - 2\beta \cos \frac{4\pi n_1 e'}{\lambda} + \beta^2}. \quad (5')$$

L'intensité  $J_1$  peut donc être considérée comme une fonction du produit  $n_1 e'$ . La valeur initiale  $ne$  du produit en question étant bien déterminée et indépendante des forces appliquées, on peut dire aussi — ce qui revient au même — que  $J_1$  est une fonction de la quantité

$$\theta_1 = \frac{2}{\lambda} (ne - n_1 e') \cong -\frac{2}{\lambda} \Delta(ne) = \\ = \frac{2}{\lambda} [e(n - n_1) + n(e - e')]. \quad (6)$$

La signification de  $\theta_1$  est simple : c'est, au signe près, la variation absolue, évaluée en longueurs d'onde, du chemin optique  $2ne$  d'un rayon traversant deux fois la lame, en se réfléchissant sur une des faces. Cette variation est donc comptée positivement s'il s'agit d'une diminution de ce chemin et négativement s'il s'agit d'une augmentation. Dans le premier cas, elle constitue en effet une avance absolue de marche du rayon en question, dans le second, un retard absolu. La grandeur  $\theta_1$  n'est pas à confondre avec la variation absolue de marche  $\delta_1$  d'un rayon ayant traversé directement la lame, quantité intervenant dans les méthodes interférométriques habituelles. Cette dernière quantité, évaluée avec la même unité de longueur que l'épaisseur  $e$ , est en effet égale à <sup>4</sup> :

$$\delta_1 = (n-1)e - (n_1-1)e'. \quad (7)$$

Remplaçant, dans (5'), le produit  $n_1 e'$  par  $ne - \frac{\lambda \theta_1}{2}$ , en vertu de (6), on obtient finalement, pour l'intensité du rayon réfléchi résultant, après l'application des forces sur le modèle :

$$J_1 = \frac{2\beta \left\{ 1 - \cos \left[ 2\pi \left( \frac{2ne}{\lambda} - \theta_1 \right) \right] \right\}}{1 - 2\beta \cos \left[ 2\pi \left( \frac{2ne}{\lambda} - \theta_1 \right) \right] + \beta^2}. \quad (8)$$

En négligeant les pertes dues à l'absorption, l'intensité du rayon résultant traversant la lame est

$$\bar{J}_1 = 1 - J_1 \quad (9)$$

(le trait placé sur la lettre  $J_1$  précise donc qu'il s'agit d'une grandeur relative à un rayon ayant traversé la lame, tandis que la même lettre non surlignée se rapporte au rayon réfléchi ; nous utiliserons constamment cette notation dans la suite). Si l'on fait croître lentement et simultanément, de zéro à leurs valeurs finales, toutes les forces appliquées sur le modèle,  $\theta_1$  croîtra de zéro à sa valeur finale (6), et l'intensité  $J_1$  variera selon l'équation (8). La fonction  $J_1(\theta_1)$  est représentée graphiquement par la courbe à trait continu de la figure 2. Cette courbe est voisine d'une sinusoïde, car  $\beta$  est un petit nombre (pour l'allite et certains verres, par exemple, où  $n = 1,5$ , la formule (3) montre que  $\beta = 0,04$ ). On peut donc remplacer la valeur exacte (8) de  $J_1$  par la valeur approchée :

$$J_1 \cong 2\beta \left\{ 1 - \cos \left[ 2\pi \left( \frac{2ne}{\lambda} - \theta_1 \right) \right] \right\}, \quad (10)$$

représentée par la courbe à trait interrompu de la figure 2. Il serait facile de montrer que la valeur (10) est celle que l'on obtient en ne considérant que les deux premiers rayons réfléchis.

En remplaçant partout les indices 1 par 2 dans les formules (6), (8), (9) et (10), on obtiendra la variation

<sup>4</sup> Pour établir cette formule, il suffit de remarquer que le chemin optique  $L$  séparant deux points fixes  $A, B$ , situés à la distance géométrique  $l$ , de part et d'autre de la lame, sur une normale aux faces, est  $L = l + (n-1)e$  avant la mise en charge et  $L' = l + (n_1-1)e'$  après celle-ci. La variation absolue de marche d'un rayon ayant traversé directement la lame et passant par  $A, B$ , qui est égale à la variation du chemin optique changée de signe, est donc bien  $\delta_1 = -(L' - L) = (n-1)e - (n_1-1)e'$ .

absolue  $\theta_2$  et les intensités  $J_2(\theta_2)$ ,  $\bar{J}_2(\theta_2)$  relatives à un rayon vibrant parallèlement à la tension principale  $\sigma_2$  (les symboles  $J_1$  et  $J_2$  sont évidemment identiques et leurs indices ne servent qu'à distinguer les deux directions de polarisation considérées).

Dans la pratique, les deux faces du modèle ne sont jamais rigoureusement parallèles. En observant convenablement la lame non chargée, illuminée par une large source monochromatique, on aperçoit à la surface des franges d'interférence provenant des réflexions successives sur les deux faces : ce sont les lignes d'égale épaisseur optique. En appliquant les forces, ces franges se dédoublent en deux systèmes, l'un correspondant à la variation  $\theta_1$ , l'autre à  $\theta_2$ . La variation d'intensité, en un point de la lame, pendant la mise en charge, est donc due au passage de ces franges en ce point. Nous décrirons § 4 la technique que nous avons utilisée pour mesurer  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

Considérons encore la différence  $\theta_3$  des deux variations absolues  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  définies plus haut, à savoir la *variation relative* (changée de signe) des chemins optiques  $2n_1 e'$ ,  $2n_2 e'$ , initialement égaux à  $2ne$ . On a, d'après (6) et la formule analogue pour  $\theta_2$  :

$$\theta_3 = \theta_1 - \theta_2 = \frac{2}{\lambda} (n_2 - n_1) e' \cong \frac{2}{\lambda} (n_2 - n_1) e = \frac{2}{\lambda} \delta_3. \quad (11)$$

La quantité  $\theta_3/2$  peut être, comme on sait, facilement mesurée en plaçant le modèle entre deux *polaroïdes croisés*, et en donnant de préférence à l'angle  $\Theta$ , formé par la direction de vibration du rayon incident (sortant du polariseur) et la direction de la tension  $\sigma_1$ , une valeur voisine de  $45^\circ$ . L'intensité  $\bar{J}^*$  du rayon sortant du polaroïde analyseur est, en toute rigueur, une fonction de l'angle  $\Theta$  et des variations absolues  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ . Mais, comme les fluctuations dues aux réflexions intérieures sont ici négligeables (il est aisé de démontrer ce fait) la valeur de l'intensité  $\bar{J}^*$  est sensiblement égale à celle que l'on obtient en ne considérant que le premier (le plus intense) des rayons traversant la lame. Nous pouvons donc appliquer ici les formules élémentaires habituelles et poser, pour l'intensité d'un rayon ayant traversé le modèle :

$$\begin{aligned} \bar{J}^*(\Theta, \theta_3) &= \sin^2 2 \Theta \sin^2 \frac{\pi \theta_3}{2}, \\ \bar{J}^*\left(\frac{\pi}{4}, \theta_3\right) &= \bar{J}_3(\theta_3) = \sin^2 \frac{\pi \theta_3}{2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Plus loin, nous considérerons aussi l'intensité  $J^*$  d'un rayon qui, ayant traversé une première fois la lame, la traverse une seconde fois, *après s'être réfléchi sur un miroir*, mis à la place de l'analyseur.

