

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 89 (1963)  
**Heft:** 21

**Artikel:** Solution de quelques problèmes peu usuels de mécanique posés par l'industrie chimique  
**Autor:** Strub, R.A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-66355>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 30.06.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

TABLEAU III  
Mesures comparatives

Echantillon	Surface spécifique (m <sup>2</sup> /g)			
	Nouvelle méthode	Méthode B.E.T. classique	Résultats par d'autres laboratoires (div. méthodes)	Méthode rapide approximative
Catalyseur A	275	277	278 (a)	253
Catalyseur B	276	268	266 (a)	270
Catalyseur C	278	264	281 (a)	257
Catalyseur D	225	216	216 (a)	207
Catalyseur E	254	246	255 (a)	241
Catalyseur F	165	164	—	149
Catalyseur G	313	302	312 (c)	282
Alumine A	285	—	291 (a)	274
Alumine H	127	118	123 (a)	115
Kaolinite	42	40	42 (b)	40
Aérosil	185	187	176 (b)	178

- (a) P. Spence Ltd., Widnes, méthode B.E.T. classique.  
 (b) Laboratoire des Colloïdes et de Chimie minérale, Université catholique de Louvain, méthode B.E.T. classique et méthode Nelsen-Eggertsen (5).  
 (c) Société belge de l'Azote et des Produits chimiques du Marly, méthode Nelsen-Eggertsen (5).

On peut également faire une mesure approximative sur le nouvel appareillage. En effet, au lieu de déterminer quatre points du graphique B.E.T., on n'en mesure qu'un seul, qu'on relie à l'origine. Comme la droite passe en général très près de l'origine (surtout si l'azote sert d'adsorbat), l'approximation est très bonne et ce d'autant plus que le point mesuré est voisin de  $P/P_0 = 0,35$ . Dans ces conditions, l'ordonnée à l'origine  $i = 0$ , on aura

$$Vm = \frac{1}{s} = V(1 - P/P_0).$$

Pour l'exemple calculé au tableau II, la valeur obtenue pour  $V_m$  par la méthode rapide est de 0,691 ml (mélange gazeux M4), alors que la méthode à quatre points donne 0,734 ml. La différence dans ce cas est inférieure à 6 %.

Les surfaces spécifiques calculées d'après la méthode à un point sont comparées dans le tableau III à celles obtenues par les méthodes plus précises. On constate que l'écart ne dépasse jamais 10 %.

## SOLUTION DE QUELQUES PROBLÈMES PEU USUELS DE MÉCANIQUE POSÉS PAR L'INDUSTRIE CHIMIQUE

par R. A. STRUB, ingénieur EPUL<sup>1</sup>

L'industrie chimique pose à l'ingénieur mécanicien une foule de problèmes intéressants, qu'il n'est pas à même de rencontrer dans l'industrie mécanique. Ceci tient au fait que ces problèmes sont liés à des cycles chimiques dont le développement jusqu'à l'échelon industriel demande une étroite collaboration entre l'ingénieur mécanicien et l'ingénieur chimiste. De ce

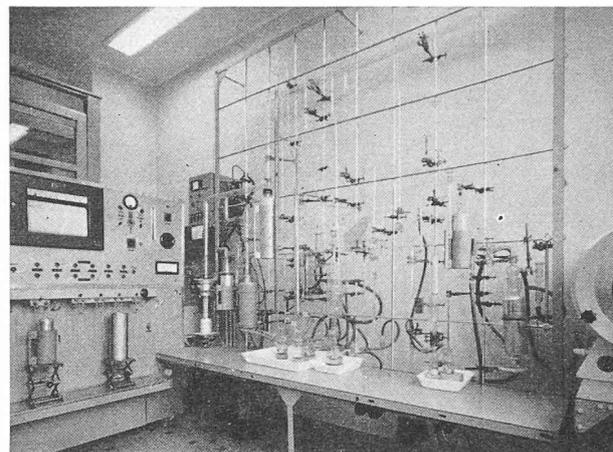


Fig. 7. — A gauche : le nouvel appareillage. A droite : une installation volumétrique classique de B.E.T.

### Résumé

Une nouvelle méthode de mesure des surfaces spécifiques des catalyseurs est décrite. Cette méthode, basée sur l'adsorption d'azote à  $-195^{\circ}\text{C}$ , permet l'analyse simultanée de quatre échantillons.

L'auteur remercie la Direction de LABOFINA pour l'autorisation de publier cette étude.

### RÉFÉRENCES

- (1) BRUNAUER, S., EMMETT, P. H., TELLER, E., *J. Am. Chem. Soc.* 60, 309 (1938).
- (2) EMMETT, P. H., *12th Reports of the Committee on Catalysts*, Chapter IV (John Wiley & Sons Inc., New York, 1940).
- (3) STOCK, R., *Anal. Chem.* 33, 966 (1961).
- (4) EBERLY, P. E. Jr., *J. Phys. Chem.* 65, 1261 (1961).
- (5) NELSEN, F. M., EGGERTSEN, F. T., *Anal. Chem.* 30, 1387 (1958).
- (6) ROTH, J. F., ELLWOOD, R. J., *Anal. Chem.* 31, 1738 (1959).
- (7) BRUNAUER, S., *The adsorption of gases and vapors*, p. 287 (Princeton University Press, Princeton, N.J., 1945).
- (8) LIVINGSTON, H. K., *J. Colloid Sci.* 4, 447 (1949).
- (9) JOY, A. S., *Vacuum* 3, 254 (1953).
- (10) HAYNES, J. M., *Clay Minerals Bull.* 4, 69 (1959).

fait, les grandes compagnies de produits chimiques possèdent elles-même leur département de mécanique industrielle pour l'érection de nouvelles usines et la

<sup>1</sup> Cette étude est tirée du Recueil de travaux offert au professeur A. Stucky, en hommage de reconnaissance, sur l'initiative de l'Association amicale des anciens élèves de l'École polytechnique de Lausanne, le 27 octobre 1962, l'année de son 70<sup>e</sup> anniversaire.

fabrication ou la mise au point d'appareils spéciaux. Ce département est doté en général d'une série de laboratoires modernes permettant à l'ingénieur mécanicien de s'attaquer à toute une gamme de problèmes fort spéciaux et extrêmement intéressants. Nous présenterons ici, d'une façon condensée, une série de travaux personnels exécutés en partie chez E.I. Du Pont de Nemours Inc., USA, en qualité de Senior Research Associate, dans le but d'attirer l'attention de l'ingénieur mécanicien sur un secteur souvent trop peu connu ou même délaissé et sur lequel devrait s'étendre son activité.

### Compresseur à gaz de synthèse pour 3000 atmosphères

La réalisation d'une telle machine pose évidemment beaucoup de problèmes que nous ne pourrions qu'effleurer. Notre but étant d'éveiller surtout l'intérêt de l'ingénieur pour ce genre de travaux, nous nous permettrons donc d'être bref.

La machine se compose de deux cylindres en série montés en opposition sur une crosse coulissante commune. La figure 1 montre le cylindre haute pression recevant le gaz à environ 1000 kp/cm<sup>2</sup> et le refoulant à 3200 kp/cm<sup>2</sup>. Le cylindre doit pouvoir résister à des charges alternatives considérables pouvant conduire à des ruptures par fatigue. Afin d'éliminer le plus possible ce danger, toute concentration de tension doit être sinon éliminée, du moins réduite à un minimum. L'autofrettage du cylindre à 7000 kp/cm<sup>2</sup> ou sa fabrication à l'aide de cylindres concentriques frettés les uns dans les autres [1]\*, la réalisation de soupapes d'aspiration et de décharge concentriques afin d'éliminer les perçages transversaux autrement nécessaires et créant des concentrations de tensions inadmissibles, ainsi que l'introduction d'un joint métallique entre le cylindre et la tête de cylindre ont été nécessaires pour obtenir une durée de vie suffisante.