Après le second passage du rayon à travers le polariseur, l'intensité sera :

$$\begin{aligned} J^*(\Theta, \theta_3) &= 1 - \sin^2 2 \Theta \sin^2 \pi \theta_3, \\ J^*\left(\frac{\pi}{4}, \theta_3\right) &= J_3(\theta_3) = \cos^2 \pi \theta_3. \end{aligned} \quad (13)$$

Mentionnons encore que les intensités résultantes  $\bar{J}_1(\theta_1)$ ,  $\bar{J}_2(\theta_2)$  des rayons ayant traversé la lame, sont plus délicates à mesurer que celles des intensités

$J_1(\theta_1)$ ,  $J_2(\theta_2)$  des rayons réfléchis par celle-ci. Seules ces dernières mesures interviendront donc dans la suite, à côté de celle de  $\bar{J}_3(\theta_3)$  ou de  $J_3(\theta_3)$ .

### § 3. Les relations fondamentales entre les déformations, les tensions et les variations $\theta_1$ , $\theta_2$ , $\theta_3$ .

Après avoir établi les formules exprimant les intensités en fonction des variations  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  du chemin optique, définies par les formules :

$$\theta_1 = \frac{2}{\lambda} (ne - n_1 e') \cong \frac{2}{\lambda} \left[ e(n - n_1) + n(e - e') \right], \quad (6)$$

$$\theta_2 = \frac{2}{\lambda} (ne - n_2 e') \cong \dots, \theta_3 = \theta_1 - \theta_2 \cong \frac{2}{\lambda} (n_2 - n_1) e, \quad (11)$$

nous allons établir d'abord les relations entre ces variations et les déformations, puis les relations entre  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  et les tensions principales.

Le facteur  $n - n_1$  figurant dans le dernier membre de (6) peut s'exprimer en fonction des *allongements spécifiques principaux*  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_3$ , à l'aide de la relation suivante, due à Neumann :

$$n - n_1 = n \left[ \frac{q}{\nu} \epsilon_1 + \frac{p}{\nu} (\epsilon_2 + \epsilon_3) \right], \quad (14)$$

où  $p$ ,  $q$  désignent des constantes dépendant de la matière du modèle et de la longueur d'onde de la lumière monochromatique utilisée, et où  $\nu$  est la vitesse de propagation d'un rayon, lorsque cette matière n'est soumise à aucune force. Comme, d'autre part,  $e' - e = \epsilon_3 e$ , on voit que  $\theta_1$  est une fonction linéaire de  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_3$ . Mais puisque ici  $\sigma_3 = 0$  (élasticité plane), on a, en vertu de la loi de Hooke :

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2), \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{E} (\sigma_2 - \nu \sigma_1), \\ \epsilon_3 &= -\frac{\nu}{1 - \nu} (\epsilon_1 + \epsilon_2), \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$E$  et  $\nu$  désignant respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson. Remplaçons maintenant, dans le dernier membre de (6),  $n - n_1$  par sa valeur (14) et  $e' - e$  par  $\epsilon_3 e$ , puis introduisons dans l'expression ainsi obtenue la valeur (15) de  $\epsilon_3$ , nous obtenons la première des trois équations suivantes, la seconde s'en déduisant par une permutation d'indices, et la troisième, en remarquant que  $\theta_3 = \theta_1 - \theta_2$  :

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \alpha^* \epsilon_1 + \beta^* \epsilon_2, \\ \theta_2 &= \beta^* \epsilon_1 + \alpha^* \epsilon_2, \\ \theta_3 &= \gamma^* e (\epsilon_1 - \epsilon_2), \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

où :

$$\begin{aligned} \alpha^* &= \frac{2n}{\lambda} \left[ \frac{q}{\nu} - \frac{\nu}{1 - \nu} \left( \frac{p}{\nu} - 1 \right) \right], \\ \beta^* &= \frac{2n}{\lambda} \left[ \frac{p}{\nu} - \frac{\nu}{1 - \nu} \left( \frac{q}{\nu} - 1 \right) \right], \\ \gamma^* &= \alpha^* - \beta^*. \end{aligned} \quad (17)$$

D'après (16), les variations  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  sont donc des formes linéaires des deux allongements spécifiques  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  seuls.

En remplaçant  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  par leurs expressions (15), on obtient les valeurs des variations des chemins optiques, en fonction des tensions principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ :

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= a^* \sigma_1 + b^* \sigma_2, \\ \theta_2 &= b^* \sigma_1 + a^* \sigma_2, \\ \theta_3 &= c^* (\sigma_1 - \sigma_2), \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

où :

$$\begin{aligned} a^* &= \frac{1}{E} (\alpha^* - \nu \beta^*), \quad b^* = \frac{1}{E} (\beta^* - \nu \alpha^*), \\ c^* &= a^* - b^* = \frac{1 + \nu}{E} \gamma^*. \end{aligned} \quad (19)$$

Ayant mesuré  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ , à l'aide des appareils que nous décrirons plus loin, il est alors facile, en utilisant le système (18), de déterminer les tensions principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ . Comme ce système comprend trois équations, alors que deux suffiraient pour atteindre ce but, on peut, en appliquant la *théorie des erreurs* (méthode des moindres carrés de Gauss), trouver les valeurs les plus probables de  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et les erreurs moyennes de ces grandeurs. Cependant, comme les erreurs absolues des mesures de  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  sont en général passablement plus grandes que celle de  $\theta_3$ , il suffit, comme cela a été démontré ailleurs [10], pour obtenir les valeurs les plus probables de  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , d'ajouter membre à membre les deux premières équations (18), puis de résoudre par rapport à  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  le système formé par l'équation ainsi obtenue et la troisième relation (18), ce qui donne :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\theta_1 + \theta_2}{2e(a^* + b^*)} + \frac{\theta_3}{2ec^*}, \\ \sigma_2 &= \frac{\theta_1 + \theta_2}{2e(a^* + b^*)} - \frac{\theta_3}{2ec^*}. \end{aligned} \quad (20)$$

Relevons enfin — nous l'avons déjà fait dans le § 1 — qu'avec les matières utilisées actuellement en photoélasticité (allite, araldite, verre, etc.), les valeurs absolues des grandeurs  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  sont en général beaucoup plus grandes que celle de  $\theta_3$ , ce qui est un avantage de la méthode.

#### § 4. Description de la technique et des appareils utilisés pour la mesure des variations $\theta_1$ , $\theta_2$ , $\theta_3$ du chemin optique<sup>5</sup>.

Supposons que les forces  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , appliquées au modèle, croissent lentement et simultanément de zéro à leurs valeurs finales. En chaque point, les tensions  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  seront constamment proportionnelles à l'une quelconque de ces forces,  $P_i = P$ , et croîtront de zéro à leurs valeurs finales. D'après le système (18), il en sera de même des quantités  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $\theta_3$ . Dans ces conditions, la technique suivante, résumée dans le

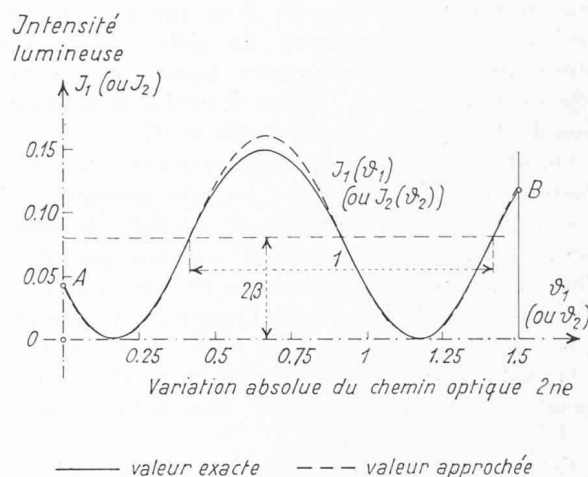


Fig. 2. — Variation de l'intensité lumineuse  $J_1$  (ou  $J_2$ ), pendant la mise en charge de la lame, en fonction de la variation absolue  $\theta_1$  (ou  $\theta_2$ ) du chemin optique  $2ne$ , évaluée en longueurs d'onde  $\lambda$ .