L'étanchéité du piston est assurée par un film d'huile. La figure 2 montre immédiatement qu'une étanchéité excellente peut être assurée à de hautes pressions, et ceci est dû à l'augmentation exponentielle de la viscosité du film d'huile avec la pression.

La mesure du diagramme de compression pendant la marche du compresseur est fort intéressante; elle permet entre autres de contrôler le fonctionnement des soupapes et de déceler des frottements anormaux entre le piston et son cylindre. Le perçage d'un trou dans la paroi du cylindre afin d'y introduire un appareil sensible aux variations de pression, tel qu'un piézo-quartz par exemple, est inadmissible, puisque des concentrations de tensions conduiraient rapidement à une rupture par fatigue. D'autre part, le volume mort du compresseur ne doit pas être modifié par l'addition d'un volume supplémentaire éventuel introduit par le montage de l'appareil de mesure. C'est pour éliminer ces difficultés que deux « strain gages » ont été apposées sur la tige du piston, mesurant la déformation élastique de la matière sous l'effet de la pression régnant dans le cylindre. La figure 1 montre la crosse 1, le piston plongeur 3, sur lequel sont fixées les « strain gages » 2. Un contact 4 indique la position du point mort supérieur. Un microphone 5 permet d'écouter les bruits du compresseur.

Un diagramme de pression en fonction du placement angulaire de l'arbre à manivelle est reproduit sur la figure 3. On y reconnaît le point mort inférieur 1, la fin de compression 2, la phase de décharge 2—4, l'expansion du gaz contenu dans le volume mort

4—5, l'aspiration 5—6. La pression maximale 3 est de 3200 kp/cm<sup>2</sup>. Ce diagramme correspond à un gaz contenant 75 % de H<sub>2</sub> et 25 % de CO.

L'influence de l'hydrogène sur la résistance de l'acier ne peut être ignorée. Certaines destructions peuvent intervenir par la diffusion de l'H<sub>2</sub> dans l'acier causant par exemple des surpressions dues à la formation de CH<sub>4</sub>.

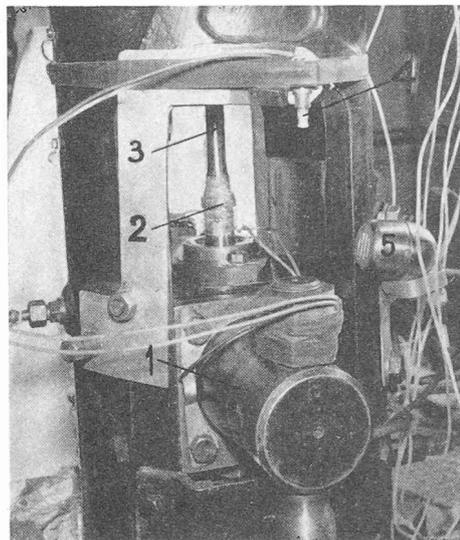


Fig. 1. — Compresseur à gaz de synthèse pour 3000 atmosphères.

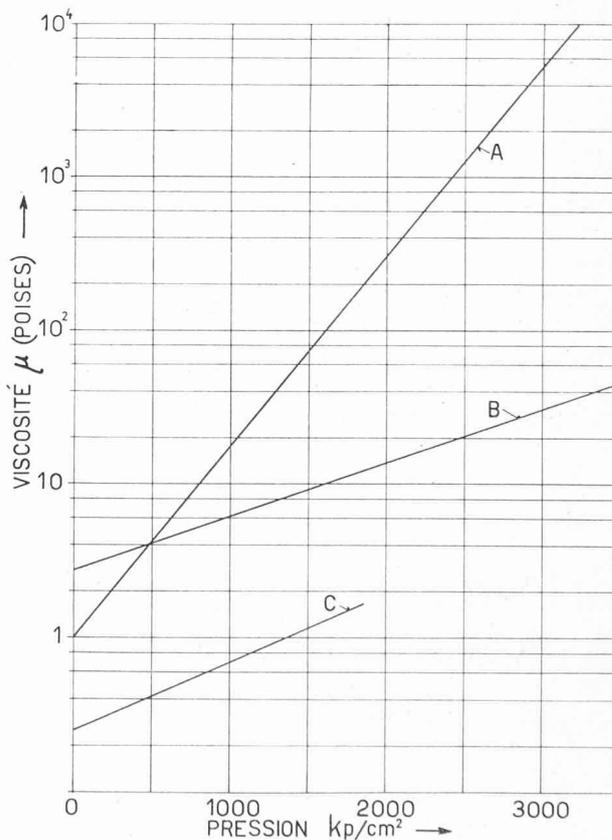


Fig. 2. — Viscosité de diverses huiles en fonction de la pression.

A = Huile pour hyper-compresseurs; B = Glycérine avec 0,8 % d'eau; C = Huile de coco brute.

\* Les chiffres entre crochets se réfèrent à la littérature donnée en fin de cet article.

Rappelons encore que suivant le couplage des deux « strain gages » dans le pont de Wheatston, les flexions du piston peuvent être déterminées. D'autre part ce montage simple permet en tout temps de contrôler la marche de la machine et la formation éventuelle de fissures du cylindre.

### Autoclaves industriels pour 1700 atmosphères

Le problème posé est le suivant : réaliser un autoclave de synthèse pour une pression de service de 1700 atmosphères et capable de résister à des pressions momentanées de 4500 atmosphères, la température interne étant située entre 150 et 200°C.

Si l'autoclave possède un agitateur actionné par un moteur électrique placé à l'intérieur, il est évident que le problème des joints est éliminé. Cette solution a cependant été rejetée, car elle conduit à certaines

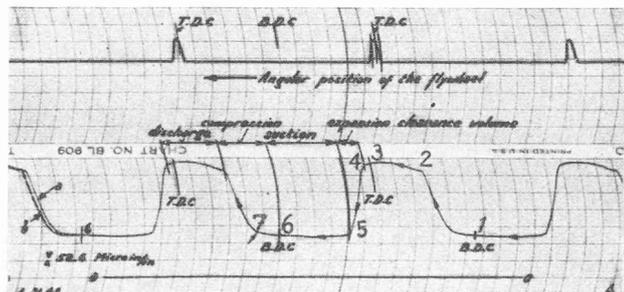


Fig. 3. — Diagramme indicateur (pression-volume) d'un compresseur à gaz de synthèse pour 3000 atmosphères.

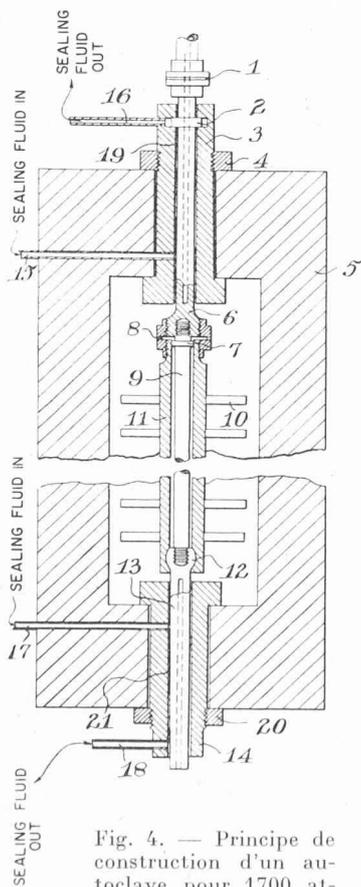


Fig. 4. — Principe de construction d'un autoclave pour 1700 atmosphères et de son agitateur représenté à la figure 5.

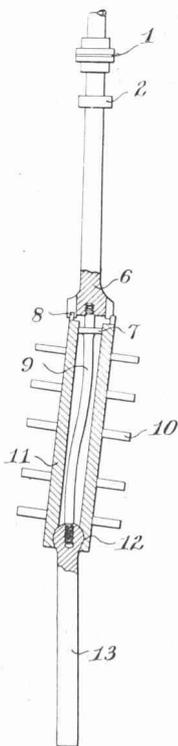


Fig. 5. Agitateur articulé.

difficultés créées par les paliers engendrant des décompositions du polymère généré par synthèse dans l'autoclave. D'autre part, les problèmes d'étanchéité du passage des fils électriques au travers de la paroi de l'autoclave et de l'isolation du moteur ne sont pas faciles à résoudre. Le développement et la réalisation industrielle d'un joint à l'arbre pour une pression de service de 1700 atmosphères n'est évidemment pas chose facile non plus à réaliser. C'est cependant cette solution du problème que nous avons choisie [2] et qui s'est montrée industriellement absolument sûre. Les figures 4 et 5 montrent la disposition générale des joints à l'arbre de l'agitateur articulé pouvant s'adapter aux défauts d'alignement des couvercles de l'autoclave. Une tige flexible 9 relie ensemble les deux arbres 13 et 6 soumis à une force axiale de 30 tonnes sous l'effet de la pression interne. Le couple est transmis de l'arbre à l'agitateur par un accouplement 8. L'agitateur 11 est centré sans contraintes par le disque 7 et l'articulation sphérique 12. Les paliers 19 et 21 servant de joints capillaires sont refroidis à l'eau au moyen de spirales descendantes 27 et montantes 28 conduisant à une température moyenne uniforme de l'eau de refroidissement le long de la douille 26 (figure 6). Les arbres eux-mêmes sont aussi refroidis à l'eau afin d'éliminer la chaleur transmise par l'autoclave et développée par les joints capillaires. Les étanchéités à l'arbre, utilisées en même temps comme paliers, sont réalisées par l'injection d'huile au moyen des tubulures 15 et 17 et ceci sous une pression supérieure de 1 % environ à la pression régnant dans l'autoclave.

La réalisation d'un tel autoclave pose des problèmes peu usuels à résoudre, vu ses dimensions relativement grandes et le niveau de pression élevé. Pour fixer les idées, notons que le diamètre du trou central est de 86 cm, que l'épaisseur des couvercles est de 110 cm et que l'épaisseur de la paroi se monte à 87 cm. La longueur de l'assemblage de l'agitateur et des arbres d'extrémités est de 450 cm environ. Il est clair qu'une foule d'essais préliminaires et qu'une installation pilote ont été nécessaires pour étudier les problèmes suivants, avant de passer à la réalisation industrielle :

La fixation des couvercles soumis à une force interne de plus de 29 000 tonnes et la réalisation de leur joint.

L'autofrettage à 5000 atmosphères de l'autoclave, provoquant une déformation radiale du trou central de plusieurs millimètres [1].

Le pompage de l'huile de barrage des joints à près de 2000 atmosphères.

L'usinage des joints-paliers avec une grande exactitude, par la rectification d'un trou de 4,5 cm de diamètre sur 100 cm de longueur, ainsi que la réalisation d'un jeu radial faible d'environ 0,03 mm et uniforme sur cette longueur entre l'arbre et sa douille.

Le réglage de la pression de l'huile de barrage à une valeur de 1 % supérieur à la pression régnant dans l'autoclave, tout en considérant que lors d'une décomposition du polymère, des pointes de pression de 4500 atmosphères peuvent être engendrées, sont autant de problèmes difficiles à résoudre.

Dans le cadre restreint de ce mémoire nous ne nous bornerons qu'à donner la clef de la solution de tels problèmes.

En nous reportant à la figure 2, il est clair que l'huile soumise à une haute pression a toutes les qualités requises pour être choisie comme fluide de barrage du joint capillaire, tout en fonctionnant comme fluide de graissage. La fuite d'huile vers l'extérieur n'est que de quelques gouttes par seconde et elle est pratiquement nulle vers l'intérieur de l'autoclave.

La fabrication des joints a demandé un atelier de précision et des méthodes de travail entièrement

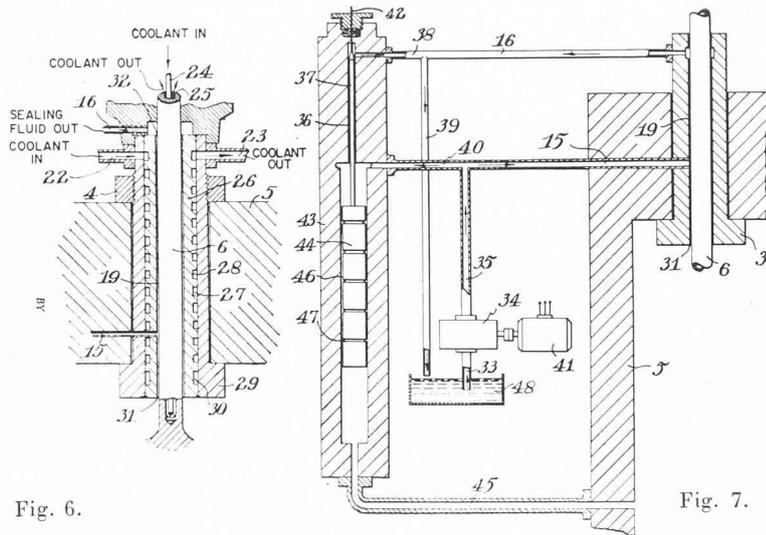


Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 6. — Principe de construction du joint à l'arbre.

Fig. 7. — Principe du réglage de la pression de l'huile de barrage.

nouvelles, mais nous ne nous étendrons pas sur ce point.

Par contre, nous aimerions dire quelques mots au sujet du problème de pompage de l'huile à 2000 atmosphères et sur le réglage de la pression de barrage. La figure 7 renseigne sur le système de réglage adopté. Une pompe 34 injecte l'huile sous pression dans le joint capillaire 19 par la conduite 15. La conduite 40 déverse le surplus d'huile de barrage dans l'appareil de réglage se composant d'un piston maintenu en équilibre par la pression du fluide contenu dans l'autoclave (conduite 45) et par la contre-pression de l'huile de barrage agissant sur l'autre face du piston 44. La surface de la section de l'aiguille 37, soumise à la pression atmosphérique, conduit à un défaut de force axiale sur le piston, qui doit être compensé par une pression supérieure de l'huile contenue dans les conduites 40 et 15 et agissant sur le piston. Si la section de l'aiguille est de 1 % de celle du piston, la pression de l'huile de barrage sera de 1 % supérieure à celle du fluide contenu dans l'autoclave. A chaque excédent de débit livré par la pompe 34 correspond une position déterminée de l'aiguille conique 37, laissant exactement passer le surplus d'huile. Ce régulateur a par ailleurs l'avantage de fonctionner en pompe lors d'une montée brusque de pression dans l'autoclave. Par exemple, un saut de pression de 400 atmosphères chasse le piston 44 vers le haut, comprimant l'huile contenue dans la chambre supérieure et dans les conduites 40, 15 et 35 et élève la pression dans le système en un temps beaucoup plus court (de l'ordre du  $\frac{1}{10}$  sec) que ne pourrait le faire la pompe 34. Ce système a remplacé élégamment celui proposé à l'origine par les spécialistes du réglage et qui aurait conduit à des difficultés très grandes de réalisation et à des inexactitudes intolérables dans le maintien de la pression différentielle de 1 % seulement.