schéma général de la figure 3, s'est révélée adéquate pour mesurer  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $\theta_3$ :

On enregistre, pendant la croissance de  $P$ , à l'aide d'un *photomultiplicateur*, l'intensité  $J_1$  (ou  $J_2$ ,  $\bar{J}_3$  et  $J_3$ ) et en outre *simultanément*, à l'aide d'une *jauge à fil résistant*, la force  $P$ , c'est-à-dire la variation  $\theta_1$  (ou  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ ) qui lui est proportionnelle. Cette jauge est collée sur un prisme tendu axialement par la force  $P$ , cette dernière étant en même temps appliquée au modèle<sup>6</sup>. Les variations de la chute de potentiel électrique, engendrées aux bornes de la jauge par l'augmentation de la résistance due à la croissance de  $P$ , sont communiquées à l'une des deux *plaques déflectrices verticales* d'un *oscillographe cathodique*, par l'intermédiaire d'un *pont de Wheatstone* et d'un *amplificateur*. Les variations de la tension créées, dans le *photomultiplicateur*, par les oscillations de  $J_1$  (ou de  $J_2$ ,  $\bar{J}_3$  et  $J_3$ )

<sup>6</sup> Pour simplifier l'exposé, on suppose ici qu'une seule force  $P_i = P$  agit effectivement sur le modèle, ou tout au plus deux forces  $P$  égales et opposées, de même support. Le principe de la méthode reste le même dans le cas d'un système de forces quelconques en équilibre, pourvu qu'elles soient toutes situées dans le plan moyen de la lame et qu'elles croissent simultanément.

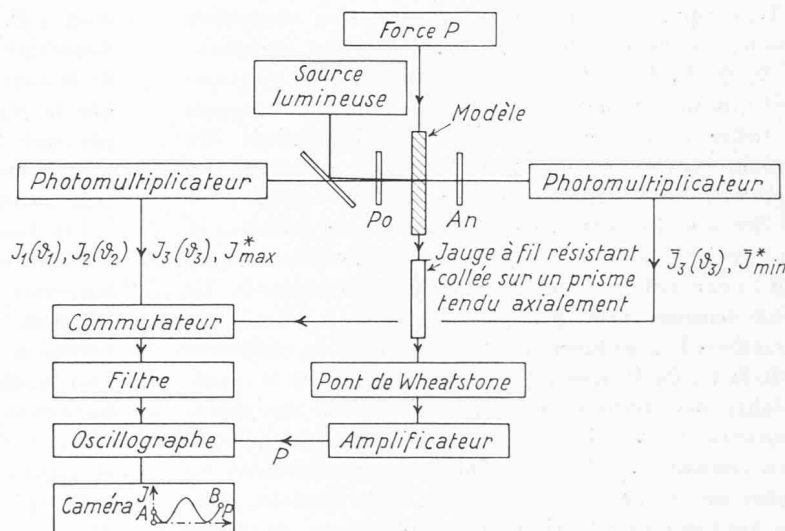


Fig. 3. — Schéma général des appareils optiques et électriques permettant d'enregistrer les diagrammes  $J_1(\theta_1)$ ,  $J_2(\theta_2)$ ,  $\bar{J}_3(\theta_3)$  ou  $J_3(\theta_3)$ .

<sup>5</sup> Pour une description plus détaillée, voir [8].

sont transmises à l'une des deux *plaques défectrices horizontales* de cet appareil. En réalité, l'installation utilise deux *photomultiplicateurs*. Comme le montre le schéma de la figure 3, l'un est destiné à la détermination de  $J_1$ ,  $J_2$  et  $J_3$ , l'autre à celle de  $\bar{J}_3$ .

On obtient en définitive successivement, sur l'écran fluorescent de l'oscillographe, les trois principaux diagrammes cherchés  $J_1(\theta_1)$ ,  $J_2(\theta_2)$ ,  $\bar{J}_3(\theta_3)$ , (le dernier pouvant être occasionnellement remplacé par  $J_3(\theta_3)$ ). Chacun de ces trois diagrammes est une courbe analogue à celle de la figure 2, où l'extrémité *A* correspond à la valeur initiale nulle de la force, et l'extrémité *B*, à la valeur finale *P*. L'abscisse du point *B* est donc la quantité  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  ou  $\theta_3$  cherchée (dans la fig. 2, on a  $\theta_1 = 1,5$ ).

Cette technique ne nécessite *aucun étalonnage électrique préalable*, puisque ce sont des *nombre d'oscillations* (fractionnés ou non) que l'on mesure. Les figures 4a à 4c sont des exemples de photographies des diagrammes en question. Dans le cas où l'amplitude de l'oscillation est grande, il est avantageux de mesurer les parties fractionnaires des nombres d'oscillations, en repérant la différence des ordonnées des points *A* et *B*. Cette évaluation se fait facilement, en superposant au diagramme enregistré une famille de sinusoides, affines entre elles et de même période que la courbe donnée.

Comme dans les autres méthodes utilisées en photoélasticité, il est nécessaire de déterminer préalablement la *direction des tensions principales*, en chaque point où l'on veut mesurer  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $\theta_3$ . L'angle  $\Theta$  formé par la direction de vibration du rayon incident et celle de la tension  $\sigma_1$  doit en effet être respectivement choisi égal à 0,  $\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{\pi}{4}$ , pour chacune de ces trois mesures.

Cette direction s'obtient par exemple à l'aide d'un rayon *traversant* le modèle, en cherchant la position des polarisoides croisés, telle que  $\bar{J}^*(\Theta, \theta_3)$  soit *minimum*. On peut aussi, dans le cas où le rayon *traverse une seconde fois* le modèle, après s'être réfléchi sur un miroir fixe, repérer la position de l'analyseur telle que  $J^*(\Theta, \theta_3)$  soit *maximum* (pour le premier cas, voir la valeur (12) de  $\bar{J}^*(\Theta, \theta_3)$ , et pour le second, la valeur (13) de  $J^*(\Theta, \theta_3)$ ).

Remarquons encore que les diagrammes enregistrés donnent seulement les *valeurs absolues* des variations  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ . La force *P* — donc les abscisses des diagrammes qui lui sont proportionnelles — a en effet toujours le même signe dans une expérience déterminée. On obtient cependant facilement les signes respectifs des trois variations, par exemple à l'aide d'un compensateur de *Bravais* (qui permet de déterminer  $\theta_3$  en grandeur et en signe). Si, selon un usage de plus en plus répandu, on fait la convention de désigner par  $\sigma_1$  la plus grande des deux tensions principales, cela revient à choisir les directions 1, 2 de façon que  $\theta_3$  soit *néгатif*, le coefficient *c* de la loi de *Wertheim* (1) étant *néгатif* pour la quasi-totalité des matières utilisées aujourd'hui en photoélasticité. La relation  $\theta_1 - \theta_2 = \theta_3$  permet ensuite, si l'on connaît  $|\theta_1|$ ,  $|\theta_2|$ , de choisir convenablement les signes de ces dernières grandeurs. Très souvent, dans les applications, de simples considérations de continuité permettront aussi de déterminer les signes cherchés.