### Pompe à huile haute pression

Le problème du pompage de l'huile de barrage pour les joints de l'autoclave décrit précédemment, travaillant à environ 2000 atmosphères, n'est évidemment pas facile à résoudre. Nous avons tout d'abord utilisé une pompe Bosch haute pression munie de six pistons. Due aux charges alternatives créées par les variations de pression de près de 2000 kp/cm<sup>2</sup> dans les cylindres, la durée de vie de ces derniers était d'environ six jours. Une telle consommation de cylindres remettait en question l'utilisation industrielle d'un système d'étanchéité basé sur les principes énoncés plus haut. C'est

alors que nous avons proposé d'appliquer au pompage de l'huile le principe des machines d'extrusion [3.] Si un fluide visqueux se trouve entre deux plaques parallèles et que l'une d'elles se déplace, il y a mouvement de l'huile dans la même direction. Si une restriction est introduite pour empêcher l'huile de s'écouler librement, une certaine pression sera engendrée. En nous basant sur ce principe, nous avons réalisé la pompe à viscosité représentée par la figure 8. Elle se compose d'une tige de 110 cm de longueur et de 3,5 cm de diamètre, sur laquelle est meulée une hélice de 0,09 mm de profondeur. Cette tige tourne à 1800 tours/min dans une douille en bronze fretée dans un corps en acier. Le fretage s'opère en élevant la température du corps en acier de 200°C environ et en refroidissant la douille en bronze à l'azote liquide. L'opération de fretage doit être faite très rapidement et est délicate, si l'on considère la longueur respectable de la douille. La rectification du trou central, avec une exactitude de 0,02 mm au diamètre sur toute la longueur, relève d'une technique peu usuelle. Ici encore, afin de maintenir la viscosité de l'huile à une valeur aussi élevée que possible, la douille en bronze est refroidie à l'eau. La pompe est symétrique, afin d'éliminer toute poussée axiale. La figure 9 montre les caractéristiques débit-pression obtenues à différents nombres de tours.

En moyenne, la pression de l'huile augmente de 120 atmosphères à chaque pas d'hélice. Due à la viscosité croissante en fonction de la pression, les derniers pas engendrent certainement un multiple de cette pression.

Cette pompe a résolu le problème, en permettant un

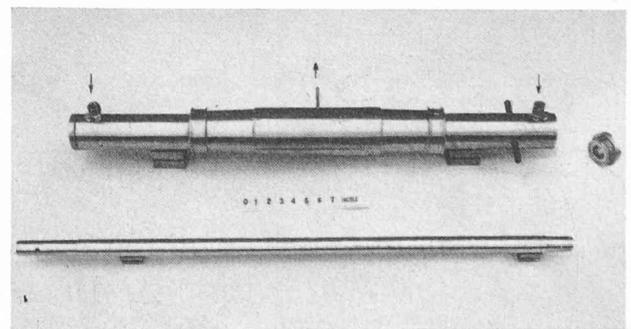


Fig. 8. — Pompe à viscosité pour 2000 atmosphères. (On remarque à peine sur la tige rotorique l'hélice destinée au pompage.)

fonctionnement continu de plusieurs mois avant de nécessiter un remplacement du rotor par une nouvelle pièce de diamètre légèrement supérieur.

La réalisation de telles pompes repose sur un grand nombre d'essais minutieux et sur des théories développées par ailleurs [4], [5] et dont il sera fait état plus loin. Un laboratoire d'essais pour des pressions dépassant 18 000 atmosphères a été mis à contribution pour ces développements.

Par ces quelques exemples, pris parmi toute une série de travaux, attachés aux machines spéciales pour l'industrie chimique, auxquels nous nous sommes voués, nous avons voulu montrer combien était plein d'attraits ce domaine de l'ingénieur mécanicien.

### Remarques sur la théorie des machines d'extrusion (Fig. 8)

L'extension toujours plus grande de l'industrie des matières plastiques a provoqué un développement parallèle de la rhéologie traitant de l'écoulement des fluides visqueux. Dans ce qui suit, nous admettons que le fluide obéit à la loi de Newton. Cette approximation ne conduit pas à des erreurs trop grandes dans le cas des problèmes traités ici et permet d'énoncer des règles simples et de fixer des lignes directrices valables pour les fluides pseudo-plastiques dont la viscosité diminue avec l'augmentation de la tension de cisaillement et que l'on rencontre généralement en pratique [6]; [7]; [8].

Nous admettons comme connues les théories actuelles sur les machines d'extrusion et nous admettons que la largeur du canal de la vis est grande comparée à sa profondeur, ce qui par ailleurs est toujours le cas si la géométrie de la vis est choisie pour être la plus rationnelle possible [4]; [5].

#### Relations générales

Rappelons tout d'abord les relations générales suivantes [4], [5], en fonction des données géométriques de la machine.

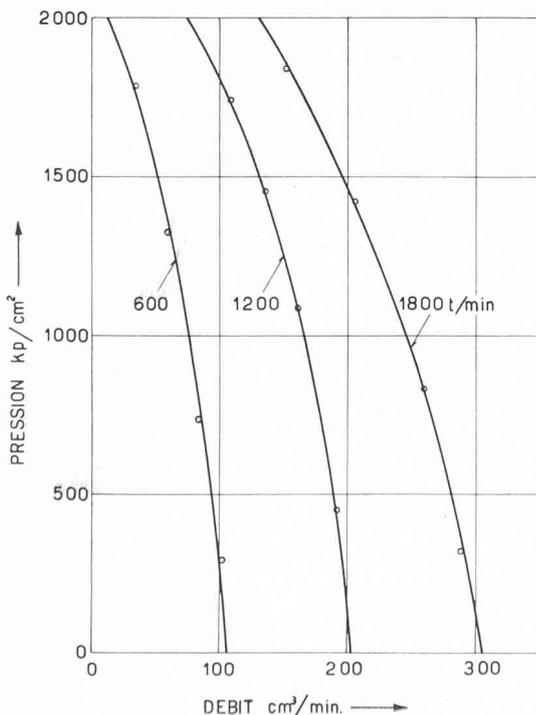


Fig. 9. — Caractéristiques débit-pression d'une pompe à viscosité.

#### Débit

$$Q = \frac{\pi^2 \cdot \beta \cdot C}{2} D^2 \cdot N \cdot h \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi - \frac{\pi \cdot \beta}{12 \cdot C_1} \frac{p \cdot h^3 \cdot D}{L \cdot \mu} \sin^2 \varphi \quad (1)$$

relation dans laquelle  $D$  est le diamètre et  $L$  la longueur de la vis,  $N$  son nombre de tours,  $\varphi$  l'angle de l'hélice,  $h$  la profondeur du canal,  $\mu$  la viscosité,  $\beta = b/t$  ( $b$  = largeur du canal;  $t$  = pas de la vis);  $t = \pi D_m \tan \varphi$ , en admettant que  $D_m = (D-h) \approx D$  pour  $h$  petit vis-à-vis de  $D$ , ce qui est toujours le cas. Les coefficients  $C$  et  $C_1$  sont fonction de la forme du canal  $C = C_1 = 1$  pour un canal rectangulaire [4].

#### Pression

$$p = 6 \cdot \pi \cdot C \cdot C_1 \frac{D \cdot N \cdot L \cdot \mu}{h^2 \cdot \tan \varphi} - \frac{12 C_1}{\pi \cdot \beta} \cdot \frac{Q \cdot L \cdot \mu}{h^3 \cdot D \cdot \sin^2 \varphi} \quad (2)$$

Le débit  $Q_m$  à pression nulle est obtenu en posant  $p$  égal à zéro dans la relation (1)

$$Q_m = \frac{\pi^2 \cdot \beta \cdot C}{2} D^2 \cdot N \cdot h \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \quad (3)$$

La pression maximale est réalisée pour  $Q = 0$

$$p_0 = 6 \cdot \pi \cdot C \cdot C_1 \frac{D \cdot N \cdot L \cdot \mu}{h^2 \cdot \tan \varphi} \quad (4)$$

Si la viscosité  $\mu$  est constante, on obtient

$$p = p_0 (1 - Q/Q_m) \quad (5)$$

#### Puissance dissipée

La puissance dissipée entre la surface des filets et la bêche [5] est égale à

$$\dot{E}_1 = \pi^3 D^3 N^2 \frac{L}{t} \mu_f \frac{e}{\delta} \quad (6)$$

$e$  = largeur du filet =  $(t-b)$ ;  $\delta$  = jeu radial;  $\mu_f$  = viscosité du fluide dans le jeu radial.

La puissance dissipée dans le canal est égale à

$$\dot{E}_2 = \pi^3 D^3 N^2 \frac{L}{t} \mu \frac{b}{h} (4 - 3 Q/Q_m) \quad (7)$$

Nous allons maintenant opérer une classification des machines d'extrusion basée sur des optima.

#### Définitions de quelques optima

a) Basé sur la profondeur du canal  $h$

Pour un diamètre de vis  $D$ , une longueur  $L$ , un angle de l'hélice  $\varphi$ , un coefficient  $\beta$ , et une vitesse donnée  $N$ , on peut se demander quelle est la profondeur du canal  $h$  qui, pour un débit  $Q_1$  donné, engendrera la plus forte pression. En dérivant la relation (2) par rapport à  $h$  et en égalant  $\partial p / \partial h$  à zéro, on obtient :

$$h = \frac{3 Q_1}{\beta \cdot C \pi^2 D^2 N \sin \varphi \cdot \cos \varphi} \quad (8)$$

En introduisant cette valeur dans la relation (3) on obtient

$$\Phi_1 = Q_1/Q_m = 2/3 \quad (9)$$

représentant le rapport du débit au point de fonctionnement, au débit maximum à pression nulle, figure 10.

L'introduction de (8) dans (4) conduit à

$$p_0 = \Psi_0 \cdot \beta^2 C^3 C_1 \frac{D^5 N^3 L \mu}{Q_1^2} \quad (10)$$

relation dans laquelle  $\Psi_0$  est un coefficient de pression sans dimensions reporté sur la figure 11. Compte tenu de (5) et (9), on déterminera le coefficient  $\Psi_1 = \Psi_0/3$  correspondant au débit  $Q_1$  au point de fonctionnement, reporté sur la figure 12. A l'aide des données ci-dessus,

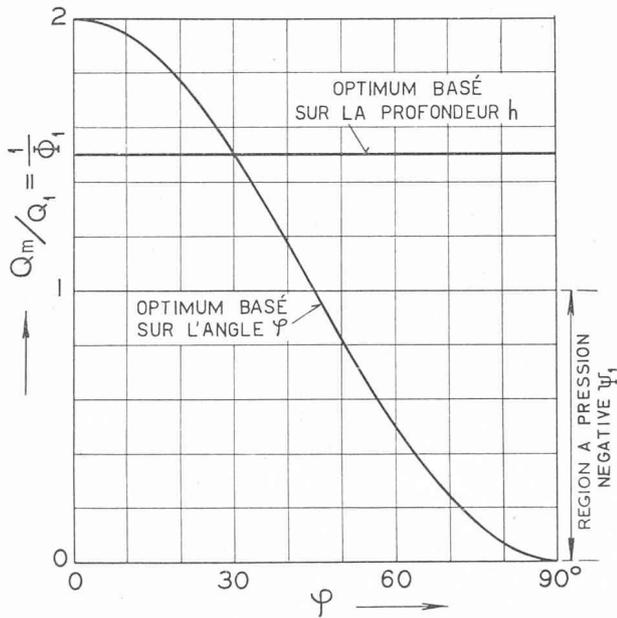


Fig. 10. — Coefficient de débit  $\Phi_1$ , en fonction de l'angle de l'hélice  $\varphi$ .

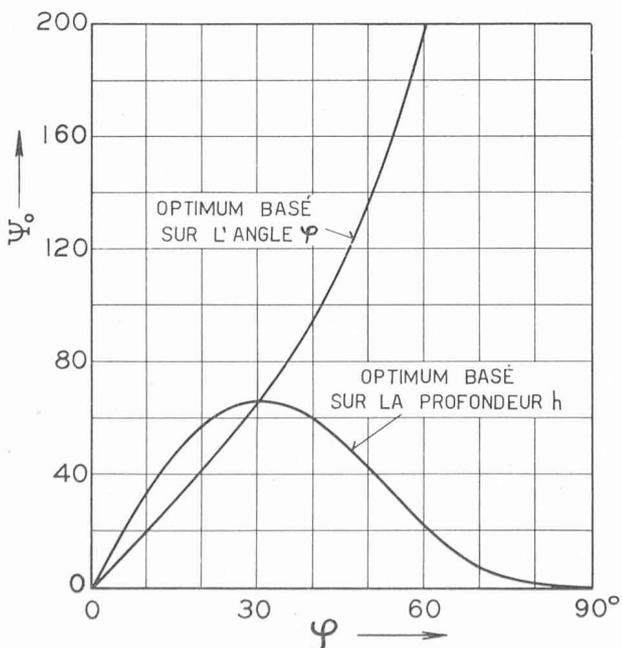


Fig. 11. — Coefficient de pression  $\Psi_0$  en fonction de  $\varphi$ .

il est facile de tracer l'éventail des caractéristiques  $\Phi-\Psi$  correspondant à différents angles d'hélice, figure 13.

b) Basé sur l'angle de l'hélice  $\varphi$

Un calcul similaire au précédent peut être conduit en posant  $\partial p/\partial \varphi = 0$ . On obtient l'angle

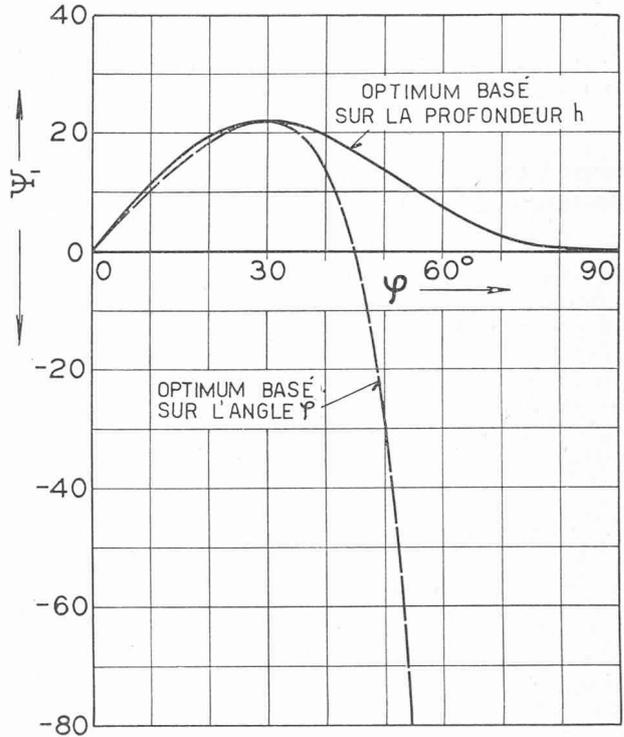


Fig. 12. — Coefficient de pression  $\Psi_1$  en fonction de  $\varphi$ .