La figure 5 est une vue d'ensemble de l'installation d'essai. On y distingue, outre différents instruments d'optique tels que des lentilles, lames, etc., 1° une *lampe à vapeur de mercure* *L*, type *Philips* 93123 E à basse pression, dont on n'utilise, grâce à un filtre, que la raie verte  $\lambda = 0,5461\mu$ , 2° deux *photomultiplicateurs* *P*, type *RCA* 1P21, ayant une sensibilité de 80 ampères/lumen, 3° une *jauge à fil résistant* *S*, type *Philips* PR 9212, en liaison avec un *pont de Wheatstone* et un *amplificateur*; comme nous l'avons dit, cette jauge est collée sur un *prisme tendu axialement*, placé avec le modèle *M* dans un *cadre-dynamomètre*, permettant d'appliquer simultanément au prisme et au modèle une force *P*, à l'aide d'un poids et d'un système de leviers, 4° un *oscillographe cathodique* *O*, type *Siemens* Oscillar I, sur lequel est fixé 5° un *appareil photographique* *E* (caméra *Exacta*), pour l'enregistrement des diagrammes, et finalement 6° une *génératrice de tension* *C* (power supply), type *Cintel* 1892 C, donnant, à partir d'un courant alternatif de 220 V., 50 *pér.*, une tension constante de — 1000 V. pour les deux photomultiplicateurs.

L'installation décrite ne permettrait pas, dans son état actuel, de faire des essais où les tensions varieraient rapidement en fonction du temps (étude de la propagation d'ondes élastiques) et où il serait nécessaire d'enregistrer le temps à la place de la force *P*. Dans les essais statiques (ou quasi statiques) que nous décrirons plus loin, il a été en effet nécessaire d'utiliser un filtre électrique pour éliminer certaines perturbations dues à des phénomènes statistiques. Dans des essais typiquement dynamiques, par contre, ces perturbations devraient être éliminées par d'autres moyens.

#### § 5. Application de la méthode à la détermination des tensions dans un disque circulaire évidé.

Pour mettre à l'épreuve la méthode décrite, nous l'avons d'abord appliquée à la mesure des tensions dans un disque circulaire évidé, de 40 mm de rayon extérieur, de 20 mm de rayon intérieur et de 3,23 mm d'épaisseur (fig. 6). Ce disque, découpé dans une plaque d'*Allite* CR39, dans une zone de bonne planimétrie, était sollicité par deux forces égales  $P = 7,865$  kg, diamétralement opposées et appliquées à l'intérieur de la cavité. L'intérêt du cas traité réside dans le fait que la répartition des tensions peut aussi être calculée par une méthode établie par *L. N. G. Filon* [11], ce qui permet de comparer les résultats des mesures à ceux donnés par la théorie.

Les trous du diaphragme placé devant le modèle, destinés à fixer successivement le passage du rayon lumineux aux points choisis, avaient un diamètre de 0,9 mm. Leurs centres étaient groupés sur les trois rayons  $\varphi = 0^\circ$ ,  $22\frac{1}{2}^\circ$  et  $45^\circ$ . Le diamètre de 0,9 mm s'est révélé suffisant pour obtenir une bonne intensité lumineuse. Il était d'autre part tout au plus égal à la distance des franges  $\theta_1$  ou  $\theta_2$  passant devant les trous et engendrant les variations de  $J_1$  et  $J_2$  pendant la mise en charge (voir § 2), condition nécessaire pour pouvoir enregistrer dans de bonnes conditions les fonctions  $J_1(\theta_1)$  et  $J_2(\theta_2)$ . Ce diamètre pourrait être éventuellement encore réduit.

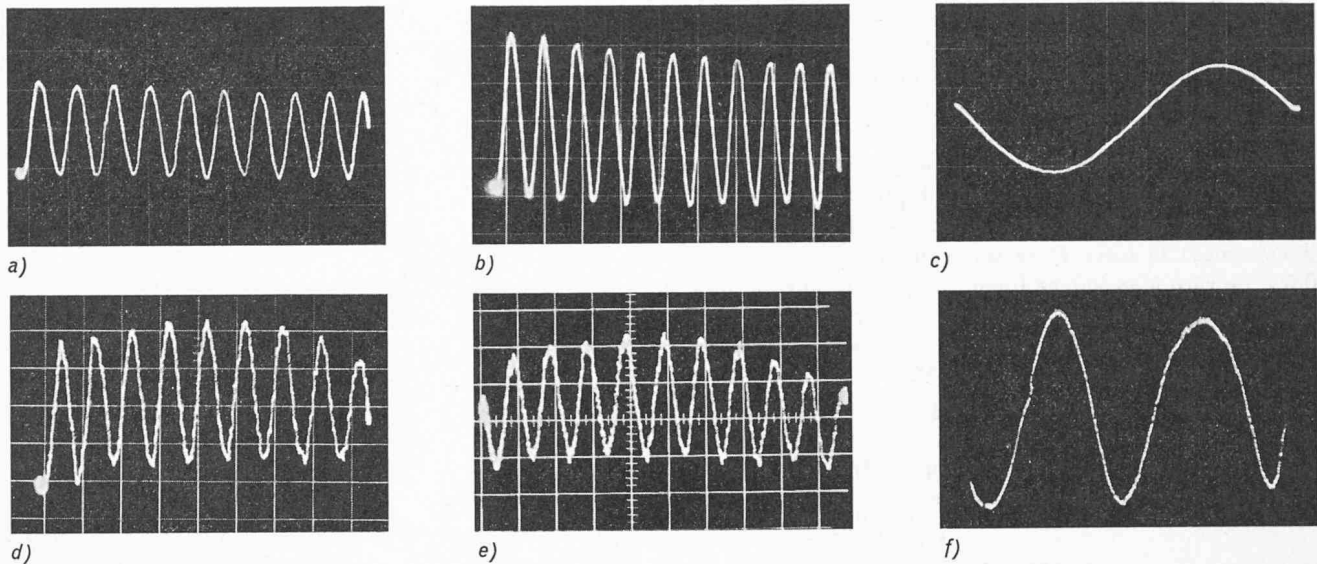


Fig. 4. — a), b) et c) : Diagrammes  $J_1(\theta_1)$ ,  $J_2(\theta_2)$  et  $J_3(\theta_3)$  pour un prisme d'Allite CR39 tendu axialement. d), e) : Diagrammes  $J_1(\theta_1)$  et  $J_2(\theta_2)$  pour une jauge optique, collée sur une surface d'aluminium subissant une rotation de  $1,5^\circ$  pendant la mise en charge ; f) : Diagramme  $J(\theta)$  pour un prisme d'Allite CR39, obtenu en portant sa température de  $22^\circ\text{C}$  à  $45^\circ\text{C}$ .