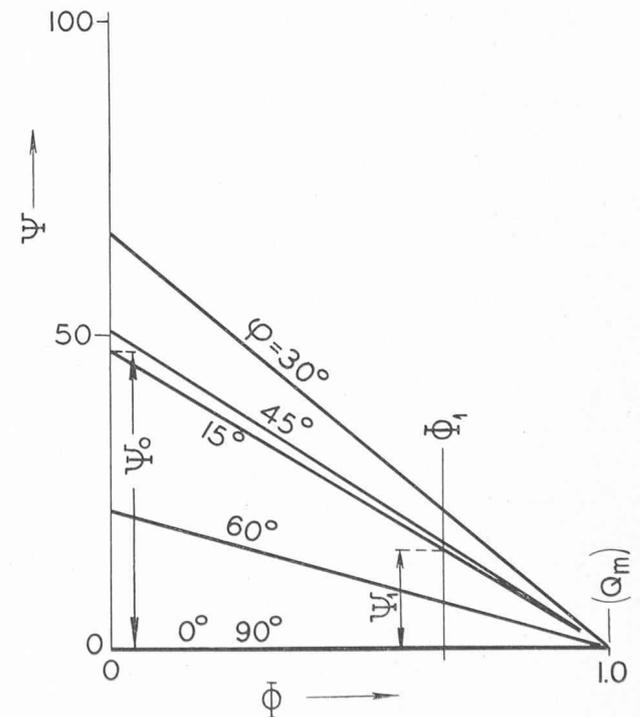


Fig. 13. — Caractéristiques pression-débit. (Optimum basé sur h.)

$$\tan \varphi = \frac{4 Q_1}{\beta \cdot C \cdot \pi^2 D^2 N \cdot h} \quad (11)$$

qui, introduit dans la relation (3) conduit à

$$\Phi_1 = Q_1/Q_m = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 \varphi} \quad (12)$$

reporté sur la figure 10.

La pression maximale générée à débit nul est donnée par une expression identique à la relation (10) dans laquelle  $\Psi_0$  est représenté par la fonction reportée sur la figure 11. Le coefficient de pression  $\Psi_1$  au point de fonctionnement est égal à

$$\Psi_1 = \Psi_0 \frac{2 \cdot \cos^2 \varphi - 1}{2 \cdot \cos^2 \varphi}; \text{ avec } \Psi_0 = \frac{3}{8} \pi^5 \cdot \tan \varphi \quad (13)$$

valeur reportée sur la figure 12.

Les caractéristiques pression-débit sont données par la figure 14.

#### Discussion des résultats

Basé sur les conditions énoncées au début de cette étude, l'angle de  $30^\circ$  conduit, pour une pression de service donnée, au débit maximum ou pour une pression et un débit donnés, à une vitesse de rotation minimum. Cependant, l'énergie dissipée pour le pompage n'est pas nécessairement un minimum, comme nous le montrerons plus tard.

Il est intéressant de noter que dans le cas de l'optimum basé sur l'angle  $\varphi$ , la pression de décharge correspondant au débit  $Q_1$  est négative pour des angles plus grands que  $45^\circ$ . Il faut donc pousser le plastique pour l'aider à

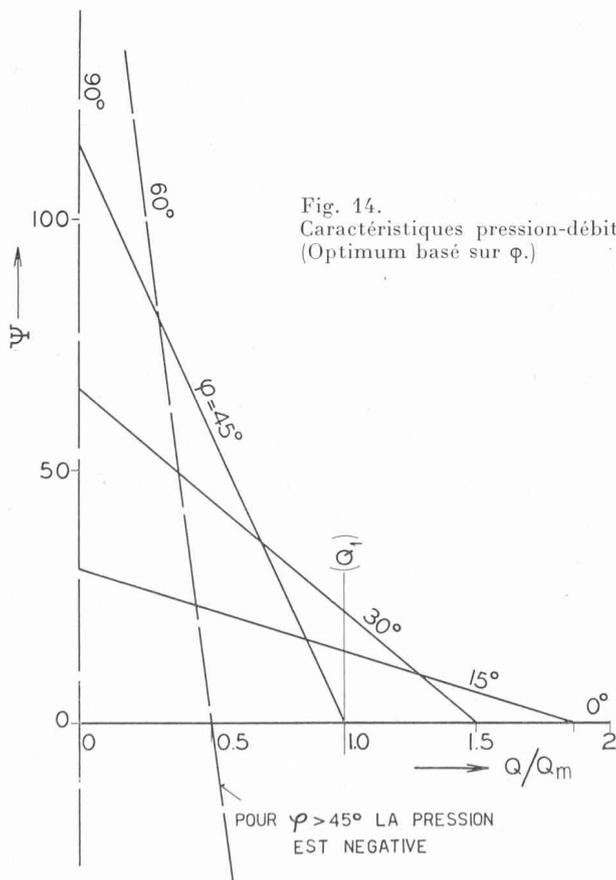


Fig. 14.  
Caractéristiques pression-débit.  
(Optimum basé sur  $\varphi$ .)

passer par la machine. Il est évident que l'on pourra toujours, en choisissant des dimensions plus grandes ou des vitesses plus élevées, créer un débit et une pression positive. Cette machine ne représenterait cependant pas l'optimum que l'on pourrait atteindre.

#### c) Puissance dissipée

On considérera ici précisément des machines de même longueur, diamètre, coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  et dont les caractéristiques dimensionnelles, telles que l'angle de l'hélice, la profondeur du canal et la vitesse de rotation, sont liées par les relations précédentes. Nous chercherons à définir le minimum de la puissance absorbée.

Il est aisé de montrer que les puissances absorbées dérivées des relations (6) et (7) conduisent aux expressions suivantes :

$$\dot{E}_1 = \beta \cdot \mu_f \frac{\alpha}{8} D^3 L (N^2 \cdot \Psi_1^{2/3}) \cdot \Omega_1 \quad (14)$$

dans laquelle  $\alpha = e/b$ , et

$$\dot{E}_2 = \beta^2 \mu C \frac{D^5 L}{Q_1} (N^3 \cdot \Psi_1) \Omega_2 \quad (15)$$

Les fonctions  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sont reportées sur les figures 15 et 16 pour les deux cas d'optima traités précédemment. Dans ces relations, seules les fonctions  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  diffèrent. En effet, on a admis que les machines avaient les mêmes dimensions. De plus, pour un même débit et une même pression de travail  $p_1$  définie par (5) et (10), les valeurs entre parenthèses sont aussi nécessairement identiques, non pas entre elles, mais pour les types de machines différents définis plus haut. La puissance dissipée relative est donc seulement fonction de  $\Omega_1$  et de  $\Omega_2$ .

#### Discussion des résultats

Si la puissance dissipée dans le jeu entre la bêche et le filet était nulle ou négligeable, la puissance dissipée minimale serait atteinte pour un angle  $\varphi$  de  $0^\circ$ . Cette limite n'a cependant aucun sens physique, puisque dans ce cas le rapport  $h/b \cos \varphi$ , pour atteindre le débit  $Q_1$ , ne serait pas petit comme nous l'avons supposé.

Par contre un angle  $\varphi$  de  $30^\circ$  conduit à un minimum de puissance absorbée si la puissance dissipée dans le canal est nulle.

En pratique, la somme des puissances dissipées est à peu près représentée par la moyenne des courbes  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ . Ainsi le minimum de puissance est obtenu pour des angles  $\varphi$  d'environ  $20^\circ$ .

#### Influence d'une viscosité variable dans la profondeur du canal de machines d'extrusion

La distribution de la température dans la masse d'un plastique ou d'un fluide visqueux contenu dans une vis d'extrusion est loin d'être uniforme, surtout si la vis ou la bêche sont refroidies ou chauffées. Par ailleurs, l'interdépendance étroite entre l'énergie dissipée par un cisaillement (glissement) du fluide et la distribution des températures qui en résulte conduit à des problèmes d'écoulement difficiles à résoudre. Dans le cas de fluides pseudo-plastiques, dont la viscosité est fonction de l'intensité du cisaillement, une nouvelle variable vient s'ajouter à la chaîne des conditions déjà posées. La rotation du fluide, introduite par l'obliquité des filets de la vis, engendre une circulation supplémentaire, compliquant encore la distribution des températures.

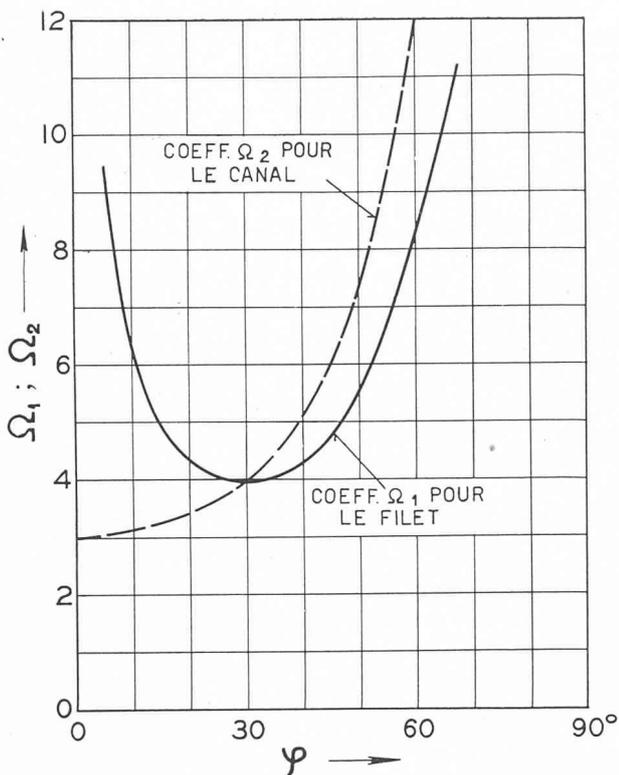


Fig. 15. — Coefficients de puissance  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  en fonction de  $\varphi$ . (Optimum basé sur  $h$ .)

C'est pour ces raisons que nous simplifierons radicalement le problème en considérant des filets de faible profondeur, ramenant ainsi l'écoulement à celui engendré par deux plaques de largeur infinie en déplacement parallèle relatif. Nous admettrons deux types de répartition de la viscosité nous permettant de discuter ce problème complexe.

Nous considérerons un type de distribution de la viscosité répondant à la relation générale

$$\mu/\mu_1 = 1 + (\mu_2/\mu_1 - 1)\xi^n \quad (1)$$

relation dans laquelle  $\xi = y/h$  (voir figure 17). L'exposant  $n$  sera choisi égal à 1 (répartition linéaire), à 2 (répartition parabolique) et à 8 (répartition parabolique de degré 8). Ces distributions de viscosité correspondent à celles obtenues pour des fluides pseudo-visqueux ou lorsqu'une transmission de chaleur s'opère entre le fluide et la bache de la machine ou la surface de la vis.

L'écoulement du fluide est régi par deux écoulements élémentaires, dont la superposition linéaire conduit à la solution complète du problème. Il s'agit de l'écoulement d'entraînement produit par le déplacement relatif des parois parallèles et de l'écoulement de pression, en général en sens inverse, créé par la pression générée par toute restriction s'opposant à l'écoulement d'entraînement libre.

#### Écoulement d'entraînement

L'équation différentielle gouvernant cet écoulement est dérivée de la loi de Newton

$$\tau = \mu \frac{dS}{dy} = \mu \frac{V}{h} \frac{ds}{d\xi} \quad (2)$$

Une première intégration conduit à la connaissance de la distribution des vitesses

$$s = \tau \frac{h}{V} \int_0^1 \frac{d\xi}{\mu} + C \quad (3)$$

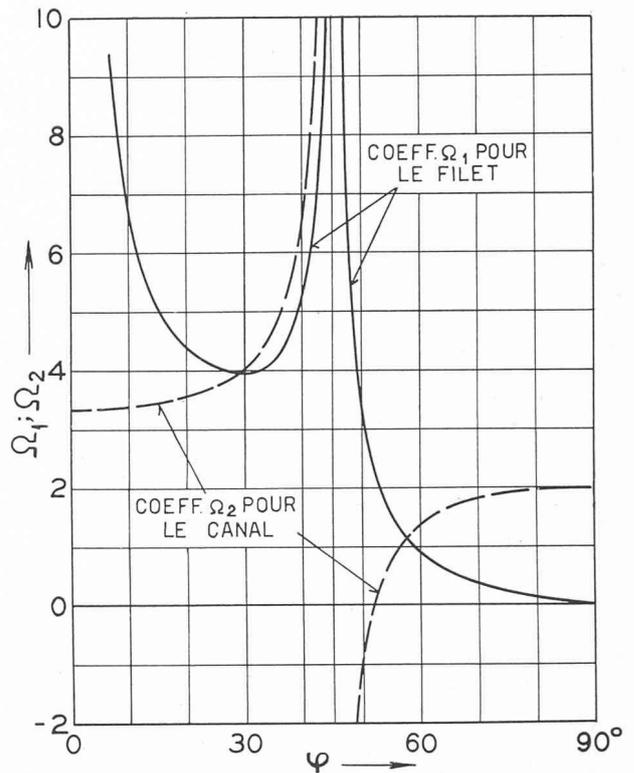


Fig. 16. — Coefficients de puissance  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  en fonction de  $\varphi$ . (Optimum basé sur  $\varphi$ .)

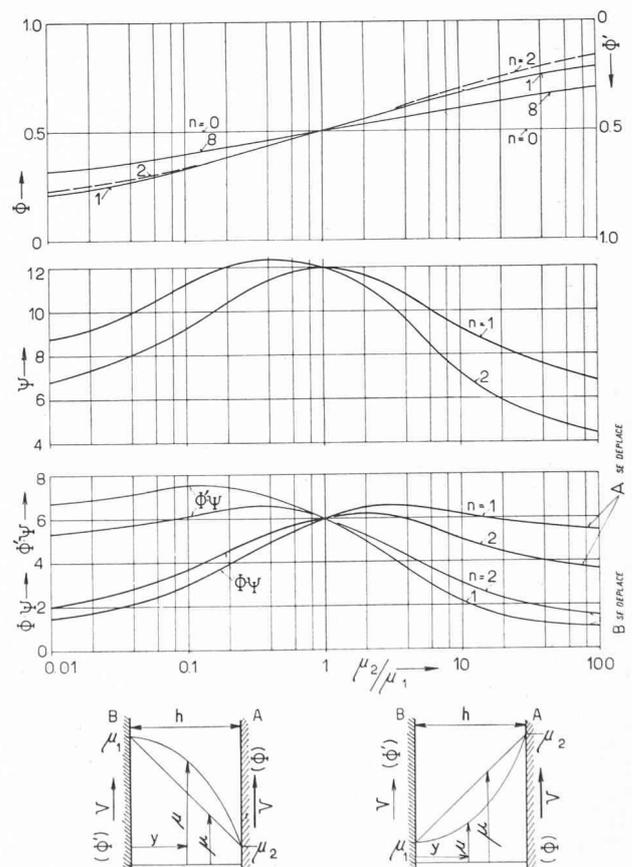


Fig. 17. — Influence de la loi de la variation de la viscosité  $\mu$  sur les coefficients de débit  $\Phi$  et de pression  $\Psi$ .