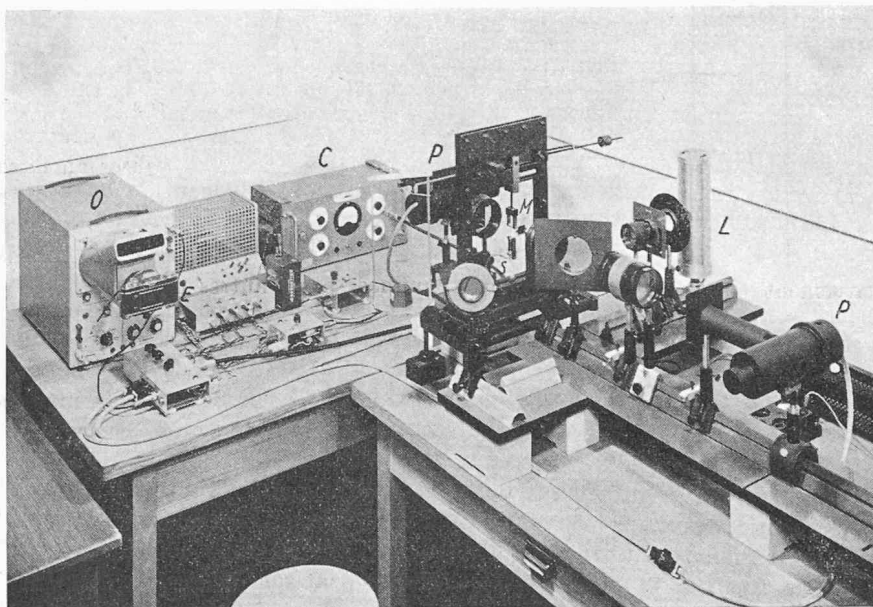


Fig. 5. — Vue d'ensemble des appareils optiques et électriques permettant de déterminer la direction des tensions principales et d'enregistrer les diagrammes  $J_1(\theta_1)$ ,  $J_2(\theta_2)$ ,  $J_3(\theta_3)$  ou  $J_3(\theta_3)$ . M modèle (disque circulaire évidé), L lampe à vapeur de mercure, P photomultiplicateurs, O oscillographe cathodique, E appareil photographique (caméra), C génératrice de tension, S jauge à fil résistant, collée sur un prisme tendu axialement.

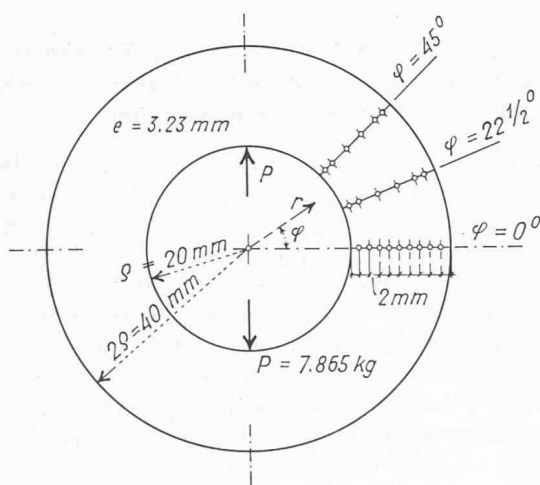


Fig. 6. — Disque circulaire évidé ;  $\circ \circ \circ$  points où ont été mesurées les tensions principales.

Les constantes  $a^*$ ,  $b^*$ ,  $c^*$  — qu'il est nécessaire de connaître pour pouvoir obtenir  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  à l'aide des formules (20), lorsqu'on a mesuré  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  — ont été déterminées préalablement à l'aide d'un prisme de 10 mm de largeur et de 60 mm de longueur, découpé dans la même plaque d'allite que le modèle et sollicité à la traction pure. A titre de contrôle, on a également, pour le prisme, évalué indirectement  $a^*$ ,  $b^*$ ,  $c^*$ , en les déduisant des valeurs des constantes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  intervenant dans la méthode purement optique. Il est en effet facile de faire cette déduction, en évaluant ces dernières grandeurs par des mesures de  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  à l'aide d'un interféromètre et d'un compensateur<sup>7</sup>, et en utilisant les formules suivantes, établies en partant des relations (2), (6), (7), (15) et (18) :

$$a^* = \frac{2}{\lambda} \left( a + \frac{v}{E} \right), \quad b^* = \frac{2}{\lambda} \left( b + \frac{v}{E} \right), \quad c^* = \frac{2c}{\lambda}. \quad (21)$$

<sup>7</sup> Voir [1].

L'application des formules (21) nécessite la connaissance de  $E$  et  $\nu$ . Nous avons choisi, pour cette dernière constante, la valeur  $\nu = 0,40$  obtenue précédemment à l'occasion d'autres recherches et déterminé  $E$  par un essai de flexion, qui a donné la valeur  $E = 207,5 \pm 1 \text{ kg mm}^{-2}$ . Pour éviter autant que possible l'influence du fluage de l'allite, nous avons adopté pour toutes les mesures une mise en charge consistant à faire croître linéairement la force  $P$  en un temps déterminé (1' ou 0,5'), de zéro à sa valeur finale. La caméra enregistrerait le diagramme pendant ce temps. Les erreurs accidentelles moyennes de chacune des valeurs mesurées de  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  ont été de l'ordre de  $3 \text{ }^{\circ}/_{00}$ .

Le tableau 1 permet de comparer les valeurs de  $a^*, b^*, c^*$  obtenues par les deux méthodes (interféro-photoélectrique et purement optique). On voit que la coïncidence des résultats est bonne.

TABLEAU 1

Valeur des constantes  $a^*, b^*, c^*$ , pour un prisme d'Allite CR 39.

|                                                                                                        | $a^*$<br>( $\text{kg}^{-1}\text{mm}$ ) | $b^*$<br>( $\text{kg}^{-1}\text{mm}$ ) | $a^* - b^*$<br>( $\text{kg}^{-1}\text{mm}$ ) | $c^*$<br>( $\text{kg}^{-1}\text{mm}$ ) |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------|
| Par mesures photo-électr. de $\theta_1, \theta_2, \theta_3$                                            | 11,30                                  | 12,57                                  | -1,27                                        | 1,192                                  |
| erreurs accidentelles moyennes . . . . .                                                               | $\pm 0,01$                             | $\pm 0,01$                             |                                              | $\pm 0,001$                            |
| par mes. de $\delta_1, \delta_2$ à l'aide d'un interférom. et de $\delta_3$ à l'aide d'un compensateur | 11,26                                  | 12,48                                  | -1,22                                        | 1,212                                  |

La détermination des tensions dans le disque lui-même n'a pas présenté de difficultés importantes à surmonter. La figure 7 donne les valeurs mesurées de  $\sigma_r, \sigma_t$  en un certain nombre de points, situés sur le rayon  $\varphi = 0$  (petits cercles), ainsi que les diagrammes correspondants, donnés par la théorie de L. N. G. Filon (courbes à trait continu). Le long du rayon considéré,  $\tau_{rt} = 0$  par raison de symétrie et  $\sigma_r, \sigma_t$  sont les tensions principales. On voit que les différences entre les valeurs mesurées et calculées sont faibles <sup>8</sup>.

Signalons que deux précautions sont éventuellement à prendre en mesurant les variations  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ . La première est nécessitée par le fait que si, en un point donné, les tensions  $\sigma_1, \sigma_2$  sont petites, le diagramme  $J_3(\theta_3)$  (ou  $J_3(\theta_3)$ ) ne comprendra qu'une fraction d'oscillation, tandis que les diagrammes  $J_1(\theta_1)$  et  $J_2(\theta_2)$  seront en général encore formés de plusieurs oscillations. L'emploi d'un compensateur (de Bravais, par exemple) est alors indiqué dans ce cas pour la mesure de  $\theta_3$ , la détermination des deux autres variations restant inchangée.

La seconde précaution à prendre est nécessitée par le fait suivant. Dans un domaine où les tensions varient très rapidement d'un point à un autre, les franges d'interférence — dont le passage devant le trou du diaphragme engendre les variations de  $J_1$  et  $J_2$  — changeront en

<sup>8</sup> Le lecteur trouvera, dans le mémoire [8], les résultats des mesures des tensions et les valeurs données par la théorie, relatives aux rayons  $\varphi = 22 \frac{1}{2}^{\circ}$  et  $45^{\circ}$ , le long desquels  $\tau_{rt} = 0$ . La coïncidence des deux sortes de résultats y est également bonne.