La constante d'intégration  $C$  et la valeur de  $\tau$  sont déterminées par les conditions aux limites  $s = 0$  pour  $\xi = 0$  et  $s = 1$  pour  $\xi = 1$ .

Une seconde intégration du champ de vitesses donne le débit sans dimensions

$$\Phi = \int_0^1 s \cdot d\xi \quad (4)$$

$$\text{Le débit est donné par } Q = V \cdot h \cdot \Phi \quad (5)$$

Les valeurs de  $\Phi$  sont reportées sur la figure 17 en fonction du rapport  $\mu_2/\mu_1$ . Si la paroi  $A$  se meut (représentant la bêche fixe d'une machine d'extrusion), on obtient les débits  $\Phi$ . Si, au contraire, la paroi  $B$  se déplace, on obtient les débits sans dimensions  $\Phi' = 1 - \Phi$ , le champ de vitesse correspondant étant égal à  $s' = 1 - s$ .

Cette étude montre que le débit peut être augmenté si la viscosité est plus élevée au voisinage de la paroi mobile. Si la viscosité  $\mu_1$  était nulle, par exemple, et que  $A$  se déplace, on atteindrait le cas limite correspondant à  $\Phi = 1$ . C'est le cas typique d'un écrou se déplaçant longitudinalement le long d'une tige filetée en rotation. Si au contraire  $\mu_2/\mu_1 \rightarrow 0$ , le débit est nul, correspondant à une masse de plastique figée autour de la vis de la machine d'extrusion et tournant avec elle, cas bien connu du blocage.

Il est intéressant de noter ici le caractère essentiellement instable lié à une distribution non uniforme de la viscosité. La puissance dissipée par unité de volume de fluide soumis à un glissement visqueux est donné par

$$\dot{E} = \mu \left( \frac{dS}{dy} \right)^2 = \frac{\tau^2}{\mu} \quad (6)$$

Pour des raisons d'équilibre, la valeur de  $\tau$ , en fonction de  $\xi$ , est nécessairement constante. La puissance dissipée par unité de volume est donc proportionnelle à l'inverse de la viscosité. En d'autres termes, la dissipation de chaleur est plus intense justement là où la viscosité est la plus faible, ce qui a pour objet d'accroître encore les inégalités déjà présentes. Le blocage bien connu des machines d'extrusion trouve ici son explication.

#### Écoulement de pression

Il est régi par l'équation différentielle

$$\frac{dp}{dl} = \frac{d\tau}{dy} \quad (7)$$

Introduisant (2) dans (7) on obtient

$$\frac{dp}{dl} = \dot{\mu} \dot{S} + \mu \ddot{S} \quad (8)$$

Si la viscosité  $\mu$  est constante, on retombe sur la relation bien connue de Navier-Stokes.

En introduisant la relation (1) et en intégrant graphiquement, on obtient la répartition des vitesses

$$S = - \frac{dp}{dl} \frac{h^2}{\mu_1} S^* \quad (9)$$

Un exemple, pour une distribution linéaire de la viscosité, est reproduit sur la figure 18.

Une seconde intégration conduit au débit de pression sans dimensions

$$\frac{1}{\Psi'} = \int_0^1 S^* d\xi \quad (10)$$

et au débit

$$Q = - \frac{dp}{dl} \frac{h^3}{\frac{\mu_1 + \mu_2}{2}} \cdot \frac{1}{\Psi} \quad (11)$$

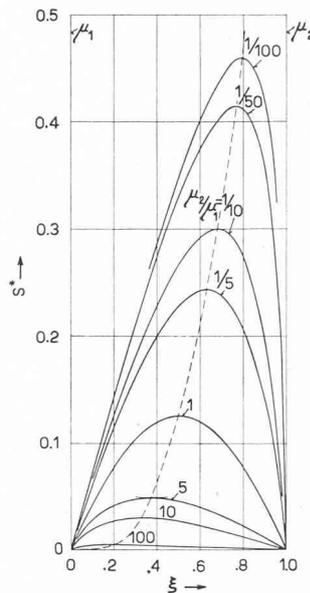


Fig. 18. — Écoulement de pression. Distribution de la vitesse pour une répartition linéaire de la viscosité entre  $\mu_1$  et  $\mu_2$ .

relation dans laquelle nous avons introduit la viscosité moyenne  $\frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$

afin d'obtenir des coefficients de pression  $\Psi$  moins variables.

Les coefficients  $\Psi$  sont reportés sur la figure 17.

La pression maximale est atteinte lorsque le débit d'entraînement est annulé par le débit de pression. Dans ce cas on aura

$$\left| \frac{dp}{dl} \right|_{\max.} = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \frac{V}{h^2} \Phi \cdot \Psi \quad (12)$$

Le produit  $\Phi \cdot \Psi$  est reporté sur la figure 17 pour le cas où la paroi  $A$  se déplace. Dans le cas où la paroi  $B$  se déplace, on se rapportera au produit  $(\Phi' \cdot \Psi)$ , la valeur de  $\Psi$  étant évidemment identique dans les deux cas (écoulement de pression entre plaques parallèles fixes).

On voit qu'un gain net de pression et de débit peut être obtenu par une répartition judicieuse de la viscosité, répartition pouvant être fortement influencée par le chauffage ou le refroidissement des machines d'extrusion.

Ces théories ont été utiles dans le calcul des dimensions de la pompe à viscosité décrite ici même et représentée à la figure 8.

#### LITTÉRATURE

- [1] R. A. STRUB: *Distribution of Mechanical and Thermal Stresses in Multilayer Cylinders*. Trans. ASME, Vol. 75, No. 1, 1953.
- [2] R. A. STRUB: U.S. Patent 2,772, 103, 1956.
- [3] R. A. STRUB: *Spindle Drag Pump*. Machine Design, Vol. 25, No. 7, juillet, 1953, pp. 149-151.
- [4] R. A. STRUB: *The Theory of Screw Extruders*. Proc. Second Midwestern Conf. on Fluid Mechanics, The Ohio State University, 1952.
- [5] J. F. CARLEY, R. S. MALLOUK, J. M. Mc KELVEY and R. A. STRUB: *Theory of Extrusion*. — Symposium. Industrial and Engineering Chemistry, Vol. 45, No. 5, pp. 969-993, Mai 1953.
- [6] E. C. BINGHAM: *Fluidity and Plasticity*. New York, 1922.
- [7] E. S. DE HAVEN: *Extruder Design*. Industrial and Engineering Chemistry, Vol. 51, No. 7, juillet 1959, pp. 813-816.
- [8] DIVERS AUTEURS: Série d'articles sur les *Fluides non newtoniens*. Industrial and Engineering Chemistry, Vol. 51, No. 7, juillet 1959, pp. 839-890.