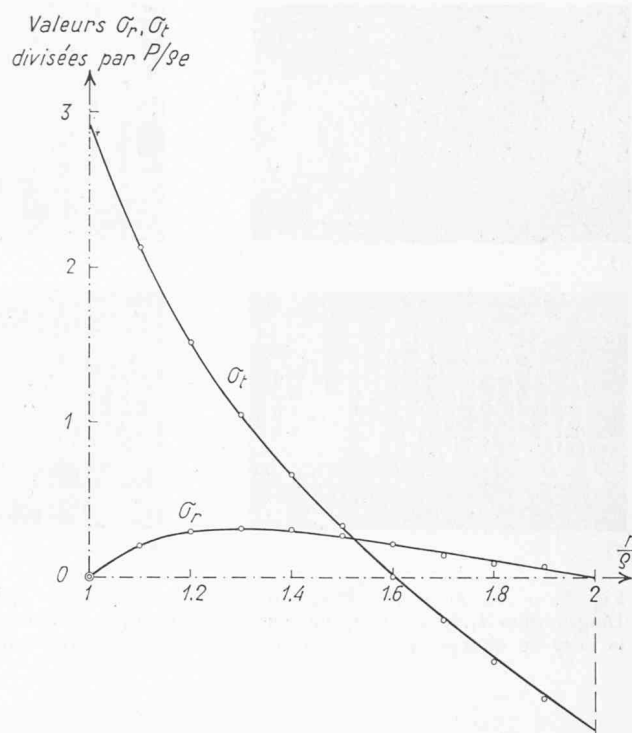


Fig. 7. — Disque circulaire évidé ; ——— diagrammes des tensions  $\sigma_r, \sigma_t$  pour la section  $\varphi = 0$ , d'après la théorie de Filon,  $\circ \circ \circ$  valeurs données par les mesures.

général de distance (tout en se déplaçant), pendant que croîtra la force  $P$ . Si cette distance diminue et finit par devenir inférieure au diamètre du trou, on risque de ne plus observer de variation d'intensité du rayon lumineux. Pour remédier à cet inconvénient, on peut par exemple changer le sens de la force  $P$ , ce qui produira une augmentation de la distance des franges, au lieu d'une diminution. On peut aussi découper le modèle (en choisissant convenablement son orientation), dans une zone de la plaque d'allite accusant une très légère variation d'épaisseur, telle que la distance des franges augmentera, pendant la mise en charge, au point considéré. Ces derniers remèdes ne sont évidemment pas simples. Mais heureusement que la seconde des deux précautions à prendre ne devra être que rarement mise à contribution.

## § 6. Application de la méthode interféro-photoélectrique à la détermination des tensions au voisinage de la surface d'un corps solide.

A. Mesnager a suggéré, en 1930, d'utiliser la biréfringence accidentelle pour déterminer les tensions au voisinage de la surface d'un corps solide quelconque, transparent ou non [12]. Ce procédé, qui fut réalisé la première fois par G. Oppel, en 1937 [13], consiste à recouvrir la surface du corps d'une couche adhérente, transparente, et à mesurer les variations relatives de marche — produites par l'application des forces — de rayons ayant traversé deux fois cette couche, grâce à leur réflexion sur la face en contact avec le corps. Quoique ce procédé ne permette de déterminer — à moins que l'on utilise des incidences obliques — que la différence des tensions principales  $\sigma_1, \sigma_2$  parallèles à la surface (la troisième tension,  $\sigma_3$ , est nulle, sauf

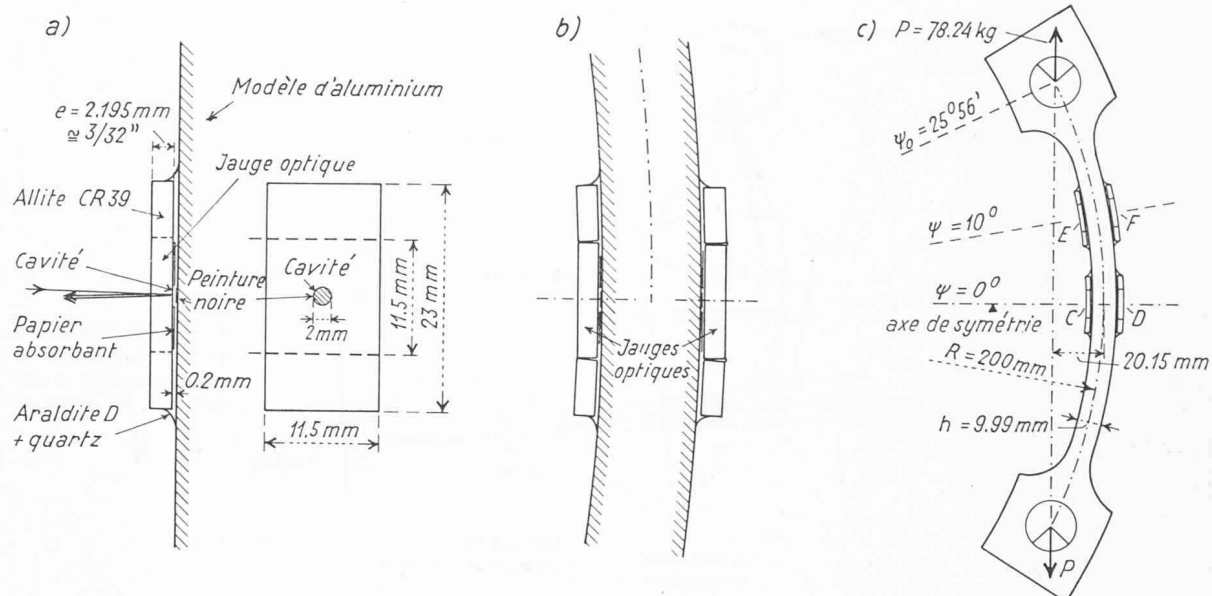


Fig. 8. — Jauges optiques pour la mesure des variations absolues et relatives du chemin optique  $2ne$ .

aux points où sont appliquées les forces extérieures), il a été souvent utilisé dans la suite.

Mais en le combinant avec l'emploi de la méthode interféro-photoélectrique décrite plus haut, c'est-à-dire en mesurant également, pour la couche transparente, les variations absolues  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  définies § 2, il est possible de séparer les tensions  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  en un point quelconque du corps voisin de sa surface, comme nous allons le montrer (il sera souvent avantageux de faire précéder ces mesures par des observations d'ensemble des variations relatives, afin de pouvoir repérer les zones où se produisent les valeurs extrêmes des tensions). La méthode envisagée ici est à mettre en parallèle avec celle des jauges à fil résistant, si fréquemment utilisée aujourd'hui.

Pour réaliser le nouveau procédé, nous avons, pour simplifier — il s'agit ici d'essais de principe — non pas recouvert la surface d'une couche adhérente transparente, mais collé de petites lames à faces parallèles rectangulaires d'Allite CR39, d'épaisseur  $e = 2,195 \text{ mm} \cong 3/32''$ , sur des surfaces planes ou cylindriques d'un modèle d'aluminium (fig. 8 et 10). Nous donnerons le nom de *jauge optique* à une telle lame. Une de ses deux faces n'est pas entièrement collée au modèle. Elle en est en effet séparée, au centre, par une cavité cylindrique de 2 mm de diamètre et de 0,2 mm environ d'épaisseur. Il s'agit donc d'une couche d'air très mince. Grâce à cette cavité, dont le centre coïncide avec le point du corps où l'on désire mesurer les tensions, les rayons incidents arrivant sur la seconde face de la lame sont réfléchis sur de l'air, donc dans de bonnes conditions. Pour éviter la production de rayons secondaires perturbateurs, provenant de la réflexion sur la surface d'aluminium des rayons émergents ayant traversé la lame, il a suffi de peindre localement en noir la surface du corps (fig. 8 a).

Pour mettre en place la jauge et réaliser la cavité définie ci-dessus, nous avons d'abord recouvert la portion de la surface d'aluminium, correspondant à la jauge, sauf à l'emplacement de la cavité, par une couche de colle d'Araldite D, mélangée avec de la poudre

de quartz. Puis nous avons placé sur cette colle une feuille très mince de papier absorbant (de 0,02 mm d'épaisseur), perforée d'un trou de même diamètre que celui de la cavité et coïncidant avec l'emplacement futur de celle-ci. En appliquant ensuite convenablement la

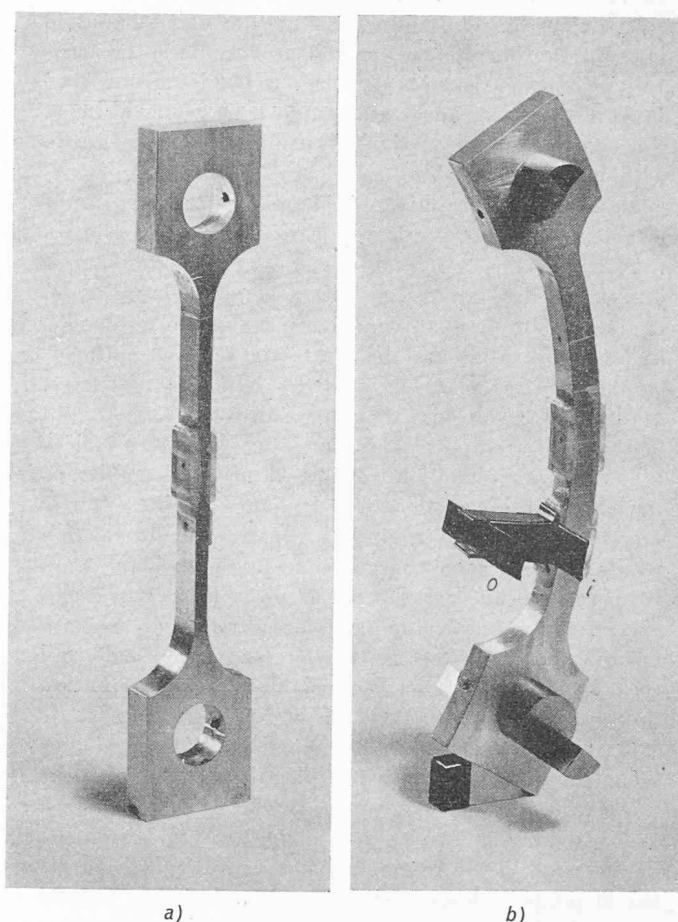


Fig. 10. — Jauges optiques : a) collées sur un prisme d'aluminium tendu axialement ; b) collées sur une barre courbe d'aluminium (arc circulaire), sur laquelle sont appliquées deux forces  $P$ , la soumettant à la flexion, à la traction et au cisaillement (voir fig. 8 c).

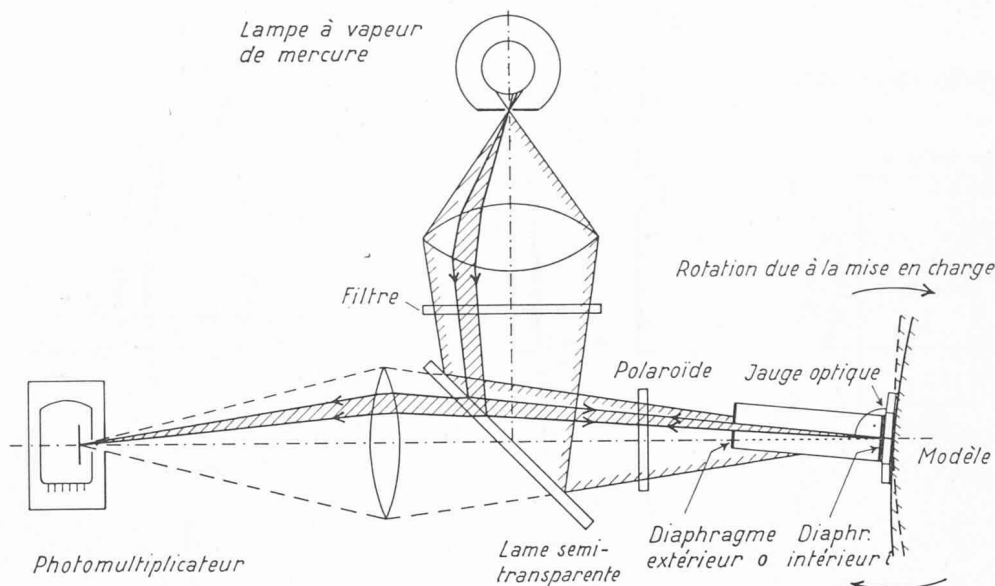


Fig. 9. — Schéma du dispositif permettant d'éliminer l'influence d'une rotation de la jauge optique.

jauge optique sur le papier imbibé de colle, cette dernière ne pénètre pas à l'intérieur de la cavité, qui reste ainsi remplie d'air jusqu'à ce que la colle soit sèche.

Les faces de la jauge, qui à l'origine sont quasi planes et parallèles, ont quelquefois tendance, avant la mise en charge du modèle, à prendre une légère courbure, soit à cause de l'humidité de l'air, qui agit surtout le long du contour de la lame, soit à cause de la dessiccation de la colle. Cependant, nous n'avons jamais observé la formation de franges trop rapprochées, au voisinage du centre d'une des jauges utilisées (rectangles de  $11,5 \text{ mm} \times 23 \text{ mm}$ ).

Dans les paragraphes précédents, nous avons implicitement supposé que le rayon incident, ainsi que les rayons réfléchis et réfractés, restaient perpendiculaires aux faces des lames (modèles), pendant la mise en charge. C'était effectivement le cas, puisque nous avons alors affaire à des états de tension bidimensionnels, où les plans moyens des lames étaient fixes. Mais ces conditions d'orthogonalité ne seront en général plus remplies pour des jauges optiques collées à la surface (plane ou courbe) d'un corps subissant une déformation quelconque. La jauge subira — outre une translation qui n'est pas gênante — une rotation pendant la mise en charge. Si le rayon incident a un support fixe, une rotation de  $1^\circ$  de la lame entraînera une variation absolue supplémentaire du chemin optique  $2ne$  d'environ un tiers de longueur d'onde, qui sera la cause d'erreurs appréciables dans l'évaluation des valeurs de  $J_1(\theta_1)$  et de  $J_2(\theta_2)$ . D'autre part, le fait que, dans ce cas, le rayon réfléchi n'arrivera plus au même point du photomultiplicateur, sera également une cause d'erreur.

Il est donc nécessaire que, malgré la petite rotation de la lame,  $1^\circ$  le rayon incident arrive constamment sur la jauge orthogonalement,  $2^\circ$  que le rayon réfléchi par celle-ci arrive toujours au même point du photomultiplicateur. La figure 9 montre le schéma optique du dispositif que nous avons adopté pour satisfaire à ces conditions. Ce dispositif est en principe le suivant :

Les rayons d'une lampe à vapeur de mercure sont

concentrés, grâce à une lentille de faible distance focale placée près de la lampe, et après s'être réfléchis sur une lame semi-transparente, sur un jeu de deux diaphragmes  $o$  et  $i$ . Ces derniers sont fixés — le premier à une certaine distance, le second très près — sur la jauge, et tournent donc avec elle. Ils sont percés de deux petits trous, situés sur la normale à la lame qui passe par le centre de la cavité définie plus haut. De cette façon, le rayon incident et le rayon réfléchi coïncident constamment avec la normale aux faces de la jauge. D'autre part, le rayon réfléchi aboutit toujours au même point du photomultiplicateur, où il est concentré, grâce à une seconde lentille.

La figure 10 *b* montre les deux diaphragmes utilisés (l'extérieur  $o$  et l'intérieur  $i$ ), qui sont de simples pièces de carton reliées par un tube de même matière, lui-même fixé sur la jauge. Les figures 4 *d* et 4 *e* sont des diagrammes  $J_1(\theta_1)$  et  $J_2(\theta_2)$ , enregistrés à l'aide de l'oscillographe cathodique et de la caméra, dans un cas où la jauge optique a subi une rotation de  $1\frac{1}{2}^\circ$ . Les légères irrégularités moyennes de ces diagrammes (courbure à concavité vers le bas de la ligne moyenne des oscillations) sont dues au fait que le rayon lumineux modifie petit à petit sa position dans l'espace pendant la mise en charge, de sorte que ce sont des points différents de la source qui sont successivement utilisés. Ces irrégularités ne modifient pas sensiblement l'exactitude des mesures.

Pour choisir le diamètre du trou du diaphragme extérieur  $o$ , il suffit de mettre l'œil à la place du photomultiplicateur et de regarder le modèle, après avoir enlevé ce diaphragme. Des franges circulaires (anneaux concentriques alternativement noirs et brillants) sont alors visibles. Lorsqu'on met en charge le modèle, les diamètres de tous les anneaux croissent (il y a alors formation successive de nouveaux anneaux au centre) ou décroissent (disparition d'anneaux au centre). Le diamètre du diaphragme extérieur  $o$  doit être choisi de façon que, une fois ce dernier mis en place, il recouvre tous les anneaux et ne laisse plus apercevoir qu'une des taches noires ou brillantes qui se produisent alternativement au centre.

La jauge optique permet également de déterminer la variation relative  $\theta_3 = \theta_1 - \theta_2$ . Pour cela, il est nécessaire de donner au diaphragme extérieur  $o$  une ouverture suffisante pour permettre à des rayons, faisant un certain angle avec la normale à la lame, de pénétrer dans celle-ci. Il faut également recouvrir la face libre (non collée au modèle) de la lame d'une légère couche de silicone. Cette couche disperse la partie de la lumière incidente qui s'y réfléchit, l'autre partie pénétrant dans la lame. De cette façon, seules les variations d'intensité  $J_3(\theta_3)$  du rayon ayant traversé aller et retour l'épaisseur de la jauge sont enregistrées.

Si le modèle à étudier est un prisme ou un arc, il est indiqué de choisir la longueur de la jauge égale à environ dix fois son épaisseur, c'est-à-dire, dans le cas des figures 8 et 10, égales à 22 ou 23 mm. Sans cela, on risquerait d'avoir, au centre, des perturbations dues aux extrémités de la jauge. Cependant, lorsque la pièce à étudier est courbe (arc), une jauge aussi longue pourrait difficilement s'adapter à la forme du corps. C'est la raison pour laquelle, dans le cas des figures 8 b, 8 c et 10 b, nous avons choisi des jauges de 11,5 mm de longueur seulement, mais en les prolongeant cha-

cune par deux pièces secondaires, collées d'une part sur la jauge proprement dite et d'autre part sur la surface du corps. Des précautions analogues devraient être prises s'il s'agissait d'une coque.

Ayant choisi une jauge de dimensions suffisantes, on est certain qu'en mesurant les variations de marche *au centre* de celle-ci, on obtient les tensions *au point correspondant du modèle* et non des valeurs perturbées par la présence du contour de la jauge. Dans le cas où les tensions varient très rapidement d'un point à un autre, les perturbations éventuelles que subissent les valeurs des variations  $\theta_3$  (ou  $\theta_1, \theta_2$ ) mesurées en un point d'une jauge, dépendent principalement de l'épaisseur de cette dernière, comme l'ont montré récemment différents auteurs (voir [14], [15], [16]). Ces perturbations sont évidemment d'autant plus faibles que l'épaisseur est plus petite. Si l'on choisissait celle-ci inférieure à  $3/32''$ , on éviterait donc certaines erreurs. Cependant, les valeurs des grandeurs optiques à mesurer diminueraient, ce qui introduirait d'autres erreurs. Il est donc difficile de trancher la question. Seule une étude systématique permettrait de le faire.

Nous allons maintenant examiner quelques résultats obtenus avec des jauges de  $3/32''$  d'épaisseur.

(à suivre)

## LA SESSION PARTIELLE DE LA CONFÉRENCE MONDIALE DE L'ÉNERGIE DE 1964 EN SUISSE

par E.-H. ETIENNE, La Conversion

### I. La Conférence mondiale de l'énergie (CME)

Au lendemain de la première guerre mondiale, des personnalités éminentes des milieux industriels de Grande-Bretagne reconnurent l'importance toujours croissante de l'énergie pour l'humanité, et le grand intérêt d'une collaboration internationale dans le domaine de la mise en valeur et de l'utilisation des ressources d'énergie mondiales. Après avoir pris contact avec les spécialistes de l'énergie des différents pays, ces personnalités réussirent à s'assurer la collaboration active des représentants de la science et de la pratique dans tous les domaines de l'économie énergétique, et à les convaincre de l'utilité de développer les possibilités d'échanges de vues sur les problèmes de l'énergie.

#### 1. Première conférence et organisation actuelle

La première Conférence mondiale de l'Énergie eut lieu à Londres, du 30 juin au 14 juillet 1924, dans le cadre de l'exposition de l'Empire britannique à Wembley. Ce fut la première grande conférence internationale non gouvernementale d'après-guerre. Grâce à une préparation soignée par les organisateurs britanniques et par les comités nationaux « ad hoc », cette première Conférence mondiale de l'Énergie obtint un brillant succès. L'abondante matière présentée dans quelque 300 rapports n'ayant naturellement pas pu être traitée à fond, on décida de faire de la Conférence mondiale de l'Énergie une organisation permanente et de transformer les comités nationaux « ad hoc » en comités permanents. Ces derniers sont les supports de l'organisation, à laquelle 59 pays sont actuellement rattachés.

La Conférence mondiale de l'Énergie (CME) est dirigée par un *Comité exécutif international*, dans lequel chaque pays a son siège et une voix. Il se réunit en règle générale une fois par an, décide du lieu et de la date des sessions prévues et approuve les programmes de celles-ci. Il décide, en outre, s'il y a lieu de donner suite aux résolutions prises lors des conférences et surveille la mise en œuvre des résolutions adoptées. En général, l'exécution du travail est confiée à un ou à plusieurs Comités nationaux, qui soumettent le résultat de leurs études au Comité exécutif pour approbation.

Le Comité exécutif international dispose d'un *bureau central* ayant son siège à Londres. Pour couvrir les dépenses de ce bureau, les divers comités nationaux versent des cotisations bénévoles, dont le montant annuel varie entre 20 et 500 livres sterling, selon l'importance du pays.

Quant aux moyens financiers que nécessite l'organisation des conférences, y compris l'impression des rapports, et qui atteignent des sommes considérables, ils sont à la charge du Comité national du pays où a lieu cette conférence.

#### 2. Statuts

D'après les statuts de la CME, celle-ci a pour buts le développement et l'usage pacifique des ressources énergétiques pour le plus grand profit de tous, dans les domaines tant national qu'international, et cela :

par l'étude des ressources énergétiques potentielles, ainsi que de la production et de l'utilisation de l'énergie sous tous leurs aspects ;